ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME VI.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1890

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXVI.

1889

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME VI.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1889

Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1887.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 17 giugno 1888.

(Con una tavola).

Ho l'onore di presentare a questa R. Accademia l'effemeride e la statistica idrometrica del fiume Tevere pel decorso anno 1887, sesto del settimo periodo decennale delle quotidiane osservazioni.

Dessa è pienamente conforme a quelle pubblicate fin qui. Comprende per conseguenza le altezze del pelo d'acqua del Tevere osservate al mezzodì di ciascun giorno di detto anno all'idometro collocato presso Orte, ed a quello di Ripetta; ossia prima e dopo la confluenza dell'Aniene. Comprende del pari la effemeride e la statistica idrometrica dell'Aniene, ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume osservata quotidianamente, durante l'anno 1887, all'ora sopraindicata, all'idrometro collocato all'origine dei cunicoli del Monte Catillo presso Tivoli. Completano, giusta il consueto, dette effemeridi le corrispondenti rappresentazioni grafiche o diagrammi.

Istituendo i confronti consueti, fra i registri quotidiani ed i risultati delle rispettive statistiche idrometriche che ora presento, cogli analoghi registri e colle consimili statistiche dei settantacinque anni precedenti se ne deduce:

1° Che, considerando il Tevere *in stato di magra* fino a che l'altezza del pelo d'acqua misurato all'idrometro di Ripetta non raggiunge i metri 6,00; in *stato ordinario* quando la detta altezza, toccati i metri 6 non arriva agli 8 metri; in *stato d'intumescenza* finchè oscilla dagli 8 ai 12; e finalmente in stato di *vera e minacciosa piena* quando l'altezza del pelo d'acqua all'idrometro di Ripetta tocca o sorpassa i metri 12,00; nell'anno 1887 il Tevere per 111 giorni corse *in magra*; per 209 giorni si mantenne in *stato ordinario*; per 43 giorni fu *intumescente*; e per soli 2 giorni fu in stato di *vera e minacciosa piena.*

2° Che *l'altezza media generale* del pelo d'acqua del Tevere durante l'anno 1887 all'idrometro di Ripetta fu di metri 6,66.

3° Che lo stato prevalente delle acque durante l'anno 1887 fu l'*ordinario*, con tendenza piuttosto allo stato di *magra* che a quello *d'intumescenza* il che è anche confermato dal fatto che l'altezza media generale in detto anno è di poco inferiore alla media generale dell'intero periodo, cui si estendono le osservazioni giornaliere.

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all' idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1887.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,78	1,70	1,75	1,76	1,60	1,70	1,55	1,20	1,09	1,82	1,55	1,88
2	1,78	1,67	1,70	1,75	1,60	1,63	2,27	1,18	1,09	1,70	2,68	1.77
3	1,78	1,65	1,70	1,73	1,60	1,60	1,65	1,16	1,08	1,50	3,32	1,75
4	1,76	1,63	1,68	1,75	1,60	1,58	1,55	1,14	1,07	1,50	1,94	1,75
5	1,83	1,60	1,66	1,70	1,56	1,55	1,48	1,28	1,07	1,50	1,75	3,90
6	1,86	1,60	1,65	1,70	1,55	1,48	1,42	1,60	1,06	1,60	2,28	2,98
7	2,76	1,60	1,63	1,70	1,51	1,45	1,45	1.45	1,06	1,55	1,88	2,45
8	2,20	1,60	1,60	2,65	1,50	1,41	1,62	1,30	1,06	1,70	1,70	2,10
9	2,45	1,60	1,60	2,99	1,50	1,40	1,52	1,32	1,06	1,75	2,78	2,14
10	3,77	1,60	1,60	2,45	1,50	1,40	1,46	1,18	1,06	1,74	2,85	1,88
11	3,20	1,60	1,60	2,05	1,50	1,39	1,40	1,16	1,65	2,64	3,86	1,75
12	2,44	1,60	1,78	1,75	1,48	2,17	1,33	1,13	1,45	1,90	2,60	1,74
13	2,26	1,65	1,75	1,73	1,48	1,60	1,29	1,11	1.25	1,65	2,02	1,73
14	1,78	1,65	1,73	1,72	1,48	1,53	1,25	1,10	1,15	1,61	1,73	1,70
15	1,75	1,65	1,70	1,85	1,75	1,46	1,22	1,09	1,08	3,32	1,65	1,70
16	2,35	1,65	1,88	2,07	1,70	1,43	1,30	1,08	1,07	2,95	4,37	3,76
17	2,13	1,65	2,88	2,16	1,63	1,39	1,24	1,07	1,07	2,20	3,72	3,00
18	1,89	1,65	2,65	1,75	1,58	1,36	1,21	1,06	1,06	1,70	2,98	2,40
19	1,88	1,64	2,16	1,75	1,70	1,33	1,19	1,06	1,06	1,60	3,50	1,95
20	1,76	1,63	1,74	1,72	1,58	1,30	1,18	1,55	1,05	1,55	3,28	1,86
21	1,76	1,62	1,81	1,70	1,54	1,30	1,17	1,38	1,05	1,48	3,95	2,43
22	1,74	1,61	1,96	1,70	1,50	1,30	1,15	1,58	1,05	1,43	3,22	2,25
23	1,71	1,60	1,76	1,70	1,48	2,28	1,12	1,65	1,05	1,40	2,47	6,90
24	1,70	1,60	1,75	1,68	1.47	1,64	1,10	1,46	1,05	1,58	2,24	5,70
25	1,70	1.60	1,74	1,66	1,47	1,52	1,10	1,32	1,05	1,58	2,00	4,02
26	1,70	1,60	1,70	1,64	1,67	1,43	1.10	1,25	1,05	1,58	2,25	3,00
27	1,70	1,60	2,00	1,64	1,67	1,35	1,10	1,15	1,05	1,68	3,11	2,70
28	1,70	1,64	1,74	1,60	3,30	1,46	1,08	1,08	1,05	1,92	2,42	3,34
29	1,70		1,72	1,60	2,57	1,46	1,06	1,07	2,35	1,75	2,25	2,98
30	1,70		2,74	1,60	1,86	1,44	1,15	1,06	2 43	1,62	1,96	2,42
31	1,70		1,90		1,75		1,14	1,06		1,55		2,47
Sommata	62,22	45,49	57,26	55,25	51,68	45,34	40,85	38,28	35,77	55,05	78,31	82,40
Media	2,01	1,62	1,85	1,84	1,67	1,51	1,32	1,23	1,19	1,77	2,61	2,66
Massima	3,77	1,70	2,88	2,99	3,30	2,28	2,27	1,65	2,43	3,32	4,37	6,90
Minima	1,70	1,60	1,60	1,60	1,47	1,30	1,06	1,06	1,05	1,40	1,55	1,70
Differenza	2,07	0,10	1,28	1,39	1,83	0,98	1,21	0,59	1,38	1.92	2,82	5,20

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all' idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1887.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	7,13	6,40	6,37	6,74	6,09	6,35	6,01	5,70	5,49	7,22	6,32	7,45
2	6,97	6,40	6,69	6,59	6,06	6,24	6,27	5,68	5,49	7,38	6,88	7,32
3	6,86	6,36	6,51	6,49	6,05	6,18	6,89	5 61	5,48	6,59	7,83	7,15
4	6,74	6,33	6,38	6,43	6,04	6,13	6,08	5,58	5,51	6,12	8,05	7,04
5	6,80	6,32	6,31	6,40	6,02	6,09	5,83	5,65	5,50	5,82	7,29	10,38
6	7,87	6,29	6,27	6,39	6,00	6,04	5,85	6,07	5,50	6,14	7,50	9,74
7	8,39	6,29	6,24	6,37	5,98	6,00	5,81	5,94	5,50	6,14	7,50	8,03
8	8,61	6,24	6,23	6,57	5,97	5,95	5,95	5,65	5,58	6,35	7,04	7,74
9	7,76	6,23	6,22	7,20	6,06	5,91	6,12	5,62	5,51	6,35	7,58	7,50
10	11,45	6,22	6,22	7,75	6,04	5,90	5,85	5,60	5,50	6,68	9,14	7,39
11	10,39	6,21	6,26	7,12	6,01	5,88	5,78	5,56	5,50	7,40	8,50	7,41
12	8,81	6,22	6,33	6,76	5,97	5,86	5,74	5,54	5,71	8,25	9,42	7,08
13	8,34	6,22	6,50	6,62	5,97	6,35	5,72	5,54	5,80	7,00	8,50	6,98
14	7,80	6,25	6,39	6,50	6,32	6,01	5,70	5,52	5,62	6,58	7,45	6,90
15	7,51	6,34	6,35	6,50	6,50	5,87	5,68	5,51	5,59	6,40	7,13	6,81
16	7,40	6,42	6,31	6,42	6,02	5,83	5,75	5,51	5,57	8,25	8,10	9,24
17	7,45	6,33	7,21	6,62	6,09	5,79	5,78	5,51	5,56	8,50	9,40	9,27
18	7,20	6,30	9,35	6,70	6,05	5,78	5,71	5,51	5,60	7,23	9,90	7,86
19	7,04	6,18	8,13	6,49	6,02	5,76	5,68	5,50	5,60	6,82	8,22	7,54
20	6,93	6,14	7,50	6,37	6,02	5,74	5,68	5,93	5,54	6,54	10,46	7,62
21	6,83	6,14	7,22	6,31	6,00	5,74	5,67	5,62	5,52	6,35	10,70	8,55
22	6,72	6,13	7,02	6,28	5,99	5,74	5,65	5,69	5,50	6,27	10,86	7,94
23	6,61	6,12	6,85	6,25	5,97	5,76	5,62	5,61	5,50	6,13	9,20	11,50
24	6,58	6,15	6,75	6,38	5,98	6,60	5,60	5,87	5,49	6,05	8,47	13,36
25	6,61	6,12	6,67	6,26	6,04	6,03	5,58	5,66	5,48	6,05	8,18	13,51
26	6,64	6,13	6,62	6,24	6,25	5,85	5,58	5,60	5,47	6,07	7,85	10,55
27	6,55	6,13	6,74	6,20	6,07	5,80	5,56	5,57	5,58	6,44	10,03	9,45
28	6,56	6,22	6,71	6,19	6,08	5,83	5,56	5,56	5,60	6,52	8,45	9,79
29	6,55		6,59	6,18	9,04	6,01	5,56	5,52	5,69	7,03	8,08	9,83
30	6,51		6,48	6,12	7,06	6,06	5,52	5,51	5,90	6,89	7,73	9,67
31	6,49		7,30		6,58		5,59	5,50		6,55		9,35
Sommata	230,10	174,83	208,72	195,44	192,34	179,08	179,37	174,44	166,88	208,11	251,76	269,95
Media	7,42	6,24	6,73	6,51	6,20	5,97	5,78	5,63	5,56	6,71	8,39	8,71
Massima	11,45	6,42	9,35	7,75	9,04	6,60	6,89	6,07	5,90	8,50	10,86	13,51
Minima	6,49	6,12	6,22	6,12	5,97	5,74	5,52	5,50	5,47	5,82	6,32	6,81
Differenza	4,96	0,30	3,13	1,63	3,07	0,86	1,37	0,57	0,43	2,68	4,54	6,70

Effemeride dell'Amene, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1887.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,60	1,40	1,40	1,40	1,35	1,35	1,40	1,45	1,30	2,90	1,50	1,20
2	1,60	1,40	1,40	1,40	1,35	1,35	1,40	1,40	1,30	1,65	1,50	1,20
3	1,55	1,40	1,40	1,40	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,50	2,30	1,20
4	1,50	1,35	1,35	1,40	1,35	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,80	1,80
5	1,80	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,45	1,40	1,40	1,70	2,00	1,80
6	1,90	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35	1,60	1,90	1,55
7	2,20	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,45	1,40	1,35	1,50	1,80	1,60
8	1,80	1,35	1,35	1,45	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35	1,70	2,00	1,60
9	1,90	1,35	1,35	1,60	1,45	1,35	1,40	1,35	1,30	1,70	2,00	1,50
10	2,60	1,35	1,35	1,50	1,40	1,35	1,35	1,35	1,30	1,60	2,70	1,40
11	1,90	1,35	1,35	1,50	1,40	1,35	1,35	1,35	1,30	1,80	2,30	1,30
12	1,75	1,35	1,35	1,45	1,35	1,35	1,35	1,35	1,40	1,70	3,00	1,20
13	1,65	1,35	1,35	1,40	1,35	1,35	1,35	1,35	1,40	1,60	1,80	1,20
14	1,60	1,35	1,35	1,40	1,35	1,35	1,35	1,30	1,40	1,60	1,80	1,20
15	1,60	1,35	1,40	1,40	1,35	1,35	1,35	1,30	1,40	1,50	1,70	1,90
16	1,55	1,35	1,35	1,50	1,35	1,35	1,35	1,30	1,40	1,90	2,00	2,00
17	1,50	1,35	1,35	1,60	1,35	1,35	1,35	1,30	1,35	1,65	1,80	1,60
18	1,50	1,35	1,95	1,55	1,35	1,30	1,35	1,30	1,35	1,55	1,70	1,40
19	1,50	1,35	1,80	1,50	1,40	1,30	1.35	1,30	1,35	1,50	1,90	1,40
20	1,45	1,35	1,60	1.45	1,40	1,30	1,35	1,30	1,35	1,40	2,70	1,70
21	1,45	1,45	1,60	1,45	1,40	1,30	1,35	1,30	1,35	1,40	3,60	1,60
22	1,45	1,40	1,65	1,40	1,40	1,30	1,30	1,50	1,30	1,40	2,60	1,60
23	1,40	1,40	1,60	1,40	1,40	1,30	1,30	1,40	1,30	1,40	2,15	2,20
24	1,40	1,40	1,55	1,40	1,40	1,30	1,30	1,40	1.30	1,40	2,00	2,30
25	1,40	1,40	1,50	1,40	1,40	1,30	1,30	1,40	1,30	1,40	1,80	2,10
26	1,40	1,40	1,50	1,50	1,40	1,30	1,30	1,35	1,30	1,85	2,00	1,90
27	1,40	1,40	1,45	1,45	1,40	1,30	1,30	1,35	1,40	1,90	1,80	2,40
28	1,40	1,40	1,45	1,45	1,50	1,30	1,45	1,30	1,40	1,80	1,70	2,50
29	1,40		1,45	1,40	1,40	1,50	1,40	1,30	1,40	1,70	1,60	1,90
30	1.40		1,40	1,40	1,40	1,40	1,35	1,30	2,30	1,55	1,55	1,90
31	1,40		1,40		1,40		1,40	1,30		1,50		1,80
Sommata	49,95	38,40	45,05	43,20	42,80	40,15	42,25	42,00	41,50	50,75	61,00	51,95
Media	1,61	1,37	1,45	1,44	1,38	1,34	1,36	1,35	1,38	1,64	2,03	1,67
Massima	2,60	1,45	1,95	1,60	1,50	1,50	1,45	1,50	2,30	2,90	3,60	2,50
Minima	1,40	1,35	1,35	1,35	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,40	1,50	1,20
Differenza	1,20	0,10	0,60	0,25	0,15	0,20	0,15	0,20	1,00	1,50	2,10	1,30

Anno 1887.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	62,22	2,01	3,77	1,70	2,07
Febbraio	45,49	1,62	1,70	1,60	0,10
Marzo	57,26	1,85	2,88	1,60	1,28
Aprile	55,25	1,84	2,99	1,60	1,39
Maggio	51,68	1,67	3,30	1,47	1,83
Giugno	45,34	1,51	2,28	1,30	0,98
Luglio	40,85	1,32	2,27	1,06	1,21
Agosto	38,28	1,23	1,65	1,06	0,59
Settembre	35,77	1,19	2,43	1,05	1,38
Ottobre	55,05	1,77	3,32	1,40	1,92
Novembre	78,31	2,61	4,37	1,55	2,82
Dicembre	82,40	2,66	6,90	1,70	5,20
	647,90				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{647,90}{365} = 1,7750.$

Altezza massima dell' intero anno met. lin. 6,90 } differenza massima 5,85.
» minima » » 1,05 }

Anno 1887.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	230,10	7,42	11,45	6,49	4,96
Febbraio	174,83	6,24	6,42	6,12	0,30
Marzo	208,72	6,73	9,35	6,22	3,13
Aprile	195,44	6,51	7,75	6,12	1,63
Maggio	192,34	6,20	9,04	5,97	3,07
Giugno	179,08	5,97	6,60	5,74	0,86
Luglio	179,37	5,78	6,89	5,52	1,37
Agosto	174,44	5,63	6,07	5,50	0,57
Settembre	166,88	5,56	5,90	5,47	0,43
Ottobre	208,11	6,71	8,50	5,82	2,68
Novembre	251,76	8,39	10,86	6,32	4,54
Dicembre	269,95	8,71	13,51	6,81	6,70
	2431,02				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2431,02}{365} = 6,6603.$

Altezza massima dell' intero anno met. lin. 13,51 } differenza massima 8,04.
» minima » » 5,47 }

Anno 1887.

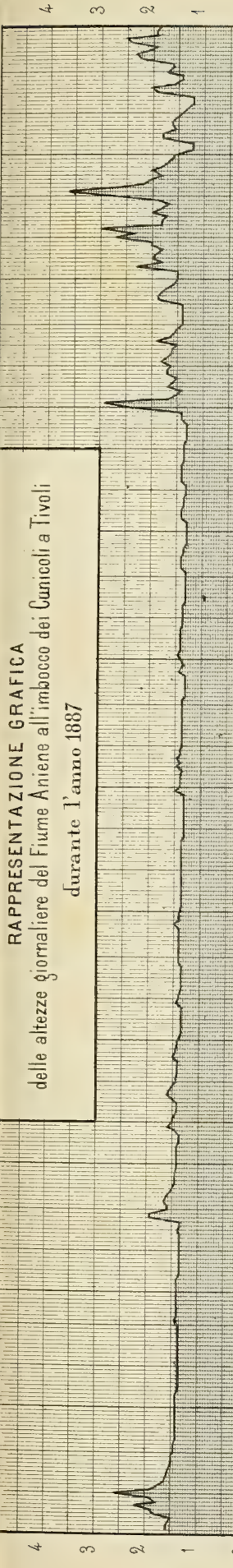
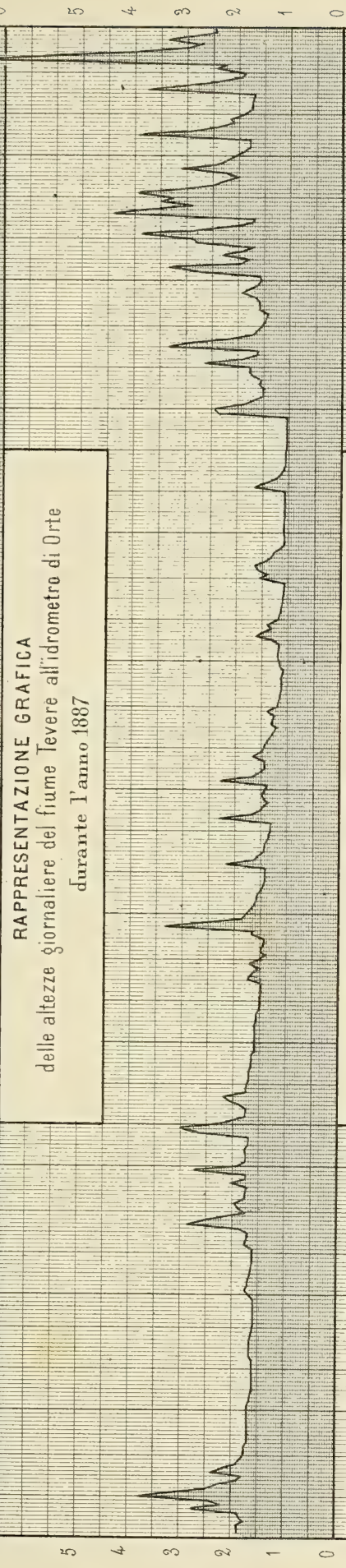
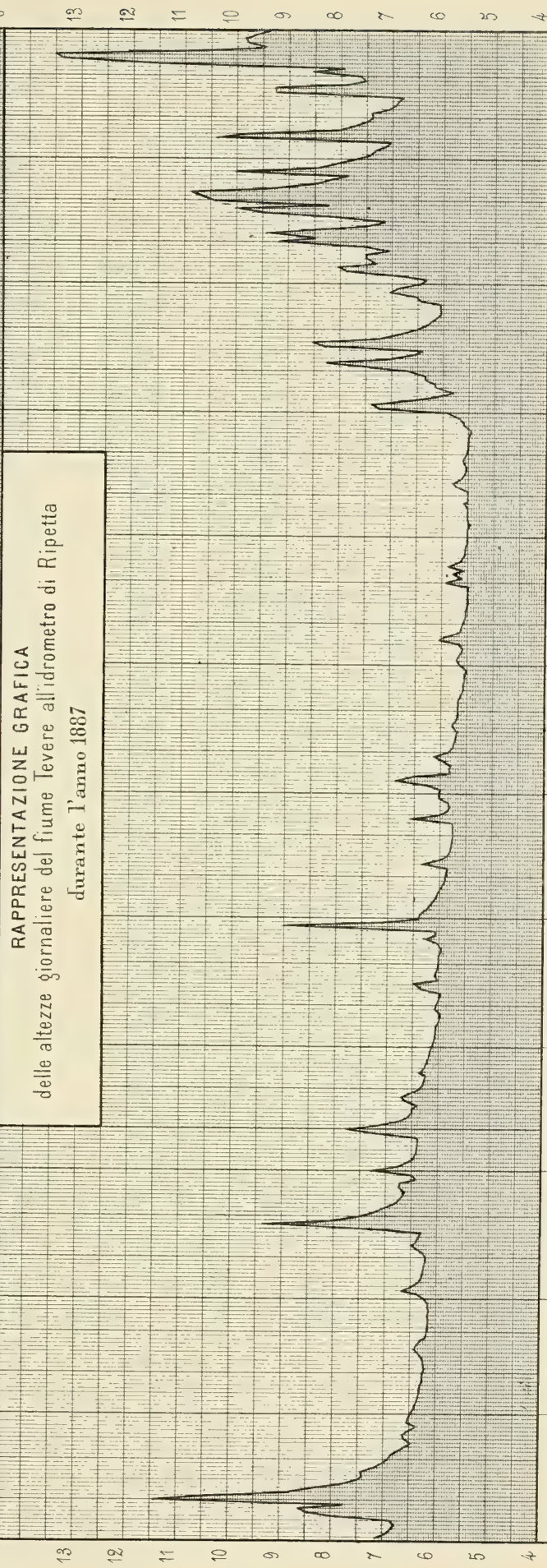
STASISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata	Media	Massima	Minima	
	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.
Gennaio.	49,95	1,61	2,60	1,40	1,20
Febbraio	38,40	1,37	1,45	1,35	0,10
Marzo	45,05	1,45	1,95	1,35	0,60
Aprile	43,20	1,44	1,60	1,35	0,25
Maggio	42,80	1,38	1,50	1,35	0,15
Giugno	40,15	1,34	1,50	1,30	0,20
Luglio	42,25	1,36	1,45	1,30	0,15
Agosto	42,00	1,35	1,50	1,30	0,20
Settembre	41,50	1,38	2,30	1,30	1,00
Ottobre	50,75	1,64	2,90	1,40	1,50
Novembre	61,00	2,03	3,60	1,50	2,10
Dicembre	51,95	1,67	2,50	1,20	1,30
	549,00				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{549,00}{365} = 1,5041$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 3,60 } differenza massima 2,40.
» minima » » 1,20 }

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Aniene all'imbocco dei Cunicoli a Tivoli
durante l'anno 1887
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del fiume Tevere all'idrometro di Orte
durante l'anno 1887
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del fiume Tevere all'idrometro di Ripetta
durante l'anno 1887
GENNAJO
FEBBRAJO
MARZO
APRILE
MAGGIO
GIUGNO
LUGLIO
AGOSTO
SETTEMBRE
OTTOBRE
NOVEMBRE
DECEMBRE
Lit. Martelli Roma

RELAZIONE

letta dal Socio T. Caruel, relatore, a nome anche del Socio G. Passerini nella seduta del 3 febbraio 1889 sulle Memorie del prof. Antonio Piccone, intitolate: *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani ». — Manipolo di alghe del Mar Rosso. — Alcune specie di alghe del Mar di Sargasso.*

« Le Memorie del prof. A. Piccone: *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani ». — Manipolo di alghe del Mar Rosso. — Alcune specie di alghe del Mar Sargasto*, soddisfanno a un debito contratto verso l'Accademia, giacchè il lavoro gli fu affidato dalla Commissione accademica incaricata di provvedere allo studio del materiale scientifico radunato dalle R. Navi nei loro viaggi.

« Comunque lavori descrittivi dell'indole di quelli sottoposti al nostro esame non possano essere pienamente giudicati che alla stregua dell'esperienza, pure, eseguiti da uno specialista così provetto com'è il prof. Piccone, che l'Accademia stessa ebbe già occasione di premiare per altri lavori algologici, non è a dubitarsi che non abbiano tutti i meriti dovuti alla piena cognizione della materia, allo spirito di critica accurata, e alle sane deduzioni, che contrassegnano le pubblicazioni dell'autore. Per cui i Commissarî reputano le Memorie degne di essere stampate negli Atti dell'Accademia ».

Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani ».

Memoria di ANTONIO PICCONE.

INTRODUZIONE

Addì 20 aprile del 1882 salpava da Napoli la R. piro-corvetta « Vettor Pisani » destinata a compiere un viaggio di circumnavigazione. La comandava il capitano di vascello Giuseppe Palumbo; facevano parte dell'ufficialità di bordo Gaetano Chierchia, Cesare Marcacci ed Ulrico Pescetto, in allora tenenti di vascello. Il primo tra essi, ossia il sig. Chierchia, aveva speciale missione dal Ministero della R. Marina di eseguire raccolte scientifiche; ed il come si preparasse e riuscisse a soddisfare l'incarico ricevuto, egli stesso racconta nel volume da lui pubblicato col titolo: *Collezioni per studî di scienze naturali fatte nel viaggio intorno al mondo dalla R. corvetta « Vettor Pisani »* (1). Tra le raccolte ch'egli fece una ve ne ha di alghe. Il secondo eseguì del pari, a seguito di speciale mia raccomandazione, una copiosa collezione algologica in molte località durante il viaggio visitate (2). Di essa generosamente fecemi regalo. Il terzo finalmente preparò anch'egli alcune specie di alghe; e ritornato in patria ne fece dono al Gabinetto di storia naturale del R. Liceo di Spezia.

La ricca raccolta regalatami dal Marcacci fu da me illustrata fin dal 1886 in una speciale Memoria (3) pubblicata a spese dei Ministeri della R. marina e dell'istruzione pubblica. Scopo del lavoro che or presento ai cultori dell'algologia è di illustrare le altre due collezioni. Quella pur copiosa fatta dal Chierchia fu a me affidata dalla Commissione nominata dalla Reale Accademia dei Lincei affinchè provvedesse agli studî del materiale scientifico radunato dalle regie navi durante i loro viaggi. Tale lusinghiero incarico lo debbo alla proposta fattane, per gentile benevolenza, dall'ottimo prof. Giovanni Passerini, che mi onora della sua amicizia, ed al quale sono lieto di poter qui pubblicamente tributare doverosi e sinceri ringraziamenti. L'altra fu dal prof. D. Carazzi, insegnante di storia naturale nel Liceo anzidetto, mandata in comunicazione all'egregio prof. O. Penzig il quale a me la consegnò (e ne lo ringrazio

(1) Estratto dalla Rivista marittima. Roma: settembre, ottobre e novembre 1885.

(2) La mia raccomandazione era giustificata dal fatto che l'egregio amico avea già eseguite belle raccolte algologiche in Assab ed in Sardegna. Ved. A. Piccone, *Contribuzioni all'algologia eritrea* (Nuovo Giorn. bot. ital. 1884) e *Nuovi materiali per l'algologia sarda* (l. c. 1884).

(3) A. Piccone, *Alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »*. Genova, 1886.

di cuore) perchè ne determinassi le specie che la compongono e me ne valessi per completare il prospetto dei risultati algologici ottenuti dagli ufficiali di cui sopra durante il viaggio di circumnavigazione colla « Vettor Pisani » compiuto.

Mentre la più modesta collezione del Pescetto constava di esemplari tutti preparati sulla carta, col solito metodo, ed in modo abbastanza lodevole, quella Chierchia componevasi invece di un certo numero di esemplari preparati e disseccati come quelli del Pescetto, ma di un numero ben maggiore conservati nell'alcool od in una soluzione satura di sal marino [1], e di altri infine fatti semplicemente essiccare senza alcuna preventiva preparazione. Ricevuta tale raccolta fu prima mia cura di eseguire la preparazione di tutto il materiale che, presentandosi in condizioni buone od almeno discrete, riusciva utilizzabile e di munire i singoli esemplari di cartellino affinchè non succedessero per mia colpa scambî e confusioni in ordine alle località ove essi erano stati raccolti.

Vediamo ora brevemente quali sono i pregi speciali delle due collezioni.

La minore, ossia quella dovuta al sig. Pescetto, componesi di 44 specie, prese in dieci località diverse, due delle quali (Churruca nella Terra del Fuoco e Caldera nel Chilì) non figurano tra quelle ove raccolsero il Chierchia ed il Marcacci. Delle anzidette specie 11 non trovansi in nessuna delle due altre collezioni, e sono:

Cladophora (*Spongomorpha*) *arcta*, Ktz. et var. *Pescettii*, Picc.
Phyllitis debilis, Ktz.
Desmarestia viridis, Lamour.
Porphyra leucosticta, Thur.
Callithamnion subsecundum, Grun.
Nitophyllum Crozieri, Hook. et Harv.
Delesseria Davisii, Hook. et Harv.
" *quercifolia*, Bory.
Chondria flagellaris, Harv.
Polysiphonia urceolata, Grev.
" *tenuistriata*, Hook. et Harv.

Tra le 33 che rimangono, e che figurano tra i materiali riportati dal Chierchia o dal Marcacci, alcune furono raccolte in località differenti.

La maggiore, ovvero quella formata dal sig. Chierchia, è costituita da 148 specie prese in 26 punti diversi. Fra questi sonvene 10 ove non fecero alcuna raccolta nè il Marcacci nè il Pescetto e cinque dei medesimi sono tratti di mare nei quali egli incontrò, durante la navigazione, alghe galleggianti ed ebbe mezzo di pescarle. Tali punti sono l'isola dei Ratti nella rada di Montevideo, due punti nell'Atlantico durante la traversata fra Montevideo e lo Stretto di Magellano, canali di Patagonia, Porto Huite nell'isola Chiloè, l'isola Floriana nell'arcipelago delle Galapagos, un punto del mar della China, Amoy, un punto del mare presso Singapore ed altro punto nella traversata fra Ceylan ed Aden. Fra le anzidette 148 specie (oltre sei varietà

[1] Le alghe conservate nell'alcool possono essere (rimettendole in acqua) bene preparate, ma perdono la loro colorazione. Risultati migliori si ottengono colla soluzione satura di sal marino, giacchè non si scolorano ed in genere conservano la loro fronda con la consistenza primitiva.

di altre già riportate dal Marcacci) sonvene ben 58 che mancano nelle altre raccolte, come a suo luogo fu notato, e fra queste credo meritino speciale menzione la *Laminaria brevipes* di Gibilterra; *Adenocystis Lessonii*, *Callithamnion flaccidum* e *Plocamium secundatum* dello Stretto di Magellano; la *Durvillaea utilis* del Chilì; *Rhodymenia Peruviana* del Perù; *Ectocarpus amicorum* e *Chnoospora pannosa* delle isole Hawaii; *Myagropsis Thunbergii* di Amoy; la nuova varietà *Chierchii* del *Sargassum oocyste* raccolto natante presso Singapore e la *Polysiphonia ferulacea* di Ceylan. Sonvene, in ultimo, alcune che il Chierchia ebbe la ventura di riportare da siti diversi da quelli ove il Marcacci avea presi i suoi materiali.

Facendo ora un po' di riassunto dei risultati algologici (1) ottenuti durante il viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani » dai tre distinti ufficiali più volte menzionati rileviamo che furono in totale raccolte 285 specie (2) e 24 varietà in 36 località differenti: che tra queste alghe sonvi alcuni tipi nuovi, o forme non peranco descritte: che le specie raccolte in varî punti con la draga tornano tutte utili per lo studio della loro distribuzione batimetrica: che quelle prese galleggianti a diverse latitudini aumentano il numero degli esempî che possono avvalorare la tesi con la quale si sostiene che la disseminazione delle alghe abbia luogo anche per mezzo di esemplari fruttiferi o loro frammenti trasportati dalle correnti marine (3): che questi risultati hanno perciò un indiscutibile e rilevante interesse scientifico.

Porrò termine a questa introduzione encomiando vivamente e sinceramente ringraziando, in nome mio e degli studiosi della flora marina, i raccoglitori sullodati; esternando la mia gratitudine agli amici, e particolarmente al sig. Alberto Grunow, che mi coadiuvarono nel superare le non poche difficoltà che incontrai nell'adempimento dell'incarico ricevuto; e rinnovando voti ardentissimi perchè altri valenti ufficiali della nostra marina da guerra continuino le belle tradizioni col fare nuove raccolte ed osservazioni scientifiche durante i viaggi delle navi sulle quali trovansi imbarcati, perchè contribuiranno in tal modo ad accrescere in patria ed all'estero il prestigio e la fama di cui meritamente gode la marina italiana.

Genova, 15 dicembre 1888.

(1) Tra i materiali ricevuti e formanti la collezione Chierchia trovai un fungo raccolto a Porto Lagunas (Chonos) che fu dall'egregio prof. Passerini determinato per *Polyporus australis*, Fries, nonchè parecchi esemplari di *Halophila ovalis*, Hook., della famiglia dalle Najadee, dragati in m. 40 al Brasile presso le isolette Abrolhos.

(2) La sola collezione Marcacci ammonta a 219 specie.

(3) A. Piccone, *Prime linee per una geografia algologica marina*, p. 43.

ALGAE (1).

Diatomaceae.

MELOSIREAE.

MELOSIRA, Ag.

1.* Melosira nummuloides (Dillw.).

Conferva nummuloides, Dillw. *Conf.* p. 43, tab. 13.
Melosira nummuloides, Ag. *Syst. alg.* p. 8.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 27.

Uruguay, nell'Isola dei Ratti, nella rada di Montevideo: settembre e ottobre.

Su di una *Cladophora*, assieme ad *Achnanthes subsessilis* e *Synedra tabulata*. Gli esemplari colti in ottobre appartengono alla collezione Pescetto.

ACHNANTHEAE.

ACHNANTHES, Bory.

2.* Achnanthes subsessilis, Ktz.

Achnanthes subsessilis, Ktz. *Alg. Dec.* n. 42.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 55.

Uruguay, nell'Isola dei Ratti, nella rada di Montevideo: settembre e ottobre.

Sopra una specie di *Cladophora* in società della specie che precede e della *Synedra tabulata*. Anche per questa gli esemplari raccolti nell'ottobre trovansi nella collezione Pescetto.

CYMBOSIRA, Ktz.

3. Cymbosira seriata (Ag.).

Achnanthes seriata, Ag. *Consp. Diat.* p. 60.
Cymbosira Agardhii, Ktz. *Bacill.* p. 77, tab. 20, fig. III.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 57.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 113.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Tra i cespuglietti della *Leibleinia cespitula*.

FRAGILARIEAE.

GRAMMONEMA, Ag.

4. Grammonema striatulum (Jurg.).

Conferva striatula, Jurg. *Dec.* 19, n. 6.
Grammonema Jurgensii, Ag. *Consp. Diat.* p. 63.

(1) Sono distinte con asterisco le specie esistenti nella già illustrata collezione del Marcacci. Se l'asterisco è semplice furono raccolte in località diversa; se doppio in località uguale.

Grammatonema striatulum, Ktz. *Spec. alg.* p. 187.

Grammonema Jurgensii, Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 124.

In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano: ottobre. Stretto di Magellano: novembre.

Della prima località esiste anche nella collezione Pescetto. Fu colto epifitico sull'*Ectocarpus confervoides* e su una specie di *Cladophora* che erano a loro volta epifitici su d'una *Macrocystis* natante. Della seconda località sonvene esemplari sulla fronda di diverse alghe maggiori, ossia di *Monostroma Grevillei* ed *Ectocarpus* sp. impiantato su di una *Macrocystis* colta del pari natante.

SYNEDRA, Ehrh.

5. Synedra fasciculata, Ktz.
var. subarcuata, Grun.

Synedra fasciculata var. subarcuata, Grun. herb.

« *Frustulis saepe leviter arcuatis, linea media parum latior, cum 12 striis in 0,01 mm. Longit. 0,025—0,06 mm.* ».

Stretto di Magellano: novembre.

Sulla *Pilayella littoralis.*

6. Synedra investiens, Sm.

Synedra investiens, Sm. *Diat.* II, p. 98.

" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 135.

In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano: ottobre.

Trovasi in discreta copia su esemplarucci di un *Ectocarpus* indeterminabile che erano epifitici di pezzi di *Macrocystis* natanti.

7. Synedra tabulata (Ag.).

Diatoma tabulatum, Ag. *Consp. Diat.* p. 50.

Synedra tabulata, Ktz. *Bacill.* tab. 15, fig. X.

" " Ktz. *Spec. alg.* p. 47.

" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 137.

Uruguay, nell'Isola dei Ratti nella rada di Montevideo: settembre e ottobre.

Epifitica su di una *Cladophora* in società di *Melosira nummuloides* ed *Achnanthes subsessilis.* Gli esemplari dell'ottobre sono della collezione Pescetto.

8. Synedra affinis, Ktz.

Synedra affinis, Ktz. *Bacill.* tab. 15, fig. VI et IX; tab. 24, fig. I, 5.

" " Ktz. *Spec. alg.* p. 47.

" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 138.

Perù, costa di Payta: dicembre.

Sulla *Bryopsis plumosa* assieme a *Schizonema humile, Grammatophora oceanica* e *Gr. angulosa.*

9. **Synedra laevigata**, Grun.

Synedra laevigata, Grun. *Micr. Journ.* 1877, tab. 193, fig. 3.
Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.
Sopra l'*Ectocarpus amicorum*.

NAVICULACEAE.

Schizonema, Ag.

10. **Schizonema humile**, Ktz.

Schizonema humile, Ktz. *Bacill.* p. 111, tab. 23, fig. VII, 1-3.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 276.

Perù, costa di Payta: dicembre.

Sulla *Bryopsis plumosa* in società con *Synedra affinis*, *Grammatophora oceanica* e *Gr. angulosa.*

TABELLARIEAE.

Grammatophora, Ehrb.

11.* **Grammatophora oceanica**, Ehrb.

Grammatophora oceanica, Ehrb. *Microgeol.* tab. 19, fig. 36, *a*; tab. 18, fig. 87 et tab. 39, fig. 72.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 303.

Perù, costa di Payta: dicembre.

In società di *Synedra affinis*, *Schizonema humile* e della specie che segue: tutte epifite sulla *Bryopsis plumosa.*

Questa diatomea è alquanto variabile e quella di cui or qui trattasi è di forma leggermente diversa dalla tipica.

12. **Grammatophora angulosa**, Ehrb.

Grammatophora angulosa, Ehrb. *Leb. Kreideth.* 1840, p. 73, n. 44.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 120.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 304.

Perù, costa di Payta: dicembre.

Sulla *Bryopsis plumosa* mista a *Synedra affinis* ed alle due specie or ora enumerate.

Phycochromophyceae.

OSCILLARIEAE.

Leibleinia, Endl.

13. **Leibleinia cespitula** (Harv.).

Calothrix cespitula, Harv. *Man. of Brit. alg.* p. 159.
Leibleinia cespitula, Ktz. *Spec. alg.* p. 278.
" " Ktz. *Tab. phyc.* I, tab. 85, fig. II.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Parecchi esemplari tra i quali ritrovasi *Cymbosira seriata.*

Trichodesmium, Ehrb.

14. **Trichodesmium Hindsii**, Mont.

Trichodesmium Hindsii, Mont. *Sur la color. des eaux de la mer rouge*, Ann. sc. nat. 1844, tab. 10, fig. d.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 287.

Oceano Indiano, in navigazione tra Colombo ed Aden: febbraio.

I saggi di quest'alga (conosciuta in marina sotto il nome di *saw-dust* e che comprende anche gli altri *Trichodesmium*) vennero conservati nell' alcool: ciò malgrado non pochi esemplari sono in parte decomposti, ma probabilmente vennero colti in tale condizione. Essi sono quasi completamente scolorati.

Chlorosporaceae.

ULVACEAE.

Monostroma, Thur.

15. **Monostroma Grevillei** (Thur.).

Ulva Lactuca, Ktz. *Spec. alg.* p. 474.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 12.
Enteromorpha Grevillei, Thur. *Not. sur Syn. Ulv.* p. 25.
Monostroma Grevillei, Wittr. *Monostr.* p. 57, taf. 4, fig. 14.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 101.

Stretto di Magellano: novembre.

Un solo esemplare molto sviluppato, alto più di 20 cm. ed avente alcuni tratti del margine della fronda infestati dal *Grammonema striatulum*.

Enteromorpha, Link.

16.* **Enteromorpha compressa** (L.).

Ulva compressa, L. *Flor. Suec.* p. 433.
Enteromorpha compressa, Grev. *Alg. Brit.* p. 180.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 480.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 38, fig. I.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 137.

Uruguay, Isola dei Ratti nella rada di Montevideo: settembre. Perù, costa di Payta: dicembre. Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

È specie notoriamente polimorfa. Dei nostri esemplari quelli che più avvicinansi alla forma tipica sono delle isole Hawaii. Quelli del Perù (stati conservati in acqua satura di sal marino ed in parte guasti) hanno colore quasi olivaceo, ed è con dubbio che sono da me riferiti a questa specie. Finalmente tra quelli raccolti presso Montevideo, e dei quali ne esistono anche nella collezione Pescetto, sonvene alcuni con la fronda lineare ed altri che la posseggono lineare-cuneata alla base e quasi clavata nella parte superiore.

Ulva, L.

17. **Ulva rigida** (Ag.).

* var. **rigida**, J. Ag.

Ulva rigida, Ag. *Spec. alg.* p. 410.
Phycoseris rigida, Ktz. *Spec. alg.* p. 477.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 23, fig. II.
Ulva rigida *α* rigida, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 168.

Amoy, costa della China: ottobre.

Epifita sulla *Prionitis pectinata* var. *subsecunda.*

var. **laciniata** (Wulf.).

Ulva laciniata, Wulf. *Crypt. aquat.* n. 5, p. 3.
Phycoseris australis, Ktz. *Spec. alg.* p. 477.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 24, fig. II.
Ulva rigida *ε* laciniata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 169.

Stretto di Magellano: novembre.

La determinazione è alquanto dubbia perchè non esistono nella collezione che un esemplare e pochi frammenti mal conservati. Recano epifitico *Myrionema vulgare* var. *maculaeformis.*

18.** **Ulva fasciata**, Delile.

Ulva fasciata, Delile *Egypt.* p. 153, tab. 58, fig. 5.
" " Mont. *Flor. d'Algér.* p. 151, tab. 14.
Phycoseris fasciata, Ktz. *Spec. alg.* p. 477.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 28.
Ulva fasciata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 173.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno. Perù, costa di Payta: luglio.

L'unico esemplare della prima località, alto non meno di 64 cm., ha la fronda più consistente e di colore meno cupo dell' altro colto al Perù e che è lungo più di 70 cm.

CONFERVACEAE.

Chaetomorpha, Ktz.

19.* **Chaetomorpha Dubyana**, Ktz.

Chaetomorpha Dubyana, Ktz. *Spec. alg.* p. 378.
" " Ktz. *Tab. phyc.* III, tab. 55, fig. III.

Brasile, a Pernambuco: luglio. A Rio Janeiro: agosto.

Non pochi degli esemplari della prima località recano epifita la *Chantransia secundata*: quelli della seconda appartengono alla collezione Pescetto.

Cladophora, Ktz.

A. **Cladophora**, Ktz.

20. **Cladophora** . . . .

Uruguay, Isola dei Ratti nella rada di Montevideo: settembre ed ottobre.

Tutti gli esemplari sono, qual più qual meno, infestati da *Melosira nummuloides*, *Achnanthes subsessilis* e *Synedra tabulata*. Quelli raccolti in ottobre fanno parte della collezione Pescetto.

21. **Cladophora** . . . .

In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano: ottobre.

È impossibile, attesa la meschinità degli esemplari, determinare a quale specie debbano riferirsi. Erano impiantati su pezzi natanti di *Macrocystis* e su di essi trovasi *Grammonema striatulum*. Anch' essa esiste nella collezione Pescetto.

22. **Cladophora** . . . .

Stretto di Magellano, dragata in m. 30: novembre.

Pochi frammenti indeterminabili, misti ad altri di alghe diverse.

B. **Spongomorpha**, Ktz.

23. **Cladophora** (Spongomorpha) **arcta** (Dillw.).

Conferva arcta, Dillw. *Brit. Conf. suppl.* p. 67.
Cladophora (Spongomorpha) arcta, Ktz. *Spec. alg.* p. 417.
Spongomorpha arcta, Ktz. *Tab. phyc.* IV, tab. 74.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: novembre.

L'unico esemplare appartiene alla collezione Pescetto e rappresenta una forma di questa specie che, a giudicarne dai materiali essiccati che possiedo nell'erbario, parmi molto variabile.

var. **Pescettii**, Picc. herb.

Differt a forma typica colore viridi-flavo, ramis fasciculato contortis apice mucosis, trichomatibus tenuioribus.

Terra del Fuoco, a Churruca: novembre.

Anche di questa nuova varietà non ne esiste che un esemplare nella collezione Pescetto.

24.** **Cladophora** (Spongomorpha) **Hookeriana**, Ktz.

Cladophora (Spongomorpha) Hookeriana, Ktz. *Spec. alg.* p. 418.
Spongomorpha Hookeriana, Ktz. *Tab. phyc.* IV, tab. 77, fig. I.

Stretto di Magellano, dragando in m. 30: novembre.

I pochi esemplari rinvenuti tra il materiale della dragata riescono interessanti perchè attestano che questa specie può vivere ad una discreta profondità.

SIPHONEAE.

Bryopsis, Lamour.

25. **Bryopsis plumosa** (Huds.).

Ulva plumosa, Huds. *Flor. angl.* p. 571.
Bryopsis plumosa, Ag. *Spec. alg.* p. 448.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 493.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 83, fig. II.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VIII, p. 24.

Perù, costa di Payta: luglio e dicembre.

Gli esemplari raccolti nel dicembre sono poco sviluppati ed è sopra di essi che ritrovai *Synedra affinis, Schizonema humile, Grammatophora oceanica* e *Gr. angulosa.*

26.** **Bryopsis Leprieurii,** Ktz.

Bryopsis Leprieurii, Ktz. *Spec. alg.* p. 490.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 75, fig. II.

Perù, costa del Callao: novembre.

Parecchi esemplari in diverso grado di sviluppo: i maggiori sono alti quasi 18 cm. È al certo specie di autonomia controversa. Trovasi anche nella collezione Pescetto.

Derbesia, Solier.

27. **Derbesia Lamourouxii** (J. Ag.).

Bryopsis Balbisiana, Lamour. *Ess.* p. 66, tab. 7, fig. 2.
" " var. Lamourouxii, J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 18.
Derbesia Lamourouxii, Sol. *Sur deux alg. zoosp.* in Ann. sc. nat. 1847, p. 162, pl. 9.
Bryopsis Balbisiana, Ktz. *Spec. alg.* p. 490.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 74.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VIII, p. 21.

Perù. Ancon: aprile. Costa di Payta: dicembre.

Bene sviluppati sono gli esemplari della prima località e di essi ne esiste uno anche nella collezione Pescetto.

È questa del pari una specie che si presenta sotto molteplici forme dipendenti dal diverso grado di sviluppo e dalle differenti condizioni in cui ebbero a vegetare. Ciò spiega l'intricata sua sinonimia che non è qui il luogo di riportare per intero e di discutere. Tutte queste forme però vanno riferite alla specie che il Lamouroux per il primo descrisse sotto il nome di *Bryopsis Balbisiana,* per cui, accettando il genere *Derbesia* per il carattere distintivo degli zoosporangi laterali, bisognerebbe per legge di priorità conservare alla specie medesima il nome primitivamente impostole e chiamarla quindi *Derbesia Balbisiana.*

HALIMEDA, Lamour.

28. Halimeda Opuntia (L.).

Corallina Opuntia, L. *Syst. nat.* (ed. 12ª) p. 1304.
Halimeda Opuntia, Lamour. *Hist. des pol. flex.* p. 308, tab. 11, fig. 8 *a-b*.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 504.
" " } Ktz. *Tab. phyc.* VII, tab. 21, fig. I, II.
" multicaulis }
" Opuntia, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VIII, p. 83.

Brasile. Isole Abrolhos, dragata in m. 40: agosto.

Numerosi sono gli esemplari rinvenuti tra il materiale dragato. Alcuni hanno la loro fronda molto sviluppata ed alta quasi 20 cm. Ma ciò che più importa di segnalare si è che gli articoli della fronda medesima non sono decisamente reniformi, ma piuttosto cuneati verso la base. Credo possa questa differenza attribuirsi alle condizioni inerenti alla profondità di 40 metri ove ebbero gli esemplari a svilupparsi. Caso analogo ebbi a riscontrare per la *Halimeda tuna* raccolta a profondità anche maggiori nel Mediterraneo dal cap. D'Albertis e dal Marcacci [1].

CAULERPA, Lamour.

29. Caulerpa prolifera (Forsk.).

Fucus prolifer, Forsk. *Flor. Aegypt.-Arab.* p. 193.
Caulerpa prolifera, Lamour. *Journ. Bot.* 1809, p. 30.
Phyllerpa prolifera, Ktz. *Spec. alg.* p. 494.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VII, tab. 3.
Caulerpa prolifera, J. Ag. *Till Algern. Syst.* I, p. 11.

Brasile. Isole Abrolhos, dragata in m. 40: agosto.

Un solo esemplaruccio nel quale non havvi che un'unica fronda fogliacea. È per altro interessante perchè prova che questa specie cresce anche sulle coste brasiliane e perchè conferma che essa vive a discreta profondità. L'Ardissone (*Phyc. medit.* II, p. 167) accennando opportunamente alla sua distribuzione batimetrica dice che vive nella prima zona di profondità, ossia fino a cinque metri. L'esemplare di cui ora trattasi fu invece dragato a m. 40. Ma che questa bell'alga viva a tale profondità ed anche maggiore lo provano gli esemplari dragati dal D'Albertis in m. 50 cinque miglia a nord di Tripoli e dal Marcacci in m. 40 nella Sardegna a Porto Camicia, dei quali feci parola in due miei lavoretti [2] pubblicati rispettivamente nel 1883 e 1884, i quali forse al prof. Ardissone rimasero sconosciuti.

[1] A. Piccone, *Risultati algologici delle crociere del « Violante »*, p. 12. — Id. *Nuovi materiali per l'algologia sarda*, n. 17.

[2] A. Piccone, *Risultati algologici delle crociere del « Violante »*, p. 10. — Id. *Nuovi materiali per l'algologia sarda*, n. 13.

30.** **Caulerpa Chemnitzia** (Esp.).

Fucus Chemnitzia, Esp. *Icon. fuc.* p. 127.
Caulerpa Chemnitzia, Lamour. *Journ. Bot.* 1809, p. 144.
Chauvinia Chemnitzia, Ktz. *Spec. alg.* p. 499.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VII, tab. 16, fig. I.
Caulerpa Chemnitzia, J. Ag. *Till Algern. Syst.* I, p. 37.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Discreto è il numero degli esemplari ed alcuni sono bene sviluppati. Essi, secondo la memoria del celebre G. Agardh or ora citata, apparterebbero alla forma *β occidentalis*.

Dictyosphaeria, Decne.

31.** **Dictyosphaeria favulosa** (Ag.).

Valonia favulosa, Ag. *Spec. alg.* I, p. 432.
Dictyosphaeria favulosa, Decne. *Ann. Sc. nat.* XVII, p. 328.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 512.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VII, tab. 25, fig. I.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VIII, p. 118.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Pochi esemplari frammisti ad altre alghe raccolte sui banchi di corallo.

Fucoideae.

ECTOCARPEAE.

Ectocarpus, Lyngb.

32. **Ectocarpus confervoides** (Roth).

Ceramium confervoides, Roth *Catal. Bot.* I, p. 151, tab. 8, fig. 3.
Ectocarpus siliculosus, Lyngb. *Hydr. Dan.* p. 131, tab. 43.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 22.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 451.
" confervoides, Le Jol. *List. des alg. mar. de Cherb.* p. 75.

In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano: ottobre.

Gli esemplari di questa specie erano epifitici su pezzi di una *Macrocystis* raccolti natanti, e su di essi trovasi *Grammonema striatulum*. Anche per lo stato men buono in cui giunsero è impossibile determinare con certezza a quale varietà di questa specie assai polimorfa possano appartenere.

33. **Ectocarpus amicorum,** Harv.

Ectocarpus amicorum, Harv. *Friend. Isl. Alg.* n. 8.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Un solo cespuglietto tra il quale abbonda *Synedra laevigata*.

34. **Ectocarpus** . . . .

In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano: ottobre.

Piccoli cespuglietti di questa specie, i di cui esemplari più alti non giungono all'altezza di 2 cm., erano epifitici su pezzi natanti di *Macrocystis* e trovansi in parte coperti dalla *Synedra investiens.*

PILAYELLA, Bory.

35. **Pilayella littoralis** (L.).

Conferva littoralis, L. *Spec. plant.* p. 1125.
Ectocarpus littoralis, Lyngb. *Hydr. Dan.* p. 130.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 18.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 458.
Pilayella littoralis, Kjellm. *Ectoc.* p. 99.

Stretto di Magellano: novembre.

Un solo e piccolo esemplare sul quale ritrovasi la *Synedra fasciculata* var. *subarcuata.*

SPHACELARIEAE.

SPHACELARIA, Lyngb.

36.* **Sphacelaria rigida**, Hering.

Sphacelaria rigida, Hering *Regensb. Flor.* 1846, p. 313.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 465.
" " Ktz. *Tab. phyc.* V, tab. 90, fig. I.

In navigazione presso Singapore: febbraio.

Trovasi epifitica sul *Sargassum oocyste* var. *Chierchii* raccolto natante. La riferisco a questa specie perchè dall'esame microscopico mi apparve uguale alla citata figura del Kützing.

CHORDARIEAE.

MYRIONEMA, Grev.

37.* **Myrionema vulgare**, Thur.

var. **maculaeformis** (Ktz.).

Asterotrichia ulvicola, Zanard. *Sagg. classif. fic.* p. 63.
Myrionema maculiforme, Ktz. *Spec. alg.* p. 540.
" » Ktz. *Tab. phyc.* VII, tab. 93, fig. II.
Myrionema vulgare var. maculaeformis, Thur. in Le Jol. *List. des alg. mar. de Cherb.* p. 82.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* IV, p. 53.

Stretto di Magellano: novembre.

Sopra l'*Ulva rigida* var. *laciniata.*

MESOGLOIA, Ag.

38. **Mesogloia vermiculata** (Engl. Bot.).

Rivularia vermiculata, *Engl. Bot.* tab. 1818.
Mesogloia vermicularis, Ag. *Syn. alg. Scand.* p. 126.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 58.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 545.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 6.
" vermiculata, Le Jol. *Alg. mar. Cherb.* p. 87.
" vermicularis, J. Ag. *Till Algern. Syst.* IV, p. 29.

Stretto di Magellano, dragata in m. 30: novembre.

Era conservata nell'acqua satura di salmarino, ma non riuscii a prepararne che pochi esemplari ed in così cattivo stato da rendere dubbiosa assai la fattane determinazione.

DICTYOTEAE.

SPATOGLOSSUM, Ktz.

39.* **Spatoglossum Schroederi** (Mert.).

Ulva Schroederi, Mert. mss.
Dictyota Schroederi, Grev.
Taonia? Schroederi, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 102.
Dictyota Schroederi, Ktz. *Spec. alg.* p. 556.
Spatoglossum Schroederi, Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 51, fig. I.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* V, p. 113.

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo. Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Della prima località non havvene che un esemplare incompleto e lo riferisco a questa specie con un po' di riserva. Ho creduto utile ad ogni modo di segnalarlo perchè rappresenterebbe una specie non raccolta alle Galapagos dal Marcacci.

STOECHOSPERMUM, Ktz.

40.** **Stoechospermum marginatum** (Ag.).

Zonaria marginata, Ag. *Syst. alg.* p. 266.
" patens, Hering *Un. itin.* n. 473.
Stoechospermum marginatum, Ktz. *Phyc. gen.* p. 339.
" patens } J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 99.
" marginatum }
Stoechospermum marginatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 560.
" patens } Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 40.
" marginatum }

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Bello esemplare, alto quasi 20 cm., ricco di frutti e con la fronda ricoperta in parte da zoofiti.

Questa specie era per l'addietro considerata come propria del Mar Rosso. Non posso accertarmi se altri prima del Marcacci e del Chierchia la scoprissero nell'Oceano Indiano. Costituisce però un buon esempio da aggiungere a tanti altri che provano esistere intimi rapporti tra le florule algologiche del Mar Rosso e dell'Oceano Indiano (1).

ZONARIA, Ag.

41.** Zonaria lobata, Ag.

Zonaria lobata, Ag. *Syst. alg.* p. 265.
" fuliginosa, Mart. *Bras.* p. 25.
" lobata, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 109.
Stypopodium fuliginosum, Ktz. *Spec. alg.* p. 563.
" lobatum } Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 63 et 62.
" fuliginosum }
Zonaria lobata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* II, p. 46.

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Due soli individui, ma bene sviluppati.

42.** Zonaria variegata (Lamour.).

Dictyota variegata, Lamour. *Ess.* tab. II, fig. 7-9.
Zonaria variegata, Ag. *Spec. alg.* I, p. 127.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 108.
Stypopodium variegatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 560.
Zonaria variegata, Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 73, fig. II.
" " Mart. *Consp. alg. Bras.* p. 7.
Zonaria variegata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* II, p. 46.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

L'esemplare di questa collezione ha, al pari di quello del Marcacci, la fronda più divisa di quanto trovai in altri individui che ebbi occasione di esaminare e provenienti da località diverse.

PADINA, Adans.

43.** Padina Pavonia (L.).

Fucus Pavonius, L. *Spec. plant.* p. 1630.
Zonaria Pavonia, Ag. *Spec. alg.* I, p. 125.
Padina Pavonia, Gaill. *Rés. Thalass.* p. 24.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 113.
Zonaria Pavonia, Ktz. *Spec. alg.* p. 565.
" " Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 70.
Padina Pavonia, J. Ag. *Till Algern. Syst.* V, p. 119.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

(1) A. Piccone, *Contribuzioni all'algologia eritrea* (Nuov. Giorn. bot. ital. XVI, p. 284).

Ne ebbi parecchi esemplari che rappresentano la forma tipica più di quelli raccolti nella stessa località dal Marcacci e che ricordano la *Padina Commersonii* del Borÿ.

44.** **Padina Antillarum** (Ktz.).

Zonaria Antillarum, Ktz. *Tab. phyc.* IX, p. 29, tab. 72, fig. II.

Singapore: febbraio.

I caratteri presentati dai due esemplari che esistono in questa collezione mi confermano nell'idea che non possa sostenersi l'autonomia di questa specie. Essa viene riferita da G. Agardh (*Till Algern. Syst.* V, p. 119) alla specie che segue.

45.** **Padina Durvillaei** (Bory).

forma *obscura.*

Zonaria Durvillaei, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 147, tab. 21, fig. 1.
Padina Durvillaei, Harv. *Telf.* n. 7.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 113.
Zonaria Durvillaei, Ktz. *Spec. alg.* p. 565.
Padina Durvillaei, J. Ag. *Till Algern. Syst.* V, p. 119.

Brasile, a Rio Janeiro: agosto.

Due esemplari: il primo, molto giovane, ha la fronda solo incipientemente divisa. Entrambi sono di colore olivaceo-fosco assai intenso.

Halyseris, Targ.

46.** **Halyseris delicatula** (Lamour.).

Dictyopteris delicatula, Lamour. *Journ. philom.* 1809, n. 20, tab. 6, fig. B.
Halyseris delicatula, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 116.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 562.
" " Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 56, fig. II.
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 7.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Un esemplare e pochi frammenti impiantati su alghe maggiori. Nella collezione Pescetto trovasi epifita sulla *Gracilaria multipartita.*

SCYTOSIPHONEAE.

Phyllitis, Ktz.

47. **Phyllitis debilis** (Ag.).

Laminaria debilis, Ag. *Spec. alg.* I, p. 120.
" J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 130.
Phyllitis debilis, Ktz. *Spec. alg.* p. 567.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: novembre.

I pochi esemplari esaminati appartengono alla collezione Pescetto.

Parecchi autori, tra i quali Hauck (*Meeresalg.* p. 391), riguardano questa specie, e forse non a torto, come una semplice varietà della *Ph. Fascia.*

LAMINARIEAE.

Adenocystis, Hook. et Harv.

48. Adenocystis Lessonii (Bory).

Asperococcus Lessonii, Bory *Voyag. de la Coq.* tab. II, fig. 2.
Adenocystis Lessonii, Hook. et Harv. *Flor. Antarct.* I, p. 179.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 124.
Chorda Lessonii, Ktz. *Spec. alg.* p. 549.
Adenocystis Lessonii, Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 16.

Stretto di Magellano: novembre.

Alcuni degli esemplari furono dal sig. Chierchia preparati ed altri messi nella soluzione satura di sal marino ove si conservarono in ottimo stato. Il maggiore tra essi ha la fronda alta quasi 6 cm. e larga 27 mm.: il più piccolo misura mm. 9 in altezza e mm. 2 in larghezza. Mentre nella pluralità sono brevemente stipitati, uno è sorretto da uno stipite lungo circa 3 cm.

Laminaria, Lamour.

49. Laminaria brevipes, Ag.

Laminaria brevipes, Ag. *Spec. alg.* I, p. 116.
" reniformis } Mont. *Flor. d'Algér.* p. 22 et seg. tab. 8 et 9.
" elliptica }
" brevipes, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 133.
" " Ardiss. *Phycol. medit.* II, p. 143.

Gibilterra: maggio.

Un solo individuo, giovane ed alto circa 15 cm., la di cui fronda è tridigitata.

Durvillaea, Bory.

50. Durvillaea utilis, Bory.

Durvillaea utilis, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 65, tab. 1 et tab. 2, fig. 1.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 188.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 585.

Chilì, a Valparaiso: gennaio.

I diversi esemplari che ritrovai nella collezione erano in parte rotti e non mi riuscì di misurarne l'altezza. Alcuni posseggono quasi intero il loro robustissimo e compattissimo callo radicale di consistenza veramente legnosa: in uno è del diametro di 7 cm. circa.

Lessonia, Bory.

51. Lessonia nigrescens**, Bory.

Lessonia nigrescens, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 80, tab. 5.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 151.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 581.

Chilì, a Valparaiso: gennaio.

Due individui, il più piccolo de' quali era alto poco più di 4 decimetri, ma con la fronda così ricca da dover essere frazionato per averne esemplari tali da poterli collocare negli erbarî. Disgraziatamente in entrambi andò guasto il callo radicale all'atto della raccolta.

MACROCYSTIS, Ag.

52.** **Macrocystis planicaulis**, Ag.

Macrocystis planicaulis, Ag. *Rev. Algeng. Macroc.* p. 298, tab. XXVI, fig. 3; tab. XXVII, fig. 7; tab. XXVIII, fig. 8.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 155.
" pyrifera β planicaulis, Ktz. *Spec. alg.* p. 582.

Stretto di Magellano: novembre.

Di questa specie non havvene nella collezione che un esemplare formato dalla parte terminale, epperciò giovane, della fronda. La determinazione mi riuscì alquanto dubbiosa.

53.* **Macrocystis Humboldtii** (Bonpl.).

Fucus Humboldtii, Bonpl. in Humb. et Bonpl. *Plant. aequin.* II, p. 7, tab. 68, fig. 1.
Macrocystis Humboldtii, Ag. in Kunth *Syn.* I, p. 6.
" " Ag. *Rev. Algeng. Macroc.* n. 6, tab. XXVI, fig. 6.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 155.
" pyrifera var. Humboldtii, Ktz. *Spec. alg.* p. 583.

Perù, ad Ancon: aprile.

Riferisco a questa specie, ma con qualche dubbio, l'unico esemplare avuto e costituito dalla sola parte terminale della fronda, quindi giovane e senza vesciche.

54.** **Macrocystis luxurians** (Hook. et Harv.).

Macrocystis pyrifera var. luxurians, Hook. et Harv. *Flor. Antarct.* p. 155, tab. CLXIX et CLXX.
" luxurians, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 157.
" pyrifera var. luxurians, Ktz. *Spec. alg.* p. 583.

Stretto di Magellano, dragando in m. 30: novembre.

Due giovani esemplari la di cui fronda comincia appena a dividersi. Uno tra essi ha ancora i suoi fulcri radicali aderenti ad una conchiglia di un grosso lamellibranco.

SPOROCHNOIDEAE.

CHNOOSPORA, J. Ag.

55. **Chnoospora pannosa**, J. Ag.

Chnoospora pannosa, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 172.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 569.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

La trovai frammista in meschini esemplari ad altre specie raccolte sui banchi coralligeni.

DESMARESTIA, Lamour.

56. **Desmarestia viridis** (Müll.).

Fucus viridis, Müll. *Flor. Dan.* tab. 886.
Desmarestia viridis, Lamour. *Ess.* p. 25.
Dichloria viridis, Grev. *Alg. Brit.* p. 39.
» » J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 164.
Desmarestia viridis, Ktz. *Spec. alg.* p. 570.
» » Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 92.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

La ritrovai soltanto nella collezione Pescetto e rappresentata da due esemplari uno de' quali, di fronda più robusta, è di forma lievemente diversa dalla tipica.

FUCACEAE.

FUCODIUM, J. Ag.

57.* **Fucodium Galapagense,** Picc. et Grun.

Fucodium Galapagense, Picc. et Grun. in Picc. *Alghe « Vett. Pis. »* p. 40, tav. I, fig. 1 e tav. II, fig. 3.

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Gli esemplari riportati di questa specie interessantissima sono in diverso grado di sviluppo. Il loro esame, oltre al dimostrarli identici a quelli che il Marcacci raccolse all'isola Chatham dell'arcipelago istesso, ci conferma nell'idea che trattasi di specie ben distinta dal *Fucodium tuberculatus*. I più sviluppati misurano oltre a 22 cm. in altezza.

CYSTOSEIRA, Ag.

58.** **Cystoseira granulata** (Turn.).

Fucus granulatus, Turn. *Hist. fuc.* n. 251.
Cystoseira granulata, Ag. *Spec. alg.* I, p. 55.
» » J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 217.
Phyllacantha granulata, Ktz. *Spec. alg.* p. 596.
» » Ktz. *Tab. phyc.* X, tab. 20, fig. I.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno.

Un pezzo di grosso esemplare ed alto quasi 18 cm.

59.** **Cystoseira concatenata** (L.).

Fucus concatenatus, L. *Spec. plant.* II, p. 1628.
Cystoseira concatenata, Ag. *Spec. alg.* I, p. 57.
» » J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 218.
Phyllacantha concatenata, Ktz. *Spec. alg.* p. 596.
» » Ktz. *Tab. phyc.* X, tab. 29, fig. II.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno.

Anche di questa specie non ne esiste nella collezione che un pezzo di fronda alto circa 14 cm.

60.** **Cystoseira Sonderi** (Ktz.).

Treptacantha Sonderi, Ktz. *Tab. phyc.* X, p. 11, tab. 28, fig. III.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno.

Un solo individuo alto 17 cm. Anche qui osserverò che questa specie altro forse non è che una forma singolare e robusta della *C. Abies marina.*

Myagropsis, Ktz.

61. **Myagropsis Thunbergii** (Mert.).

Fucus Thunbergii, Mert. in Roth *Catal. Bot.* III, p. 104, tab. III, fig. *a-e.*
Cystoseira Thunbergii, Ag. *Spec. alg.* I, p. 81.
Cystophyllum Thunbergii, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 233.
Myagropsis Thunbergii, Ktz. *Spec. alg.* p. 635.

Amoy, costa della China: ottobre.

Discreto è il numero degli esemplari, ma sono quasi tutti poco sviluppati: i maggiori non giungono all'altezza di 20 cm.

Turbinaria, Lamour.

62.** **Turbinaria ornata** (Turn.).

Fucus turbinatus β ornatus, Turn. *Hist. fuc.* I, p. 50, tab. 24, fig. *c-h.*
Turbinaria ornata, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 266.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 621.
" " Ktz. *Tab. phyc.* X, tab. 66, fig. I.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Pochi frammenti misti ad altre alghe colte sui banchi coralligeni che formano il porto di Honolulu.

Sargassum, Ag.

63. **Sargassum serratifolium**, Ag.

Fucus serratifolius, Ag. *Dec.* n. 31.
Sargassum serratifolium, Ag. *Spec. alg.* I, p. 16.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 291.

Amoy, costa della China: ottobre.

Un solo e piccolo frammento avente sulla fronda dei zoofiti.

64.** **Sargassum polyphyllum**, J. Ag. var. **fissifolia**, Grun.

Sargassum polyphyllum var. fissifolia, Grun. in Picc. *Alghe « Vett. Pis. »* p. 44.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Tanto sui rami, quanto sulle foglie, trovavansi numerosi zoofiti. Havvi anche, su alcune foglie, la *Melobesia farinosa.*

65. **Sargassum oocyste**, J. Ag.

var. ? **Chierchii**, Grun.

« *S. ramis teretibus; foliis mediis lanceolatis, sparsim glandulosis, superioribus lineari-lanceolatis, biseriatim glandulosis, denticulatis vel subintegerrimis, supremis angustis integerrimis, omnibus acutis fuscis submembranaceis rigidulis; vesiculis obovatis muticis vel apiculatis, petiolo plerumque alato suffultis, juvenilibus hinc inde perminutis et longissime petiolatis; receptaculis?* . . . . »

« Folia 14-37 mm. longa, 1-5 mm. lata. Vesiculae 3-6 mm. longae, petioli 5-10 mm. longi ». Grun. mss.

Natante presso Singapore: febbraio.

Sui ramoscelli havvi epifitica la *Sphacelaria rigida,* e su alcune foglie esistonvi piccoli zoofiti. Egli è fruttifero e costituisce quindi un esempio a ricordarsi per lo studio della disseminazione delle alghe.

66. **Sargassum Ilicifolium** (Turn.).

var. **duplicata** (Bory).

Sargassum duplicatum, Bory *Voyag. de la Coq.* n. 27.
» Ilicifolium β duplicatum, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 318.
» duplicatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 618.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Nel cartellino che accompagnava questa specie è segnato che vegetava sugli scogli presso la costa.

67. **Sargassum marginatum** (Ag.).

forma *humilis.*

Sargassum Ilicifolium β marginatum, Ag. *Spec. alg.* I, p. 12.
» marginatum, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 324.
Carpacanthus Ilicifolius β marginatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 625.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Pochi esemplari misti a quelli della specie precedente.

68.** **Sargassum spinulosum**, Ktz.

var. **ciliata**, Grun.

Sargassum Liebmanni, Picc. *Alghe « Vett. Pis. »* p. 47 [1].

« *Ramis laevibus; foliis lineari-oblongis obtusis, undulatis, subruncinatis vel ciliato-dentatis, fuscis vel olivaceo-fuscis, membranaceis; vesiculis sphaericis muticis, breviter petiolatis; receptaculis androgynis longioribus vel brevioribus, plerumque eximie nodulosis, subpaniculatis, parce spinulosis, spinulis hinc inde longioribus* ». Grun. mss.

[1] Come avvertii nella prefazione alla Memoria or ora citata (p. 13) tutti i *Sargassum* recatimi dal Marcacci furono da me affidati all'egregio amico Alberto Grunow, che me ne avea fatta richiesta, essendo egli intento ad un lavoro monografico su tal genere di alghe. La specie che adesso enumero era stata dapprima da lui riferita al *Sargassum Liebmanni,* ma successivamente mi avvertì della correzione a farsi e della quale or quindi, cogliendo la favorevole occasione, dò notizia.

Brasile, natante presso le isole Abrolhos: luglio. A Pernambuco: luglio.

La fronda dei pezzi raccolti galleggianti è fruttifera, ma molto danneggiata. Belli, e con piccoli zoofiti sulle foglie, sono gli esemplari raccolti sul récife a Pernambuco, fra i quali trovasene uno appartenente alla collezione Pescetto.

L'amico Grunow mi partecipa che al Capo di Buona Speranza (??) la raccolse il sig. Wavra. È utile avvertire che i due punti d'interrogazione accompagnano l'informazione ricevuta.

69.** **Sargassum echinocarpum**, J. Ag.

Sargassum echinocarpum, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 273.
Carpacanthus echinocarpus, Ktz. *Spec. alg.* p. 627.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Alcune foglie del piccolo esemplare recano epifita la *Melobesia farinosa.*

70. **Sargassum Binderi**, Sond.
var. **Vitiensis**, Grun.

Sargassum echinocarpum var. Vitiense, Grun. *Alg. der Fidsch. Tong. und Sam. Ins.* p. 6.
" Binderi var. Vitiensis, Grun. herb.

Isole Filippine: settembre.

Non pochi zoofiti infestano particolarmente i rami dei due esemplari esistenti nella collezione.

71. **Sargassum heterocystum**, Mont.

Sargassum heterocystum, Mont. *Cent.* III, p. 20.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 345.
Carpacanthus heterocystus, Ktz. *Spec. alg.* p. 623.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 40, fig. II.

Mar della China: ottobre.

È un semplice pezzo, lungo poco più di un decimetro. Egli è fruttifero, ma quel che più importa notare per lo studio della disseminazione delle alghe si è che fu colto natante.

72. **Sargassum hemiphyllum** (Turn.).

Fucus hemiphyllus, Turn. *Hist. fuc.* III, p. 86, tab. 169.
Sargassum hemiphyllum, Ag. *Spec. alg.* I, p. 39.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 331.
Spongocarpus (?) hemiphyllus, Ktz. *Spec. alg.* p. 632.

Amoy, costa della China: ottobre.

Pochi individui e tutti molto giovani. Il più sviluppato è alto soltanto 4 cm.

73.* **Sargassum cymosum**, Ag.

Sargassum cymosum, Ag. *Spec. alg.* I, p. 20.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 341.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 614.

Sargassum cymosum, Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 27, fig. I.
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 8.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Esiste anche nella collezione Pescetto, ma in esemplari meschini.

Florideae.

PORPHYREAE.

PORPHYRA, Ag.

74.** Porphyra laciniata (Lightf.).

Ulva laciniata, Lightf. *Flor. Scot.* tab. 33.
Porphyra laciniata, Ag. *Syst. alg.* p. 190.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 692.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 82, fig. *c-e*.
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 10.
" umbilicalis β laciniata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 67.

Brasile, a Rio Janeiro: agosto.

75. Porphyra leucosticta, Thur.

Porphyra leucosticta, Thur. in Le Jol. *List. des alg. mar. de Cherb.* p. 100.
" " J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 64, tab. II, fig. 55-58.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Ne esiste un solo esemplare nella collezione Pescetto.

CERAMIEAE.

CALLITHAMNION, Lyngb.

76. Callithamnion flaccidum, Hook. et Harv.

Callithamnion flaccidum, Hook. et Harv. in Lond. Journ. IV, p. 273.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 648.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 31.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 86.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 20.

Stretto di Magellano: novembre.

È rappresentato da poche frondi che trovavansi sul *Nitophyllum lividum*.

77. Callithamnion? subsecundum, Grun.

« *Ramis nunc alternis nunc longa serie unilateralibus, erecto-patentibus, ramulis secondariis similiter dispositis; articulis inferioribus diametro 10-plo, superioribus 4-plo longioribus* ».

« Species peculiaris sed genus ob deserta fructificationis dubium: 4 cm. alta, 0,2-0,04 mm. crassa, dilute rosea ». Grun. mss.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: novembre.

Non esiste che nella collezione Pescetto.

BALLIA, Harv.

78.** **Ballia callitricha** (Ag.).

Sphacelaria callitricha, Ag. *Syst. alg.* p. 166.
Ballia callitricha, Mont. *Voyag. au Pole sud*, p. 34.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 663.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 75.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XII, tab. 37.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 57.

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: novembre.

L'esemplare della collezione Pescetto proviene da Punta Arenas. Alcuni frammenti li ritrovai tra i materiali dragati in m. 30. Finalmente osserverò che alcuni individui recano epifitica la *Rhodymenia corallina*.

CERAMIUM, Lyngb.

79. **Ceramium elegans**, Ducl.

Ceramium elegans, Ducl. *Ess.* p. 53.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 124.
Hormoceras polygonum, Ktz. *Tab. phyc.* XII, tab. 67, fig. *c-e*.
Ceramium elegans, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 97.

Uruguay, Isola dei Ratti nella rada di Montevideo: settembre.

80.* **Ceramium rubrum** (Huds.).
var. **involutum** (Ktz.).

Ceramium involutum, Ktz. *Spec. alg.* p. 686.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIII, tab. 6, fig. *a-b*.

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: novembre.

Nella collezione Pescetto non trovasene che un solo esemplare scolorato raccolto a Punta Arenas. Quelli della collezione Chierchia sono dragati in m. 30, ma trovansi in cattive condizioni per cui sono molto incerto nel riferirli a questa varietà.

CENTROCERAS, Ktz.

81. **Centroceras clavulatum** (Ag.).
** var. **micracanthum** (Ktz.).

Centroceras micracanthum, Ktz. *Spec. alg.* p. 688.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIII, tab. 18, fig. *a-d*.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Ne ritrovai parecchi cespuglietti anche nella collezione Pescetto.

** var. **inerme** (Ktz.).

Centroceras inerme, Ktz. *Spec. alg.* p. 688.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIII, tab. 17, fig. *c-g*.

Perù, costa di Ancon presso il Callao: aprile.

Un solo esemplare, ma molto sviluppato ed è infatti dell'altezza di 9 cm. circa.

Come già avvertii nella precedente Memoria intorno alle alghe della « Vettor Pisani », anch'io convengo col celebre G. Agardh essere questa specie assai polimorfa e doversi riferire ad un unico tipo tutte le varietà che il Kützing riguardò come specie distinte. Ad ogni modo credo torni utile sieno segnalate quelle che costituiscono, per così esprimermi, gli anelli di congiunzione tra il *Centroceras leptacanlhum*, al quale il Kützing riferisce il *Ceramium clavulatum* di Carlo Agardh, che ha la fronda con spinule piuttosto lunghe, segnatamente nella parte terminale e più giovane, ed il *Centroceras inerme* che di spinule è affatto destituito nella fronda bene sviluppata e che ne presenta soltanto delle piccolissime e quasi rudimentali alla sommità della fronda medesima.

CRYPTONEMIACEAE.

Schizymenia, J. Ag.

82. **Schizymenia Binderi**, J. Ag.

Iridaea Binderi, J. Ag. mss.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 727.
Schizymenia Binderi, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 174.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 124.

Chilì, a Valparaiso: gennaio.

L'unico esemplare esistente nella collezione parmi bene concordi con la diagnosi che di questa specie dà l'Agardh. Esso sorge da un largo callo radicale della larghezza di cm. 2 $^1/_2$ e misura in altezza cm. 25 circa.

Grateloupia, Ag.

83.** **Grateloupia prolongata**, J. Ag.

Grateloupia prolongata, J. Ag. *Alg. Liebm.* p. 10.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 730.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 181.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XVII, tab. 24, fig. *a-b*.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 154.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Due soli esemplari, ma molto più sviluppati di quelli raccolti dal Marcacci. La loro fronda è alta circa 15 cm. Io ho il sospetto che questa specie non sia in ultima analisi che una varietà della *Gr. filicina*, ma non avendo nel mio erbario un materiale sufficiente per i necessarî studî e confronti mi astengo dal fare una proposta concreta e mi limito ad esternare il dubbio.

84.** **Grateloupia Cutleriae** (Binder).

Iridaea Cutleriae, Binder mss.
Grateloupia Cutleriae, Ktz. *Phyc. gen.* p. 398, tab. 77, fig. III.
Iridaea Cutleriae, Ktz. *Spec. alg.* p. 726.
Grateloupia Cutleriae, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 183.
" " } Ktz. *Tab. phyc.* XVII, tab. 37 et 36.
" schizophylla }
" Cutleriae, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 155.

Perù. Isola di S. Lorenzo presso il Callao: ottobre e novembre. Ancon: aprile. Payta: luglio.

Probabilmente sulle coste peruviane è specie non rara. Autorizza questa credenza l'essere stata riportata da tutti e tre i raccoglitori nostri, l'essere stata presa in tre differenti località, e l'averne trovati numerosi esemplari nella raccolta del Marcacci. Quelli del Pescetto provengono dalla prima località. Tutti confermano quanto ebbi a dire nella precedente Memoria intorno al polimorfismo di questa specie.

Prionitis, J. Ag.

85.** **Prionitis pectinata**, J. Ag.

Prionitis pectinata, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 189.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 158.

Perù, al Callao: ottobre.

Due esemplari bene sviluppati nella collezione Pescetto.

var. **subsecunda**, Picc. herb.

Differt a forma typica ramis subsecundis atque angustioribus.

Amoy, costa della China: ottobre.

Su parecchi individui havvi epifitica l'*Ulva rigida* var. *rigida*. Quelli più sviluppati sono poco più di un decimetro ed i loro rami talora subsecondi misurano ½ mm. o poco più in larghezza, mentre in esemplari della forma tipica i rami stessi sono larghi generalmente più di 2 mm. ed in taluni casi 3 o più.

GIGARTINEAE.

Chondrus, Lamour.

86.** **Chondrus crispus** (L.).

Fucus crispus, L. *Mant.* p. 134.
Chondrus crispus, Lyngb. *Hydr. Dan.* p. 15, tab. 5, fig. *A*, *B*.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 735.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 246.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 178.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno.

IRIDAEA, Bory.

87.** **Iridaea laminarioides**, Bory.

Iridaea laminarioides, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 105.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 726.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 253.
" " Ktz. *Tab. Phyc.* XVII, tab. 8, fig. *c-d.*
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 180.

Stretto di Magellano: novembre.

Presentasi quest'alga sotto forme alquanto diverse, ma da G. Agardh ridotte a due principali, ossia *α Cornucopiae* e *β laminarioides*. Nella collezione ne esistono esemplari sì dell'una che dell'altra.

GIGARTINA, Lamour.

88.** **Gigartina Lessonii** (Bory).

Sphaerococcus Lessonii, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 169.
Gigartina Lessonii, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 268.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 192.

Perù, costa di Payta: luglio e dicembre.

L'esemplare raccolto in luglio esiste nella collezione Pescetto. Quello raccolto dal Chierchia in dicembre è più abbondantemente fruttifero.

89.** **Gigartina Chauvinii** (Bory).

Sphaerococcus Chauvinii, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 165, tab. 20.
Gigartina Chauvinii, Mont. *Voyag. de la Bon.* p. 72.
Chondroclonium Chauvinii, Ktz. *Spec. alg.* p. 741.
Gigartina Chauvinii, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 268.
Chondroclonium Chauvinii } Ktz. *Tab. phyc.* XVII, tab. 70 et 69,
" versicolor } fig. *a-b.*
Gigartina Chauvinii, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 193.

Perù, costa di Ancon presso il Callao: marzo, aprile, ottobre e novembre.

I varî individui sono in differente grado di sviluppo e taluni sono assai ricchi di proliferazioni. Quelli raccolti in ottobre e novembre fanno parte della collezione Pescetto.

90.** **Gigartina canaliculata**, Harv.

Gigartina canaliculata, Harv.
Chondroclonium canaliculatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 741.
Gigartina canaliculata, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 272.
Chondroclonium canaliculatum, Ktz. *Tab. phyc.* XVII, tab. 79, fig. *c-e.*
Gigartina canaliculata, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 198.

Perù, costa di Payta: dicembre.

Probabilmente è specie frequente sulle coste peruviane. Il sig. Chierchia infatti ne raccolse anch'egli un discreto numero di esemplari.

91.** **Gigartina tuberculosa** (Hook. et Harv.).

Chondrus tuberculosus, Hook. et Harv. *Crypt. antarct.* I, p. 76.
Nothogenia tuberculosa, Ktz. *Spec. alg.* p. 793.
Chondrus tuberculosus, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 248.
Nothogenia tuberculosa, Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 42, fig. *c-d.*
Gigartina tuberculosa, Grun. *herb.*
Stretto di Magellano: novembre.

Alquanto deteriorato e non bene sviluppato è il solo individuo che mi riuscì di preparare. La sua determinazione è alquanto dubbiosa.

92. **Gigartina** . . . .

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

È un semplice frammento di grosso esemplare. Benchè fruttifero riesce indeterminabile.

GYMNOGONGRUS, Mart.

93.** **Gymnogongrus pygmaeus** (Grev.).

Chondrus pygmaeus, Grev. mss.
Gymnogongrus pygmaeus, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 317.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 64, fig. *c-d.*
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 209.
Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Il cartellino che accompagna il solo esemplare di questa collezione segna che era impiantato su scogli.

94.* **Gymnogongrus Griffithsiae** (Turn.), J. Ag.

var. **Galapagensis**, Picc. et Grun.

Gymnogongrus Griffithsiae var. Galapagensis, Picc. et Grun. in Picc. *Alg.* « *Vett. Pis.* » p. 60.
Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Ne ritrovai un solo esemplaruccio impigliato tra la fronda di altre specie. È però interessante perchè raccolto nello stesso arcipelago, ove il Marcacci scoprì questa bella varietà, ma in isola diversa.

95.* **Gymnogongrus melanothrix** (Bory).

Gigartina melanothrix, Bory *Voyag. de la Coq.* n. 46, tab. 19, fig. 3.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 281.
Gymnogongrus melanothrix, Grun. *herb.*
Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Anche questa specie era stata trovata alle Galapagos dal Marcacci, ma nell'isola Chatham. Pochi sono gli esemplarucci e sterili.

96.** Gymnogongrus furcellatus (Ag.).

Sphaerococcus furcellatus, Ag. *Spec. alg.* I, p. 253.
Chondrus furcellatus, Grev.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 737.
Gymnogongrus furcellatus, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 318.
Chondrus furcellatus, Ktz. *Tab. phyc.* XVII, tab. 55, fig. c-e.
Gymnogongrus furcellatus, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 210.

Perù, costa di Ancon: aprile. Costa del Callao: ottobre e novembre. Payta: luglio.

L'essere stata raccolta anche dai signori Chierchia e Pescetto, ed in differenti località, conferma essere questa specie non rara lungo le coste peruviane.

97. Gymnogongrus . . . .

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Il solo individuo che esiste nella collezione è sterile. Egli è soltanto dalla struttura della fronda e dal complesso dei suoi caratteri esterni che credo possa appartenere a questo genere.

CALLOPHYLLIS, Ktz.

98.** Callophyllis tenera, J. Ag.

Callophyllis tenera, J. Ag. *Act. Holm. Oefvers.* 1849, p. 87.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 302.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 235.

Stretto di Magellano: novembre.

Dei diversi individui, ed in differente grado di sviluppo, i più interessanti sono quelli dragati a m. 30.

RHODYMENIACEAE.

CHRYSYMENIA, J. Ag.

99.** Chrysymenia uvaria (Wulf.).

Fucus uvarius, Wulf. *Crypt. aq.* n. 3.
Chrysymenia uvaria, J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 106.
Gastroclonium uvaria, Ktz. *Spec. alg.* p. 865.
Chrysymenia uvaria, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 214.
Gastroclonium uvaria, Ktz. *Tab. phyc.* XV, tab. 97, fig. *a-c.*
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 16.
Chrysymenia uvaria, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 324.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Sull'unico esemplare, molto sviluppato ed alto oltre a 17 cm., sonvi epifitiche *Halyseris delicatula* e *Hypnea musciformis.*

RHODYMENIA, Grev.

100. **Rhodymenia Peruviana**, J. Ag.

Rhodymenia Peruviana, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 378.
„ „ J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 329.

Perù, costa di Payta: luglio.

Egli è con esitazione che riferisco a questa specie il solo individuo che trovasi in questa raccolta, non avendo potuto consultare nè esemplari autentici, nè figure. Se essa possa ritenersi abbastanza distinta dalla *Rh. palmata* è per me cosa dubbia.

101.** **Rhodymenia corallina** (Bory).

Sphaerococcus corallinus, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 175, tab. 16.
Rhodymenia corallina, Grev.
Sphaerococcus corallinus, Ktz. *Spec. alg.* p. 780.
Rhodymenia corallina, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 379.
Sphaerococcus corallinus, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 91, fig. *a-b.*
Rhodymenia corallina, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 330.

Stretto di Magellano: novembre.

Specie molto frequente nello Stretto di Magellano. Ne fanno fede i molti individui ivi colti tanto dal Chierchia quanto dal Marcacci. Un discreto numero tra quelli esistenti in questa collezione furono dragati in m. 30. Essa si presenta in forme alquanto variabili.

102.** **Rhodymenia flabellifolia** (Bory).

Sphaerococcus flabellifolius, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 174, tab. 17.
Rhodymenia flabellifolia, Mont. *Voyag. de la Bon.* p. 105.
Sphaerococcus flabellifolius / „ „ β tenuifolius } Ktz. *Spec. alg.* p. 780.
Rhodymenia flabellifolia, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 380.
Sphaerococcus flabellifolius / „ tenuifolius } Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 92, fig. *a-b* et tab. 93.
Rhodymenia flabellifolia, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 331.

Perù, costa di Ancon: marzo ed aprile.

L'esemplare raccolto in marzo appartiene alla collezione Pescetto.

PLOCAMIUM, Lamour.

103. **Plocamium secundatum**, Ktz.

Plocamium coccineum var. secundatum, Ktz. *Spec. alg.* p. 883.
„ „ Hook. et Harv. *Crypt. antarct.* p. 74 et 168.
„ „ var. australe, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 395.
„ secundatum, Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 42, fig. *c-d.*
„ „ J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 340.

Stretto di Magellano: novembre.

Un solo individuo e forse pezzo di altro maggiore: manca infatti di callo radicale. Non havvi però dubbio circa la sua determinazione, concordando appieno con le diagnosi e le figure sopra citate.

Acanthococcus, Hook. et Harv.

104.** Acanthococcus spinuligerus, J. Ag.

Acanthococcus spinuligerus, J. Ag. *Act. Holm. Oefvers.* 1849, p. 87.
Cystoclonium? obtusangulum, Ktz. *Spec. alg.* p. 757.
Acanthococcus spinuligerus, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 437.
Cystoclonium obtusangulum, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 17, fig. *a-c.*
Acanthococcus spinuligerus, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 350.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Non esiste che nella collezione Pescetto e rappresentato da due soli esemplari.

SPHAEROCOCCOIDEAE.

Gracilaria, Grev.

105.** Gracilaria ferox, J. Ag.

Gracilaria ferox, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 592.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 414.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Riferisco a questa specie, ma con dubbio, i due esemplarucci che erano frammisti ad altre alghe raccolte sul *récife.*

106.** Gracilaria coronopifolia, J. Ag.

Gracilaria coronopifolia, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 592.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 414.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Mentre i numerosi esemplari del Marcacci erano in gran parte fruttiferi, i due riportati dal Chierchia sono sterili.

107. Gracilaria compressa (Ag.).

Sphaerococcus compressus, Ag. *Spec. alg.* I, p. 308.
Gracilaria compressa, Grev. *Alg. Brit.* p. 125.
Sphaerococcus compressus, Ktz. *Spec. alg.* p. 774.
Gracilaria compressa, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 593.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 417.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno.

Dragando in m. 20 furono raccolti parecchi esemplarucci di una *Gracilaria* alcuni dei quali meglio assomigliano, per la loro fronda compressa, alla specie in discorso, mentre altri ricordano la *Gr. confervoides.* Ad ogni modo la loro classificazione è molto incerta.

108.** Gracilaria cornea, J. Ag.

Gracilaria cornea, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 598.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 421.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Il sig. Chierchia riportò di questa bell' alga non pochi e ben conservati esemplari, i quali presentano la fronda di diverso sviluppo non solo nella lunghezza ma anche nella larghezza.

109.** Gracilaria multipartita (Clem.).

Fucus multipartitus, Clem. *Ens.* p. 311.
Sphaerococcus multipartitus, Ag. *Spec. alg.* I, p. 247.
Gracilaria multipartita, J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 151.
Sphaerococcus multipartitus, Ktz. *Spec. alg.* p. 779.
Gracilaria multipartita, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 600.
Sphaerococcus multipartitus, Martens *Consp. alg. Bras.* p. 13.
Gracilaria multipartita, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 423.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Esiste anche nella collezione Pescetto. Tutti gli esemplari però sono o giovani od incompleti, per cui non si può giungere a stabilire con certezza quali delle forme descritte dagli autori essi rappresentino.

110.* Gracilaria Peruana, Picc. et Grun.

Gracilaria Peruana, Picc. et Grun. in Picc. *Alg. « Vett. Pis. »* p. 70.

Perù, costa di Payta: luglio. Isola di S. Lorenzo presso il Callao: novembre.

Nella collezione Pescetto è rappresentata da un solo individuo, ma egli ha speciale interesse essendo stato colto al Perù sì, ma in località diversa da quella ove vegetavano gli esemplari che ebbi dal Marcacci e dal Chierchia.

111.** Gracilaria corticata, J. Ag.

Rhodymenia corticata, J. Ag. *Symb.* I, p. 14.
Sphaerococcus corticatus, Ktz. *Spec. alg.* p. 783.
Gracilaria corticata, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 602.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 423.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Fu raccolta sugli scogli lungo la costa.

112.** Gracilaria cervicornis (Turn.).

Fucus cervicornis, Turn. *Hist. fuc.* tab. 121.
Sphaerococcus cervicornis, Ag. *Spec. alg.* p. 292.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 775.
Gracilaria cervicornis, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 604.

Sphaerococcus acanthophorus, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 85, fig. *c-d.*
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 13.
Gracilaria cervicornis, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 425.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Fa parte anche della collezione Pescetto. Su esemplari raccolti dal Chierchia havvi epifitica *Hypnea musciformis.*

CALLIBLEPHARIS, Ktz.

113.** **Calliblepharis jubata** (Good. et Wood.).

Fucus jubatus, Good. et Wood. *Linn. Trans.* III, p. 162, tab. 17.
Calliblepharis jubata, Ktz. *Spec. alg.* p. 756.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 620.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 13, fig. *a-b.*
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 433.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

DELESSERIEAE.

NITOPHYLLUM, Grev.

114. **Nitophyllum Crozieri,** Hook. et Harv.

Nitophyllum Crozieri, Hook. et Harv. in *Lond. Journ.* IV, p. 254.
Cryptopleura Crozieri, Ktz. *Spec. alg.* p. 870.
Nitophyllum Crozieri, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 662.
Cryptopleura Crozieri, Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 27.
Nitophyllum Crozieri, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 451.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Esiste unicamente nella collezione Pescetto e rappresentato da un solo esemplare sterile.

115.** **Nitophyllum lividum**, Hook. et Harv.

Nitophyllum lividum, Hook. et Harv. in *Lond. Journ.* IV, p. 253.
Cryptopleura livida, Ktz. *Spec. alg.* p. 871.
Nitophyllum lividum, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 662.
Cryptopleura livida, Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 31, fig. *a-b.*
Nitophyllum lividum, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 453.

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: ottobre.

Dell' ultima località trovasi nella collezione Pescetto.

Sull' individuo preparato dal Chierchia havvi epifitico, ma scarsissimo, il *Callithamnion flaccidum.*

116.** **Nitophyllum violaceum,** J. Ag.

Nitophyllum violaceum, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 700.

Perù, costa di Payta: dicembre. Callao: novembre.

Gli esemplari di Payta, dovuti al Chierchia, hanno i segmenti della fronda più stretti e più decisamente lineari di quelli del Callao preparati dal Pescetto.

117. **Nitophyllum** . . . .

Stretto di Magellano: novembre.

Pochi frammenti indeterminabili trovati tra il materiale dragato in m. 30.

118. **Nitophyllum** . . . .

Stretto di Magellano: novembre.

La draga riportò del pari numerosi esemplari di altra specie impiantati su di una alga maggiore, ma che sono troppo giovani e sterili per essere determinabili.

119. **Nitophyllum** . . . .

Canali di Patagonia: novembre.

Sulle secche, in pochi metri di fondo, furono raccolti alcuni zoofiti su alcuni de' quali trovasi ancora un *Nitophyllum* giovane, sterile e quindi non determinabile.

DELESSERIA, Grev.

120. **Delesseria Davisii,** Hook. et Harv.

Delesseria Davisii, Hook. et Harv. in *Lond. Journ.* IV, 1845, p. 252.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 878.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 689.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 18, fig. *a-b.*
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 480.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Riferisco a questa specie il solo esemplare riportato dal Pescetto perchè parmi concordi bene per i suoi caratteri sia con la diagnosi datane dagli autori, sia con la citata figura del Kützing. Mi mancano materiali di confronto.

121. **Delesseria quercifolia**, Bory.

Delesseria quercifolia, Bory *Voyag. de la Coq.* p. 186, tab. 18, fig. 1.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 878.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 692.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 18.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 481.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Anche questa specie non è rappresentata che nella raccolta del Pescetto e da esemplari non troppo completi.

122. **Delesseria** (Phycodrys) **subtilis**, Grun.

« *D. minutula, angusta, ramis compressis subdichotome vel lateraliter ramosis, phyllodiis minutis angustis petiolatis costatis, venulis tenuissimis oppositis* ».

« Planta 4 $\frac{1}{2}$ cm. alta, rami et ramuli exalati 0,2-0,8 mm. crassi, phyllodia cum stipite ad 5 mm. longa, 1 mm. lata, integerrima, obtusa ». Grun. mss.

Stretto di Magellano: novembre.

Tra le alghe colte con la draga in m. 30 rinvenni di questa specie un piccolo esemplare ed in parte guasto.

123.** **Delesseria Lyallii**, Hook. et Harv.

Delesseria Lyallii, Hook. et Harv. in *Lond. Journ.* IV, p. 252.
Hypoglossum Lyallii, Ktz. *Spec. alg.* p. 876.
Delesseria Lyallii, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 693.
Hypoglossum Lyallii, Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 14, fig. *d-e*.
Delesseria Lyallii, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 487.

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: ottobre.

È specie non rara nello Stretto di Magellano: lo attestano gli esemplari numerosi che riscontrai nelle varie collezioni. Anche in quella del Pescetto vi è rappresentata. Interessa il sapere, dal lato della sua distribuzione batimetrica, che parecchi esemplari furono dragati in m. 30.

HELMINTHOCLADIACEAE.

Liagora, Lamour.

124.** **Liagora annulata**, J. Ag.
var. **Vieillardi**, Grun.

Liagora fragilis, Ktz. in *Vieill. Herb. de la Nouv. Caled.* n. 1909, nec Zanard.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Forma densi cespugli di forma subglobosa. Fu raccolta sui banchi di corallo.

Galaxaura, Lamour.

125.** **Galaxaura rugosa** (Soland.).

Corallina rugosa, Soland. in *Ellis* p. 115, tab. 22, fig. 3.
Galaxaura rugosa, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 263.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 530.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 33, fig. I.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 528.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Fu raccolta sulle secche e conservata nell' alcool. Gli esemplari sono quindi scolorati.

var. **plicata** (Ktz.).

Galaxaura plicata, Ktz. *Tab. phyc.* VIII, p. 15, tab. 33, fig. II.
" rugosa var. c, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 529.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

È questa una varietà che credo meriti di essere distinta. La ritrovai frammista ad altre alghe raccolte sui banchi coralligeni.

CHAETANGIEAE.

Chaetangium, Ktz.

126. **Chaetangium variolosum** (Mont.).

Chondrus variolosus, Mont. *Prodr. phyc. antarct.* p. 6.
Nothogenia variolosa, Mont. *Voyag. au Pol. sud* p. 109, tab. 10, fig. 3.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 793.
Chaetangium variolosum, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 461.
Nothogenia variolosa, Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 46.
Chaetangium variolosum, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 539.

Stretto di Magellano: novembre. Isola Chiloè, a Porto Huite: dicembre.

Ne furono dragati alcuni esemplaretti a m. 30 di profondità. Quanto a quello giovanissimo e meschinissimo di Porto Huite lo riferisco a questa specie con gran dubbio.

GELIDIEAE.

Gelidium, Lamour.

127. **Gelidium crinale** (Turn.).

Fucus crinalis, Turn. *Hist. fuc.* tab. 198.
Gelidium crinale, Lamour.
Acrocarpus crinalis } Ktz. *Spec. alg.* p. 761.
" spinescens }
Gelidium corneum var. crinalis, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 470.
Acrocarpus spinescens, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 33, fig. *d-e.*
Gelidium crinale, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 546.

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Egli è notissimo doversi quest'alga annoverare tra le polimorfe. Delle forme che il Kützing distinse come specie, quella alla quale meglio si approssimano i nostri diversi esemplari è l'*Acroc. spinescens* sopra citato.

128.** **Gelidium variabile** (Grev.).

Gigartina variabilis, Grev. mss.
Gelidium variabile, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 468.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 23, fig. *c-d.*
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 547.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Nel cartellino che accompagnava le alghe, di cui questa specie facea parte, è segnato che crescevano affisse a scogli.

129.** **Gelidium rigidum** (Vahl.).

Fucus rigidus, Vahl. in *Naturh. Selsk. Skz.* V, 2, 46.
Gelidium rigidum, Grev.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 766.

Gelidium rigidum, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 468.
Echinocaulon spinellum, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 38, fig. *d-e.*
Gelidium rigidum, Martens *Consp. alg. Bras.* p. 12.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 548.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

I pochi individui della collezione Chierchia sono meno sviluppati di quelli che il Marcacci raccolse nella stessa località, ma ugualmente fruttiferi.

130.** Gelidium torulosum, Ktz.

Gelidium torulosum, Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, p. 20, tab. 57, fig. *a-d.*
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 13.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Esiste unicamente nella collezione Pescetto ed è rappresentato da parecchi esemplari bene sviluppati. Ripeto essere probabilmente null'altro che una varietà del *G. corneum.*

HYPNEACEAE.

Hypnea, Lamour.

131.** Hypnea musciformis (Wulf.).

Fucus musciformis, Wulf. in *Jacq. Collect.* III, p. 154, tab. 14, fig. 3.
Hypnea musciformis, Lamour. *Ess.* p. 44.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 758.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 442.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XVIII, tab. 19.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 561.

Isole del Capo Verde, a S. Vincenzo: giugno. Brasile, a Pernambuco: luglio.

Nella collezione Pescetto trovasi di entrambe le località.

Gli esemplari di S. Vincenzo sono di uno sviluppo insolito ed il maggiore misura in altezza più di 20 cm.: i loro rami non hanno che appena accennato il carattere di essere circinato-incurvi nella parte loro terminale, carattere che è invece spiccatissimo negli individui del Brasile, alcuni de' quali sono epifiti sulla *Chrysymenia uvaria* e sulla *Gracilaria cervicornis.*

132.** Hypnea nidifica, J. Ag.

Hypnea nidifica, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 451.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 564.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Era questa specie intricata fra altre alghe raccolte sui banchi di corallo che formano il porto di Honolulu.

WRANGELIEAE.

Chantransia, Fries.

133. Chantransia secundata (Lyngb.).

Callithamnion Daviesii β secundatum, Lyngb. *Hydr. Dan.* p. 129, tav. 41 B, fig. 4-6.

Callithamnion secundatum, Ag. *Spec. alg.* II, p. 187.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 639.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 13.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 56.
Chantransia secundata, Thur. in Le Jol. *List. des alg. mar. de Cherb.* p. 106.
Callithamnion secundatum, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 9.
Brasile, a Pernambuco: luglio.
Piuttosto abbondante sulla *Chaetomorpha Dubyana.*

LOMENTARIEAE.

LOMENTARIA, Lyngb.

134. **Lomentaria reflexa**, Chauv.
var. **uncinata** (Mart.).

Lomentaria uncinata, Mart. mss.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 864.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 739.
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 16.
" reflexa var. uncinata, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 632.
Brasile, a Pernambuco: luglio.
Un solo esemplaruccio il quale ha alcuni rametti uncinati e quasi circinati e che parmi s'attagli benissimo alla varietà cui vien riferito.

CHONDRIEAE.

CHONDRIA, Ag.

135. **Chondria flagellaris**, Harv.

Chondria flagellaris, Harv. *Flor. of New Zeal.* p. 222.
Chilì, a Caldera: febbraio.
Unico esemplare nella collezione Pescetto. Fu determinato dal Grunow ed è interessante per lo studio della distribuzione geografica di questa specie, intorno alla di cui autonomia non saprei emettere fondato giudizio.

LAURENCIA, Lamour.

136. **Laurencia nidifica**, J. Ag.

Laurencia nidifica, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 749.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 649.
Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.
Pochi e giovanissimi esemplari i quali formavano tra loro un denso cespuglietto impiantato sui banchi di corallo in società di *Jania rubens.* Li riferisco a questa specie con grave dubbio.

137.** **Laurencia papillosa** (Forsk.).

Fucus papillosus, Forsk. *Flor. Aegypt. Arab.* p. 190.
Laurencia papillosa, Grev.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 855.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 756.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XV, tab. 62.
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 15.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 652.
Brasile, a Pernambuco: luglio.

Questa specie è generalmente intricata con altre alghe, e forse da esse viene, per via indiretta, protetta o difesa. Anche i pochi individui di questa raccolta li ritrovai nelle condizioni or ora accennate.

138.* **Laurencia obtusa** (Huds.) Lamour.
var. **gracilis**, Harv.

Laurencia obtusa var. gracilis, Harv. *Ceyl. alg.* n. 26, nec C. Agardh.
Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

I diversi esemplari raccolti dal sig. Chierchia sono identici a quelli che il Marcacci prese nell'arcipelago stesso all'isola Chatham.

PTILONIA, J. Ag.

139.* **Ptilonia magellanica** (Mont.).

Thamnophora magellanica, Mont. *Prodr. phyc. antarct.* p. 3.
Thamnocarpus magellanicus, Ktz. *Spec. alg.* p. 887.
Ptilonia magellanica, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 774.
Thamnocarpus magellanicus, Ktz. *Tab. phyc.* XVI, tab. 56, fig. *a-e.*
Ptilonia magellanica, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 674.
Stretto di Magellano, a Punta Arenas: novembre.

Ne esiste un solo esemplare nella collezione Pescetto, ma bello e fruttifero.

RHODOMELEAE.

RHODOMELA, Ag.

140.** **Rhodomela Hookeriana**, J. Ag.

Rhodomela Gaimardi, Hook. et Harv. *Crypt. antarct.* p. 175' tab. CLXXXIV.
" Hookeriana, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 880.
Stretto di Magellano: novembre.

Per la distribuzione batimetrica di questa alga è utile il conoscere che gli esemplari nostri furono dragati in m. 30.

POLYSIPHONIA, Grev.

Sect. Oligosiphonia, Ag.

141.** **Polysiphonia Tongatensis**, Harv.
var. **corallicola**, Grun.

Polysiphonia (Tongatensis var. ?) corallicola, Grun. *Alg. der Fid. Tong. und Sam. Ins.* p. 27.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

142. **Polysiphonia urceolata** (Lightf.).

Conferva urceolata, Lightf. in Dillw. *Introd.* n. 156, tab. G.
Polysiphonia urceolata, Grev. *Ed.* p. 309.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 824.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 970.

Churruca, nella Terra del Fuoco: novembre.

Non la ritrovai che nella collezione Pescetto e rappresenta una delle molte forme in cui può trovarsi questa specie.

143.** **Polysiphonia camptoclada**, Mont.

Polysiphonia camptoclada, Mont. *Ann. Sc. nat.* VIII, p. 352.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 804.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIII, tab. 27, fig. *c-f.*
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 978.

Perù, costa di Payta: dicembre.

Alcuni esemplari sono associati a *Derbesia Lamourouxii.*

144. **Polysiphonia ferulacea**, Suhr.

Polysiphonia ferulacea Suhr. mss.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 980.

Isola di Ceylan, a Colombo: febbraio.

Parecchi sono gli esemplari che mi riuscì di estrarre da cespugli di altre alghe presi sugli scogli lungo la costa. L'egregio amico A. Grunow mi favorì questa specie da lui stesso raccolta del pari a Colombo nel gennaio del 1885.

Sect. Polysiphonia, Ag.

145.** **Polysiphonia anisogona**, Hook. et Harv.

Polysiphonia anisogona, Hook. et Harv. *Alg. antarct.* p. 265.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 812.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1039.

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: ottobre.

Meschino è l'esemplare dragato a m. 30 ed esistente nella collezione Chierchia. Meglio conservati e con tetraspore sono quelli di Punta Arenas facienti parte della collezione Pescetto.

146. **Polysiphonia tenuistriata**, Hook. et Harv.

Polysiphonia tenuistriata, Hook. et Harv. in Lond. Journ. IV, p. 266.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 811.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1039.

Stretto di Magellano, a Punta Arenas: ottobre.

Bello ma unico esemplare ne esiste nella collezione Pescetto. Dall'esame microscopico mi fu dato concludere che concorda sufficientemente per i caratteri suoi con la diagnosi datane dai citati autori: mancandomi peraltro ogni materiale di confronto sono costretto a fare sull'eseguita determinazione le debite riserve.

Amansia, Lamour.

147.** **Amansia multifida**, Lamour.

Amansia multifida, Lamour. Journ. phil. 1809, p. 332, tab. 6, fig. C. E.
Epineuron? multifidum, Ktz. *Spec. alg.* p. 848.
Amansia multifida, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1112.
" " Ktz. *Tab. phyc.* 15, tab. 3, fig. *a-d.*
Epineuron multifidum, Martens *Consp. alg. Bras.* p. 15.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Non la ritrovai che nella collezione Pescetto.

Vidalia, J. Ag.

148.** **Vidalia obtusiloba** (Mert.).

Fucus obtusilobus, Mert. *mss.*
Rytiphlaea obtusiloba, Ag. *Spec. alg.* II, p. 51.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 846.
Vidalia obtusiloba, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1123.
Rytiphlaea obtusiloba, Ktz. *Tab. phyc.* XV, tab. 17, fig. *e-h.*
" " Martens *Consp. alg. Bras.* p. 14.

Brasile, a Pernambuco: luglio.

Anche di questa specie non havvene che un esemplare nella collezione Pescetto.

Dasya, Ag.

149.** **Dasya Berkeleyi** (Mont.).

Heterosiphonia Berkeleyi, Mont. *Prod. phyc. antarct.* p. 4.
Polysiphonia Berkeleyi, Hook. et Harv. *Crypt. antarct.* p. 174.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 817.
Dasya Berkeleyi, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1179.
Polysiphonia Berkeleyi, Ktz. *Tab. phyc.* XIII, tab. 70, fig. *e-h.*

Stretto di Magellano: novembre. A Punta Arenas: novembre.

Bene sviluppati e fruttiferi sono gli esemplari dell'ultima località, e che trovansi nella collezione Pescetto. Meno bello, ma con ceramidii, è quello dragato a m. 30 e che era tra altre alghe della collezione Chierchia. È poi anche importante per lo studio della distribuzione batimetrica di questa specie.

CORALLINEAE.

MELOBESIA, Lamour.

150.** **Melobesia farinosa**, Lamour.

Melobesia farinosa, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 315.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 696.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 512.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 95.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio. Isole Filippine: settembre.

Della prima località la trovai epifitica sul *Sargassum polyphyllum* var. *fissifolia* e sul *S. echinocarpum*. Della seconda la rinvenni sul *S. Binderi* var. *Vitiensis*.

LITHOPHYLLUM, Phil.

151. **Lithophyllum agariciformis** (Pall.).

Millepora agariciformis, Pall. *Elench.* p. 263.
Melobesia agariciformis, Harv. *Phyc. Brit.* II, tab. LXXIII.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 516.
Lithophyllum expansum β agariciforme, Hauck *Meeresalg.* p. 269, taf. IV, fig. 3.

Gibilterra: maggio.

Per il complesso dei caratteri presentati da questa alga, ma particolarmente per la ben diversa forma e consistenza della fronda, non parmi accettabile la proposta di riguardarla quale semplice varietà del *Lithophyllum expansum*.

LITHOTHAMNION, Phil.

152. **Lithothamnion polymorphum** (L.).

Millepora polymorpha, *Syst. nat.* (ed. 12), p. 1285.
Spongites confluens, incrustans, crustacea, polymorpha } Ktz. *Spec. alg.* p. 698 et 699.
Lithothamnion polymorphum, Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 524.
" " Hauck *Meeresalg.* p. 271.

Isole Filippine: settembre.

Un sol pezzo frammisto a materiali zoologici.

153. **Lithothamnion crassum**, Phil.

Lithothamnion crassum, Phil. in *Wiegm. Arch.* 1837, 2, p. 388.
Spongites racemosa, Ktz. *Spec. alg.* p. 698.
Lithothamnion racemus, Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 521.
Spongites crassa, Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 99, fig. *a-b.*
Lithothamnion crassum, Hauck *Meeresalg.* p. 273, taf. I, fig. 1-3.

Brasile, a Pernambuco: luglio. Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Gli esemplari della prima località meglio concordano con la fig. 1 della citata tavola dell'Hauck, mentre quelli della seconda si assomigliano maggiormente con le fig. 2 e 3. È specie polimorfa e trovansi quindi facilmente forme che costituiscono passaggio dall'una all'altra.

154. **Lithothamnion coralloides**, Crouan.

Lithothamnion coralloides, Crouan *Gen.* p. 133.
Spongites coralloides, Crouan *Florul. du Finist.* p. 242.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

Gli esemplari sono pochi e molto danneggiati e non è senza esitazione che vengono da me a questa specie riferiti, la quale forse non è che una forma o varietà di quella che segue.

155. **Lithothamnion byssoides** (Lamarck).

Millepora byssoides, Lamarck *Hist. des anim. s. vert.* 2, p. 203.
Lithothamnion byssoides, Phil. in *Wiegm. Arch.* 1837, 2, p. 384.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 522.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 99.
" " Hauck *Meeresalg.* p. 275.

Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

È specie polimorfa, al pari di altre dello stesso genere. Interessante è peraltro la forma raccolta dal sig. Chierchia costituendo essa esemplari subsferici di diverso sviluppo ed il maggiore de'quali ha un diametro di quasi 7 cm.

Amphiroa, Lamour.

156.* **Amphiroa Beauvoisii**, Lamour.

Amphiroa Beauvoisii, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 299.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 702.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 44, fig. *a-d*.

Canali di Patagonia: novembre.

I diversi esemplari che fanno parte della collezione Chierchia sono importanti perchè dragati a m. 50, ed offrono perciò un dato di valore nello studio della distribuzione batimetrica della specie.

157.* **Amphiroa dilatata**, Lamour.

Amphiroa dilatata, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 299.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 703.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 536.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 50, fig. II.

Isole Galapagos, all'Isola Floriana: marzo.

Pochi sono i frammenti di quest'alga. Riescono ad ogni modo doppiamente interessanti, giacchè furono dragati in m. 30 e colti in isola diversa da quella ove trovava questa specie il Marcacci.

Jania, Lamour.

158.* **Jania rubens** (L.).

Corallina rubens, L. *Syst. nat.* (ed. 12), I, p. 1304.
Jania rubens, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 272.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 709.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 557.
Corallina (Jania) rubens } Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 80, fig. 1
" " spermophoros } et tab. 81.
Isole Hawaii, ad Honolulu: luglio.

La trovai frammista a *Laurencia nidifica*, ma in piccolissima quantità e di forma nana.

ELENCHI PARZIALI DELLE ALGHE RACCOLTE NELLE DIVERSE LOCALITÀ [1]

I. **Gibilterra** (maggio 1882).

1. Laminaria brevipes, Ag.
2. Lithophyllum agariciformis (Pall.).

II. **Isole del Capo Verde** a **S. Vincenzo** (10-14 giugno 1882).

1. Ulva fasciata, Del.
2. Cystoseira granulata, Ag.
3. " concatenata, Ag.
4. " Sonderi (Ktz.).
5. Chondrus crispus, Lyngb.
6. Gracilaria compressa, Grev.
7.* Hypnea musciformis, Lamour.

III. **Brasile.**

A. *Pernambuco* sul *récife* [2] (luglio 1882).

1. Cymbosira seriata (Ag.).
2. Leibleinia cespitula, Ktz.
3. Chaetomorpha Dubyana, Ktz.
4. Caulerpa Chemnitzia, Lamour.
5. Zonaria variegata, Ag.
6.* Halyseris delicatula, J. Ag.

(1) Le specie segnate con asterisco semplice fanno parte anche della collezione Pescetto; quelle distinte con asterisco doppio trovansi unicamente nella collezione medesima.

(2) È il *récife* una diga naturale ricca di vita e quasi completamente coperta di madrepore. Trovasi interrotto in varî punti ove si scaricano le acque dolci dei fiumi e continua per molte miglia lungo la costa del Brasile a poca distanza dal continente. Vedi G. Chierchia: *Collezioni per studî di scienze naturali* ecc. p. 33.

7.* Sargassum spinulosum, Ktz. var. ciliata, Grun.
8.* " cymosum, Ag.
9.* Centroceras clavulatum, Mont.
var. micracanthum (Ktz.).
10. Chrysymenia uvaria, J. Ag.
11. Gracilaria ferox, J. Ag.
12. " cornea, J. Ag.
13.* " multipartita, J. Ag.
14. " cervicornis, J. Ag.
15. Calliblepharis jubata, Ktz.
16. Gelidium rigidum, Grev.
17.** " torulosum, Ktz.
18.* Hypnea musciformis, Lamour.
19. Chantransia secundata, Thur.
20. Lomentaria reflexa, Chauv. var. uncinata, J. Ag.
21. Laurencia papillosa, Grev.
22.** Amansia multifida, Lamour.
23.** Vidalia obtusiloba, J. Ag.
24. Lithothamnion crassum, Phil.

B. *Isolette Abrolhos* (luglio 1882).

a) Dragate in m. 40 ([1]).

1. Halimeda Opuntia, Lamour.
2. Caulerpa prolifera, Lamour.

b) Natante.

1. Sargassum spinulosum, Ktz. var. ciliata, Grun.

C. *Rio Janeiro* (agosto 1882).

1.** Chaetomorpha Dubyana, Ktz.
2. Padina Durvillaei, Harv. f. obscura.
3. Porphyra laciniata, Ag.

IV. **Uruguay. Isola dei Ratti nella rada di Montevideo.**
(settembre e ottobre 1882).

1.* Melosira nummuloides, Ag.
2.* Achnanthes subsessilis, Ktz.
3.* Synedra tabulata, Ktz.
4.* Enteromorpha compressa, Grev.
5.* Cladophora . . . . . .
6. Ceramium elegans, Ducl.

([1]) Furono anche dragati parecchi esemplari della *Halophila ovalis*, Hook., pianta della famiglia delle Najadee. Esiste, raccolta nella stessa località, anche nella collezione Pescetto.

V. In navigazione tra Montevideo e lo Stretto di Magellano.

a) 16 ottobre 1882.

1. Synedra investiens, Sm.
2. Ectocarpus . . . .

b) 19 ottobre 1882.

1.* Grammonema striatulum (Jurg.).
2.* Cladophora . . . .
3. Ectocarpus confervoides, Le Jol.

VI. Stretto di Magellano (ottobre e novembre 1882).

A. *Stretto di Magellano* [1].

1. Grammonema striatulum (Jurg.).
2. Synedra fasciculata, Ktz.
   var. subarcuata, Grun.
3. Monostroma Grevillei, Wittr.
4. Ulva rigida, Ag. var. laciniata, J. Ag.
5. Pilayella littoralis, Kjellm.
6. Myrionema vulgare, Thur.
   var. maculaeformis (Ktz.).
7. Adenocystis Lessonii, Hook. et Harv.
8. Macrocystis planicaulis, Ag.
9. Callithamnion flaccidum, Hook. et Harv.
10. Ballia callitricha, Mont.
11. Iridaea laminarioides, Bory.
12. Gigartina tuberculosa, Grun.
13. Callophyllis tenera, J. Ag.
14. Rhodymenia corallina, Grev.
15. Plocamium secundatum, Ktz.
16. Nitophyllum lividum, Hook. et Harv.
17. Delesseria subtilis, Grun.

B. *Stretto di Magellano*, dragate in m. 30.

1. Cladophora . . . . . .
2. " (Spongomorpha) Hookeriana, Ktz.
3. Mesogloia vermiculata, Le Jol.

[1] I cartellini della collezione Chierchia che accompagnano queste alghe, nonchè le seguenti raccolte con la draga, portano soltanto la generica indicazione di Stretto di Magellano. Dalla tavola zootalassografica (A) che fa parte del già citato volume del Chierchia si rileva che furono raccolte alghe in diversi punti dello stretto (Punta Arenas, Porto S. Nicolas, ecc.), ma non recando i cartellini anzidetti alcuna precisa indicazione di località, io dovetti limitarmi a segnarla in modo generico.

4. Macrocystis luxurians, J. Ag.
5. Ballia callitricha, Mont.
6. Ceramium rubrum, Ag.
   var. involutum (Ktz.).
7. Callophyllis tenera, J. Ag.
8. Rhodymenia corallina, Grev.
9. Delesseria Lyallii, Hook. et Harv.
10. Nitophyllum . . . . . .
11. „ . . . . . .
12. Chaetangium variolosum, J. Ag.
13. Rhodomela Hookeriana, J. Ag.
14. Polysiphonia anisogona, Hook. et Harv.
15. Dasya Berkeleyi, J. Ag.

C. *Punta Arenas.*

1.** Cladophora (Spongomorpha) arcta, Ktz.
2.** Phyllitis debilis, Ktz.
3.** Desmarestia viridis, Lamour.
4.** Porphyra leucosticta, Thur.
5.** Callithamnion subsecundum, Grun.
6.** Ballia callitricha, Mont.
7.** Ceramium rubrum, Ag.
   var. involutum, Ktz.
8.** Acanthococcus spinuligerus, J. Ag.
9.** Nitophyllum Crozieri, Hook. et Harv.
10.** „ lividum, Hook. et Harv.
11.** Delesseria Davisii, Hook. et Harv.
12.** „ quercifolia, Bory.
13.** „ Lyallii, Hook. et Harv.
14.** Ptilonia magellanica, J. Ag.
15.** Polysiphonia anisogona, Hook. et Harv.
16.** „ tenuistriata, Hook. et Harv.
17.** Dasya Berkeleyi, J. Ag.

VII. **Terra del Fuoco,** a **Churruca** (novembre 1882).

1.** Cladophora (Spongomorpha) arcta, Ktz.
   var. Pescettii, Picc.
2.** Polysiphonia urceolata, Grev.

VIII. **Canali di Patagonia** (novembre 1882).

1. Nitophyllum . . . . . .
2. Amphiroa Beauvoisii, Lamour.

IX. **Isola Chiloè**, a **Porto Huite** (dicembre 1882).

1. Chaetangium variolosum, J. Ag.

X. Chilì.

A. *Valparaiso* (gennaio 1883).

1. Durvillaea utilis, Bory.
2. Lessonia nigrescens, Bory.
3. Schizymenia Binderi, J. Ag.

B. *Caldera* (febbraio 1883).

1. Chondria flagellaris, Harv.

XI. Perù.

A. *Ancon presso il Callao* (aprile 1883).

1.* Derbesia Lamourouxii, Sol.
2. Macrocystis Humboldtii, Ag.
3. Centroceras clavulatum, Mont.
   var. inerme, Ktz.
4. Grateloupia Cutleriae, Ktz.
5. Gigartina Chauvinii, Mont.
6. Gymnogongrus furcellatus, J. Ag.
7. Rhodymenia flabellifolia, Mont.

B. *Isola di S. Lorenzo presso il Callao* (ottobre e novembre 1883).

1. Bryopsis Leprieurii, Ktz.
2.** Grateloupia Cutleriae, Ktz.
3.** Prionitis pectinata, J. Ag.
4.* Gymnogongrus furcellatus, J. Ag.
5.** Gracilaria Peruana, Picc. et Grun.
6.** Nitophyllum violaceum, J. Ag.

C. *Payta* (dicembre 1883).

1. Synedra affinis, Ktz.
2. Schizonema humile, Ktz.
3. Grammatophora oceanica, Ehrb.
4. " angulosa, Ehrb.
5. Enteromorpha compressa, Grev.
6. Ulva fasciata, Del.
7. Bryopsis plumosa, J. Ag.
8. Derbesia Lamourouxii, Sol.
9. Grateloupia Cutleriae, Ktz.

10.* Gigartina Lessonii, J. Ag.
11. " canaliculata, Harv.
12. Gymnogongrus furcellatus, J. Ag.
13. Rhodymenia Peruviana, J. Ag.
14. Gracilaria Peruana, Picc. et Grun.
15. Nithophyllum violaceum, J. Ag.
16. Polysiphonia camptoclada, Mont.

XII. **Isole Galapagos**, all'**isola Floriana** (marzo 1884).

1. Spatoglossum Schroederi, Ktz.
2. Zonaria lobata, Ag.
3. Fucodium Galapagense, Picc. et Grun.
4. Gigartina . . . . . .
5. Gymnogongrus Griffithsiae, J. Ag.
   var. Galapagensis, Picc. et Grun.
6. " melanothrix, Grun.
7. " . . . . . .
8. Gelidium crinale, Lamour.
9. Laurencia obtusa, Lamour. var. gracilis, Harv.
10. Lithothamnion crassum, Phil.
11. Amphiroa dilatata, Lamour.

XIII. **Isole Hawaii**, ad **Honolulu** (luglio 1884).

1. Synedra laevigata, Grun.
2. Enteromorpha compressa, Grev.
3. Dictyosphaeria favulosa, Decne.
4. Ectocarpus amicorum, Harv.
5. Padina Pavonia, Gaill.
6. Chnoospora pannosa, J. Ag.
7. Turbinaria ornata, J. Ag.
8. Sargassum polyphyllum, J. Ag.
   var. fissifolia, Grun.
9. " echinocarpum, J. Ag.
10. Gracilaria coronopifolia, J. Ag.
11. Liagora annulata, J. Ag.
    var. Vieillardi, Grun.
12. Galaxaura rugosa, Lamour.
    " " var. plicata (Ktz.).
13. Hypnea nidifica, J. Ag.
14. Laurencia nidifica, J. Ag.
15. Polysiphonia Tongatensis, Harv.
    var. corallicola, Grun.

16. Melobesia farinosa, Lamour.
17. Lithothamnion coralloides, Crouan.
18. " byssoides, Phil.
19. Jania rubens, Lamour.

XIV. **Isole Filippine** (settembre 1884).

1. Sargassum Binderi, Sond.
   var. Vitiensis, Grun.
2. Melobesia farinosa, Lamour.
3. Lithothamnion polymorphum, Aresch.

XV. **Mar della China**, natante (ottobre 1884).

1. Sargassum heterocystum, Mont.

XVI. **China**, ad **Amoy** (ottobre 1884).

1. Ulva rigida (Ag.) var. rigida, J. Ag.
2. Myagropsis Thunbergii, Ktz.
3. Sargassum serratifolium, Ag.
4. " hemiphyllum, Ag.
5. Prionitis pectinata, J. Ag.
   var. subsecunda, Picc.

XVII. **Singapore** (febbraio 1885).

1. Padina Antillarum (Ktz.).

Natanti.

1. Sphacelaria rigida, Hering.
2. Sargassum oocyste, J. Ag.
   var. Chierchii, Grun.

XVIII. **Isola di Ceylan,** a **Colombo** (febbraio 1885).

1. Spatoglossum Schroederi, Ktz.
2. Stoechospermum marginatum, Ktz.
3. Sargassum Ilicifolium, Ag.
   var. duplicata, J. Ag.
4. " marginatum, J. Ag.
5. Grateloupia prolongata, J. Ag.
6. Gymnogongrus pygmaeus, J. Ag.
7. Gracilaria corticata, J. Ag.
8. Gelidium variabile, J. Ag.
9. Polysiphonia ferulacea, Suhr.

XIX. **In navigazione tra l'isola di Ceylan e Aden** (febbraio 1885).

1. Trichodesmium Hindsii, Mont.

Indice alfabetico delle specie e dei sinonimi.

Pag.

Acanthococcus spinuligerus, J. Ag. . . 40
Achnanthes *seriata*, Ag. 13
" subsessilis, Ktz. ivi
Acrocarpus *crinalis*, Ktz. 45
" *spinescens*, Ktz. ivi
Adenocystis Lessonii, Hook. et Harv. . 26
Amansia multifida, Lamour. 50
Amphiroa Beauvoisii, Lamour. 52
" dilatata, Lamour. ivi
Asperococcus *Lessonii*, Bory. 26
Asterotrichia *ulvicola*, Zanard. 22
Ballia callitricha, Mont. 33
Bryopsis *Balbisiana*, Lamour. 19
" " *Lamourouxii*, J. Ag. ivi
" Leprieurii, Ktz. ivi
" plumosa, Ag. ivi
Calliblepharis jubata, Ktz. 42
Callithamnion *Daviesii β secundatum*, Lyngb 46
" flaccidum, Hook. et Harv. 32
" *secundatum*, Ag. 47
" subsecundum, Grun. . . . 32
Callophyllis tenera, J. Ag. 38
Calothrix *cespitula*, Harv. 15
Carpacanthus *echinocarpus*, Ktz. 31
" *heterocystus*, Ktz. ivi
" *Ilicifolius β marginatum*, Ktz. 30
Caulerpa Chemnitzia, Lamour. 21
" prolifera, Lamour. 20
Centroceras clavulatum var. inerme (Ktz.). 34
" " micracanthum (Ktz.). 33
" *inerme*, Ktz. 34
" *micracanthum*, Ktz. 33
Ceramium *confervoides*, Roth. 21
" elegans, Ducl. 33
" *involutum*, Ktz. ivi
" rubrum var. involutum (Ktz.). ivi
Chaetangium variolosum, J. Ag. 45
Chaetomorpha Dubyana, Ktz. 17
Chantransia secundata, Thur. 46
Chauvinia *Chemnitzia*, Ktz. 21

Pag.

Chnoospora pannosa, J. Ag. 27
Chondria flagellaris, Harv. 47
Chondroclonium *canaliculatum*, Ktz. 36
" *Chauvinii*, Ktz. ivi
" *versicolor*, Ktz. ivi
Chondrus crispus, Lyngb. 35
" *furcellatus*, Grev. 38
" *pygmaeus*, Grev. 37
" *tuberculosus*, Hook. et Harv. . ivi
" *variolosus*, Mont. 45
Chorda *Lessonii*, Ktz. 26
Chrysymenia uvaria, J. Ag. 38
Cladophora (Spongomorpha) arcta, Ktz. 18
" " " var. Pescettii, Picc. ivi
" " Hookeriana, Ktz ivi
" ivi
" ivi
" ivi
Conferva *arcta*, Dillw. ivi
" *littoralis*, L. 22
" *nummuloides*, Dillw. 13
" *striatula*, Jurg. ivi
" *urceolata*, Lightf. 49
Corallina *Opuntia*, L. 20
" *rubens*, L. 53
" *rugosa*, Soland. 44
" *spermophoros*, Ktz. 53
Cryptopleura *Crozieri*, Ktz. 42
" *livida*, Ktz. ivi
Cymbosira *Agardhii*, Ktz. 13
" seriata (Ag.). ivi
Cystoclonium *obtusangulum*, Ktz. 40
Cystophyllum *Thunbergii*, J. Ag. 29
Cystoseira concatenata, Ag. 28
" granulata, Ag. ivi
" Sonderi (Ktz.). 29
" *Thunbergii*, Ag. ivi
Dasya Berkeleyi, J. Ag. 50
Delesseria Davisii, Hook. et Harv. . . . 43
" Lyallii, Hook. et Harv. . . . 44

Pag.

Delesseria quercifolia, Bory. 43
» subtilis, Grun. ivi
Derbesia Lamourouxii, Sol. 19
Desmarestia viridis, Lamour. 28
Diatoma *tabulatum*, Ag. 14
Dichloria *viridis*, Grev. 28
Dictyopteris *delicatula*, Lamour. 25
Dictyosphaeria favulosa, Decne. 21
Dictyota *Schroederi*, Grev. 23
» *variegata*, Lamour. 24
Durvillaea utilis, Bory. 26
Echinocaulon *spinellum*, Ktz. 46
Ectocarpus amicorum, Harv. 21
» confervoides, Le Jol. ivi
» *littoralis*, Lyngb. 22
» *siliculosus*, Lyngb. 21
» 22
Enteromorpha compressa, Grev. 16
» *Grevillei*, Thur. ivi
Epineuron *multifidum*, Ktz. 50
Fucodium Galapagense, Picc. et Grun. . 28
Fucus *cervicornis*, Turn. 41
» *Chemnitzia*, Esp. 21
» *concatenatus*, L. 28
» *crinalis*, Turn. 45
» *crispus*, L. 35
» *granulatus*, Turn. 28
» *hemiphyllus*, Turn. 31
» *Humboldtii*, Bonpl. 27
» *jubatus*, Good. et Wood. 42
» *multipartitus*, Clem. 41
» *musciformis*, Wulf. 46
» *obtusilobus*, Mert. 50
» *papillosus*, Forsk. 48
» *Pavonius*, L. 24
» *prolifer*, Forsk. 20
» *rigidus*, Vahl. 45
» *serratifolius*, Ag. 29
» *Thunbergii*, Mert. ivi
» *turbinatus β ornatus*, Turn. ivi
» *uvarius*, Wulf. 38
» *viridis*, Müll. 28
Galaxaura *plicata*, Ktz. 44
» rugosa, Lamour. ivi
» » plicata (Ktz.). ivi
Gastroclonium *uvaria*, Ktz. 38
Gelidium *corneum* var. *crinalis*, J. Ag. . 45
» crinale, Lamour. ivi
» rigidum, Grev. ivi
» torulosum, Ktz. 46
» variabile, J. Ag. 45

Pag.

Gigartina canaliculata, Harv. 36
» Chauvinii, Mont. ivi
» Lessonii, J. Ag. ivi
» *melanothrix*, Bory. 37
» tuberculosa, Grun. ivi
» *variabilis*, Grev. 45
» 37
Gracilaria cervicornis, J. Ag. 41
» compressa, Grev. 40
» cornea, J. Ag. 41
» coronopifolia, J. Ag. 40
» corticata, J. Ag. 41
» ferox, J. Ag. 40
» multipartita, J. Ag. 41
» Peruana, Picc. et Grun. . . . ivi
Grammatonema *striatulum*, Ktz. 14
Grammatophora angulosa Ehrb. 15
» oceanica, Ehrb. ivi
Grammonema striatulum (Jurg.). 13
» *Jurgensii*, Ag. ivi
Grateloupia Cutleriae, Ktz. 35
» prolongata, J. Ag. 34
» *schizophylla*, Ktz. 35
Gymnogongrus furcellatus, J. Ag. . . . 38
» Griffithsiae var. Galapagensis, Picc. et Grun. . 37
» melanothrix, Grun. . . . ivi
» pygmaeus, J. Ag. . . . ivi
» 38
Halimeda *multicaulis*, Ktz. 20
» Opuntia, Lamour. ivi
Halyseris delicatula, J. Ag. 25
Heterosiphonia *Berkeleyi*, Mont. 50
Hormoceras *polygonum*, Ktz. 33
Hypnea musciformis, Lamour. 46
» nidifica, J. Ag., ... ivi
Hypoglossum *Lyallii*, Ktz. 44
Iridaea *Binderi*, J. Ag. 34
» *Cutleriae*, Bind. 35
» *laminarioides*, Bory 36
Jania rubens, Lamour. 53
Laminaria brevipes, Ag. 26
» *debilis*, Ag. 25
» *elliptica*, Mont. 26
» *reniformis*, Mont. ivi
Laurencia nidifica, J. Ag. 47
» obtusa var. gracilis, Harv. . . 48
» papillosa, Grev. ivi
Leibleinia cespitula, Ktz. 15
Lessonia nigrescens, Bory. 26
Liagora annulata var. Vieillardi, Grun. . 44

Pag.

Liagora *fragilis*, Ktz. 44
Lithophyllum agariciformis (Pall.). . . . 51
» *expansum β agariciformis*, Hauck. ivi
Lithothamnion byssoides, Phil. 52
» coralloides, Crouan. . . ivi
» crassum, Phil. 51
» polymorphum, Aresch. . ivi
» *racemus*, Aresch. ivi
Lomentaria reflexa var. uncinata, J. Ag. 47
» *uncinata*, Mart. ivi
Macrocystis Humboldtii, Ag. 27
» luxurians, J. Ag. ivi
» planicaulis, Ag. ivi
» *pyrifera* var. *Humboldtii*, Ktz. ivi
» » *luxurians*, Hook. et Harv ivi
» » *planicaulis*, Ag. . ivi
Melobesia *agariciformis*, Harv. 51
» farinosa, Lamour. ivi
Melosira nummuloides, Ag. 13
Mesogloia *vermicularis*, Ag. 23
» vermiculata, Le Jol. ivi
Millepora *agariciformis*, Pall. 51
» *byssoides*, Lamarck. 52
» *polymorpha*, L. 51
Monostroma Grevillei, Wittr. 16
Myagropsis Thunbergii, Ktz. 29
Myrionema *maculiforme*, Ktz. 22
» *vulgare*, J. Ag. ivi
» vulgare var. maculaeformis, Thur. ivi
Nitophyllum Crozieri, Hook. et Harv. . 42
» lividum, Hook. et Harv. . ivi
» violaceum, J. Ag. ivi
» 43
» ivi
» ivi
Nothogenia *tuberculosa*, Ktz. 37
» *variolosa*, Mont. 45
Padina Antillarum (Ktz.). 25
» Durvillaei, Harv. ivi
» Pavonia, Gaill. 24
Phycoseris *australis*, Ktz. 17
» *fasciata*, Ktz. ivi
» *rigida*, Ktz. ivi
Phyllacantha *concatenata*, Ktz. 28
» *granulata*, Ktz. ivi
Phyllerpa *prolifera*, Ktz. 20
Phyllitis debilis, Ktz. 25
Pilayella littoralis, Kjellm. 22
Polysiphonia anisogona, Hook. et Harv. 49
» *Berkeleyi*, Hook. et Harv. 50
» camptoclada, Mont. 49
» ferulacea, Suhr. ivi
» tenuistriata, Hook. et Harv. 50
» Tongatensis var. corallicola, Grun. 49
» urceolata, Grev. ivi
Porphyra laciniata, Ag. 32
» leucosticta, Thur. ivi
» *umbilicalis β laciniata*, J. Ag. ivi
Plocamium *coccineum* var. *australe*, J. Ag. 39
» » *secundatum*, Ktz. . ivi
» secundatum, Ktz. ivi
Prionitis pectinata, J. Ag. 35
» » subsecunda, Picc. . . ivi
Ptilonia magellanica, J. Ag. 48
Rhodomela *Gaimardi*, Hook. et Harv. . ivi
» Hookeriana, J. Ag. ivi
Rhodymenia corallina, Grev. 39
» *corticata*, J. Ag. 41
» flabellifolia, Mont. 39
» Peruviana, J. Ag. ivi
Rivularia *vermiculata*, Engl. Bot. 23
Rytiphlaea *otbusiloba*, Ag. 50
Sargassum Binderi var. Vitiensis, Grun. 31
» cymosum, Ag. ivi
» *duplicatum*, Bory. 30
» echinocarpum, J. Ag. 31
» » *Vitiense*, Grun. ivi
» hemiphyllum, Ag. ivi
» heterocystum, Mont. ivi
» Ilicifolium β duplicatum, J. Ag. 30
» » *marginatum*, Ag. . ivi
» *Liebmanni*, Picc. ivi
» marginatum, J. Ag. ivi
» Oocyste var. Chierchii, Grun. ivi
» polyphyllum var. fissifolia, Gru. 29
» serratifolium, Ag. ivi
» spinulosum var. ciliata, Grun. 30
Schizonema humile, Ktz. 15
Schizymenia Binderi, J. Ag. 34
Spatoglossum Schroederi, Ktz. 23
Sphacelaria *callitricha*, Ag. 33
» rigida, Hering. 22
Sphaerococcus *acanthophorus*, Ktz. 42
» *cervicornis*, Ag. 41
» *Chauvinii*, Bory. 36
» *compressus*, Ag. 40
» *corallinus*, Bory. 39

Pag.

Sphaerococcus *corticatus*, Ktz. 41
» *flabellifolius*, Bory. 39
» » *tenuifolius*, Ktz. ivi
» *furcellatus*, Ag. 38
» *Lessonii*, Bory. 36
» *multipartitus*, Ag. 41
» *tenuifolius*, Ktz. 39
Spongites *confluens*, Ktz. 51
» *coralloides*, Crouan. 52
» *crassa*, Ktz. 51
» *crustacea*, Ktz. ivi
» *incrustans*, Ktz. ivi
» *polymorpha*, Ktz. ivi
» *racemosa*, Ktz. ivi
Spongocarpus *hemiphyllus*, Ktz. 31
Spongomorpha *arcta*, Ktz. 18
» *Hookeriana*, Ktz. ivi
Stoechospermum marginatum, Ktz. . . 23
» *patens*, J. Ag. ivi
Stypopodium *fuliginosum*, Ktz. 24
» *lobatum*, Ktz. ivi
» *variegatum*, Ktz. ivi
Synedra affinis, Ktz. 14
» fasciculata var. subarcuata, Grun. ivi
» investiens, Sm. ivi
» laevigata, Grun. 15
» tabulata, Ktz. 14

Pag.

Taonia *Schroederi*, J. Ag. 23
Thamnocarpus *magellanicus*, Ktz. 48
Thamnophora *magellanica*, Mont. ivi
Treptacantha *Sonderi*, Ktz. 29
Trichodesmium Hindsii, Mont. 16
Turbinaria ornata, J. Ag. 29
Ulva *compressa*, L. 16
» fasciata, Delile 17
» *laciniata*, Lightf. 32
» *laciniata*, Wulf. 17
» *Lactuca*, Ktz. 16
» *plumosa*, Huds. 19
» rigida var. rigida, J. Ag. 17
» » laciniata, J. Ag. ivi
» *rigida*, Ag. ivi
» *Schroederi*, Mert. 23
Valonia *favulosa*, Ag. 21
Vidalia obtusiloba, J. Ag. 50
Zonaria *Antillarum*, Ktz. 25
» *Durvillaei*, Bory. ivi
» *fuliginosa*, Mart. 24
» lobata, Ag. ivi
» *marginata*, Ag. 23
» *patens*, Hering. ivi
» *Pavonia*, Ag. 24
» variegata, Ag. ivi

Manipolo di alghe del Mar Rosso.
Memoria di ANTONIO PICCONE.

La Commissione nominata dalla R. Accademia dei Lincei per provvedere allo studio del materiale scientifico raccolto dalle navi viaggianti della R. Marina, su proposta dell'ottimo amico prof. G. Passerini, mi affidava nel 1886 tre collezioni di alghe perchè, fattone l'esame, ne pubblicassi i risultati. La prima componevasi di un ricco numero di specie e di esemplari che il sig. Gaetano Chierchia coglieva durante il viaggio di circumnavigazione eseguito colla « Vettor Pisani » negli anni 1882-85, e di essa già feci conoscere in altro lavoro il valore e l'importanza scientifica. Mentre mi riservo di fare in altra Nota un cenno delle pochissime specie che il sig. Ettore Cercone prese nel Mar di Sargasso durante il viaggio del « Cavour » alle Antille, qui or enumero quelle che il sig. Francesco Orsini imbarcato sulla « Vedetta » riportò dal Mar Rosso. Ed avendo dall'egregio amico Cesare Marcacci, altro distinto ufficiale della R. Marina, ricevuto un terzo contributo di alghe eritree [1] da lui raccolte nel 1886, credo utile di illustrarle contemporaneamente, allo scopo di offrire agli algologi, in un sol corpo riunite, quelle notizie che interessano per la migliore conoscenza della flora marina del Mar Rosso.

Posteriormente alla pubblicazione delle mie *Contribuzioni all'algologia eritrea* [2] comparvero alcuni lavori che valsero a notevolmente accrescere i materiali per una completa enumerazione delle specie abitatrici di quella interessantissima regione marina [3]. Tutti peraltro confermano come esistano intimi legami tra la flora algologica

[1] Il sig. Cesare Marcacci raccolse alghe nel Mar Rosso allorchè soggiornò ad Assab per compiervi lavori idrografici e nel periodo di ritorno del viaggio attorno al mondo della « Vettor Pisani ». Le prime le compresi nel lavoro sulle alghe eritree che pubblicai nel 1884 e le seconde in quello relativo alle alghe della « Vettor Pisani » che comparve nel 1886.

[2] Nuovo Giornale botanico italiano, vol. XVI. Firenze 1884.

[3] G. A. Pasquale, *Cenni sulla flora di Assab.* Napoli 1885 (Atti della R. Accademia di scienze fisiche, vol. I, ser. 2^a, n. 12). Vi sono enumerate 32 alghe studiate da F. Balsamo. — G. B. Licata, *La flora di Assab.* Milano 1885 (La Natura, n. 65). — F. Hauck, *Ueber einige von M. Hildebrandt im Rothen Meere und Indischen Ocean gesammelte Algen,* I-V (Hedwigia 1886-1888). — A. Piccone, *Alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani ».* Genova 1886. — E. Bornet, *Algues du voyage au Golfe de Tadjoura recueillies par M. L. Faurot* (Journal de botanique, II, 1888, n. 2). — G. B. De Toni e G. Paoletti, *Spigolature per la flora di Massaua e di Suakim.* Padova 1888 (Bollettino della Società veneto-trentina di scienze naturali, t. IV, n. 2).

eritrea e quella dell'Oceano Indiano [1] e come debbasi ammettere col celebre Greville che « the Read Sea is full of Sargassa » [2]. Allo scopo di non rendere soverchiamente prolissa la parte sinonimica di questa Memoria, tralasciai di citare i lavori anzidetti a riguardo delle specie che sono nel Mar Rosso comuni.

Le specie del genere *Sargassum* furono assieme a poche altre riviste e studiate dall'egregio amico mio Alberto Grunow. Egli a me dei sargassi avea fatta richiesta, essendo da non poco tempo occupato a redigere una Monografia di questo vasto genere di alghe, alcune delle quali, anche per il loro polimorfismo, sono di assai difficile determinazione.

Genova, 26 dicembre 1888.

ALGAE.

Diatomaceae.

ACHNANTHEAE.

COCCONEIS, Ehrb.

1. Cocconeis pellucida, Hantz.

Cocconeis pellucida. Hantz. (non Grun.) in Rabenh. *Beitr.* p. 21, tab. 6, fig. II.

Assab: giugno (Orsini).

Epifitica della *Hypnea Valentiae* assieme alle due seguenti specie.

ACHNANTHES, Bory.

2. Achnanthes seriata, Ag.

Achnanthes seriata, Ag. *Consp. Diat.* p. 60, n. 5.
Cymbosira Agardhii, Ktz. *Bacill.* p. 77, tab. 20, fig. III.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 57.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 113.

Assab: giugno (Orsini).

Sulla *Hypnea Valentiae* in società della specie che precede e di quella che segue.

Riferisco nuovamente questa diatomea al genere *Achnanthes* per parere dell'illustre specialista conte ab. Francesco Castracane, il quale amichevolmente rivide le poche specie di questo interessantissimo gruppo di alghe contenute nel presente lavoro.

[1] A. Piccone, *Contribuzioni all'algologia eritrea.* N. Giorn. bot. ital. XVI, p. 284.
[2] R. K. Greville, *Algae Britannicae,* p. XII.

MERIDIACEAE.

CLIMACOSPHENIA, Ehrb.

3. **Climacosphenia elongata**, Bail.

Climacosphenia elongata, Bail. *Contrib.* 1853, p. 8, t. I, fig. 10-11.
" " Rabenh. *Flor. eur. alg.* I, p. 299.

Assab: giugno (Orsini).

La rinvenni del pari sulla *Hypnea Valentiae* in unione alle due specie già enumerate. Essa è la predominante.

Phycochromophyceae.

OSCILLARIEAE.

LYNGBYA, Ag.

4. **Lyngbya prasina**, Mont.

Lyngbya prasina, Mont. mss.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 284.
" " Ktz. *Tab. phyc.* I, tab. 90, fig. 7.
" " Mont. *Syll. gen. spec. crypt.* p. 465.
" " Born. *Alg. Golf. Tadj.* n. 1.

Canale sud di Massaua, sul banco a sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Ne ritrovai un certo numero di esemplari tra cespugli di sargassi raccolti natanti.

5. **Lyngbya Orsinii**, n. sp.

L. trichomatibus elongatis, in stratum caespitosum submucosum natans, flexuoso-intricatis, dilute flavo-viridibus, articulis diametro duplo vel triplo longioribus, vaginis achromaticis laevissimis.

Aden: luglio (Orsini).

Un solo fiocco, raccolto galleggiante e trasportato dalla corrente. Il suo stato imperfetto, e in alcune parti di incipiente decomposizione, non permette di farne una più esatta descrizione.

Chlorosporaceae.

ULVACEAE.

ULVA, L.

6. **Ulva reticulata**, Forsk.

Ulva reticulata, Forsk. *Flor. Aegypt.-Arab.* p. 187.
Phycoseris reticulata, Ktz. *Spec. alg.* p. 478.
Ulva reticulata, Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 86.
Phycoseris reticulata, Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 29.

Ulva reticulata, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 166.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 18.

Aden: luglio (Orsini). Eidd, costa Dancala: giugno (Marcacci).

Ad Aden era impigliata tra altre alghe raccolte galleggianti e trasportate dalle correnti. I pochi frammenti di Eidd erano tra la fronda del *Sargassum Saltii* var. *Dancalensis.*

7. **Ulva rigida** (Ag.).

var. **rigida,** J. Ag.

Ulva rigida, Ag. *Spec. alg.* p. 410.
Phycoseris rigida, Ktz. *Spec. alg.* p. 477.
" " Ktz. *Tab. phyc.* VI, tab. 23, fig. II.
Ulva rigida *α* rigida, J. Ag. *Till Algern. Syst.* VI, p. 168.
" Lactuca, Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 19.
" " Piccon. *Alg. Vett. Pis.* p. 21.

Eidd, costa Dancala: giugno (Marcacci).

Ne ritrovai due esemplarucci giovanissimi sul caule del *Sargassum lendigerum* var. *Eiddensis.*

CONFERVACEAE.

Chaetomorpha, Ktz.

8. **Chaetomorpha chlorotica** (Mont.).

Conferva chlorotica, Mont. *Flor. d'Algér.* p. 164.
Chaetomorpha chlorotica, Ktz. *Spec. alg.* p. 377.
" " Ktz. *Tab. phyc.* III, tab. 5.
Conferva (Chaetomorpha) chlorotica, Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 88.

Assab: luglio (Orsini).

Pochi filamenti, ed a questa specie con dubbio riferiti, tra la fronda della *Cystoseira Myrica.*

Cladophora, Ktz.

9. **Cladophora** . . . . . .

Aden: luglio (Orsini).

Mista ad alghe prese galleggianti e trasportate dalla corrente. Pochi sono gli esemplari ed in parte alterati. La specie alla quale più rassomigliano è la *Cl. vadorum* del Kützing (*Spec. alg.* p. 402): fra i loro filamenti trovasi impigliata una Chroococcacea.

10. **Cladophora** . . . . . .

Assab: giugno (Orsini).

Un solo cespuglietto, preso sugli scogli, così guasto e decolorato da riuscire indeterminabile.

Fucoideae.

SPHACELARIEAE.

SPHACELARIA, Lyngb.

11. **Sphacelaria rigidula**, Ktz.

Sphacelaria rigidula, Ktz. *Spec. alg.* p. 463.
" " Ktz. *Tab. phyc.* V, tab. 86, fig. I.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 44.
" " Piccon. *Alg. Vett. Pis.* p. 30.

Assab: giugno (Orsini). Sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Pochi cespuglietti epifitici, in entrambe le località, della *Turbinaria decurrens.*

DICTYOTEAE.

PADINA, Adans.

12. **Padina Pavonia** (L.).

Fucus Pavonius, L. *Spec. plant.* p. 1630.
Zonaria Pavonia, Ag. *Spec. alg.* I, p. 125.
Padina Pavonia, Gaill. *Rés. Thalass.* p. 24.
" " J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 113.
Zonaria Pavonia, Ktz. *Spec. alg.* p. 565.
Padina Pavonia, Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 36.
Zonaria Pavonia, Ktz. *Tab. phyc.* IX, tab. 70.
Padina Pavonia, Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 37.

Assab: maggio (Orsini).

L'unico individuo riportato fu preso sugli scogli. Su di esso sonvi due gruppi di piccole uova ed havvi epifitica la *Melobesia membranacea.*

FUCACEAE.

CYSTOSEIRA, Ag.

13. **Cystoseira Myrica** (Gmel.).

Fucus Myrica, Gmel. *Hist. fuc.* p. 88, tab. III, fig. 1.
Cystoseira Myrica, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 222.
Phyllacantha Myrica, Ktz. *Spec. alg.* p. 598.
Cystoseira Myrica, Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 35.
Phyllacantha Myrica, Ktz. *Tab. phyc.* X, tab. 37.
Cystoseira Myrica, Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 38.

Assab: luglio (Orsini). Costa di Massaua: maggio (Marcacci).

Tanto sugli esemplari di Massaua, quanto sull'unico di Assab, havvi una *Melobesia* che parmi la *farinosa*, ma un po' modificata per adattarsi alla forma della

fronda della matrice. Quello di Assab reca epifitica la *Jania rubens* ed, impigliati tra la fronda, alcuni filamenti della *Chaetomorpha chlorotica.*

TURBINARIA, Lamour.

14. **Turbinaria decurrens,** Bory.

Turbinaria decurrens, Bory *Voyag. de la Coq.* n. 18.
" vulgaris β decurrens, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 267.
" decurrens, Ktz. *Spec. alg.* p. 621.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 34.
" " Ktz. *Tab. phyc.* X, tab. 68, fig. I.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 43.

Assab: giugno (Orsini). Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Della prima località un solo frammento che porta epifitica la *Sphacelaria rigidula* e la *Jania pumila.* Della seconda un esemplare alto oltre a 60 cm. e sul quale havvi pure la *Sphacelaria rigidula*, la *Jania adhaerens*, l'*Jania pumila*, nonchè frammenti di un *Ceramium* indeterminabile.

SARGASSUM, Ag. (1)

15. **Sargassum clonocarpum,** Grun.

« *Ramis parum compressis vel plerumque teretiusculis; foliis e basi cuneata late lanceolatis vel oblongis obtusis, acute hinc inde duplicato-dentatis, costa ante apicem evanescente percursis, sparsim glandulosis, obscure fuscis membranaceis; vesiculis sphaericis muticis hinc inde minute biauriculatis; receptaculis foemineis junioribus e triquetro compressis spinulosis parce divisis, adultis ramiformibus compressis longis sursum ramellos foliiferos et vesiculiferos gerentibus; receptaculis masculis subcompressis spinulosis breviter paniculato-racemosis* ».

« Folia 7-28 mm. longa, 2 $^1/_2$-9 mm. lata; vesiculae 2-4 $^1/_2$ mm. longae; receptacula foeminea 4-15 mm. longa, mascula 4-5 mm. longa ». Grun. mss.

Costa di Massaua: maggio. Isola di Adjuz presso Massaua: giugno. Natante nella baja di Hamfelah: giugno (Marcacci).

Gli esemplari unici delle due ultime località vennero dal Grunow riferiti con dubbio a questa specie perchè sterili.

16. **Sargassum** (oocyste var.?) **Picconii,** Grun.

« *Caule . . . . . . ; ramis subangulatis crassis teretibus; foliis anguste lineari-lanceolatis integerrimis acutis, costatis, biseriatim glandulosis, castaneis rigidulis;*

(1) Alcune specie del genere *Sargassum* enumerate nelle mie *Contribuzioni all'algologia eritrea* furono dal sig. Grunow ristudiate e confrontate con nuovi materiali. Da ciò emerse la necessità di apportare le seguenti correzioni:

N. 55. Sargassum Boveanum, J. Ag. var. aterrima, Grun. = S. Boveanum, J. Ag. tipico secondo esemplari autentici.

" 64. Sargassum cuneifolium, J. Ag. var. obscura, Grun. = S. Saltii, var. obscura, Grun. herb.

vesiculis obovatis muticis; receptaculis masculis cylindraceis longis, inermibus racemosis ».

« Planta, ut videtur alta, ramis subremotis. Folia 2-7 ½ cm. longa, 1-2 mm. lata; vesiculae 3-7 mm. longae, 2-4 ½ mm. latae; receptacula 9-12 mm. longa ». Grun. mss.

Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio (Marcacci).

È specie che deve acquistare sviluppo non indifferente. Dei due pezzi che ebbi il maggiore misura circa 87 cm. in altezza. Su alcune foglie, come pure su parecchie aerocisti, trovasi la *Melobesia farinosa*.

17. **Sargassum Biserrula**, J. Ag.
var. **prionocarpa**, Grun.

« *Receptaculis androgynis longissimis, subfastigiatim racemosis, ancipitibus vel subcompressis, argute spinulosis, tortis.* — Receptacula 8-20 mm. longa ». Grun. mss.

Sargassum Biserrula var. prionocarpa, Grun. in De Ton. e Paol. *Spigol. per la flor. di Mass. e Suak.* p. 10, n. 26.

Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Questa forma nel Mar Rosso non deve essere rara. Dalle notizie fornitemi in proposito dall'amico Grunow risulta che, oltre al dott. Bressanin, ve la raccolsero i signori Arnaud e Vaysière, e che sulle coste dei Somali fu trovata da Hildebrandt. Il Marcacci però non ne colse che un pezzo alto circa 26 cm.

18. **Sargassum Ilicifolium** (Turn.).

Fucus Ilicifolius, Turn. *Hist. fuc.* I, p. 114, tab. 51.
Sargassum Ilicifolium, Ag. *Spec. alg.* I, p. 11.
» » J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 318.
Carpacanthus Ilicifolius, Ktz. *Spec. alg.* p. 625.

Aden: luglio (Orsini).

Un sol pezzo colto galleggiante assieme ad altre alghe trasportate dalla corrente. Nella stessa località, ed in eguali condizioni, fu presa dal Marcacci nel marzo del 1885 (*Algh. Vett. Pisani* p. 46).

19. **Sargassum suprepandum** (Forsk.) Ag.
var. ? **euryphylla**, Grun.

Carpacanthus Ilicifolius, Ktz. *Tab. phyc.* XI, tab. 46, fig. 1 (nec S. Ilicifolium (Turn.) Ag.)
Sargassum subrepandum var. euryphylla, Grun. in De Ton. e Paol. *Spigol. per la flor. di Mass. e Suak.* p. 10, n. 25.

Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Un sol pezzo dell'altezza di circa 30 cm., ma riferito con dubbio a questa varietà.

20. **Sargassum Vaysierianum**, Mont.
var. ? **acinarioides**, Grun.

« *Ramis subcompressis vel teretibus; foliis anguste lineari-lanceolatis acutis costatis minute biseriatim glandulosis, obscure fuscis vel nigrescentibus, rigidulis;*

vesiculis obovatis, muticis vel apiculatis, saepe longe petiolatis; receptaculis subtriquetris subracemosis; foemineis hinc inde tortis spinulosis; masculis subclavatis, minus conspicue spinulosis ".

" Folia 15-25 mm. longa, 1-1 ½ mm. lata; vesicula 2-4 mm. longae, 1 ½-2 ½ mm. latae; receptacula foeminea 5-8 mm., mascula 3-5 mm. longa ". Grun. mss.

Isola di Adjuz presso Massaua: giugno (Marcacci).

L'amico Grunow mi comunica che questa varietà fu raccolta anche nel Golfo Persico dalla signora Ida Pfeiffer.

L'esemplare più sviluppato e completo tra quelli riportati dal Marcacci è alto 80 cm., è fornito di callo radicale ed ha il caule subcompresso e quasi cilindrico come i rami.

forma macrocarpa, Grun.

" *Foliis angustis, integerrimis vel rariter subdenticulatis; vesiculis obtusis vel rarius subapiculatis, hinc inde longe pedunculatis; receptaculis foemineis magnis spinulosis (8-11 mm. longis), solitariis vel subracemosis* ". Grun. mss.

Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio (Marcacci).

Di questa forma non ne ho che un solo esemplare, di pianta femminea, mancante della base e alto 53 cm.

var. ? **Assarkensis**, Grun.

Sargassum Vaysierianum var. Assarkensis, Grun. in De Ton. e Paol. *Spigol. per la flor. di Mass. e Suak.* p. 9, n. 23.

Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

La stessa varietà la raccolse a Suakim il dott. R. Bressanin.

var. **Diseensis**, Grun.

" *Foliis angustis integerrimis, tenue vel obsolete costatis; vesiculis obtusis vel longe apiculatis; receptaculis foemineis minoribus, spinulosis, solitariis vel paniculato-subracemosis* ".

" Folia 17-30 mm. longa, ½-1 mm. lata; vesiculae 1 ½-4 ½ mm. longae, 1-2 ½ mm. latae; receptacula 2-4 mm. longa ". Grun. mss.

Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio (Marcacci).

Parecchi esemplari, ma tutti incompleti. Alcuni misurano 7 a 8 decimetri in lunghezza.

21. **Sargassum Fresenianum**, J. Ag.

var. **obtusiuscula**, Grun.

Sargassum Fresenianum var. obtusiuscula, Grun. in De Ton. e Paol. *Spigol. per la flor. di Mass. e Suak.* p. 9, n. 22.

Natante nella baja di Hamfelah: giugno (Marcacci).

Un solo frammento infestato dalla *Melobesia farinosa.*

var. **rigescens**, Grun.

« *Foliis e basi cuneata oblongis obtusis subarcuatis denticulatis obscure fuscis, rigidis; vesiculis obovatis obtusis minute glandulosis* ». Grun. mss.

Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio (Marcacci).

Anche di questa varietà non ne ebbi che un esemplare incompleto, il quale porta su alcune foglie la *Melobesia farinosa.*

var. ? **ilicifolioides**, Grun.

« *Ramis gracilibus; foliis e basi oblique cuneata elliptico-oblongis brevibus obtusis acute denticulatis, fuscescentibus membranaceis; vesiculis petiolo tenui rarius sursum dilatato suffultis; receptaculis masculis juvenilibus parvis teretiusculis inermibus singulis vel paucis aggregatis* ».

« Folia 8-18 mm. longa, 3-7 mm. lata; vesiculae 2-6 mm longae, 1-3 mm. latae ». Grun. mss.

Isola di Adjuz presso Massaua: giugno (Marcacci).

Grunow mi comunica che questa varietà fu pur trovata dal Faurot nell'isola Kamarane.

L'esemplare raccolto dal Marcacci formava un alto e voluminoso cespuglio. Il suo caule peraltro, subcompresso e munito del callo radicale, è sottile e del diametro di 1 mm. e ½ circa. Su alcune foglie havvi la *Melobesia farinosa.*

var. ? **Adenense**, Grun.

« *Foliis majoribus e basi obliqua cuneata ovato-oblongis, subintegerrimis, parce et minute glandulosis, subolivaceo-fuscescentibus; vesiculis parum majoribus, obtusis vel breviter apiculatis, plerumque binis. Chartae adhaeret* (Anne pars inferior S. Freseniani?) ».

« Folia 16-37 mm. longa, 7-13 mm. lata; vesiculae 7-8 mm. longae, 4 ½-5 mm. latae ». Grun. mss.

Aden: luglio (Orsini).

Un solo pezzo, alto 18 cm., raccolto galleggiante assieme ad altre specie trasportate dalla corrente.

22. **Sargassum Saltii** (Turn.) J. Ag.

var. **Dancalensis**, Grun.

« *Foliis subcuneatis, inferioribus e basi cuneata late ovatis obtusis integerrimis sparsim glandulosis, superioribus angustioribus integerrimis vel denticulatis, biseriatim glandulosis, omnibus obtusis obscure sordide fuscis, rigidulis; vesiculis oblongis obtusis vel plerumque apiculatis; receptaculis masculis longis cylindraceis inermibus, paniculatim racemosis, hinc inde ante apicem vesiculiferis* ».

« Folia 10-21 mm. longa, 2-6 mm. lata; vesiculae 3-5 mm. longae, 1 ½-2 mm. latae, breviter petiolatae; receptacula 5-6 mm. longa ». Grun. mss.

Eidd, costa Dancala: giugno (Marcacci).

Tra la fronda eranvi impigliati alcuni frammenti di *Ulva reticulata.*

23. **Sargassum cinctum**, J. Ag.

var. **De Toniana**, Grun.

Sargassum cinctum var. De Toniana, Grun. in De Ton. e Paol. *Spigol. per la flor. di Mass. e Suak.* p. 10, n. 27.

Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Ne ebbi due pezzi: il maggiore è alto 70 cm.

forma serrulata, Grun.

« *Receptaculis omnibus acute spinulosis* ». Grun. mss.

Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio (Marcacci).

Un esemplare era alto oltre ad un metro. Sui rami, sulle foglie ed anche sulle aerocisti sono sparsi dei zoofiti.

forma phyllocysta, Grun.

« *Foliis plerisque obtusiusculis; vesiculis saepe folia terminantibus; receptaculis omnibus spinosis* (foemineis? vel androgynis jam evacuatis?) ». Grun. mss.

Natante nella baja di Hamfelah: giugno (Marcacci).

Il pezzo maggiore misura in altezza più di mezzo metro. Havvi sopra una vecchia *Melobesia*.

24. **Sargassum** (Swartzii (Turn.) Ag. var.?) **hybridum**, Grun.

Sargassum (Swartzii var.?) hybridum, Grun. in Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 52.

Natante ad Assab: giugno (Marcacci).

Pezzo alto 26 cm. circa, sulle di cui foglie esistono zoofiti.

25. **Sargassum Boveanum**, J. Ag.

Sargassum Boveanum, J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 333.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 618.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 28.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 55.

Natante sul banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

26. **Sargassum virgatum**, Mert.

forma erythraea, Grun.

« *Receptaculis masculis et foemineis magis paniculatis, sublongioribus; foliis inferioribus lanceolatis acutiusculis* ». Grun. mss.

Natante nella rada di Arkiko: aprile (Marcacci).

Per gentile comunicazione del Grunow posso aggiungere che questa forma fu raccolta anche a Hodeida da Hildebrandt ed all'isola Perim dal Marchesetti.

La pianta presa dal Marcacci è femminea e misura 1 metro e 10 cm. in lunghezza.

27. **Sargassum asperifolium**, Her. et Mart.

var. **dissimilis**, Grun.

« *Glandulis rarioribus et minus prominentibus*, *foliis lanceolatis obtusis vel acutis, profunde vel fimbriato-dentatis, sparsim vel biseriatim glandulosis, obscure fuscis, membranaceis ; vesiculis sphaericis muticis, minute et parce glandulosis, petiolo eglanduloso suffultis ; receptaculis androgynis inermibus* ».

« A planta typica glandulis multo minus evolutis diversa ». Grun. mss.

Isola di Adjuz presso Massaua : giugno (Marcacci).

Grosso e denso cespuglio dal quale potei ricavarne un discreto numero di belli esemplari. Alcuni tra essi misurano 7 ad 8 decimetri in altezza.

28. **Sargassum lendigerum** (L.) Ag.

var. **Eiddensis**, Grun.

« Sargasso Esperi similis : *ramis subangulatis vel teretiusculis ; foliis lineari-oblongis obtusis vel acutiusculis, parce et perminute glandulosis, undulatis, acute dentatis, obscure sordide fuscis, rigidioribus ; vesiculis sphaericis muticis, nigrescentibus, minoribus et brevius petiolatis* ».

« Folia 15-28 mm. longa, 3 ½-5 ½ mm. lata ; vesiculae 3-5 mm. longae ». Grun. mss.

Eidd, costa Dancala : giugno (Marcacci).

Sul caule trovai epifitico un piccolissimo esemplare dell'*Ulva rigida*. Su alcune foglie havvi parassitico un curioso anellide (?).

Florideae.

CERAMIEAE.

CERAMIUM, Lyngb.

29. **Ceramium** . . . . . .

Natante sul banco al sud di Assarka : aprile (Marcacci).

Sulla fronda della *Turbinaria decurrens*, ma in esemplari così giovani e guasti da riuscire impossibile una sicura determinazione.

CHAMPIEAE.

CHAMPIA, Desv.

30. **Champia tripinnata**, Zanard.

Champia tripinnata, Zanard. *Alg. nov. in mar. rubr. coll. in Regensb. Flor.* 1851, p. 34.
» » Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 69, tab. IX, fig. 2.
» » Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 72.

Assab : maggio (Orsini).

Di questa bella e rara specie il sig. Orsini ne preparò un esemplare sulla carta

e altro ne conservò nell'alcool. Notò egli che nell'acqua è di colore violetto vivissimo e che tal colore perde dopo qualche minuto che ne è stata tolta.

RHODYMENIACEAE.

Desmia, Lyngb.

31. **Desmia cincinnata** (Mont.).

Plocamium cincinnatum, Mont. *Pug. alg. Yem.* p. 8.
Portieria coccinea, Zanard. *Alg. nov. in mar. rubr. coll. in Regensb. Flor.* 1851, p. 33.
Plocamium cincinnatum, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 406.
Desmia coccinea, Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 55, tab. VII, fig. 1.
Plocamium cincinnatum, Ktz. *Thab. phyc.* XVI, tab. 47, fig. 1.
Desmia coccinea, J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 357.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 73.
" " Hauck *Ueb. ein.* ecc. (Hedwigia 1886) n. 14.

Assab: maggio (Orsini).

È specie rara: nella collezione havvene un solo esemplare ma bello e ben conservato perchè preparato fresco. Come nota il Montagne (*Syllog. gen. spec. crypt.* p. 406), e come verificai io stesso preparando gli esemplari avuti precedentemente dal march. G. Doria e dal cap. G. Caramagna, quest'alga, messa nell'acqua dolce, in breve tempo si rammollisce e non tarda a diventare così fragile e gelatinosa che al minimo tocco si riduce in piccoli frammenti.

Per legge di priorità questa specie deve chiamarsi *Desmia cincinnata.* Infatti la Memoria del Montagne, nella quale fu fatta per la prima volta conoscere sotto il nome di *Plocamium cincinnatum*, apparve nel 1850, mentre quella dello Zanardini, ove trovasi descritta sotto quello di *Portieria coccinea*, fu pubblicata soltanto nell'anno successivo, ossia nel 1851.

SPHAEROCOCCOIDEAE.

Gracilaria, Grev.

32. **Gracilaria Wrightii** (Turn.).

Fucus Wrightii, Turn. *Hist. fuc.* tab. 148.
Laurencia Wrightii, Ktz. *Spec. alg.* p. 857.
Gracilaria Wrightii, J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 599.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 57.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 422.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 97.

Assab: giugno (Orsini).

Un solo esemplare conservato nell'alcool e quindi scolorato.

HYPNEACEAE.

Hypnea, Lamour.

33. **Hypnea Valentiae** (Turn.).

Fucus Valentiae, Turn. *Hist. fuc.* tab. 78.
Hypnea Valentiae, Mont. *Plant. cellul. des Il. Canar.* p. 161.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 758.
" " J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 450.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 62.
" " J. Ag. *Epicr. syst. florid.* p. 564.
" " Piccon. *Contr. algol. eritr.* n. 74.

Assab: giugno (Orsini).

Anche di questa specie non ve ne ha nella collezione che un solo esemplare, il quale possiede alcuni tratti della sua fronda rivestiti da *Cocconeis pellucida*, *Achnanthes seriata* e *Climacosphenia elongata.*

CHONDRIEAE.

Laurencia, Lamour.

34. **Laurencia oophora**, Ktz.

Laurencia oophora, Ktz. *Tab. phyc.* XV, p. 21, tab. 57, fig. *a-b.*
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 102.

Assab: maggio (Orsini).

Fu raccolta sugli scogli. Differisce alquanto dalla forma presa nella stessa località dal march. G. Doria per avere le papille meno addensate alla sommità dei ramoscelli.

CORALLINEAE.

Melobesia, Lamour.

35. **Melobesia membranacea** (Esp.).

Corallina membranacea, Esp. *Zooph.* tab. 12, fig. 1-4.
Melobesia membranacea, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 315.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 696.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 512.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 61.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 93, fig. *e-f.*
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 86.

Assab: maggio (Orsini). Aden: luglio (Orsini).

Della prima località la trovai sulla *Padina Pavonia* raccolta affissa a scogli. Della seconda è sulle foglie d'una zosteracea prese natanti mentre erano trasportate dalla corrente.

36. **Melobesia farinosa,** Lamour.

Melobesia farinosa, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 315.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 696.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 512.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 61.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 95.
" " Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 88.

Natante nella baja di Hamfelah: giugno. Disei, isoletta a sud-est di Massaua: maggio. Isola di Adjuz presso Massaua: giugno. Costa di Massaua: maggio (Marcacci). Assab: luglio (Orsini).

In tutte le notate località era questa specie epifitica. Nelle tre prime trovavasi sulle diverse varietà del *Sargassum Fresenianum*: nella quarta sulle foglie e sulle aerocisti del *S. clonocarpum*, nonchè sulla *Cystoseira Myrica*: nell'ultima era del pari sulla *Cystoseira*.

Jania, Lamour.

37. **Jania rubens** (L.).

Corallina rubens, L. *Syst. nat.* (ed. 12), 1, p. 1304.
Jania rubens, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 272.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 709.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 557.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 60.
Corallina (Jania) rubens } Ktz. *Tab. phyc.* VIII, tab. 80, fig. I
" " spermophoros } et tab. 81.
Jania rubens, Piccon. *Contrib. algol. eritr.* n. 92.

Eidd, costa Dancala: giugno (Marcacci). Assab: luglio (Orsini).

Scarsi esemplari sul *Sargassum lendigerum* var. *Eiddensis* della costa Dancala e sulla *Cystoseira Myrica* di Assab.

38. **Jania adhaerens,** Lamour.

Jania adhaerens, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 270.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 710.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 559.

Banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

Sulla *Turbinaria decurrens* raccolta natante. Pochi e piccoli individui.

39. **Jania pumila,** Lamour.

Jania pumila, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 269, tab. 9, fig. 2.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 710.
" " Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 559.
" " Zanard. *Plant. mar. rubr.* p. 60.

Assab: giugno (Orsini). Banco al sud di Assarka: aprile (Marcacci).

In entrambe le località era epifitica sulla *Turbinaria decurrens*, ma mentre sull'esemplare di Assarka non ne esiste che un meschino individuo, su quello di Assab invece sonvene parecchi bene sviluppati e fruttiferi.

Alcune specie di alghe del Mar di Sargasso.
Memoria di ANTONIO PICCONE.

Il sig. Ettore Cercone, ufficiale della R. Marina, coglieva quattro specie di alghe nel Mar di Sargasso durante il viaggio del « Cavour » alle Antille [1]. Di esse fo seguire i nomi, coll'aggiunta di poche note sinonimiche e di alcune osservazioni generali specialmente intorno al Mar di Sargasso.

1. **Dichothrix fucicola** (Ktz.).

Schizosiphon fucicola, Ktz. *Botan. Zeit.* 1847, p. 178.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 331.
" " Ktz. *Tab. phyc.* II, p. 18, tab. 55, fig. II.
Dichothrix fucicola, Born. et Flah. *Revis. des Nostoc. hétéroc.* (Ann. sc. nat. sér. VII, t. III, p. 379).

Ne esistono cespuglietti non solo sopra le foglie, ma anche sui rami, sulle aerocisti e loro pedicelli del *Sargassum bacciferum* var. *Chamissonis* raccolto nell'Oceano Atlantico in lat. 13° N. e long. 76° W. Green.

Nell'opera dei signori Bornet e Flahault, or ora citata, è detto che vive sulle vecchie foglie dei sargassi, ma non si accenna al suo epifitismo sulle altre parti della pianta, ossia sui rami, sui pedicelli delle aerocisti e sulle aerocisti medesime, presentatoci dagli esemplari colti dal sig. Cercone.

2. **Sargassum bacciferum** (Turn.) Ag.
var. **Chamissonis**, Ktz.

Sargassum bacciferum var. Chamissonis, Ktz. *Spec. alg.* p. 610.

Oltre gli esemplari raccolti nel punto sopra indicato, e sui quali eravi epifitica la *Dichothrix fucicola*, altro ne trovai preso il 12 febbraio parimenti nell'Atlantico in lat. 17°,48′ N. e long. 49°,38′ W. Green.

La stessa varietà l'ebbi parecchi anni or sono dal marinaio G. B. Saettone, che la raccolse egli pure nell'Oceano Atlantico mescolata ad esemplari della specie che pubblicai nella raccolta del Rabenhorst *Algen Europa's* al n. 2306.

[1] Il lusinghiero incarico di preparare e determinare queste alghe, ed altre raccolte dal sig. Francesco Orsini nel Mar Rosso e dal sig. Gaetano Chierchia nel viaggio intorno al mondo della « *Vettor Pisani* », mi venne affidato, per iniziativa dell'egregio amico prof. G. Passerini, dalla Commissione nominata dalla R. Accademia dei Lincei perchè provvedesse allo studio del materiale scientifico radunato dalle navi viaggianti della R. Marina.

A riguardo di questa varietà istituita dal Kützing mi permetto le seguenti osservazioni. I caratteri sui quali la fonda sono dell'avere i rami di forma piana, le aerocisti non mucronate ed i loro pedicelli piani. Ora negli esemplari di cui trattasi in questa breve Memoria il carattere che trovai in tutti in modo evidente è quello delle aerocisti non mucronate, ma molti tratti dei rami e non pochi pedicelli sono cilindrici, o al più subcilindrici. Il carattere poi delle aerocisti non mucronate si può ritenere di molto valore? Noterò, a questo riguardo, che in alcuni esemplari della forma tipica trovai alcune aerocisti non mucronate, come sono figurate anche dall'Harvey nella tav. CIV della *Phycologia Britannica* e come le descrive G. Agardh (*Spec. alg.* I, p. 344) ove dice « vesiculis in petiolo teretiusculo ipsarum longitudine sphae- « ricis *plerumque* aristatis » : che in non poche specie e varietà di questo genere si rinvengono, anche sullo stesso esemplare, le aerocisti ora provviste ed ora mancanti di mucrone.

3. **Sargassum vulgare**, Ag.

var. **foliosissima**, Lamour.

forma **leptocarpa** (Ktz.) Grun. *herb.*

Sargassum leptocarpum, Ktz. *Spec. alg.* p. 608.

Alcuni frammenti in buono stato, ma sterili, il maggiore de' quali è alto circa 13 cm. Furono raccolti anch'essi natanti in lat. 13° N. e long. 76° W. Green. assieme alla specie precedente.

var. **vagabunda**, Grun.

Sargassum vulgare var. vagabunda Grun. *herb.*

Devo questa varietà al marinaio G. B. Saettone che la trovò mescolata al *Sargassum bacciferum* e sua varietà *Chamissonis*. Certo la raccolse nel Mar di Sargasso dell'Oceano Atlantico, ma non seppe darmi alcuna indicazione relativa alla latitudine e longitudine del punto ove, gettati dei ganci in mare assicurati ad una fune, ritrasse la massa di alghe delle quali mi fece regalo.

4. **Melobesia farinosa**, Lamour.

Melobesia farinosa, Lamour. *Hist. des polyp. flex.* p. 315.
" " Ktz. *Spec. alg.* p. 696.
" " Ktz. *Tab. phyc.* XIX, tab. 95.

Epifitica sulle foglie del *Sargassum vulgare* var. *foliosissima* f. *leptocarpa* colto natante, come già fu esposto, in lat. 13° N. e long. 76° W. Green.

I Mari di Sargasso dei geografi fisici e dei naviganti debbono dividersi in due specie, ossia quelli assai estesi formati da vero sargasso, o in termini più generali da alghe ivi nate e cresciute, e quelli di minori proporzioni dovuti ad agglomerazione di detriti di alghe nate lungo le coste, dall'azione meccanica del mare staccate

e trasportate dalle correnti [1]. Tanto gli uni quanto gli altri esistono e si formano là dove per effetto di grandi correnti circolari o circolanti trovasi nella parte centrale un' area di tranquillità non assoluta ma relativa e che permette alle alghe di soggiornarvi se viventi, o che le costringe a rimanervi, se meccanicamente ivi raccolte, finchè non sieno andate in completo sfacelo. Non è forse inutile l'avvertire come nelle parti periferiche dei primi alle alghe viventi possano probabilmente aggiungersi e mescolarsi, per circostanze speciali, esemplari o frammenti di specie vegetanti presso le coste.

Tralasciando di parlare dei secondi, che hanno interesse grande per i geografi fisici, ma relativamente piccolo per i botanici, osserverò come ai primi appunto appartenga il celebre Mar di Sargasso dell'Atlantico incontrato da Cristoforo Colombo nel suo primo viaggio alla scoperta del nuovo mondo, ma già noto ai navigatori dei secoli precedenti [2] e dal quale provengono le alghe or ora enumerate. Questo Mar di Sargasso dell'Oceano Atlantico è da tutti gli autori considerato come formato dal *Sargassum bacciferum.* Ora se altre specie vengono ad esso trovate frammiste (e che ciò succeda è dalla prima parte di questa Memoria confermato) nasce spontanea la domanda: sono ivi nate e cresciute assieme al *S. bacciferum*, o vi sono state dalle correnti trasportate? Impossibile è rispondere per ora con fondamento al quesito proposto; e sarebbe utile assai che, per giungere un giorno a risolverlo in modo generale, fossero presi dai navigatori numerosi saggi in tutti i Mari di Sargasso, nei varî loro punti ed anche nei centrali (segnando con precisione la latitudine e longitudine ove ciascun saggio fu colto), per constatare se e quali altre specie, oltre alla fondamentale, concorrono a formarli, se esse vi sono frammiste in grandi quantità, in iscarsi esemplari o loro frammenti.

La florula dei Mari di Sargasso non mi risulta sia stata da alcuno compilata. Interessanti sono quindi e degne di particolare menzione tutte le specie che in essi si rinvengono, perchè gioveranno appunto a far conoscere di quali tipi tal florula pelagica riesca formata. Qualunque sia peraltro il numero delle specie accertate quali facienti parte dei veri Mari di Sargasso, io credo possa stabilirsi *a priori* che esse saranno del genere *Sargassum* o di generi aventi essi pure organi atti a rendere leggiera la fronda ed a mantenerla galleggiante, oppure di specie epifitiche sulle maggiori (come per la *Dichothrix* e la *Melobesia* sopra citate), ossia su quelle costituenti quindi il vero banco algoso galleggiante.

Non credo sia or qui il luogo di ampiamente discutere intorno alle cause che determinano la formazione di questi Mari di Sargasso ed alle ipotesi dai naturalisti a tal riguardo proposte. Mi permetterò soltanto alcune osservazioni generali e d'indole botanica.

Secondo il celebre Maury sarebbero essi formati dalle materie in deriva di ogni mare, le quali verrebbero naturalmente a riunirsi in quella specie di stagno in cui ogni corrente nel venire dall'equatore, o nel farvi ritorno, abbandona tutti quei materiali che seco trasporta [3]. Questa ipotesi non è, a mio credere, per i veri Mari

(1) Vedasi in proposito E. H. Giglioli, *Viaggio intorno al globo della R. Piro-corvetta italiana « Magenta »*, p. 102.

(2) E. D'Albertis, *Crociera del « Corsaro » alle isole Madera e Canarie*, p. 76.

(3) M. F. Maury, *Geografia fisica del mare* (versione italiana del Cap. L. Gatta, Torino 1877), p. 58.

di Sargasso accettabile. Infatti abbiamo le osservazioni del Cap. Leps dalle quali risulterebbe che le piante di *Sargassum* (nel Mare di Sargasso dell'Atlantico) ivi nascono e crescono, e quelle di G. De Martens, del prof. E. H. Giglioli e di altri naturalisti che confermano come questa specie vi si propaghi e vi si moltiplichi per scissione [1]. Inoltre le alghe marine che sogliono vivere affisse, allorquando sono dal loro sostegno distaccate vanno grado a grado scomponendosi, anche rimanendo immerse nell'acqua salata. Ora una massa colossale di alghe quale è quella che costituisce un Mar di Sargasso dovrebbe per effetto della decomposizione produrre esalazioni ed altri fenomeni i quali al certo sarebbero stati dai naviganti avvertiti. Accettando l'ipotesi del Maury bisognerebbe poi ammettere una vegetazione straordinariamente abbondante e lussureggiante di sargassi lungo le coste ove sarebbero distaccati dal mare per essere trascinati a supplire la ingente quantità necessaria a mantenere i Mari di Sargasso. Ora mentre G. Agardh [2] ed altri algologi ci parlano dei grandi prati atlantici costituiti dal *Sargassum bacciferum*, indicano del pari località ove crescerebbe affisso, ma senza allusione alcuna a sviluppo eccezionale ed a quantità straordinarie. Anzi alcuni autori, parlando del *Sargassum bacciferum* che si raccoglie su certe coste, accennano in modo non dubbio che vi giunge spinto dai flutti marini asportato probabilmente dal Mar di Sargasso. Così il Seubert nella sua *Flora Azorica* (p. 11) dice: « Incolae insulae *Flores* narrant, mare ventis ex occidente flan-« tibus agitatum magnam interdum fuci, quem « sargasso » vocant, copiam eiicere, « quam, uti et haec nostra specimina, ex ea maris atlandici regione, quae ob innu-« mera huius fuci specimina ibi fluctuantia « mar de sargasso » a nautis appellatur, « ortum ducere valde probabile est ». E G. De Martens, nella già citata Memoria che riguarda le coste del Brasile, espone (p. 8) che « sterilis et divisione ramorum « tantum se propagans, quia non adnatum, invenitur aliquando in Brasilia septentrio-« nali inter rejectamenta maris ». Occorre inoltre osservare che i sargassi, lungo le coste marine ove crescono, non formano una vegetazione esclusiva, ma sono invece ad altre specie di alghe frammisti. Ora io non rinvengo negli autori notizia di specie trovate in discreta quantità mescolate al *Sargassum bacciferum* nei mari di cui trattasi [3]. Se questi banchi algosi fossero dovuti esclusivamente ad alghe ivi radunate dall'azione meccanica delle correnti, è evidente che dovrebbero risultare da una miscela di quelle specie che, per essere leggiere e resistenti, parassitiche o impigliate

[1] G. De Martens, *Conspectus Algarum Brasiliae hactenus detectarum*, p. 8. — E. H. Giglioli, *Viaggio intorno al globo della R. Piro-corvetta italiana « Magenta »*, p. 979. — Ed. Perrier, *Les explorations sous-marines*, p. 79. Ivi si legge: « La mer des Sargasses se peuple par une sorte de « vaste bouturage, et toutes les Algues qu'on y rencontre pourraient être considérées comme des « fragments détachés d'un seul individu ».

[2] J. G. Agardh, *Species, genera et ordines algarum* I, p. 344.

[3] Credo utile qui rammentare che il prof. E. Wyville Thomson trovò vivente, durante il viaggio del *Challenger*, allo stesso modo del sargasso ed a contatto con esso, un'altra alga, che egli ritenne fosse il *Fucus nodosus* (E. H. Giglioli e A. Issel, *Pelagos*, p. 18). — Il sig. H. N. Moseley, membro della Commissione scientifica del *Challenger*, nella sua opera *Notes by a Naturalist on the Challenger*, parla a p. 567 del *Fucus vesiculosus* trovato come il *Sargassum bacciferum* vivente e libero nell'Atlantico, ma non fa cenno alcuno del *F. nodosus*.

nei sargassi, possono rimanere galleggianti come i sargassi stessi i quali sono provvisti delle aerocisti.

L'illustre geologo italiano ab. A. Stoppani, nella sua Memoria intitolata: *Il mare dei Sargassi* (1), emise l'ipotesi che debba « ritenersi il Sargasso dell'Atlantico come « dipendente nella sua origine e sviluppo da un ammasso di legname che deve occu- « pare la parte centrale di quell'oceano » (p. 79) e che se nell'Oceano Pacifico e nell'Indiano sonvi Mari di Sargasso di minore importanza egli è perchè ivi si scaricano, relativamente, pochi grandi fiumi e quindi nelle parti centrali deve trovarsi una più piccola quantità di legname sommerso (p. 82 e seg.). A sostegno della sua ipotesi osserva: « Si può stabilire che la vegetazione acquatica viva (si parla natu- « ralmente dei più grossi e più ordinarî ammassi d'alghe viventi) si svolge sopra uno « strato di vegetazione morta » (p. 76). Aggiunge più innanzi. « Mi pare che la ra- « gione principale della notata predilezione delle piante acquatiche debba consistere « in questo, che sopra un fondo composto, o almeno ricco di vegetali in decompo- « sizione, le piante devono trovare, troppo meglio che sopra un fondo nudo, composto « semplicemente di sabbie e di fanghi minerali, gli elementi necessarî alla vita ed « alla loro propagazione » (p. 77). Dice inoltre: « Siano fisse (2) o vivano in sospen- « sione, le alghe che formano il sargasso, devono trovare sempre in un fondo legnoso, « o comunque ricco di sostanze vegetali, le migliori condizioni del loro sviluppo, cioè « la massima ricchezza di quelli elementi che sono necessarî al loro sostentamento » (p. 77). Finalmente fa notare, a p. 78, come dal fondo composto o ricco di vegetali in decomposizione debbano sprigionarsi acido carbonico, idrogeno carburato ed altri gas favorevoli allo sviluppo dei sargassi. Ma anche quando si ammetta che in alcuni tratti dei fondi oceanici vada a raccogliersi ed a rimaner sepolto legname in gran copia, ai mari trasportato dai numerosi fiumi che vi si scaricano, e che questo legname, per la lenta decomposizione che subisce, dia luogo a sviluppo di molti gas, io non credo sostenibile l'ipotesi dovuta all'illustre Stoppani. Osserverò anzitutto che le alghe marine, le quali vivono affisse, trovansi impiantate su rupi, su conchiglie od altri materiali *inorganici* e che quelle che crescono sulle zosteracee, o su alghe maggiori, vi sono *epifite* e non parassite: che lungo i tratti delle coste ove la vegetazione algologica è ricchissima non esistono depositate materie vegetali nè intatte, nè in via di decomposizione. Cade quindi per le alghe, priva di base, l'asserzione che la vegetazione acquatica viva si svolga sopra uno strato di vegetazione morta. In secondo luogo noterò essere ormai ammesso dalla gran maggioranza dei botanici che le alghe non prendono materiali nutrienti dai corpi in genere sui quali si trovano affisse, ma che li ritrovano e li prendono nell'acqua dalla quale sono bagnate. Quindi, come brevemente ma giustamente dice il Quatrefages, il loro sviluppo avviene esclusivamente nell'acqua, *tutto da essa proviene*, tutto ad essa ritorna. In terzo luogo non

(1) Nuova Antologia, ser. 2ª, vol. XLVI.

(2) Lo Stoppani (pure a p. 77 della citata Memoria), fondandosi sul fatto che vi sono alghe le quali possono fissarsi e crescere ad una profondità di 300 metri, dice: « non escludiamo però « affatto l'idea che i sargassi possano essere fissi a grande profondità ». Eppur questa idea è appunto da escludersi, giacchè tutti gli algologi ed i navigatori sono concordi nell'asserire che il *Sargassum bacciferum* del Mar di Sargasso è sempre galleggiante e sprovvisto di organo d'affissione.

è da negarsi che le alghe traggano partito dai gas che si trovano disciolti nel mare. Io stesso in altro mio scritto [1] ho anzi insistito su questo punto, facendo notare che là dove il rinnovamento dell'acqua è lento, difficilissimo e quasi nullo, noi non troviamo piante od animali, o li troviamo scarsissimi, e ciò per diverse ragioni, ma una tra esse certo si è quella della mancanza di aerificazione, e di rinnovamento e distribuzione delle sostanze gasose, le quali, sciolte nell'acqua, servono così ammirabilmente alla vita degli organismi. Ma nel caso nostro bisognerebbe anzitutto provare che l'acqua dello strato superficiale ove il sargasso vive (e che quindi trovasi alla pressione ordinaria e riscaldata dai raggi solari) è più ricca di gas di quello che sia in altre parti dell'Oceano. La sola ricchezza dei gas peraltro (anche quando fosse sperimentalmente dimostrata) non potrà però mai spiegarci l'esistenza dei Mari di Sargasso. Non sono infatti i soli *Sargassum* che si avvantaggiano dei gas medesimi: ciò fanno tutte le alghe. Nella zona dei sargassi potrebbero per la salsedine, per la quantità dei gas, per la tranquillità dell'ambiente vivere, teoricamente parlando, ogni sorta di alghe. Ora perchè la flora pelagica è invece così povera di specie? Perchè non vi troviamo almeno rappresentanti di quelle che hanno fronda leggera e munita di apparati valevoli a mantenerla galleggiante?

Edward Forbes è invece d'avviso che il Mare di Sargasso segni un'area di abbassamento ove nei tempi trascorsi sarebbe stata un *Atlantis* o terra atlantica [2], e tale sua opinione è sostenuta dal Murray e da altri naturalisti. Non dissimulo che tale ipotesi è per me quella che presenta maggior grado di probabilità. Accettata infatti l'ipotesi d'una terra atlantica popolata di alghe lungo le sue coste, ed ammesso che sia scomparsa per lento abbassamento, si dovrà anche ammettere che le alghe stesse furono poco a poco portate a livello dove era impossibile che continuassero a vegetare o per deficienza di luce e di calore, o per eccesso di pressione, ecc. e quindi scomparvero. Ma perchè non iscomparve del pari il *Sargassum bacciferum*? Perchè fu forse la sola specie che, mediante i suoi organi di galleggiamento, ossia mediante le aerocisti, potè mantenersi alla superficie dell'acqua anche quando vennero a mancargli i punti d'affissione. Le sporule che nelle nuove condizioni impostegli dalla lenta sommersione forse ancora produceva, cadendo a troppo grande profondità, andavano totalmente perdute: gli organi di fruttificazione, essendo diventati inutili, per legge d'economia a poco a poco scomparvero e potè così la forma fruttifera tramutarsi in quella sterile, moltiplicantesi per scissione, e che ora appunto nel Mar di Sargasso esclusivamente ritroviamo. Forse questa forma sterile si è prodotta perchè, mancati i punti d'affissione, l'alga dovette rimanere *costantemente galleggiante* e non *sommersa* come è la fronda dei sargassi affissi, e quindi in una falda d'acqua, ove essendo molto diverse le condizioni fisiche dell'ambiente sia per la variabilità della temperatura che per la minore pressione ecc., impossibile riusciva la produzione dei frutti. L'essere

(1) A. Piccone, *Prime linee per una geografia algologica marina,* p. 26.

(2) Il cap. E. D'Albertis nel terzo capitolo della sua opera *Crociera del « Corsaro » alle isole Madera e Canarie* raccolse interessantissime notizie intorno alle probabilità della passata esistenza dell'Atlantide e fornisce anche utili indicazioni bibliografiche circa agli autori che trattarono di questo importantissimo tema.

poi la forma medesima limitata all'area del Mar di Sargasso sarebbe dovuto alla posizione e direzione assunta dalle correnti dopo la scomparsa dell'Atlantide, le quali nella grande circolazione oceanica lasciano in quel tratto dell'Atlantico una zona di relativa calma, favorevole appunto al soggiorno, sviluppo e moltiplicazione dell'alga in quistione. Ragioni di molto valore che militano, a mio credere, per l'ipotesi or ora accennata sono che il *Sargassum bacciferum* nei Mari di Sargasso si trova vivente e moltiplicantesi per scissione; che esso si trova fruttifero soltanto allorchè vive affisso e che è sempre sterile se natante. Di quest'ultima verità abbiamo l'attestazione in molti autori, ma ce ne assicura anche il celebre G. Agardh il quale nell'opera sua *Species, genera et ordines algarum* (vol. I, p. 344) scrive a proposito di questa specie: « natans semper sterilis, nec in pratis atlanticis fructigera ». Se i Mari di Sargasso fossero da frammenti di alghe formati come credono il Maury ed il Kuntze [1], e non da alghe ivi sviluppatesi, è chiaro che il *Sargassum bacciferum* che fruttifica sulle coste dovrebbe dalle coste essere fruttifero distaccato e fruttifero dovrebbe raccogliersi nel Mare di Sargasso. Nè si dica che ciò dipende dalle stagioni. Infatti sulle coste le burrasche imperversano in tutte le epoche dell'anno, e quindi, ammesso anche che con frutti non si trovasse se non in dati mesi, dovrebbero tali burrasche staccarne ora degli esemplari sterili, ora dei fruttiferi, e nel Mar di Sargasso dovrebbero trovarsi ora gli uni, ora gli altri, o quanto meno vi sarebbero frammisti.

Tra le tante idee che si affacciano alla mente di chi medita intorno a questa intricata ed insieme importantissima quistione, vien pur naturale il chiedersi: se i prati atlantici sono costituiti da individui sterili, come si riproduce in essi la specie? Come sono surrogati gli individui che per vecchiaia scompaiono? Germogliano ivi forse sporule trascinatevi dalle correnti, generando individui che per le particolari condizioni di temperatura, salsedine, ecc. in cui nascono e si sviluppano sarebbero incapaci di fruttificare? Forse queste miriadi di individui verrebbero unicamente destinati a lavorare nella grande officina della natura (come le api neutre di un alveare) senza doversi preoccupare della conservazione della specie raggiunta con altri individui posti in condizioni differenti e favorevoli? . . . . . Ma per quanto si rifletta intorno a simili domande, l'opinione che risulta più accettabile è sempre quella di ammettere il dimorfismo dell'alga di cui trattasi, dimorfismo verificatosi per le cause sovraesposte. La forma fruttifera abita lungo le coste affissa, la forma sterile vive galleggiante, è pelagica e si moltiplica per scissione.

Utile è qui per ultimo ricordare un altra quistione, se cioè la quantità dell'alga sia stata nel Mar di Sargasso uguale in tutti i tempi. Confrontando le narrazioni degli antichi viaggiatori con le relazioni dei moderni, nasce il sospetto che il Mar di Sargasso abbia subito notevoli mutazioni, non solo nei suoi limiti, ma anche nella quantità delle alghe che lo formano. Anche ammettendo che alcune delle prime siano esagerate, pur molte concordano nel dire che i sargassi formavano un serio ostacolo alla navigazione [2]. Le relazioni di alcuni esploratori moderni ce lo descrivono invece

[1] O. Kuntze, *Revision von Sargassum und das sogennante Sargasso-Meer* (A. Engler, Botanische Jahrbücher I, p. 236-237).

[2] M. F. Maury, l. c. p. 37.

come assai povero di *Sargassum* (1); anzi il sig. Ed. Perrier, membro della commissione scientifica imbarcata sul legno francese « Talisman », conclude la sua relazione in proposito dicendo che d'ora innanzi si dovrebbe cancellare dalla nostra geografia il nome di Mar di Sargasso! (2). Ma ecco ciò che intorno a questo argomento ne dice il sig. E. Cercone (il raccoglitore delle alghe sopra enumerate) nel suo rapporto fatto al Ministero di Marina. « Da San Thomas alle Azzorre attraversammo « in tutta la sua larghezza l'immenso Mare di Sargasso, descritto le mille volte dai « viaggiatori, i quali, secondo gli umori, hanno o esagerato l'abbondanza di quest'alga « sulla superficie del mare, o al contrario hanno fatto supporre esservene pochissima « . . . . . . Numerosissime furono le alghe vedute e, se il mare non fosse stato al- « quanto mosso, ne avrei potuto raccogliere a dovizia . . . . . A levante delle Azzorre « il Sargasso scomparve come per incanto e da questo apparisce che esso è rinchiuso « in un rigiro di corrente, la quale forma un gran vortice in mezzo all'Oceano ». Ulteriori osservazioni daranno elementi per decidere se la quantità del sargasso sia costante, o se essa vada a poco a poco scemando. Noto peraltro che le testimonianze dei moderni navigatori appaiono più favorevoli al secondo caso anzichè al primo. Ma ad ogni modo mentre per le ipotesi del Maury e dello Stoppani sarebbe sfavorevole il fatto della diminuzione del sargasso, perchè uguaglianza e continuità di causa esigono uguaglianza e continuità negli effetti, con l'ipotesi del Forbes entrambi i casi potrebbero essere benissimo spiegati. Verificandosi il primo proverebbe essersi stabilito equilibrio nella zona oceanica detta Mar di Sargasso, per cui la produzione degli individui dell'alga che lo caratterizza eguaglierebbe la quantità di quelli che annualmente periscono. Dato il secondo sarebbe addimostrato che gli squilibrî prodotti dalla lenta sommersione dell'Atlantide continuano a produrre i loro effetti. L'ipotesi del Forbes verrebbe anzi per questo fatto avvalorata.

Chiuderò questa già prolissa Nota ripetendo il voto che i navigatori in genere, ma sopratutto gli ufficiali della marina da guerra delle diverse nazioni, eseguiscano la raccolta delle alghe che incontrano galleggianti, segnando con esattezza non solo la latitudine e la longitudine del punto ove ne fecero presa, ma del pari se esse erano in ciuffi isolati e trasportati dalle correnti, o se formavano parte dell'uno o dell'altro dei così detti Mari di Sargasso. In quest'ultimo caso dovranno pur notare se erano nella parte centrale o periferica del mare stesso. Egli è solo dopo lo studio di un copioso materiale, diligentemente raccolto, che si potrà addivenire alla conoscenza delle specie che costituiscono la vera flora algologica pelagica, ossia che vivono e si moltiplicano natanti. L'enumerazione di quelle che alla superficie dell'acqua accidentalmente si trovano, perchè svelte dalle coste ed in alto mare trascinate dalle correnti o spinte dai venti, riuscirà del pari non priva di interesse per lo studio della disseminazione di questi vegetali.

(1) O. Kuntze, l. c. p. 236-237.
(2) E. D'Albertis, *Crociera del « Corsaro » alle isole Madera e Canarie*, p. 76.

RELAZIONE

letta dal Socio G. Struever, relatore, a nome anche del Socio A. Cossa nella seduta del 3 marzo 1889 sulla Memoria del dott. Ettore Artini, intitolata: *Contribuzioni alla mineralogia dei vulcani Cimini.*

« È noto come la zona vulcanica che sul versante tirreno dell'Apennino si estende, con brevi interruzioni, da Napoli sino in Toscana, vada distinta per l'esistenza, in molti luoghi, di numerosi aggregati minerali sparsi, in blocchi erratici, alla superficie del terreno e nella massa dei tufi e delle pozzolane.

« Ai giacimenti, da lungo tempo conosciuti, del Monte Somma, dei monti Albani, e di Pitigliano al nord del lago di Bolsena, furono aggiunti, in tempi più recenti, quelli di Arnara nella valle del Sacco, delle « Due Case » sulla via Flaminia poco distante da Roma, e di Baccano e Anguillara nella regione dei vulcani Sabatini. Un solo gruppo di vulcani, quello dei Cimini si mostrò, sino ad ora, se non affatto privo, almeno assai scarso di tali aggregati cui si volle dare il nome di « bombe o proietti del Somma », dal monte ove prima furono osservati e studiati. Difatti, sino al giorno d'oggi non si ha che qualche breve notizia intorno a cristalli isolati di granato e idocrasio, e ad un aggregato composto quasi unicamente di spinello nero, tutti campioni esistenti nel solo Museo mineralogico di Roma.

« Nello scorso anno, il prof. G. Mercalli, percorrendo la regione dei Cimini, trovò in numerosi luoghi, posti in giro attorno al lago di Vico, svariati aggregati minerali che consegnò per lo studio al dott. Artini. Questi ora ne presenta una breve descrizione, dalla quale risulterebbe la grande analogia di essi sovrattutto con quelli ritrovati all'Anguillara e a Baccano ad est del lago di Bracciano e descritti altra volta da uno di noi.

« L'interesse che hanno questi singolari aggruppamenti non solo per la mineralogia descrittiva ma anche per la storia geologica dei vulcani dell'Italia centrale, induce la vostra Commissione a proporre l'inserzione della breve Memoria dell'Artini nei volumi dell'Accademia ».

Contribuzioni alla Mineralogia dei vulcani Cimini.
Memoria di ETTORE ARTINI [1].

Già negli « *Studî sui minerali del Lazio* » [2], lo Strüver descriveva un campione di pleonasto, appartenente alla collezione Spada, e portante la scritta « *Monte di Soriano, Monte Cimino sopra Viterbo* »; più tardi, nella Memoria sui proietti minerali vulcanici trovati ad est del lago di Bracciano [3], riparla brevemente di quell'esemplare di pleonasto, e di alcuni rari cristalli sciolti di granato giallo, e di idocrasio bruno chiaro e giallo di miele cupo, della stessa località.

Nello scorso anno, avendo l'egregio prof. G. Mercalli praticato speciali ricerche nella regione dei Cimini, tutto all'intorno del lago di Vico, gli venne fatto di trovare aggregati minerali, di evidente natura vulcanica, e in tutto analoghi a quelli descritti dallo Strüver, provenienti dai colli Sabatini. Giacciono per la maggior parte questi aggregati entro un tufo di color giallo, insieme a numerosi cristalli sciolti di leucite alterata, e a frammenti di lave trachitiche, tefritiche a leucititiche, i quali sono in qualche posto tanto numerosi da impartire quasi al tufo giallo l'aspetto di una specie di conglomerato incoerente; talora si rinvengono isolati, e in tali casi è sommamente probabile che sieno stati asportati, per opera delle acque fluenti, i materiali tufacei di minor mole che li racchiudevano.

Numerose assai sono le località da cui questi aggregati provengono: ne furono trovati, per esempio:

a) Presso la città di Viterbo.
b) Tra Viterbo e Montefiascone.
c) Presso il Ponte d'Elce, tra Viterbo e la Cura Le Farine.
d) Alla Posta della Montagna, tra Viterbo e Ronciglione.
e) Presso Capranica, verso Ronciglione.
f) Tra Capranica e Sutri, più vicino a questo paese.
g) A metà strada, tra S. Martino e Le Cime.
h) Alla base orientale della Pallanzana.
i) Tra la Pallanzana e il Monte S. Valentino.
l) Presso il Ponte di Bagnaja.
m) Alla Macchia Grossa (versante merid. del lago di Vico).

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio mineralogico della R. Università di Pavia.
[2] Parte I, Atti della R. Acc. dei Lincei, ser. 2ª, t. III, 1876.
[3] *Contribuzioni alla Mineralogia dei vulcani Sabatini*, parte I. — *Sui proietti minerali vulcanici trovati ad est del lago di Bracciano*, Atti della R. Acc. dei Lincei, ser. 4ª, t. I, 1885.

Come si scorge da questo elenco di alcune tra le località comunicatemi gentilmente dal prof. Mercalli, la zona in cui si rinvengono questi proietti è di rilevante estensione, e circonda completamente il lago di Vico.

Il professore Mercalli ebbe la gentilezza di affidarmi i numerosi proietti da lui raccolti perchè io ne facessi lo studio mineralogico, e di avere accettato tale incarico tanto più io mi compiaccio, in quanto parmi che ai risultati da me ottenuti si possano facilmente e quasi direi integralmente applicare le considerazioni di indole generale e teoretica che lo Strüver fa seguire alla descrizione dei proietti Sabatini. Perciò, principalmente, ho stabilito di pubblicare i risultati delle mie indagini, e per far conoscere fin d'ora alquanto più completamente la meno nota, mineralogicamente, tra le regioni che contribuiscono a formare la vasta zona vulcanica del versante tirreno dell'Italia centrale e meridionale.

Nei proietti studiati potei riconoscere le specie minerali seguenti:

Spinello	*Olivina*	*Anortite*
Magnetite	*Granato*	*Ortoclasio*
Limonite	*Humboldtilite*	*Titanite*
Pirosseno	*Mica*	*Calcite.*
Anfibolo	*Noseanite*	

1. Lo *spinello* è rappresentato dalla varietà nera, o *pleonasto*; per lo più è in granuli o in cristallini di uno a tre millimetri di diametro, quasi sempre della combinazione }111{ }110{, colle facce dell'ottaedro prevalenti; a queste si aggiungono spesso belle ed ampie faccette di }311{.

Lo *spinello* si trova sempre nelle geodette dei massi pirossenici, accompagnato frequentemente da *anortite*, non mai da *magnetite*.

2. La *magnetite* è frequentissima, e si presenta in piccoli cristallini brillantissimi della combinazione }110{ }111{, per lo più con predominante sviluppo delle faccette ottaedriche, le quali sono sempre piane e brillanti, spesso iridescenti: quelle del rombododecaedro sono striate. Le dimensioni di questi cristallini non superano ordinariamente 2-3 millimetri, raggiungendo invece talora estrema piccolezza.

Questo minerale si trova in quasi tutti i massi prevalentemente feldispatici mancando affatto in quelli d'altra natura.

3. La *limonite* si riscontra di rado in forma di sottili velature che ricoprono le parti costituenti i massi più alterati: è certamente un prodotto di decomposizione dei minerali ferriferi.

4. Il *pirosseno* è oltremodo comune, ma si presenta poco frequentemente in cristalli ben definiti.

La varietà *augite* fu trovata in piccoli cristallini neri, della solita combinazione }100{ }010{ }110{ }$\bar{1}$11{, entro un masso costituito quasi interamente da *pirosseno*, con poca *anortite* alterata. Dove l'*augite* è più fresca, è nera, e di tal colore sono i pochi cristallini poc'anzi accennati, allungati secondo [z], che appariscono qua e là nelle geodine del masso: ma dove l'alterazione è incominciata, il minerale prende color verde cupo, fino a verde giallastro, e in certi punti è interamente trasformato in una materia giallastra, dall'aspetto ocraceo.

Però anche l'*augite* fresca è in certi massi di colore verde, più o meno scuro, e si può quasi dire esistano tutti i passaggi tra questa varietà e la *fassaite*.

Questa è più frequente della prima, e ha colore variabile dal verde bottiglia cupo al verde olio scuro. In uno degli aggregati in parola trovai alcuni bellissimi cristalli brillanti, assai ben misurabili, della combinazione caratteristica:

$\{100\}\ \{010\}\ \{110\}\ \{021\}\ \{111\}\ \{\bar{1}11\}\ \{\bar{2}21\}$.

Il *diopside* fu trovato in un solo proietto, assai abbondante, accompagnato da piccola quantità di mica verde e pleonasto; è in gruppetti radiati, terminati alla periferia da nitidissimi cristallini allungati, della combinazione:

$\{100\}\ \{010\}\ \{110\}\ \{021\}\ \{\bar{2}21\}$

bianco verdicci, limpidi alla estremità terminata, di dimensioni estremamente piccole, ma con faccette brillantissime.

I cristalli di tutte tre le varietà, non di rado sono geminati secondo $\{100\}$.

Quelle però che entrano a costituire i più dei nostri massi sono l'*augite verde* e la *fassaite* granulare, entrambe del pari frequenti, e non sempre facili a distinguere nettamente una dall'altra; buon numero dei proietti studiati sono costituiti quasi interamente da una pasta pirossenica più o meno compatta, talora affatto granulare e incoerente, cui si aggiungono in minori proporzioni altri minerali poco ricchi di silice, come *anortite*, *olivina* ecc.

Mi sembrano poi specialmente interessanti certi cristalli che in grande numero potei osservare entro le geodi di un masso feldispatico: hanno colore variabile dal bruno rossastro al rosso bruno, che è il più frequente, lucentezza vitrea o un po' adamantina sulle faccette, quasi sempre piane e brillanti, benchè tutte traversate da un reticolato di numerose e finissime screpolature. Tali cristallini, le cui dimensioni variano da uno a tre millimetri, sono riferibili alla combinazione del pirosseno:

$\{100\}\ \{010\}\ \{110\}\ \{\bar{1}01\}\ \{111\}\ \{\bar{1}11\}$,

ed hanno abito augitico; gli angoli abbastanza numerosi che potei misurare con esattezza si accordano a ciò ottimamente.

Il minerale è così alterato da potersi ridurre in polvere rosso-bruna colla semplice pressione delle dita; si scioglie immediatamente in acido cloridrico con separazione di silice gelatinosa; è fusibile al C. F., in smalto nero; alla perla col borace dà la reazione del ferro; fuso con carbonato sodico e nitrato potassico sulla lamina di platino, mostra in modo assai deciso ed energico, la reazione del manganese.

Per tutti questi caratteri parmi sia da ritenere trattarsi di quella rara varietà di augite manganesifera che fu chiamata col nome di *schefferite*, alterata nel caso nostro abbastanza profondamente dalle acque del suolo; e tanto più notevole mi sembra questo minerale in quanto che sta in un masso prevalentemente sanidinico, con poca magnetite, titanite e biotite.

5. L'*anfibolo*, nei rari massi che lo contengono, appartiene sempre alla varietà *horneblenda*; è fresco, e di un bel color nero brillante. Per lo più sono prismetti della combinazione $\{010\}\ \{110\}$, rotti alle estremità, ma notai alcuni cristallini, delle dimensioni di 2-3 millimetri, i quali mostravano facce ben distinte e brillanti delle forme:

$\{100\},\ \{010\},\ \{001\},\ \{110\},\ \{021\},\ \{\bar{1}11\},\ \{\bar{1}31\}$.

Sta sempre entro i proietti la cui massa è costituita per la maggior parte da sanidino.

6. L'*olivina*, varietà *forsterite*, fu rinvenuta in un solo masso, ma in quantità rilevante, con pirosseno verde, anortite, e molta mica nera. Nelle geodi del masso si presentano cristallini, talora assai ben definiti, dalle dimensioni variabili da uno a 5 millimetri, limpidi, trasparenti, di colore giallo verdiccio pallido; un cristallo misurato presentava la combinazione

}100{ }010{ }001{ }110{ }120{ }130{ }101{ }021{ }111{ }121{.

Ma nel resto del proietto, il minerale prende color giallo miele, non tanto per una alterazione della propria sostanza, che al microscopio si rivela abbastanza fresca ed integra, quanto per abbondanti inclusioni di una sostanza terrosa, ammassata nell'interno dei granuli di olivina, e che spetta forse a limonite.

In lamina sottile presenta l'aspetto zigrinato e i vivi colori di polarizzazione caratteristici di tal minerale; è infusibile al C. F., e facilmente solubile in acido cloridrico, con separazione di silice gelatinosa.

7. Del *granato*, abbastanza raro negli aggregati in discorso, osservai la sola varietà *melanite*. Trovai pochi cristalli, ma bellissimi, del diametro di 2-5 mm., della solita combinazione }110{ }211{, con faccette brillanti, e spesso iridescenti. Ha colore nero, dal quale per gradazione continua si passa al bruno giallastro, e di questo colore poi sono sempre i piccoli frammenti e le lamine, anche non molto sottili.

Trovasi nei massi prevalentemente sanidinici.

8. La *humboldtilite* forma interamente un piccolissimo proietto trovato presso il lago di Vico, nell'interno del cratere. Al centro di tale proietto, le cui dimensioni non oltrepassano i 5 cm., il minerale è compatto; alla periferia presenta numerosi cristalli. Questi sono in forma di corti prismi della combinazione }001{ }110{, talora tabulari secondo la base: frequentemente si scorgono pure la }100{, la }101{, e un prisma ottagono non determinabile, ma tutte e tre tali forme con facce strette, curve e non misurabili.

Il minerale presenta sfaldatura imperfetta secondo }001{; ha colore grigio cinereo chiarissimo, analogo a quello della *humboldtilite* del Somma, lucentezza vitrea, fino a grassa sulle facce di frattura fresca, ed è subtrasparente; esso fonde con gran difficoltà al C. F., in vetro grigio, e infine è facilmente scomposto da acido cloridrico, con separazione di silice gelatinosa.

9. La *mica*, frequentissima nei proietti studiati, si può ritener tutta per *merosseno*, ed è quasi tutta di colore nero brunastro. La varietà verde è estremamente rara, e solo se ne incontrano qua e là alcune lamelle, per lo più nei massi di fassaite granulare.

La varietà nera si trova anche in piccoli cristallini nei massi feldispatici, ma in proporzioni affatto esigue; invece in taluni aggregati ricchi di pirosseno se ne osserva in abbondanza, e potei vedere numerosi cristalli, un po' alterati ma grossi e distinti, di tal minerale nelle geodi del masso nominato a proposito della *olivina*.

Finalmente osservai un masso di discreta grandezza, composto quasi esclusivamente di mica nera in lamine intrecciate, con pochissimo pirosseno accessorio.

10. La *noseanite* venne trovata assai abbondante in due massi, composti entrambi

prevalentemente di sanidino, cui nell'uno si aggiungono come accessorî *anfibolo*, *mica nera*, *titanite*, e nell'altro *melanite* e *titanite*.

Si presenta in cristalli della forma del rombododecaedro, e in granuli irregolari, delle dimensioni di 1-3 millimetri; ha colore bianco sudicio, o grigio, ma è spesso alterata alla superficie, o lungo i crepacci, e allora diventa semiopaca o di colore gialliccio; la lucentezza è vitrea, fino a grassa.

Al microscopio, in lamina sottile, lascia vedere innumerevoli inclusioni di colore nero violaceo, piccolissime, disposte regolarmente, o in fasci radiali, o in zone parallele alle facce di rombododecaedro; queste inclusioni danno il colore al minerale, che per se stesso è limpido e incoloro.

Al C. F. il minerale fonde con difficoltà sugli orli; polverizzato, e fuso con carbonato sodico, alla fiamma riducente, dà l'*hepar* sulla lamina d'argento; con acido cloridrico gelatinizza facilmente, e la soluzione cloridrica evaporata, ripresa con acqua, e di nuovo evaporata lentamente, dà numerosi cristallini di cloruro sodico, nella forma del cubo, solo o combinato con l'ottaedro.

11. L'*anortite* è assai frequente, in forma di cristallini di 1-4 mm., nei massi pirossenici, dei quali occupano le geodette, specialmente insieme col pleonasto, e, meno comunemente, colla mica nera. Ha colore bianco latteo, lucentezza vitrea alquanto viva sulle facce di rottura, ma i cristalli, internamente freschi e trasparenti, sono alterati alla superficie, e le facce loro, quantunque spesso assai piane e ben distinte, non riflettono affatto, e non permettono misure goniometriche.

Alcune lamine, tagliate in varie direzioni da cristallini staccati, danno estinzioni che raggiungono i 40°; mostrano colori di polarizzazione splendidi; larghe, regolari e ben definite le strie di geminazione; ci si riconoscono facilmente le geminazioni secondo le leggi dell' albite e del periclino, che sono spesso riunite in uno stesso cristallo.

Finalmente, in un grosso masso pirossenico ebbi campo di vedere un cristallo di *anortite* che raggiungeva le dimensioni di circa due centimetri, ma non terminato da facce cristalline riconoscibili; un frammento di sfaldatura mi lasciò riconoscere sulla }001{ estinzione inclinata di 40°, e sulla }010{, di 39°.

Il minerale gelatinizza prontamente con acido cloridrico.

12. L'*ortoclasio*, varietà *sanidino*, forma la più gran parte dei numerosi proietti feldispatici di questa regione; sono per lo più cristalli tabulari, intrecciati più o meno strettamente, così da formare talora qualche cosa simile un po' a una roccia, e tal'altra invece degli aggregati quasi affatto incoerenti.

I cristalli netti e ben misurabili sono piuttosto frequenti, e presentano le seguenti forme:

$$\}010\{,\ \}001\{,\ \}110\{,\ \}130\{,\ \}021\{,\ \}\bar{2}01\{,\ \}\bar{1}11\{;$$

sono per lo più tabulari secondo }010{, più raramente allungati secondo [z].

Trovai alcuni piccoli e bei geminati secondo la legge di Baveno, e uno solo secondo la legge di Carlsbad, ma assai bello, tabulare secondo }010{, formato dalla combinazione di tutte le forme sopra elencate. Le dimensioni di questi cristalli variano tra mezzo millimetro e 4-5 mm.; essi sono per lo più incolori, giallicci, e qualche volta grigi o biancastri, trasparenti o subtrasparenti, fino a translucidi.

13. La *titanite* si trova entro a quasi tutti i massi feldispatici, in piccoli cristallini gialli, talora assai brillanti, dell'aspetto della così detta *semelina*. In un bellissimo cristallino che potei misurare interamente trovai le forme:

$\{100\}, \{010\}, \{001\}, \{110\}, \{\bar{1}01\}, \{111\}, \{\bar{1}11\}, \{\bar{1}12\}$.

Per le combinazioni dominanti, come per l'aspetto della più parte dei cristalli questa *titanite* rassomiglia assai a quella del lago di Laach, descritta e disegnata di Hessenberg [1].

14. La *calcite* è rappresentata solamente da piccole lamelle bianche, le quali servono quasi di cemento ad alcuni proietti poco coerenti formati da pirosseno e anortite alterata.

Di dubbia esistenza è invece l'*apatite*, alla quale forse appartengono alcuni minuti cristallini gialli, della forma di un prisma esagono, con facce però interamente scabre; tali cristallini sono solubili in acido cloridrico. Inoltre qua e là nelle geodine dei massi pirossenici più alterati, si incontrano delle zeoliti, ma sempre decomposte, e non tali da poter essere con sicurezza riconosciute.

Finalmente trovai alcuni piccoli e netti cristallini bianchi, probabilmente di una zeolite, i quali forse saranno fatti oggetto in seguito di studio speciale.

Chi abbia letto la Memoria dello Strüver citata in principio, sui proietti dei Sabatini, non può dubitare un istante che anche i nostri « *una volta facessero parte di un medesimo giacimento di contatto, dal quale furono divelti nelle eruzioni vulcaniche, e portati alla superficie del suolo, unitamente ai lapilli e alle ceneri* », escludendo in modo assoluto che si tratti di frammenti di un giacimento di contatto appartenente a terreni antichi, strappati da eruzioni posteriori, e relativamente recenti.

Intanto è da rilevarsi la grandissima analogia che presentano i nostri aggregati con quelli dei Sabatini; e più evidente ancora questa sarebbe, se a ciò non si opponesse in parte il numero relativamente esiguo dei proietti raccolti finora. Così, non si può dare peso alcuno alla mancanza del *granato giallo*, dell'*idocrasio*, della *wollastonite* e della *hauynite*, minerali che io sono persuaso non possano mancare nella regione dei Cimini, e che saranno probabilmente svelati da ulteriori e più lunghe ricerche.

(1) *Miner. Notiz.* n. 7, pag. 35, tav. VII, fig. 33, 34.

RELAZIONE

letta dal Socio T. Taramelli, relatore, a nome anche del Socio G. Meneghini nella seduta del 2 dicembre 1888, sopra la Memoria del dott. Guglielmo Terrigi intitolata: *Il calcare (Macco) di Palo e sua fauna microscopica.*

« L'autore, dopo di aver ricordato quanto scrissero i geologi precedenti ed in particolare il Ponzi ed il Meli a riguardo di questo deposito terziario, risultando dalle ultime pubblicazioni che esso spettasse al pliocene inferiore, domanda ad una paziente determinazione delle numerose specie di foraminiferi e d'altri esseri microscopici contenuti nel deposito, un più sicuro criterio per la sua cronologica classificazione. Non manca però di descrivere molto accuratamente l'area e le condizioni di affioramento del terreno esaminato, la sua potenza e la posizione quasi orizzontale, il carattere litoraneo, la natura litologica nelle sue varietà e vi nota l'importante presenza di pomici in taluni banchi. Si fa cenno opportunamente eziandio del metodo di preparazione seguìto, giovandosi di una soluzione concentrata di potassa caustica; ed a giudicare dalle bellissime figure, disegnate fedelmente dall'autore stesso, le preparazioni riuscirono in modo assai soddisfacente.

« La discussone dell'epoca da assegnarsi al deposito ed in generale ai calcari detti ad *Amphistegina* del pliocene italiano è molto erudita e dimostra quali dispareri abbiano diviso in proposito i geologi, essendo stato questo terreno ritenuto persino miocenico; un opportuno confronto si trova nelle recenti formazioni litoranee, esaminate dal Walther nel golfo di Napoli. Le specie descritte sono 84 e tutte conosciute, ma si scopersero interessanti varietà dei generi *Discorbina, Polystomella* ed *Amphistegina*; le descrizioni e la bibliografia tassonomica sono al corrente colle più recenti pubblicazioni, compresa la ricchissima opera del Brady sui foraminiferi pescati dal Challenger. Dalla discussione geologica e dal carattere della fauna viene dimostrato che il *Macco* di Palo si è depositato a tenue profondità, sopra un fondo accidentato da scogli, nell'epoca stessa, in cui delle specie analoghe od identiche, ma con sensibile differenza di proporzioni, vivevano negli ultimi banchi delle marne vaticane e delle sabbie di M. Mario. La scarsità delle attuali nozioni sulla microfauna dei calcari probabilmente coevi della Sicilia, della Toscana e della valle padana, ha tolto all'autore la possibilità di istituire ulteriori raffronti, i quali avrebbero molto opportunamente soccorso lo studio dei bradisismi pliocenici e quaternari. Questi confronti troveranno una base nella monografia del sig. Terrigi, la quale è condotta in modo lodevole, così per la trattazione geologica come per le descrizioni de' fossili; in conseguenza i commissari ne propongono la stampa alla r. Accademia ».

Il calcare (Macco) di Palo e sua fauna microscopica.
Memoria del dott. GUGLIELMO TERRIGI.

CENNI PRELIMINARI

Nella tornata della r. Accademia dei Lincei 18 giugno 1882 venne data lettura, e quindi stampata nei Transunti della medesima una mia preliminare Nota, nella quale dava brevi cenni sulla fauna microscopica contenuta nel calcare di Palo volgarmente *Macco* (1). In questa Nota detti una sommaria descrizione della località, accennai il piano a cui riferire questa formazione terziaria, dissi dei lavori stampati da altri, ed infine esposi un piccolo elenco degli organismi microscopici che aveva allora potuti determinare. Per ultimo mi riserbava di fare in avvenire uno studio più completo, e di pubblicare una Memoria.

Se il tempo non mi avesse fatto difetto, questo lavoro avrebbe potuto essere edito molto prima; peraltro la volontà di compierlo non venne mai meno, ed il ritardo venne anche protratto a cagione delle difficoltà incontrate nello studio dei minuti organismi.

Non riporterò per intero le notizie bibliografiche esposte in quella mia prima Nota, ne farò ora solamente un riassunto. Il prof. Ponzi tenne parola pel primo del calcare di Palo nella sua *Cronaca subapennina* (2) edita nel 1875, ed a pag. 15 lo descrisse in tal modo. « Lungo il litorale tirreno su di una linea fratturale sorgono « certe masse insulari, che formano il capo d'Anzio, la spiaggia di Palo, di Civita- « vecchia, e la collina di Corneto. Queste sono formate da una calcaria grossolana « detta *Macco* con giacitura di letti inclinati emergenti più o meno dalla orizzontalità « circostante, e pieni di numerosi fossili. Queste calcarie hanno i caratteri corrispon- « denti con quelle descritte dal Seguenza nella Sicilia e Calabria, e da esso dimo- « strate rappresentanti del pliocene inferiore ». Per tali caratteri il Ponzi le disse coetanee del Zancleano di Seguenza. Di più aggiunse non essere stata ancora bene studiata la fauna del *Macco*, e dette un piccolo elenco dei fossili del *Macco* della collina di Corneto.

Più tardi nel 1879 il prof. Meli nelle sue *Note geologiche sui dintorni di Civitavecchia* (3) fece pure menzione tra gli altri di certi terreni riscontrati nella via

(1) Vol. VI, serie 3ª Transunti.

(2) Atti dell'XI Congresso degli scienziati italiani tenuto in Roma nell'ottobre 1873.

(3) R. Accademia dei Lincei. Anno CCLXXVI (1879-80, serie 3ª, volume V).

Cornetana formati da banchi di grossi ciottoli di arenaria, seguìti in alto da uno strato di sabbione giallastro con fossili, sui quali espresse il suo parere dicendo che « accennano subito al pliocene inferiore, e ricordano tanto bene quelli contenuti nella « calcare grossolana di Corneto e di Palo, volgarmente chiamata *Macco*, sul littorale « tirreno ». Nella nota a pag. 6 della sua Memoria il prof. Meli disse analoghi i fossili del *Macco* di Palo a quelli del *Macco* di Corneto indicati dal Ponzi nella *Cronaca subapennina*. Parlò dei fossili rinvenuti nella roccia un poco friabile nella trincea della ferrovia presso Palo pertinenti a *Vola*, *Pecten*, *Ostrea* ecc., e che l'*Amphistegina hauerina* D'Orb. in taluni punti compone quasi unicamente la roccia, e per ciò la crede identica alla *pietra lenticolare* di Perlascio e S. Frediano nel Pisano, di Castrocaro nel Forlivese, di Boccacciano nei monti di Cetona, come osservò il prof. Capellini.

Dissi nella mia Nota che atteso l'importanza di queste osservazioni credetti opportuno che anche il microscopio dovesse arrecare il suo contributo colla rivelazione della fauna microscopica, nella quale allora vidi parte di minuti organismi scoperti e descritti dal prof. Seguenza nello Zancleano di Sicilia e Calabria.

Questa roccia che impresi a studiare si rinviene estesa per qualche chilometro sulla sinuosa spiaggia del Tirreno poco lungi da Roma, fra la foce del Tevere, e Civitavecchia, in quella contrada denominata Palo. È questo al presente un piccolo borgo che secondo le congetture del Nibby, corrisponderebbe alla località ove era costrutta *Alsio* che fu occupata da Narsete e quindi distrutta dai Saraceni. Rimangono ancora nelle sue vicinanze delle rovine di opera laterizia reticolata, che secondo lo stesso Nibby sarebbero gli avanzi della villa alsiense di Pompeo. La roccia è visibile per buon tratto lungo la trincea della linea ferrata al chilometro 46 dalla Stazione di Roma, e la sua elevazione sul livello del mare in questo punto è di metri 9. Tre chilometri circa distante dalla suddetta trincea vi sono le cave del *Macco* adoperato un tempo nella edilizia come materiale da costruzione. Queste sono poste ad una elevazione di 23 metri sul livello del mare, e formano per buona estensione alcune ondulate collinette.

Il *Macco* di Palo si offre variabile relativamente alla sua compattezza e durezza. Alcuni tratti della roccia sono anzi friabili alquanto, e si riscontrano a preferenza nella trincea della linea ferrata. Alla cava si rinviene più o meno duro, da non raggiungere però mai una vera durezza lapidea. Il suo colore è in genere bianco, ed in qualche parte si offre leggermente giallastro, a causa delle infiltrazioni di sostanze ocracee. Si rinvengono frammezzo ad esso delle particelle di quarzo in certa quantità, dei piccoli ciottolini ovali di un calcare duro giallo-canario, frammenti di pomici bianche e di scorie rossastre, che potetti separare ed osservare.

Non è a mia cognizione che si sia potuto esattamente riscontrare il terreno su cui a Palo poggia questo calcare. Ciò sarebbe di somma importanza, perchè dileguerebbe unitamente all'accurato studio dei fossili, il dubbio che tale roccia appartenga esclusivamente ad uno dei membri del pliocene inferiore, o piuttosto ad una formazione più recente. Non cade dubbio veruno, come si vedrà in seguito, che la fauna microscopica contenuta nel *Macco* di Palo appartenga a formazione littorale, o per lo meno in seno di acque marine di poca profondità, che offrivano le più favorevoli

condizioni al rigoglioso sviluppo della medesima. Per tale motivo non sarebbe egli possibile, che gli antichi progenitori del Zancleano, per effetto di poco cambiate condizioni di quel mare, si siano potuti riprodurre per successive generazioni sino alle epoche posteriori? Accennato ciò come cosa probabile, tornerò sull'argomento dopo la descrizione della fauna, onde coll'appoggio di essa e di altro, resti più agevolato il giudizio.

Ora brevemente esporrò il metodo tenuto per l'adatta preparazione del materiale alla ispezione microscopica, che rivelò una molteplice ed abbondante fauna non priva d'interesse. Scelta la parte del calcare che si offriva più tenera ed alquanto friabile, adoprai come primo mezzo un processo meccanico, confortato dal pensiero che i più piccoli sfuggono alla distruzione. Procurai di agire con delicatezza, non trascurando di triturarne piccola porzione per volta, e di sorvegliare sempre colla lente l'operazione, onde non eccedesse di troppo. Compiuta questa, posi il tutto entro una capsula di porcellana, quindi feci bollire il materiale in una soluzione piuttosto concentrata di potassa caustica. Dopo ciò lavai e decantai sino al punto di ottenere non più acqua lattiginosa ma limpida. Volli ripetere la ebullizione con nuova soluzione di potassa, quindi di nuovo lavai e decantai. Mostrandosi il liquido meno lattiginoso, mi fece accorto che non poteva ottenersi ulteriore azione colla potassa caustica. Prosciugato bene il materiale, ed osservando con piccolo ingrandimento, vidi con compiacenza apparire una buona quantità di microrganismi, che separai diligentemente dalla parte amorfa, e divisi in classi ordini e famiglie, per studiarne le forme al microscopio.

Notabili si presentarono per forme ben conservate alcune specie di *Ostracodi*, come ancora quelle di *Polizoi* in ramuscoli di *Scrupocellaria Salicornaria Tubulipora* ed altre, nonchè forme ben numerose e sviluppate di *Rizopodi reticolari* fra le quali primeggiano *Miliolina Lagena Truncatulina Polystomella Amphistegina*, generi tutti che realmente costituiscono la maggior parte della fauna.

Mi sembra più naturale fare precedere una succinta descrizione dei generi e specie appartenenti alle classi sunnominate, onde potere con maggiore fondamento tenere parola sul probabile modo di formazione di questo calcare, sulle condizioni riguardanti la fauna in esso contenuta, ed infine sull'epoca alla quale si possa assegnare.

Nell'ordine naturale dovendo prima parlare degli *Ostracodi*, per la loro classificazione mi attengo a quella di G. O. Sars che lo specialista G. Stewardson Brady ha seguìto nel suo *Report on the Ostracoda dredged by. H, M. S. Challenger*. Zoologie. Vol. I.

Classe Crostacei. — Sotto-classe Entomostraci.

Ordine Guatostomati. — Legione Lofiropodi.

Tribù Ostracodi. — Sezione Podocopi.

I. Famiglia CIPRIDI.

Genere **Bairdia**, M. Coy.

Bairdia subdeltoidea, Münster. — Tav. I, fig. 9.

È sinonimo della *B. inflata* di Norman. La specie benchè offra molte variazioni, e l'esemplare sia molto incrostato, pure offre caratteri sufficienti per la sua determinazione. Infatti la conchiglietta è tumida veduta di lato, subromboidale nel profilo, più alta nel mezzo, altezza eguale alla metà della lunghezza. Estremità anteriore obliquamente rotondata ed alquanto sinuosa; posteriore strettamente rotondata, o spesso angolare e prolungata come in un corto ottuso becco. Veduta di fronte è ovata più ampia nel mezzo, larghezza quasi uguale all'altezza. Questa specie si avvicina alla *B. foveolata* Brady.

Grandezza naturale. Diametro verticale $1^{m},12$. Orizzontale $0^{m},62$. Ingrandita 40 diametri.

Rara nel Macco di Palo.

II. Famiglia CITERIDI.

Genere **Cythere**, Müller.

Cythere sororcula, Seguenza. — Tav. I, fig. 1.

Questa specie descritta dal prof. Seguenza nella sua grande Monografia: *Le formazioni terziarie della provincia di Reggio* (*Calabria*) [1] fu da esso rinvenuta nel piano zancleano. Ha forma ovato-oblunga; tumida, ampiezza maggiore nel mezzo, colle estremità quasi egualmente rotondate. È affine alla *C. fornicata* Terquem, e si distingue per minore convessità, e per i grandi incavi angolosi disuguali irregolari scolpiti verso l'estremità anteriore, da dove si prolungano per cingere finalmente il margine. Superficie della conchiglia marcata da larghi circolari impressi punti.

Grandezza naturale. Diametro verticale $0^{m},90$. Orizzontale $0^{m},46$. Ingrandita 50 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Cythere rugosa, n. sp. — Tav. I, fig. 2.

Gli esemplari rinvenuti mostrerebbero una certa affinità colla *C. multicostata* di Bosquet. Peraltro la diversità si scorge nella forma generale che è più convessa, meno costata, come ancora per la forma e modo della disposizione delle costole, ma sopratutto per il carattere che a me sembra decisivo, quello delle linee trasversali rilevate, che si manifestano negli interstizî delle costole, e che le dividono come in

[1] Atti della r. Accad. dei Lincei, pag. 102, tav. XIV, fig. 18-18*a* (1879-80) anno CCLXXVII.

tante successive fossette. La *C. lumbricularis* di Terquem si avvicina parimenti a questa, ma ne differisce per avere le costole quasi disposte circolarmente, nè divise da linee trasverse.

Il guscio della specie è robusto. Veduta di fianco si offre subquadrata. Estremità anteriore inegualmente rotondata più elevata verso il margine, ove si mostra arditamente arcuata. Estremità posteriore prolungata in basso verso la metà in un becco angolare ottuso. Margine ventrale non convesso rientrante verso la sua metà. Veduta dal lato opposto è tumida e regolarmente ovata, lunga appena due volte la larghezza. Estremità anteriore subacuminata, inferiore arcuata dolcemente. Linee marginali esterne sviluppate, fianchi regolarmente convessi. Ornamentazione esterna consistente in una specie di costole o cordoni che a guisa di rughe con solchi profondi sono disposte quasi parallele nella estremità anteriore e meno nella posteriore, seguite da altre longitudinali, ed obliquamento intersecate da solchi trasversali profondi, che le dividono come in tante successive fossette.

Grandezza naturale Diametro verticale 0^m,90. Orizzontale 0^m,46. Ingrandita 50 diametri.

Questa bella specie abbonda nel Macco di Palo.

Cythere convexa, Baird. — Tav. I, fig. 4-7.

La presente specie quasi sempre semicircolare e rigonfia, ha la sua maggiore altezza nel mezzo eguale più che alla metà della lunghezza. Estremità anteriore ampiamente rotondata, posteriore terminata in una punta alquanto angolosa. Profilo veduto di fronte ovale-oblungo. Attesi questi caratteri a me sembra poter riunire gli esemplari figurati nel gruppo della *C. convexa* benchè mostrino lievi differenze strutturali. Le avarie subìte, e le incrostazioni velano pur anco i caratteri.

Grandezza naturale degli esemplari.

Fig. 4.	Diametro	verticale	1^m,03.	Orizzontale	0^m,65.
» 5.	»	»	1^m,00.	»	0^m,65.
» 6.	»	»	0^m,91.	»	0^m,62.
» 7.	»	»	1^m,10.	»	0^m,52.

Ingrandimento 40 diametri.

Specie molto abbondante nel Macco di Palo.

Cythere Speyeri, Brady. — Tav. I, fig. 11.

Conchiglietta della femmina eccessivamente tumida. Veduta di fianco largamente ovata, fornita all'estremità inferiore di prominente becco. Nel mezzo ha maggiore altezza eguale a due terzi della lunghezza. Estremità anteriore rotondata, formante una continua curva col margine dorsale arditamente arcuato. Margine ventrale moderatamente convesso. Veduta di sopra ovata con fianchi convessi. Superficie della conchiglietta marcata da punti impressi disposti semicircolarmente.

Grandezza naturale. Diametro verticale 0^m,94. Orizzontale 0^m,60. Ingrandita 40 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Genere **Loxoconcha**, G. O. Sars.

Loxoconcha avellana, Brady. — Tav. I, fig. 3.

Il guscio in specie della femmina veduto di fianco è flessuoso, largamente piriforme. Sua più grande altezza nel mezzo eguale a due terzi della lunghezza. Estremità anteriore depressa rotondata, posteriore più rotondata marginata all'angolo superiore. Margine dorsale molto arcuato come gibboso, ventrale sinuato presso la metà. Veduto di sopra è largamente ovato, lunghezza appena due volte la larghezza, ampia nel mezzo, egualmente piramidata alle estremità. Superficie della conchiglietta marcata da punti distanti circolarmente disposti, giranti assieme nella superficie ventrale, da raffigurare una corona a rosario con scannellature leggere. La conchiglietta del maschio è meno arcuata nel dorso.

Grandezza naturale. Diametro verticale $0^{m},80$. Orizzontale $0^{m},52$. Ingrandita 40 diametri.

Unica valva rinvenuta nel Macco di Palo.

Loxoconcha impressa, Baird. — Tav. I, fig. 8.

A me sembra potersi riferire l'esemplare figurato a questa specie per essere di struttura subromboidale, più rigonfio pressso il mezzo; per le estremità obliquamente rotondate, per il margine superiore più regolarmente arcuato. La sua maggiore larghezza presso il mezzo, eguale a circa due volte la lunghezza. Superficie della conchiglietta marcata da punti circolari strettamente concentrici, che nella superficie ventrale girano intorno o dentro a moniliformi solchi. Si avvicina questa specie alla *L. aequalis* di Terquem, che probabilmente è la medesima specie.

Grandezza naturale. Diametro verticale $0^{m},60$. Orizzontale $0^{m},40$. Ingrandita 50 diametri.

Molto rara nel Macco di Palo.

Sezione Platicopi.

Famiglia CITERELLIDI.

Genere **Cytherella**, Jones.

Cytherella semitalis? Brady. — Tav. I, fig. 10.

Guscio compresso oblungo, ellittico veduto di fianco. Estremità rotondate, la posteriore qualche volta obliqua. Margini dorsali e ventrali diritti, o solo negligentemente sinuati e paralleli. Altezza eguale alla metà circa della lunghezza. Veduto di sopra l'esterno contorno è ovato cuneato, la sua più grande larghezza presso l'estremità posteriore. Estremità subtroncata ma rotondata agli angoli, anteriore più stretta che la posteriore. La superficie incrostata lascia appena vedere le subangolari escavazioni disposte a pendaglio. Con dubbio la riferisco a tal specie.

Grandezza naturale. Diametro verticale $0^{m},95$. Orizzontale $0^{m},46$. Ingrandita 40 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Passando ora alla descrizione dei Polizoi, ho voluto seguire la recente classificazione dello illustre specialista inglese sig. Giorgio Busk, da lui esposta nella sua grande monografia dei Polizoi raccolti nel viaggio scientifico del Challenger. *Report of the Polyzoa collect. by H. M. S. Challenger* ecc. Zoolog. vol. X-XVII.

Classe POLYZOA.

Sotto-ordine I. CHEILOSTOMATA.

Divisione II. *Radicellata.* — Suddivisione A. *Cellularina.*

V. Famiglia CELLULARIADAE.

Genere **Scrupocellaria**, Van Beneden.

Scrupocellaria elliptica, Reuss. — Tav. II, fig. 6 *a-b.*

Questa specie si offre più o meno gracile, e con tutte le modificazioni della sua forma così bene indicate dal suo scopritore. Uno degli esemplari *a* mostra meglio il zoario a doppia serie ordinariamente posto in un piano. Apertura larga ovale oblunga con bordo spesso e liscio. Rinvenuta da Seguenza nel Zancleano della provincia di Reggio (Calabria).

Grandezza naturale. Fig. 6 *a*. Nell'asse verticale 1^m,52, nell'orizzontale 0^m,35. Ingrandimento 40 diametri. Fig. 6 *b*. Nell'asse verticale 1^m, 38, nell'orizzontale 0^m,30. Ingrandimento 30 diametri..

Non rara nel Macco di Palo.

Suddivisione B. *Flustrina.*

X. Famiglia MEMBRANIPORIDAE.

Genere **Membranipora Blainville.**

Membranipora subaequalis, Reuss. — Tav. III, fig. 1.

Con dubbio riferisco a questa specie l'esemplare figurato attesa la poca conservazione. Zoario calcare incrostante, adnato. Zoecia disposta in serie a giri trasversi od irregolari. Apertura ellittica mancante nell'esemplare del liscio e sottile bordo.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale 1^m,41, nell'orizzontale 1^m,54. Ingrandimento 30 diametri.

Solo frammento nel Macco di Palo.

Suddivisione C. *Escharina.*

XIV. Famiglia SALICORNARIADAE.

Genere **Salicornaria**, Cuvier.

Salicornaria farciminoides, Cuvier. — Tav. II, fig. 1.

Questa comunissima e polimorfa specie, secondo il Seguenza è comune nell'antico pliocene della Calabria. Benchè poco conservato l'esemplare, ciò non pertanto è distinto

il zoario cilindrico, colle cellule disposte attorno all'asse, e le loro aperture in mezzo alle romboidali areole.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale 2^m,15, nell'orizzontale 0^m,55. Ingrandimento 30 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

XVIII. Famiglia CRIBRILINIDAE.

Genere **Cribrilina**, Gray.

Cribrilina radiata, Moll. -- Tav. III, fig. 6.

L'esemplare rinvenuto è una sottile e gracile lamella, ma veramente elegante, ed a me sembra si possa riferire alla specie suddetta. Recentemente i naturalisti, ed in particolare gl'Inglesi dopo aver ritenuto che il genere *Eschara* debba sopprimersi per la ragione che esso non è altro che una forma che sogliono assumere le specie di *Lepralia* e generi affini, pensarono di smembrare il genere *Lepralia*, e così la *Cribrilina*, le cui specie riferivansi al genere *Lepralia* sono oggi ritenute come un gruppo separato, ed un genere distinto smembrato dalla *Lepralia*. La specie in discorso offre il zoario crustaceo ed unilaminare, l'aspetto dalla zoecia ha forma suborbicolare con trasverse e radianti fessure dal centro, senza apparenti forami, ed immersa.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale 1^m,20, nell'orizzontale 1^m,08. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

XX. Famiglia ESCHARIDAE (Holostomata).

Genere **Eschara**, Pallas.

Eschara monilifera, M. Edwards. — Tav. II, fig. 14.

La presente specie è propria del Crag d'Inghilterra, e fu rinvenuta abbondantemente da Seguenza nel Zancleano di Calabria. L'esemplare figurato nè molto avariato offre il zoario eretto visibile in un sol lato, non bilaminare a cellule addossate e disposte in branche di varia grandezza. Zoecia semicilindrica, ed arcuata veduta dal di sopra, superficie cosparsa di fori disposti in serie.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale 1^m,60, nell'orizzontale 1^m,05. Ingrandimento 40 diamentri.

Solo frammento nel Macco di Palo.

Genere **Lepralia**, Johnston.

Lepralia ventricosa, Hassal. — Tav. II, fig. 13, 15.

Non si può con tutta sicurezza dire che i due esemplari debbano riferirsi alla detta specie, ed anche meno l'esemplare della fig. 13, il quale ha caratteri meno apparenti, e potrebbe anche essere una modificazione della medesima specie. L'esemplare fig. 15 sensibilmente si avvicina di più alla *L. ventricosa*, ma la poca conservazione degli esemplari lascia molto a desiderare per la chiarezza dei caratteri. Zoario

eretto unilaminare. Zoecia immersa distinta per la sua forma convessa in avanti rigonfia e semiovale. Orificio alquanto irregolare largo, che nella fig. 15 offre un labbro come frangiato.

Grandezza naturale. Fig. 13 nell'asse verticale 1^m,25, nell'orizzontale 1^m,45. Fig. 15 nell'asse verticale 1^m,30, nell'orizontale 1^m,70. Ambedue ingranditi 40 diametri.

Soli frammenti nel Macco di Palo.

XXII. Famiglia CELLEPORIDAE.

Genere **Cellepora**, Lamx.

Cellepora globularis, Bronn. — Tav. III, fig. 3, 4.

Questa specie secondo il Manzoni è la più frequente nei depositi a Briozoi nel miocene d'Austria ed Ungheria [1]. Dice che d'ordinario ha forma e dimensioni globulari, e che quando eccezionalmente sembra assumere dimensioni considerevoli, mantiene però sempre la forma globosa e tuberosa tondeggiante, con larghi pori qua e là interposti alle cellule stesse. Soggiunge che a questa struttura elementare, la quale si riscontra nelle colonie giovanissime di questa specie, si aggiungono alcune differenze nelle colonie a briozoario più adulto e sviluppato, come un ostiolo sottobuccale, più solidità ed immersione delle cellule.

Per i caratteri che offrono i due esemplari disegnati appartengono certamente alla *Cellepora* e mi sembra possono riferirsi alla specia *globularis*, per il zoario che è lamellare multiforme, incrostante, a base spessa massiccia con accrescimento pisiforme o discoidale. Zoecia più o meno eretta e verticale, ed irregolarmente disposta od ammonticchiata. Orificio largo rotondo non sinuato in fronte.

Grandezza naturale. Fig. 3 nell'asse verticale 0^m,98, nell'orizzontale 1^m,00. Ingrandimento 50 diametri. Fig. 4 nell''sse verticale 1^m,80 nell'orizzontale 1^m,18. Ingrandimento 40 diametri.

Soli esemplari nel Macco di Palo.

Grüppo A. Ectocropta.

Sotto ordine II. Cyclostomata.

Divisione I *Articulata*. S. *Radicata*.

I. Famiglia CRISIADAE.

Genere **Crisia**, Lamouroux.

Crisia Haueri, Reuss. — Tav. II, fig. 9, 10.

Secondo il Manzoni sarebbe questa specie la *C. eburnea* dei mari attuali comparandola colle figure del M. Edwards e dello Smitt, e cogli esemplari da lui studiati. I due piccoli frammenti figurati corrispondono ai disegni dati dal Reuss nella sua Memoria del 1864, pubblicata nell'Akad. des Wissensch. Zitzung. Math. Naturw.

[1] Akad. des Wissensch. 1876, pag. 51, tav. I, fig. 2.

Classe seit. 667, taf. XV, fig. 6, 8. Sono visibili negli esemplari la zoecia disposta in doppia ed opposta serie in ciascun internodio, e l'oecia non grande ma allungata in specie nella fig. 9.

Grandezza naturale. Fig. 9 nell'asse verticale $1^m,08$, nell'orizzontale $0^m,31$. Fig. 10 nell'asse verticale $0^m,81$, nell'orizzontale $0^m,18$. Ambedue ingranditi 40 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Crisia Edwarsii, Reuss. — Tav. II, fig. 11, 12.

Questa specie a parere del Manzoni è molto somigliante alla *C. elongata* M. Edwards vivente nel mare Rosso, e ne sarebbe l'antenato fossile. Ha il zoario composto di lunghe e rette branche. Doppia serie di zoecia più o meno numerose in ciascun internodio, il quale è piccolo e gracile. Apertura eguale circolare.

Grandezza naturale. Fig. 11 nell'asse verticale $1^m,60$, nell'orizzontale $0^m,40$. Fig. 12 nell'asse verticale $1^m,40$, nell'orizzontale $0^m,40$. Ambedue ingranditi 40 diametri.

Piuttosto rara nel Macco di Palo.

Crisia Hoernesii, Reuss. — Tav. II, fig. 5.

Anche questa specie è ritenuta dal Manzoni molto somigliante alla *C. denticulata* Lamarck dei mari attuali, la quale vive abbondantemente nella baia di Napoli, e rinvenuta dal Challenger in molte stazioni in specie nelle basse acque, e perciò dice il Manzoni che si potrebbe ritenere l'antenato fossile. Realmente la *C. denticulata* Larmarck, pescata dal Challenger e descritta dal Busk nel suo *Report of the Polyzoa* ecc. a pag. 5 e figurata alla tav. II, fig. 3 è molto somigliante. L'esemplare del Macco di Palo avariato ed incrostato pure lascia scorgere il zoario lungo con disuguale accrescimento. Zoecia quasi retta connata pressochè fuori la sua intera lunghezza. Apertura ellittica ordinariamente appuntata sopra un lato. Celle oeciali troncate spesso con tre o più trasverse annulazioni. Branche ordinariamente sollevantesi in un internodio.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^m,20$, nell'orizzontale $0^m,40$. Ingrandimento 40 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo, comune secondo il Seguenza nel pliocene antico della Calabria.

Divisione II. *Inarticulata.*

Suddivisione A. *Erecta.*

II. Famiglia IDMONEIDAE.

Genere **Idmonea**, Lamouroux.

Idmonea? sp.? — Tav. III, fig. 9.

Il frammento rinvenuto nel Macco di Palo è talmente avariato ed in troppo cattivo stato, per cui non è possibile accennare almeno in parte la definizione che più convenga. È incerto pertanto se sia una vera *Idmonea* od un genere affine. Si scorgono solamente delle tubulari celle che sembra si anastomizzino, ma ciò è troppo poca cosa per la diagnosi.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^m,40$ nell'orizzontale $0^m,60$. Ingrandimento 30 diametri.

Genere **Pustulopora**, Blainville.

Pustulopora proboscidea, M. Edwards. — Tav. III, fig. 2.

Il Manzoni nella sua Memoria dal titolo *I Briozoi miocenici d'Austria ed Ungheria* pag. 10, tav. IX, fig. 33, descrive questa specie col nome di *Entalophora anomala* Reuss, e dice che le figure da esso date di questa *Entalophora* corrispondono solo in parte a quelle date dal prof. Reuss. Io ho voluto adottare il consiglio dell'illustre specialista Busk, che ha preferito di mantenere il nome di *Pustulopora* dato da Blainville e da M. Edwards e non quello di *Entalophora* adottato da Smitt e da Hincks.

L'esemplare figurato mostra il zoario composto di branche lunghe, rette, alternate, furcate, cilindriche, costituite ordinariamente da quattro serie di zoecia longitudinali alternate. Al di fuori il tubo è curvato pressochè ad angolo retto, e costituito principalmente da una produzione peristomale, cordonata, sottile, non appuntata, con un orificio intero circolare. Vive attualmente nelle basse acque nel Mediterraneo Adriatico ecc. rinvenuta dal Seguenza nel pliocene di Calabria.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^{m},30$, nell'orizzontale $0^{m},65$. Ingrandimento 40 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Pustulopora clavaeformis, Busk. — Tav. III, fig. 8.

Il piccolo esemplare appartiene chiaramente ad una *Pustulopora* e specificamente sembra risponda assai bene nella forma, benchè in minime proporzioni, alle *P. clavaeformis* Busk o *P. clavata* Reuss. Zoario risultante da piccole uniformi branche, regolarmente disposte a forma di cilindretti non furcati. Parte della superficie ornata delle prominenti estremità delle immerse zoecie, disposte in serie regolari. Orificio minuto rotondo delicato. Nel zancleano della Calabria Seguenza vi rinvenne un solo esemplare.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^{m},26$, nello spessore $0^{m},40$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Suddivisione B. *Adnata S. Decumbentia.*

III. Famiglia TUBULIPORIDAE.

Genere **Alecto**, Lamouroux.

Alecto ecchinata, Reuss. — Tav. II, fig. 7.

Il Manzoni dice che questa *Alecto* per le sue dimensioni e per la conformazione delle sue cellule somiglia molto all' *A. castrocariensis* del pliocene antico di Castrocaro. L'esemplare mostra il suo zoario lineare brancato. Zoecia decumbente disposta in una o doppia serie, libera e distaccata verso l'estremità. Estremità orali alzate, subventricose in basso.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^{m},70$, nell'orizzontale $0^{m},42$. Ingrandimento 40 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Genere **Tubulipora**, Busk.

Tubulipora flabellaris, Fabricius. — Tav. II, fig. 2, 3.

I due esemplari dei quali la fig. 2 rappresenta un frammento più piccolo appartengono alla medesima specie. Si distingue per il zoario interamente adnato suborbicolare o reniforme o indistintamente lobato: celle tubulari, lunghe, piccole, del diamentro di circa $0^m,15$ disposte in fila uniseriali più o meno regolari, radianti da una linea mediana e punteggiata nella espansione basale.

Grandezza naturale. Fig. 2 nell'asse verticale $0^m,75$, nell'orizzontale $0^m,52$. Ingrandimento 55 diametri. Fig. 3 nell'asse verticale $1^m,70$, nell'orizzontale $1^m,95$. Ingrandimento 40 diametri.

Soli esemplari nel Macco di Palo.

Tubulipora fasciculata? Seguenza. — Tav. II, fig. 4.

Sebbene l'esemplare figurato sia un piccolo frammento, mi sembra vi siano i caratteri per ascriverlo con riserva a questa nuova specie del Seguenza, da lui rinvenuta nel piano più antico del pliocene di Calabria. Dice che appartiene al gruppo delle Tubulipore composte secondo il Manzoni, e la definisce così: tubi allungati, radianti da un ceppo commune, assieme associati in serie a doppio ordine, costituenti lamine elevate, incurvate, fiessuose, che si dividono e suddividono come si allontanano dal centro di origine. Forma della colonia tendente alla circolare. Secondo esso questa specie è affine alla *T. dimidiata* Reuss, e ne differisce per la forma generale per mancanza di tubi centrali isolati e per maggior numero di raggi tubuliferi.

Grandezza naturale nell'asse verticale $0^m,69$, nell'orizzontale $0^m,40$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico frammento nel Macco di Palo.

Tubulipora sp.? — Tav. II, fig. 8.

La piccolezza del frammento rende difficile la diagnosi. Celle tubulari grandi a pareti delicate, esili.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $0^m,90$, nell'orizzontale $0^m,45$. Ingrandimento 30 diametri.

In rapporto agli altri frammenti rinvenuti nel Macco, poco o nulla si può accertare, nè si possono riferire ai Polizoi. Con dubbio si può accennare alle seguenti probabilità, attesa la mancanza di caratteri palesi.

Tav. III, fig. 5. È un frammento informe indeterminabile, simile ad altri pochi di varia grandezza e più avariati, Si mostra perforato in tutta la massa da cellette irregolari, disuguali, comunicanti fra loro senza ordinamento di sorta. Darebbe l'idea di un frammento di conchiglia perforato da una *Cliona*, ma sarebbe un azzardo il dire che lo fosse.

Ha la grandezza nell'asse verticale di $0^m,70$, nell'orizzontale di $0^m,81$. Ingrandimento 50 diametri.

Tav. III, fig. 7. Il disegno rappresenta una laminetta pressochè quadrata alquanto massiccia, non presenta cavità nè aperture corrispondenti. Offre solo da una faccia dei tubercoli prominenti rotondi, disuguali, senza regolare ordinamento, che si presenterebbe coi caratteri di un modello di *Cliona*. Tali modelli secondo il Seguenza

s'incontrano d'ordinario in proporzioni più grandi nei terreni terziarî. Peraltro tale giudizio colla dovuta riserva merita una conferma. Ne rinvenni due frammenti quasi eguali nel Macco di Palo.

Ha la grandezza tanto nell'asse verticale che nell'orizzontale di $0^m,80$. Ingrandimento 50 diametri.

Tav. III, fig. 10 *a-b*. I due esemplari figurati sono alquanto differenti fra loro. Il Macco di Palo ne contiene diversi frammenti di varia grandezza e conservazione. Scelsi i due migliori per il disegno. Si presentano costati nella loro lunghezza non cilindrici. Sembrerebbe, e ciò dico con molto dubbio, che siavi una certa anologia fra essi e gli aculei o radioli del *Centrostephanus longispinus* Philippi (Ecchinidi) che il Seguenza rinvenne fossile in Calabria dal Zancleano in poi, ed attualmente vivente nel Mediterraneo. I frammenti peraltro del Macco di Palo non rispondono perfettamente al vivente, e ne hanno solo un probabile ravvicinamento. Di più vi ha la ragione, che essendo frammenti corti ed incompleti, non vi si possono scorgere le articolazioni dei radioli.

Grandezza naturale. Fig. *a*. Nell'asse longitudinale $0^m,90$, nell'orizzontale $0^m,52$. Ingrandimento 50 diametri. Fig. *b*. Nell'asse longitudinale $1^m,08$, nell'rizzontale $0^m,70$. Ingrandimento 40 diametri.

Nel Macco di Palo si rinvengono altri resti animali indeterminabili ed in specie molti radioli di ecchini, nonchè denti di pesci.

Nella classificazione dei Rizopodi mi attengo, come già feci nel descrivere quelli rinvenuti nella marna inclusa nei peperini del Lazio, a quella data da Henry B. Brady nel 1884 nel suo *Reportor on the Foraminifera dredged by H, M. S. Challenger* Zoology. Vol. IX.

Sotto-regno Protozoi.

Classe Rizopodi.

Ordine Foraminiferi (Reticolari).

II Famiglia MILIOLIDI.

2ª Sotto-famiglia MILIOLINE.

Genere **Biloculina**, D'Orbigny.

Biloculina ringens, Lamarck. — Tav. IV, fig. 1.

Miliolites ringens. Lamarck.— 1084, Ann. du Muséum, vol. V, pag. 351; vol. IX, tab. XVII, fig. 1.

Benchè questa specie offra una estrema variabilità nella grandezza e forma dell'apertura, come nel grado di angolosità del margine esterno della conchiglietta; ciò non ostante per il generale suo contorno e la sua speciale conformazione, deve l'esemplare figurato riferirsi a questa specie.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $0^m,52$, in quello orizzontale $0^m,40$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Genere **Miliolina**, Williamson.

Miliolina seminulum, Limnæus. — Tav. IV, fig. 2, 3, 4, 11, 12.

Serpula seminulum, Limnæus — 1767. *Syst. nat.* 12 ed. pag. 1264 n. 791.

La grande varietà di forme che offre questa specie tanto nella disposizione dei segmenti, che nella sua ovale conformazione più o meno allungata, mi ha indotto a riferire a questa specie tutti gli esemplari disegnati nella tavola, per la ragione che non offrono differenze morfologiche tali, da allontanarli dalla tipica forma della specie. Le figure 2 e 3 con lievi differenze fra loro, rappresentano il tipo della specie. La figura 4 è una forma veramente mostruosa. La figura 11 offre solo qualche irregolarità nei segmenti, ed una forma più ellittica. La figura 12 benchè avariata e rigonfia appartiene alla stessa specie.

Fig. 2. Grandezza naturale nel senso dell'asse verticale $0^m,70$, in quello dello dello spessore $0^m,20$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 3. Asse verticale $0^m,58$, spessore $0^m,20$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 4. Asse verticale $0^m,65$, spessore $0^m,32$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 11. Asse verticale $0^m,55$, spessore $0^m,22$. Ingrandimento 50 diametri.

Fig. 12. Asse verticale $0^m,85$, spessore $0^m,30$. Ingrandimento 50 diametri.

Altri esemplari e frammenti della stessa specie non meritevoli di essere disegnati attestano l'abbondanza di essa nel Macco di Palo.

Miliolina oblonga, Montagu, Tav. IV, fig. 5, 6, 7, 8.

Gli esemplari rinvenuti e figurati, benchè offrano alcune irregolarità, sono però da riferirsi per la loro caratteristica forma allungata alla specie in discorso. Le figure 7 ed 8 particolarmente, mostrano una marcata irregolarità nella forma, e per tale motivo differenziano gli esemplari del Macco di Palo dn quelli rinvenuti nelle sabbie vaticane e nelle marne dei peperini laziali.

Fig. 5. Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $0^m,48$, in quello dello spessore $0^m,16$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 6. Asse verticale $0^m,52$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 7. Asse verticale $0^m,60$, spessore $0^m,31$. Ingrandimento 60 diametri.

Fig. 8. Asse verticale $0^m,42$, spessore $0^m,18$. Ingrandimento 75 diametri.

Gli esemplari sono quasi tutti di colore giallognolo, nè scarsamente rappresentati nel Macco di Palo.

Miliolina subrotunda. Montagu. — Tav. IV fig. 9.

Vermiculum subrotundum, Montagu. — 1803. *Test. Brit.* par. 2, pag. 521.

Assegno a questa specie l'esemplare figurato per essere suborbicolare, per avere il margine periferico spesso e rotondato, e le camere rigonfie, benchè imperfettamente.

Grandezza naturale nel senso dell'asse verticale $0^m,60$, in quello dello spessore $0^m,40$. Ingrandimento 60 diametri.

Unico esemplare di robusta tessitura di colore biancastro.

Miliolina circularis, Bornemann, — Tav. IV, fig. 10.

Triloculina circularis, Bornemann. — 1855. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesell. vol. VII, pag. 349, taf. XIX, fig. 4.

È molto dubbio, come opina anche l'eminente specialista Brady nel suo *Report on the Foraminifera dredged by* H. M. S. Challenger pag. 169 se esista una reale distinzione fra la *M. circularis* Bornemann e la *M. subrotunda.* La distinzione consiste, nel finale segmento più convesso ed abbracciante, ed in una apertura semplice. Quantunque l'esemplare si mostri alquanto appiattito, pure a me sembra che si possa per i caratteri surriferiti riportare alla detta specie, senza escludere la possibilità di una modificazione di forma della *M. subrotunda.*

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale 0^m, 48, in quello dello spessore 0^m, 22. Ingrandimento 60 diametri.

Solo esemplare bianco levigato.

Miliolina agglutinans? D'Orbigny. — Tav. IV, fig. 13.

Riferisco con dubbio tale esemplare alla specie suddetta, perchè offre caratteri incerti per le incrostazioni.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale 0^m, 58, in quello dello spessore 0^m, 32. Ingrandimento 60 diametri.

Miliolina spec? — Tav. IV, fig. 14.

Per il forte incrostamento calcare della conchiglietta, è impossibile la determinazione della specie.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale 0^m, 70, in quello dello spessore 0^m. 42. Ingrandimento 50 diametri.

V. Famiglia TEXTULARIDI.

1ª Sotto-famiglia TEXTULARINE.

Genere **Textularia**, Defrance.

Textularia gramen, D'Orbigny. — Tav. V, fig. 1, 2.

Textularia gramen D'Orbigny. — 1846 Foram. foss. de Vien, pag. 248, Tab. XV, fig. 4, 6.

La specie si distingue per il contorno laterale corto e subangolare, arrotondato al di sopra, un poco acuminato inferiormente. Setti pochi larghi obliqui, poco convessi. ultimo più grande e convesso al di sopra, con apertura in basso al suo lato interno. I due esemplari attese le poche differenze strutturali debbono assegnarsi a questa specie.

Di colore bianco, di grossolana struttura e con incrostazioni calcari, come aciculate. Misurano in grandezza.

Fig. 1. Nell'asse verticale 1^m, 22, nello spessore 0^m, 52. Ingrandimento 40 diametri.

Fig. 2. Nell'asse verticale 0^m, 90, nello spessore 0^m, 40. Ingrandimento 40 diametri.

Specie non rara nel Macco di Palo.

Textularia abbreviata, D'Orbigny. — Tav. V, fig. 3.

Per la forma rigonfiata più marcata superiormente, ed in proporzione meno distesa in lungo, con bordi laterali angolosi, è da riferirsi l'esemplare figurato a detta

specie. La differenza di forma fra i due esemplari delle sabbie vaticane e del Macco non è tale da poterli distinguere fra loro, come può vedersi nella mia *Fauna vaticana a foraminiferi*, tav. I, fig. 23. Questo del Macco di Palo ha forma più grossolana e tumida, colore bianco.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $0^m,85$, in quello dello spessore $0^m,45$. Ingrandimento 50 diametri.

Rarissima nelle sabbie vaticane lo è parimenti nel Macco di Palo.

Textularia trochus, D'Orbigny. — Tav. V, fig. 4.

Textularia trochus, D'Orbigny. — 1840. Mém. Soc. Géol. de France, vol. IV, pag. 45, tab. IV, fig. 25, 26.

La conchiglietta presentandosi corta, conica, pressochè circolare nel piano trasverso sino alla sua parte superiore, quasi ottusa alla sua estremità inferiore, molto allargata e come troncata al di sopra, è da riferirsi perciò a tale specie. È bianca ed incrostata come la precedente.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $1^m,52$, in quello dello spessore $1^m,05$. Ingrandimento 30 diametri.

Rarissima nel Macco di Palo.

Genere **Bigenerina**, D'Orbigny.

Bigenerina? spec.? — Tav. V, fig. 5.

Sembrerebbe una *Bigenerina*, e per la incertezza dei caratteri è impossibile di specificarla.

Nell'asse verticale misura la grandezza di $0^m,45$, nello spessore $0^m,30$. Ingrandimento 50 diametri.

2ª Sotto-famiglia BULIMININE.

Genere **Bulimina,** D'Orbigny.

Bulimina pupoides, D'Orbigny. — Tav. V, fig. 6.

Poco differisce dalle forme rinvenute nelle sabbie vaticane, nelle marne del Quirinale e dei peperini laziali.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse longitudinale $0^m,45$. Ingrandimento 75 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo di color bruno, di superficie levigata.

Genere **Bolivina** D'Orbigny.

Bolivina dilatata, Reuss. — Tav. V, fig. 7.

Di grossolana struttura, nella forma generale si avvicina a quella delle sabbie vaticane e delle marne dei peperini laziali, meno una maggiore ottusità inferiore. Ha colore bianco giallognolo.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $0^m,48$, in quello dello spessore $0^m,21$. Ingrandimento 75 diametri.

Solo esemplare nel Macco di Palo.

Bolivina punctata? D'Orbigny — Tav. V, fig. 8.

Per la sua generale conformazione si può riferire a questa specie, benchè la disposizione settale e la punteggiatura siano pressochè mancanti attesa la incrostazione. Ha forma meno allungata di quella delle sabbie vaticane.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale 0^m, 50, in quello dello spessore 0^m, 12. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

3ª Sotto-famiglia CASSIDULININE.

Genere **Cassidulina**, D'Orbigny.

Cassidulina laevigata, D'Orbigny. — Tav. V, fig. 9.

Non dissimile nella forma a quella delle sabbie vaticane, della marna del Quirinale e dei peperini laziali. Ha l'orificio settale distinto, aspetto ialino.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro 0^m, 28, in quello dello spessore 0^m, 16. Ingrandimento 100 diametri.

Unico e ben conservato esemplare nel Macco di Palo.

VII, Famiglia LAGENIDI.

1ª Sotto-famiglia LAGENINE.

Genere **Lagena**, Walker et Boys.

Lagena globosa, Montagu, — Tav. V, fig. 10; tav. VI, fig. 4, 5, 6.

Vermiculum globosum, Montagu. 1803. Test Brit. pag. 523.

I varî esemplari rinvenuti nel Macco di Palo, tutti offrono con poche differenze fra loro i caratteri della specie. Sono subglobulari piriformi od ellittici, coll'apertura situata in una specie di collo entoseleniano, colla superficie che è invariabilmente levigata. Fanno difetto o sono appena tracciati i graziosi caratteri dell'esterno orificio a causa di qualche incrostazione. La fig. 10, tav. V, e la figura 5, tav. VI, appartengono ad una forma compressa e poco valutabile come carattere. La figura 6, tav. VI, è meno compressa e più ellittica. Del resto queste lievi differenze strutturali sono in armonia colla variabilità della specie. Poco differiscono dalla forma rinvenuta nelle marne sabbiose del Quirinale, e nelle marne dei peperini laziali. Sono tutti di colore bianco o leggermente giallognolo. Un solo esemplare, tav. V, fig. 10, conserva ancora la struttura ialina, gli altri sono più o meno incrostati.

Grandezza naturale degli esemplari.

Tav. V, fig. 10. Nell'asse verticale 0^m, 32, nel diametro maggiore 0^m, 20.
Tav. VI, fig. 4. Nell'asse verticale 0^m, 64, nel diametro maggiore 0^m, 57.
" fig. 5. Nell'asse verticale 0^m, 68, nel diametro maggiore 0^m, 53.
" fig. 6. Nell'asse verticale 0^m, 76, nel diametro maggiore 0^m, 52.

Ingrandimento. Tav. V, fig. 10, 80 diametri. Tav. VI, fig. 4, 5, 6, 50 diametri.

Specie abbondantissima nel Macco di Palo.

Lagena apiculata, Reuss. — Tav. V, fig. 11.

Oolina apiculata, Reuss. — 1850. Haidinger's Natur. Abhandl. vol. IV, seit. 22, taf. I, fig. 1.

È specie appartenente alla varietà entoseleniana, differisce dalla precedente per avere la base non arrotondata ma prolungata in punta, Esemplare di colore bianco un poco avariato ed incrostato, è appena tracciata l'ornamentazione dell'orificio. Per allungamento di forma poco differisce da quello rinvenuto nelle marne dei peperini laziali.

Grandezza naturale Nel senso dell'asse verticale $0^m,60$, in quello del diametro $0^m,40$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Lagena laevis, Montagu. — Tav. V, fig. 12; tav. VI, fig. 2, 3.

In tutti e tre gli esemplari non si scorge l'aspetto ialino, per effetto delle incrostazioni che rendono ispida e non levigata la superficie. Le figure 2 e 3, tav. VI, sono pressochè subglobulari o piriformi, la figura 12, tav. V, ha forma più regolare. Hanno collo non tanto sottile, e differenti nella forma da quella rinvenuta nelle sabbie vaticane.

Grandezza naturale degli esemplari.

Tav. V, fig. 12. Nell'asse verticale $0^m,60$, nel diametro $0^m,40$, Ingrandimento 50 diametri.

Tav. VI, fig. 2. Nell'asse verticale $0^m,48$, nel diametro $0^m,38$.

" " fig. 3. Nell'asse verticale $0^m,70$, nel diametro $0^m,58$. Ingrandimento di ambedue 50 diametri.

Non scarsamente rappresentata nel Macco di Palo.

Lagena melo? D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 1.

Oolina melo, D'Orbigny. — 1839, Foram. Amér. mérid. pag. 20, tab. V, fig. 9.

Assegno con dubbio a questa specie l'esemplare figurato. Apparterrebbe alla serie delle Lagene a superficie ornamentata. Restano sufficientemente visibili le traccie di una superficie come reticolata, e del collo adorno come di piccole squame. Per la sua modellatura piriforme ben marcata si può riferire alla specie descritta dal D'Orbigny. Esemplare molto sviluppato di colore bianco-sporco, alterato dalla fossilizzazione.

Grandezza naturale. Nell'asse verticale $1^m,35$, nel diametro $1^m,05$. Ingrandimento 30 diametri.

Solo esemplare nel Macco di Palo.

2ª Sotto-famiglia NODOSARINE.

Genere **Nodosaria**, Lamarck.

Nodosaria radicula? Limnaeus. — Tav. VI, fig. 7

Unico e grande esemplare a camere rigonfie, un poco allungate, differente nella forma da quella delle sabbie vaticane e dalle marne del Quirinale. Di colore bianco rivestito di grossolane incrostazioni.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $2^m,10$, in quello del diametro $0^m,60$. Ingrandimento 30 diametri.

3ª Sotto-famiglia POLIMORFININE.

Genere **Polymorphina**, D'Orbigny.

Polymorphina lactea, Walker et Jacob. — Tav. VI, fig. 8, 9.

Serpula lactea, Walker et Jacob. — 1798, Adams's Essays, 2ª edit. p. 634, pl. XXIV, fig. 4.

Mostruosi e rozzi esemplari, con incrostazioni in specie all'orificio da farlo apparire come coronato da punte. Si scorge però bene la loro modellatura ovata o subpiriforme. L'esemplare fig. 9 ha forma più compressa.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 8. Nell'asse verticale $0^{m},60$, nel diametro $0^{m},35$. Ingrandimento 50 diametri. Fig. 9. Nell'asse verticale $0^{m},52$, nel diametro $0^{m},32$. Ingrandimento 60 diametri.

Soli esemplari nel Macco di Palo.

Polymorphina compressa? D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 10.

Unico avariato e rozzo esemplare, che si discosta alquanto dalla forma di quello rinvenuto nelle marne del Quirinale. Colore bianco.

Grandezza naturale. Nel senso dell'asse verticale $0^{m},40$, nel diametro $0^{m},32$. Ingrandimento 75 diametri.

VIII. Famiglia GLOBIGERINIDI.

Genere **Globigerina**, D'Orbigny.

Globigerina bulloides var. bilobata, D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 11.

Appartiene l'esemplare figurato alla forma comune, non dissimile da quella rinvenuta nelle marne del Quirinale e dei peperini laziali. Di colore biancastro, molto incrostato.

Grandezza naturale. Nel diametro verticale $0^{m},62$, nell'orizzontale $0^{m},48$. Ingrandimento 40 diametri.

Alquanto abbondante nel Macco di Palo.

Globigerina bulloides var, triloba, Reuss. — Tav. VI, fig. 12.

Alquanto irregolare nella forma l'esemplare si discosta un poco da quello rinvenuto nelle sabbie vaticane, nelle marne del Quirinale e dei peperini laziali. È avariato incrostato di colore bianco.

Grandezza naturale. Nel diametro verticale $0^{m},65$, nell'orizzontale $0^{m},45$. Ingrandimento 40 diametri.

Specie abbondante nel Macco di Palo.

Globigerina digitata, Brady. — Tav. VI, fig. 13.

Globigerina digitata, Brady. — 1879. Quart. Journ. Micr. Sci. vol. XIX, n. s. pag. 72.

È una forma irregolare si avvicina peraltro a quella disegnata dal Brady nel suo *Report on the Foram. dredged by Challenger*, p. 599, pl. LXXX, fig. 7 e 9. Il Brady la descrive più o meno rotaliforme, a due o tre convoluzioni, camere piccole e regolari. I posteriori o finali segmenti sono allungati al loro margine libero, espansi

e raggianti. Apertura larga e formata di un labbro spesso e bordato. In alcune forme di poca grandezza, il segmento terminale solamente è espanso ed allungato, e somiglia ad un dito indice disteso. Di colore bianco, ben conservata.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro più lungo $0^m,73$, in quello più corto $0^m,65$. Ingrandimento 30 diametri.

Solo esemplare nel Macco di Palo.

Globigerina conglobata, Brady. — Tav. VI, fig. 14.

Globigerina conglobata, Brady. — 1879. Quart. Journ. Micr. Sci. vol. XIX, n. s., p. 72.

Si distingue questa specie per la forma spirale e subglobulare, per i segmenti piccoli e serratamente disposti, in specie i tre della finale convoluzione, rigonfi e disposti in modo da formare una base convessa. Apertura arcuata all'inferiore margine ombellicale del segmento finale. Esemplare di colore giallognolo, a superficie ispida ben conservato.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro maggiore $0^m,42$, nel minore $0^m,35$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Globigerina helicina, D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 15.

Globigerina helicina, D'Orbigny — 1826. Ann. scien. natur. vol VII, p. 277, n. 5.

La conchiglietta ha conformazione oblunga od ovale, risultante di 5 o 6 più o meno rigonfie camere disposte in un piano rotaliforme, con apertura che usualmente costa di due orificî nell'inferiore faccia della conchiglietta, e di due o più nella superiore. Superficie dell'esemplare: delicatamente ispida, di colore biancastro.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro maggiore $0^m,48$, nel minore $0^m,35$. Ingrandimento 50 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Genere **Orbulina**, D'Orbigny.

Globig. Orbulina universa, D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 16, 17.

Gli esemplari sono della forma comune, rinvenuta anche nelle sabbie vaticane, nelle marne del Quirinale, e dei peperini laziali, ma alquanto più sviluppati e grossolani.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 16. Nel senso del diametro $0^m,80$, ingrandimento 40 diametri. Fig. 17. Nel diametro $0^m,22$, ingrandimento 50 diametri.

Specie abbondante nel Macco di Palo.

Globig. Orbulina porosa, Terquem. — Tav. VI, fig. 18.

Orbulina porosa, Terquem. — 1858, Foram. du Lias, 1ier Mem. p. 633; *fide* Terquem.

Orbulina liassica, Terquem. — 1862, Foram. du Lias, 2e Mem. p. 433, tab. V, fig. 4.

È la medesima specie da me descritta e figurata nella *Fauna vaticana*, pag. 186, tav. I, fig. 16, col nome di *O. neojurensis* Karrer. Adotto ora questa nuova denominazione data dal Brady nel suo *Report on the Foram. dredged by Challenger*,

p. 611, pl. LXXXI, fig. 27, il quale dice di aver preferito di adottare il nome non solo per la precedenza, ma ancora perchè è più appropriato all'organismo. L'esemplare è simile nella struttura a quello delle sabbie vaticane e delle marne del Quirinale, ben conservato di aspetto bianco.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},80. Ingrandimento 30 diametri.

Specie non rara nel Macco di Palo.

Genere **Sphaeroidina**, D'Orbigny.

Sphaeroidina bulloides, D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 19.

La conchiglietta poco si discosta dalla forma rinvenuta nelle sabbie vaticane e nelle marne del Quirinale. Di colore bianco un poco avariato dalla fossilizzazione.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},35. Ingrandimento 30 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

IX. Famiglia ROTALIDI.

2ª Sotto-famiglia ROTALINE.

Genere **Discorbina**, Parker et Jones.

Discorbina globularis? D'Orbigny. — Tav. VI, fig. 20.

Con molto dubbio assegno alla specie suddetta l'esemplare figurato, per la mancanza dei caratteri celati non solo dalle incrostazioni, ma dalle alterazioni subìte. L'unico carattere è fondato nella sua conformazione.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},95, nello spessore 0^{m},42. Ingrandimento 30 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Discorbina valvulata? D'Orbigny. — Tav. VII, fig. 1.

Rosalina valvulata, D'Orbigny. —1826. Ann. scie. nat. vol. VII, p. 271, n. 4.

Egualmente rimane molto dubbioso il riferire a questa specie l'esemplare figurato. I soli caratteri che appariscono nella faccia superiore invece di linee settali, sono larghi cordoni esagoni, proprî della specie regolarmente arcuati. Ha forma piuttosto depressa con profonda incavatura ombellicale. Di colore bianco molto avariato ed incrostato.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},60, nello spessore 0^{m},20. Ingrandimento 60 diametri.

Solo esemplare nel Macco di Palo.

Discorbina orbicularis, Terquem. — Tav. VII, fig. 2, 3.

Rosalina orbicularis, Terquem. — 1876. Anim. sur la plage de Dunkerque, p. 75, tab. IX, fig. 4 *a-b*.

È la identica forma rinvenuta nelle sabbie vaticane e nelle marne del Quirinale, benchè questa specie sia molto variabile nei caratteri, come mostrano i due esemplari figurati. La forma tipica è la più depressa. Nella mia *Fauna vaticuna* la denominai *D. rosacea* fondandomi sulle descrizioni e figure del D'Orbigny, e sul consiglio

del mio carissimo amico l'illustre specialista H. Brady. Al presente cambio la denominazione adottata dal Brady nel suo *Report on the Foram. dredged by Challenger*, perchè data pel primo da Terquem. Ho scelto i migliori esemplari, benchè anche essi alquanto incrostati, conservano nondimeno l'aspetto semi-vitreo ed un colore giallo-pallido.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 2. Nel diametro 0^m,40, nello spessore 0^m,20. Ingrandimento 70 diametri. Fig. 3. Nel diametro 0^m,50, nello spessore 0^m,25. Ingrandimento 50 diametri.

Alcuni esemplari misurano in diametro 0^m,80 ed anche più.

Specie abbondantissima nel Macco di Palo.

Genere **Planorbulina**, D'Orbigny.

Planorbulina rotula, D'Orbigny. — Tav. VII, fig. 4.

Differisce dalle forme trovate nelle sabbie vaticane, nelle marne del Quirinale ed in quelle dei peperini laziali, per essere questa più grossolana e di maggiori dimensioni. Di colore bianco, e ricoperta da incrostazioni.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro 0^m,88, nello spessore 0^m,20. Ingrandimento 50 diametri.

Specie non rara nel Macco di Palo.

Genere **Truncatulina**, D'Orbigny.

Truncatulina lobatula, Walker et Jacob. — Tav. VII, 5, 6, 7.

Gli esemplari sono molto sviluppati, ma appartengono alle forme comuni rinvenute nelle sabbie vaticane, nelle marne del Quirinale e dei peperini laziali. La figura 5 rappresenta un giovane e conservato esemplare, la figura 6 uno più maturo e sviluppato, la figura 7 uno veramente deforme. Sono quasi tutti bianchi, e più o meno incrostati.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 5. Nel diametro 0^m,40, nello spessore 0^m,15. Ingrandimento 75 diametri. Fig. 6. Nel diamettro 0^m,72, nello spessore 0^m,25. Ingrandimento 50 diametri. Fig. 7. Nel diametro 1^m,40, nello spessore 0^m,30. Ingrandimento 30 diametri.

Specie molto abbondante nel Macco di Palo.

Truncatulina variabilis, D'Orbigny. — Tav. VII, fig. 8, 9.

Truncatulina variabilis, D'Orbigny. — 1826, Ann. scie. nat. vol. VII, p. 279, n. 8.

Questa specie offre un multiforme aspetto, come può vedersi dalle figure date da Soldani nella sua *Testaceographia*, tab. LXX et XCII, fig. *k-k*, *o-o* ecc. La figura 8 rappresenta una forma regolarmente orbicolare e piatta, a concamerazioni spirali, e setti flessuosi raggianti da un centrale spazio ombelicale. Superficie superiore alquanto convessa, inferiore piana ed un poco concava nel centro ombelicale. Esemplare biancastro di aspetto cristallino. La figura 9 rappresenta un esemplare molto incrostato biancastro, riferibile alla forma figurata dal Brady nel suo *Report on the Foram.* ecc. pl. XCIII, fig. 6,7 di anormale sviluppo.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 8. Nel diametro $0^m,40$, nello spessore $0^m,10$. Ingrandimento 75 diametri. Fig. 9. Nell'asse verticale $0^m,83$, nel diametro maggiore $0^m,45$, nello spessore $0^m,29$. Ingrandimento 50 diametri.

Soli esemplari nel Macco di Palo.

Truncatulina boueana, D'Orbigny. — Tav. VII, fig. 10.

L'esemplare poco si discosta dalle forme rinvenute nelle marne del Quirinale e dei peperini laziali. È ben conservato, mancante dell'ultima concamerazione, di colore biancastro semi-ialino.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro $0^m,43$, nello spessore $0^m,20$. Ingrandimento 65 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Truncatulina humilis, Brady. — Tav. VII, fig. 11.

Truncatulina humilis, Brady. — 1884. Report on the Forum. dredged by H. M. S. Challenger. Zool. vol. IX, p. 665, pl. XCIV, fig. 7 *a-b-c*.

Questa nuova specie stabilita dal Brady è rotaliforme, colle due faccie quasi egualmente convesse, orlo periferico spesso e rotondato, avente circa tre convoluzioni, (che non appariscono nell'esemplare disegnato) l'ultima delle quali è composta di sei od otto segmenti, septazione indistinta esternamente. Apertura consistente in arcuata fessura nel margine interno del segmento finale, presso la periferia del lato inferiore. L'esemplare è irregolarmente sviluppato, e forse appartenente a giovane individuo, di colore bianco alquanto incrostato.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,40$, nello spessore $0^m,24$. Ingrandimento 50 diametri.

Solo rappresentante nel Macco di Palo.

Truncatulina refulgens, Montfort. — Tav. VIII, fig. 1, 2, 3.

Esemplari più o meno conservati e difettosi nella forma, differenti da quella rinvenuta nelle marne del Quirinale per essere alquanto più subconica. La figura 1 rappresenta un esemplare sviluppato e regolare nella forma; il più difettoso nella forma la figura 3.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 1. Nel diametro $0^m,42$, nello spessore $0^m,28$. Ingrandimento 75 diametri. Fig. 2. Nel diametro $0^m,32$, nello spessore $0^m,20$. Ingrandimento 75 diametri. Fig. 3. Nel diametro $0^m,50$, nello spessore $0^m,30$. Ingrandimento 50 diametri.

Specie alquanto abbondante nel Macco di Palo.

Truncatulina ungeriana, D'Orbigny. — Tav. VIII, fig. 4.

Conchiglietta eguale in grandezza a quella delle sabbie vaticane ma più compressa e deforme; differente da quella delle marne del Quirinale che si mostra più minuta e rigonfia. Colore bianco superficie incrostata.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,84$, nello spessore $0^m,30$. Ingrandimento 50 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Truncatulina grosserugosa, Gümbel. — Tav. VIII, fig. 5.

Truncatulina grosserugosa, Gümbel. — 1868. Abhandl. d. k. bayer. Akad. Wiss. II Cl., vol. X, seit. 660, pl. II, fig. 104 *a-b-c*.

Il Brady nel suo *Report on the Foram.* ecc. già citato p. 673 dice che per il ristretto numero delle camere in ciascuna convoluzione è da vicino congiunta alla *Anomalina ammonoides*, e perciò la chiamò *Anomalina grosserugosa*. La specie si distingue per il piccolo numero delle camere in ciascuna convoluzione, colle pareti grossolanamente perforate. L'esemplare figurato mostra solamente l'ultima convoluzione, rimanendo il resto celato dalle incrostazioni; è rozzo ed alquanto deforme, di colore bianco, superficie ruvida.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^{m},79$, nello spessore $0^{m},38$. Ingrandimento 50 diametri.

Solo rappresentante nel Macco di Palo.

Truncatulina spec.? — Tav. VIII, fig. 6.

Per le incrostazioni che velano gran parte della conchiglietta resta ardua la diagnosi. Offre una forma intermedia fra la *T. ungeriana*, e l'*A. ammonoides*. Colore biancastro.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^{m},64$, nello spessore $0^{m},24$. Ingrandimento 50 diametri.

Truncatulina Haidingerii, D'Orbigny. — Tav. VIII, fig. 7, 8, 9.

La conformazione della conchiglietta poco si discosta da quella delle sabbie vaticane e delle marne del Quirinale. Gli esemplari sono della consueta modellatura più o meno conservati, bianchi ed incrostati.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 7. Nel diametro $0^{m},40$, nello spessore $0^{m},26$. Ingrandimento 60 diametri. Fig. 8. Nel diametro $0^{m},60$, nello spessore $0^{m},36$. Ingrandimento 50 diametri. Fig. 9. Nel diametro $0^{m},70$, nello spessore $0^{m},40$. Ingrandimento 45 diametri.

Specie abbondante nel Macco di Palo.

Truncatulina Dutemplei, D'Orbigny. — Tav. VIII, fig. 10,11.

Anche questa specie offre forme simili e quelle delle sabbie vaticane e delle marne del Quirinale. La figura 11 in specie rappresenta un esemplare simile a quello della *Fauna vaticana* tav. II, fig. 49. È la specie meglio conservata delle altre, di aspetto bianco-lucido.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 10. Nel diametro $0^{m},30$, nello spessore $0^{m},12$. Ingrandimento 70 diametri. Fig. 11. Nel diametro $0^{m},40$, nello spessore $0^{m},18$. Ingrandimento 60 diametri.

Specie non rara nel Macco di Palo.

Truncatulina rosea? D'Orbigny. — Tav. IX, fig. 1.

Rotalia rosea, D'Orbigny. — 1826. Ann. scie. nat. vol. VIII, p. 272, n. 7, Mod. n. 35.

Possibilmente il solo esemplare rinvenuto appartiene a questa specie, ma la incrostazione della superficie, non permette di fare una sicura diagnosi. Colore bianco-sporco.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^{m},45$, nello spessore $0^{m},20$. Ingrandimento 70 diametri.

Genere **Pulvinulina**, Parker et Jones.

Pulvinulina auricula, Fichtel et Moll. — Tav. IX, fig. 2.

Mancante dell'ultima camera, nella forma si approssima a quella delle sabbie vaticane, ne differisce un poco per camere più rigonfie. Si distingue da quella delle marne del Quirinale per la grandezza.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},40, nello spessore 0^{m},18. Ingrandimento 75 diametri.

Solo esemplare nel Macco di Polo.

Pulvinulina Soldanii, D'Orbigny. — Tav. IX, fig. 3.

Alquanto più grande degli esemplari rinvenuti nelle marne del Quirinale, è però eguale nella forma. Conchiglietta assai bene conservata, di tessitura lucida ialina, con incrostazioni al centro ombelicale.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},28, nello spessore 0^{m},18. Ingrandimento 100 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

Genere **Rotalia**, Lamarck.

Rotalia Beccarii, Limnaeus. — Tav. IX, fig. 4, 5.

Forme eguali a quelle delle sabbie vaticane e delle marne del Quirinale. La figura 4 rappresenta la varietà *inflata* descritta e figurata dal Seguenza. La figura 5 rappresenta la forma comune appiattita, varietà *ammoniformis* D'Orb. propria dell'Adriatico. Esemplari sviluppati e più o meno conservati.

Grandezza naturale degli esemplari. Fig. 4. Nel diametro 0^{m},82, nello spessore 0^{m},45. Ingrandimento 50 diametri. Fig. 5. Nel diametro 0^{m},53, nello spessore 0^{m},22. Ingrandimento 75 diametri.

Specie piuttosto abbondante nel Macco di Palo.

X. Famiglia NUMMULINIDI.

2ª Sotto-famiglia POLISTOMELLINE.

Genere **Nonionina**, D'Orbigny.

Nonionina depressula, Walker et Jacob. — Tav. X, fig. 4.

Si approssima nella conformazione a quella delle sabbie vaticane e delle marne del Quirinale. Mancante dell'ultima camera, nel resto è conservata, di colore bianco, alquanto ialina.

Grandezza naturale. Nel diametro 0^{m},35, nello spessore 0^{m},16. Ingrandimento 75 diametri.

Specie non rara nel Macco di Palo.

Nonionina boueana, D'Orbigny. — Tav. X, fig. 5.

Nonionina boueana, D'Orbigny. — 1846. Foram. fossil de Vien. p. 108, tab. V, fig. 11, 12.

Molto vicina alla *N. communis*, la quale forma un anello intermedio di congiunzione fra la *N. scapha* e la *N. boueana*. Si distingue per essere compressa, fornita di largo ovale ed acuto orlo periferico. Segmenti numerosi, lunghi, stretti, curvati. Gli esemplari sono più o meno conservati bianchi lucidi.

Grandezza naturale. Nel senso del diametro $0^m,68$, nello spessore $0^m,22$. Ingrandimento 50 diametri.

Non rara nel Macco di Palo.

Nonionina scapha, Fichtel et Moll. — Tav. X, fig. 7.

Ha forma subovale, coi segmenti non totalmente distinti per effetto d'incrostazioni. Gli esemplari sono bianchi non dissimili nella forma da quella delle marne del Quirinale.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,62$, nello spessore $0^m,22$. Ingrandimento 60 diametri.

Rara nel Macco di Palo.

Genere **Polystomella**, Lamarck.

Polystomella striato-punctata, Fichtel et Moll. — Tav. X, fig. 2.

Non si discosta questa specie dalle forme da me figurate nella *Fauna vaticana* tav. IV, fig. 73, 74, come ancora da quella delle marne del Quirinale. Esemplare conservato lucido, di colore biancastro.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,32$, nello spessore $0^m,18$. Ingrandimento 100 diametri.

Molto rara nel Macco di Palo.

Polystomella crispa, Limnaeus. — Tav. X. fig. 6.

La figura rappresenta uno dei più grandi esemplari scelto per il disegno, perchè meno incrostato degli altri. La grandezza degli esemplari mostra chiaramente le locali condizioni favorevoli alla vita, ed all'enorme sviluppo della conchiglietta; sviluppo che non permette peraltro di farne una varietà della specie. Nella generale conformazione gli esemplari non si discostano da quelli delle sabbie vaticane, e marne del Quirinale. Sono tutti di colore bianco variamente incrostati di ogni età e sviluppo.

Grandezza naturale. Nel diametro $2^m,70$, nello spessore $1^m,15$. Alcuni esemplari sorpassano di molto questa misura. Ingrandimento 30 diametri.

Specie abbondantissima nel Macco di Palo.

Polystomella macella, Fichtel et Moll. — Tav. X, fig. 3.

Nautilus macellus, var. *a* Fichtel et Moll. — 1803. Test. micros. p. 66, tav. X, fig. *e-g*.

La presente specie è una compressa varietà della *P. crispa*, avente un orlo periferico acuto o subacuto, ed una depressione nelle zone ombelicali. Gli esemplari sono di colore bianco conservati, ed eleganti.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,75$, nello spessore $0^m,14$. Ingrandimento 50 diametri.

Frequente nel Macco di Palo.

3ª Sotto-famiglia NUMMULITINE.

Genere **Amphistegina**, D'Orbigny.

Amphistegina Lessonii, D'Orbigny. — Tav. IX, fig. 6, 7, 8.

Amphistegina Lessonii, (pars), D'Orbigny. — 1826, Ann. scie. nat. vol. VII, p. 304, n. 3, tab. XVII, fig. 1-4.

La figura 6 rappresenta fra i molti esemplari il più tipico e meglio conservato, nonchè il meno incrostato. È pressochè equilaterale con i segmenti ondulatamente flessuosi, non tutti regolarmente disposti; umbilico ristretto. Io trovo perfettamente giusto il concetto del Brady che è impossibile separare per variabili caratteri le varie forme dell'*Amphistegina* pescate dal Challenger e figurate nel suo *Report on the Foram.* pl. CXI, fig. 1-7 paragonandole col tipico aspetto della *A. Lessonii* rappresentato dall'Orbigny nelle tavole del *Tableau méthodique*. Lo stessò può dirsi dei *Model* della medesima specie dati dall'Orbigny p. es. del *Model* n. 40 nominato *A. vulgaris*, della *A. gibbosa* nella Memoria *Foram. de Cuba*, e della *A. hauerina Foram. de Vien.* Per tale motivo anche l'asimetria dei diversi individui più o meno spiccata per maggiore convessità della faccia superiore, che della inferiore, non costituisce un carattere speciale, dovuto alla peculiare forma e disposizione dei segmenti. I diversi esemplari sono incrostati, bianchi molto sviluppati.

Fig. 6. Grandezza naturale. Nel diametro $1^{m},38$, nello spessore $0^{m},50$. Ingrandimento 45. diametri.

Specie abbondantissima nel Macco di Palo.

Atteso il numero degli esemplari incrostati, che dubitava potessero appartenere alla specie in discorso, volli ricorrere alla sezione di essi, e riprodurre il disegno delle migliori sezioni.

La figura 7 rappresenta una sezione nel piano mediano di un esemplare della stessa specie, ingrandito 50 diametri, della grandezza nel diametro di $1^{m},00$. La sezione mostra la disposizione delle camere, la semplicità dei setti, la superficie tubercolata dei piani settali, e dell'esterna superficie della penultima convoluzione, nonchè la camera centrale, attorno alla quale si svolse l'andamento spirale delle camere, la grande curvatura dei setti che scorrono entro la periferia della convoluzione.

La figura 8 rappresenta la sezione orizzontale di altro esemplare condotta sino al piano mediano, la quale ha la grandezza nel diametro di $0^{m},90$, e l'ingrandimento fu portato a 70 diametri. La sezione mostra l'andamento spirale delle camere, la rimarchevole curvatura e prolungamento dei setti raggianti flessuosamente dal centro.

Amphistegina rugosa, D'Orbigny. — Tav. IX, fig. 9.

Amphistegina rugosa, D'Orbigny. — 1846. Forum foss. de Vien.p.209, tav. XII, fig. 9, 11.

Questo conservatissimo esemplare di forma orbicolare, pressochè equilaterale, alquanto compressa nel suo insieme; si distingue per certi rilievi della superficie a guisa di suture irregolarmente flessuose, e raggianti dal centro ombelicale ristretto e prominente, fra le quali suture si riscontrano alcuni tubercoli oblunghi. Ha colore bianco, superficie levigata.

Grandezza naturale. Nel diametro $0^m,80$, nello spessore $0^m,40$. Ingrandimento 50 diametri. Vi sono esemplari di $1^m,60$ di diametro, ed anche più.

Abbondante nel Macco di Palo.

Genere **Heterostegina**, D'Orbigny.

Heterostegina depressa, D'Orbigny. — Tav. X, fig. 1.

Heterostegina depressa, D'Orbigny. — 1826, Ann. sci. nat. vol. VII, p. 305, tab. XVII, fig. 5-7, mod. n. 99.

Presentandosi l'esemplare figurato interamente liscio in superficie, e leggermente incrostato senza traccia di caratteri distintivi esterni; per la sua forma orbicolare molto depressa, e modellatura generale, indicava trattarsi di una *Heterostegina*. La sola sezione orizzontale poteva designare la specie; portata questa sino al piano mediano, ha mostrato i caratteri proprî della specie. Infatti oltre la disposizione elicoidale delle camere, attorno alla primitiva centrale, le camere sono quasi alternatamente suddivise da tanti intersetti, disposti lungo le pareti dei setti, quali intersetti vanno aumentando in armonia col progressivo incremento della spira.

Grandezza naturale. Nel diametro $2^m,50$, nello spessore $0^m,38$. Ingrandimento 30 diametri.

Unico esemplare nel Macco di Palo.

OPINIONI DEI GEOLOGI E DEI NATURALISTI.

Fra i geologi italiani venne discussa e protratta sino al presente la questione, se questo calcare in discorso così diffuso nella nostra penisola, come hanno mostrato le ultime ricerche, appartenga non solo ad una medesima formazione, ma pur'anco se debba assegnarsi ad una stessa epoca. Venne osservato inoltre che questo calcare detto lenticolare ad *Amphistegina* può essere a seconda delle località, ora in massima parte costituito dalla *Amphistegina*, ora parzialmente, oppure in minima proporzione. Si affacciarono anche recentemente dubbî, che il fossile del calcare lenticolare non fosse una vera *Amphistegina*.

Il mio tenue contributo delle ricerche fatte sul calcare di Palo, mostra che diversi generi di *Rizopodi reticolari* concorrono unitamente ad altri minimi fossili a costituirlo; e che l'*Amphistegina* si trova in numero a parità quasi con altri generi. Naturalmente io non metto in calcolo la *Fauna macroscopica* non essendo questo stato il mio assunto, quale mi auguro venga da altri studiosi intrapreso. Le ulteriori ricerche di confronto che altri potrà fare sui diversi calcari lenticolari d'Italia, arrecheranno il vantaggio, che dopo istituiti i confronti, si possano questi calcari più o meno assimilare o differenziare fra loro.

Sul principio dai geologi fu creduto di classificare tutte queste roccie nel miocene, quindi nel nummulitico. Quando l'instancabile prof. Seguenza colle sue ricerche

nell'Italia meridionale le trovò appartenenti al pliocene inferiore, fu allora opinato e ritenuto, che tutte appartenessero al pliocene inferiore. Di poi Manzoni e De Stefani dissero che in Toscana appartenevano al pliocene superiore. In seguito le osservazioni del De Stefani fecero vedere che si riscontravano anche nel quaternario. Per ultimo gli studî del G. Walther nel golfo di Napoli mostrarono, che si forma in esso al presente un calcare simile in acque basse, dove le alghe incrostanti (*Lithotamnium*) formano questi depositi calcari, ma fuori del dominio delle acque dolci.

Dopo esposta così sommariamente la cosa, non sarà fuor di luogo di brevemente riassumere quanto venne da altri scritto sopra tale argomento.

Nella sua *Relazione di alcuni viaggi fatti in diverse parti della Toscana*, Firenze 1768-79, vol. I, pag. 276, il naturalista Targioni-Tozzetti per il primo si occupò di questi calcari. Descrisse la posizione degli strati, la inclinazione di essi da sud a nord, la loro potenza ed adagiamento su certi calcari da lui chiamati *Spugnoni*. Notò le differenze di compattezza dei varî strati, ed il colore del cemento, nonchè il loro rinvenimento a Casciana, Perlascio, e S. Frediano. Riconobbe i fossili marini riuniti da un cemento che chiamò *glutine lapideo*, e la prevalenza su tutti dei minuti organismi denominati *Lenticuliti* o *Numismali*. Fornì notizie sui fossili dei calcari lenticolari, citando la lettera dello Strange intorno ai fossili da questi rinvenuti a Perlascio. Non trascurò di notare che tale calcare abbonda in altri luoghi della Toscana.

Dopo di lui nel 1780 nel suo *Saggio orittografico* l'indefesso scrutatore della natura il Soldani, si occupò di questi calcari da lui chiamati *Tufi* in molti luoghi del Volterrano e Pisano, e li descrisse con molte cognizioni scientifihe, quali si potevano desiderare a quell'epoca. Alla pag. 47 parag. 32 parlò dei spugnoni del Volterrano, che disse riposare sopra una certa creta sciolta, che è quanto dire un fango di mare, ma anteriore alla formazione degli spugnoni (sono parole testuali del Soldani). Alla pag. 48 parag. 33 parlando dei tufi di Volterra, accennò ai fossili contenutivi, di cui la maggior copia disse costituita dai *Nautiliti* ricoperti di tartaro, e dei quali all'appendice XXV nè da il numero di circa 3000, ed una breve descrizione. Accennò agli altri fossili che dice cementati da diverse sostanze marine, a guisa di sali fissi e di torba marina. Si diffuse a parlare di altri tufi più bassi ricchi di Testacei, di Zoofiti, di Madrepore, o Escariti orbiculari, e di altre specie minime di corpi marini rinvenuti in un luogo detto lo *Spuntone*, sotto la Badia dei Monaci Camandolesi Di questi pure alle appendici CXXXV, CXLIV dette l'indicazione dei luoghi ove si rinvengono, ed una succinta descrizione dei fossili, richiamando le figure delle tavole. In fine parlò dei tufi più lontani da Volterra presso Laiatico, che contengono *Nautiliti* più grandi di quelli del Senese, e col guscio meno alterato che i *Nautiliti* calcinosi di Perlascio, e ciò alle appendici XXVI e XXVII, ove ne parla col nome volgare di *Lenticole* di Perlascio. Tralascio per brevità le sue riflessioni emesse sopra gli strati conchigliferi del Senese e del Volterrano, e l'abbondanza dei fossili che ognuno può leggere alla pag. 54 parag. 38, e dalle quali si rileva la dottrina di quel sommo scrutatore di fossili in specie microscopici, e le ricerche fatte nel monte di Perlascio, Casciana ove da un guscio di pettine, raccolse 40 grani della materia calcinosa contenente 1380 *Nautili striati*, insieme cementati. dice Soldani, da leggerissimo glutine quasi

di torba calcarea bianca; e richiamando all'appendice XXII le figure di Planco e di Gualtieri, e quelle della sua tavola 17. Da tutto questo chiaro risulta come il Soldani sommo naturalista, fu il primo a gettare in Italia le basi della geologia stratigrafica, come già dissi a pag. 147 nella mia *Fauna vaticana.*

In questo riassunto storico non deve trasandarsi il Giuli, il quale cadde in un abbaglio denominando *calce carbonata oolitica gialliccia* il calcare ad *Amphistegina*, come si rileva dal suo *Saggio statistico di mineralogia utile della Toscana*, Bologna 1842-43, pag. 86. Possibilmente ignorava quanto avanti di lui scrissero il Targioni ed il Soldani.

Il Pilla nei suoi lavori si occupò con maggiore precisione della cosa, e nel suo *Trattato di geologia*, Pisa 1847-51, a pag. 205 pel primo gli assegnò un posto nella scala stratigrafica esprimendosi così « Un altro deposito dello stesso periodo (miocene) « occorre nelle vicinanze di Casciana nelle colline di Pisa, e presenta una riunione « di caratteri di tale importanza, che crediamo conveniente di farlo conoscere con « alquanto di precisione ». Dopo la descrizione della roccia già fatta conoscere dal Targioni, ne addita i luoghi principali in S. Frediano e Perlascio, dando un disegno delle cave del primo. Si espresse che tale calcare forma come un'isola in mezzo ai circostanti depositi subapennini, e sia più antica di questi, per il suo esterno aspetto e per formare balze scoscese dirupate ed annerite dalle azioni meteoriche. In appoggio di ciò disse, che i fossili mostrano caratteri da far ritenere tali calcari anteriori al terreno subapennino; quali caratteri li rinvenne nelle grandi pieghe delle valve delle *Ostreae*, non proprie di quelle del terreno subapennino, e che alcune specie di *Terebratulae*, (fra le quali ne descrisse e figurò due piccole come nuove), un piccolo *Pecten* ed altre piccole *Ostreae* non appartengono al terreno subapennino. Vi riscontrò pure *Ecchini*, molti *Brachiopodi*, *Millepore*, denti di pesci ed altro.

In una sua lettera ove parlò *Della pietra lenticolare di Casciana nelle colline pisane* inserita nel giornale il Cimento di Pisa, ottobre 1847, manifestò in una Nota il dubbio, che detta pietra fosse da annoverarsi ai terreni miocenici, e non a quelli del pliocene.

Per ultimo nella pubblicazione di alcune sue *Osservazioni sulla età della pietra lenticolare di Casciana*, Roma 1848, espose tutte le ragioni che lo indussero a non riferire tale roccia al subapennino. E queste furono per lui, i piccoli coralli rinvenuti nel calcare di S. Frediano, e che mai riscontrò nei depositi pliocenici, unitamente a piccoli corpi orbicolari di alveoliti, pari a quelli che rinvenne nella panchina di Pomarance da lui ritenuta miocenica. Altre prove per non ritenere il colle di Perlascio pliocenico, le rinveniva nel suo aspetto, nella posizione degli strati, nella relazione colle roccie circostanti. Vi aggiunse in fine il catalogo dei fossili rinvenuti a S. Frediano, Perlascio, Usigliano, e Casciana, apponendo la lettera *S* a quelli di forma simile ai subapennini, e la lettera *M* alle forme differenti. Tralasciando di riportare questo catalogo, riferirò la conclusione della sua Memoria: « Per tutti i caratteri di « sopra discorsi, non può cadere alcun dubbio che la pietra lenticolare di Casciana « non appartiene alla forma subapennina. Essa deve riferirsi a quella divisione di « terreni terziarî, che sono dimandati miocenici ».

Nella Memoria del Murchison, *Sulla struttura geologica delle Alpi, Apennini e*

Carpazi tradotta dai prof. Savi e Meneghini, Firenze 1851; nel quadro generale della geologia della Toscana, il calcare ad *Amphistegina* di Perlascio, è collocato nei piani miocenici, e contemporaneo di quello di Rosignano e di Parrane, e della panchina di Pomarance e di S. Dalmazio.

Poco dopo il Passerini nei suoi *Cenni mineralogici e geologici sul bagno di Acqui e sue adiacenze*, Pisa 1853, si occupò del calcare lenticolare di Casciana. Da una lettera al dott. P. Chiari in rapporto alla geologia del Bagno di Acqui detto di Casciana, risulta che esso ha seguìto le idee e le ragioni del Pilla, e che i fossili gli sembrarono in parte spettare al terreno subapennino, ed i più al miocene.

Dopo un lasso di anni il chiarissimo prof. Capellini pubblicò una Memoria dal titolo *La formazione gessosa di Castellina marittima, ed i suoi fossiti*, Bologna 1874, nella quale significò che il calcare ad *Amphistegina*, quello grossolano delle Parrane e di Rosignano, i banchi ad *Ostreae* di Santo al Poggio fossero contemporanei con le seguenti parole « Forse da accurate ricerche stratigrafiche, si giungerebbe alla con- « clusione, che mentre in determinate aree si costituivano strati di calcare nummu- « litico colla *Nummulites Targionii* (calcare lenticolare di Perlascio), altrove si de- « positavano i calcari grossolani e marnosi di Rosignano e delle Parrane, ovvero si « costituiva la formazione di banchi di *Ostreae* come quelli di Santo al Poggio ». Nel quadro annosso alla Memoria i terreni sono classificati nel piano superiore del miocene medio corrispondenti secondo lui all'elveziano e secondo piano mediterraneo.

Un altro chiarissimo geologo il prof. D'Achiardi in una Nota inserita nel Bollettino del r. Comitato geologico italiano 1874 intitolata *La geologia del Bagno di Acqui o di Casciana*, parimenti collocò nel miocene il calcare ad *Amphistegina* seguendo il Pilla, e disse che sopra di esso si adagiano i sedimenti pliocenici delle più basse colline, e se in questa località non si scorgono per la sopraposizione del travertino, però sono visibili più lungi da S. Frediano fra le cave di Usigliano, dove il calcare lenticolare soggiace ai sedimenti subapennini.

Fu primo il Manzoni ad emettere il dubbio nelle *Note e considerazioni alla Relazione di un viaggio in Italia del dott. Fuchs* (Bollettino del r. Comitato geologico italiano 1874), che i calcari in questione appartengano al miocene, al quale in antecedenza i sopradetti geologi li avevano riferiti. Disse che fu un errore l'averli ascritti al miocene, in specie il calcare di S. Frediano e Perlascio per lui non contemporaneo a quello di Rosignano, secondo il Capellini. Appoggiò questo suo parere sopra accurati dati stratigrafici, e sopra le specie fossili. Infine dichiarò che non è una Nummulite la *Nummulites Targionii* Meneghini, e che gli altri fossili consistenti in Molluschi, Briozoi, Echinodermi, Foraminiferi appartengono indubbiamente ad un vero deposito littorale pliocenico addossato, e sopraposto alle marne turchine plioceniche, distinte col nome di *mattajoni* o argille turchine, quindi non miocenica la formazione intera, che fa corona alle colline di Casciana, S. Frediano, Perlascio, ed Usigliano.

Quasi contemporaneamente a quanto espose il Manzoni, venne in luce altra critica del prof. Seguenza al detto del Fuchs, dal titolo *Sulla relazione di un viaggio geologico del dott. Fuchs*, Bollettino del r. Comitato geologico italiano 1874 fascicoli 11 e 12. Il Seguenza disse che le ricerche del Manzoni sul calcare ad *Amphistegina* avevano prevenute alcune sue vedute sul pliocene dell'Italia meridionale, da

potersi applicare ai calcari della Toscana. Aggiunse che le osservazioni sui dati stratigrafici del D'Achiardi e del Manzoni si potevano conciliare, e che i due fatti opposti del calcare sovraposto al mattaione e sottoposto alle marne plioceniche, secondo lui confermano, che il calcare della Toscana giaccia fra due zone di marne plioceniche confuse in una sola zona; avente il suo riscontro in ciò che si rinviene nell'Italia meridionale. Nel paragone fra i calcari di queste due regioni italiche, stabilì la distinzione netta del recente dall'antico pliocene, e fece rilevare l'errore del Fuchs nell'assegnare il calcare lenticolare di Perlascio al più recente pliocene d'Italia. Il Seguenza contro l'altrui credenza disse non esclusiva della Toscana questa roccia, ne descrisse i giacimenti nell'Italia meridionale, ed essere *Amphistegina vulgaris* D'Orb. la *Nummulites Targionii* Megh. Nella conclusione fece rilevare che tale roccia lenticolare della Toscana e dell'Italia meridionale forma un orizzonte al limite superiore della zona più antica del pliocene; e vi aggiunse un elenco di fossili di S. Frediano e Perlascio inviatigli del Lawley, che Seguenza riferisce in totalità al piano superiore dell'antico pliocene.

Il prof. D'Achiardi nel medesimo anno espose dei fatti non in armonia colle vedute del Seguenza, nei fascicoli 11 e 12 del r. Comitato geologico italiano 1874 nel suo lavoro *Sulla calcarie grossolana e lenticolare della Toscana.* Ammise che il calcare lenticolare giaccia fra due zone di marne plioceniche nella inferiore Italia. A S. Frediano invece la cosa si offre con differente aspetto, e la fece rilevare con accurata descrizione topografico-stratigrafica, accompagnata dalla sezione dimostrante la posizione delle sabbie rispetto alla roccia lenticolare. Da ciò una marcata divergenza d'opinioni sull'assegnamento del piano pel calcare lenticolare. Il D'Achiardi in accordo colle osservazioni del Manzoni, riferì tali depositi al pliocene e non al miocene, appoggiandosi sopra la determinazione dei fossili di S. Frediano e Perlascio fatta dal De Stefani esistenti nel Museo di Pisa che riporta; e per i quali il De Stefani non solo esclude il miocene, ma pur'anco l'antico pliocene, per mancanza di specie caratteristiche, senza pronunciarsi sull'assegnamento del piano.

Dall'esposto sin qui ne risulta esser giunti a quel periodo di studî ed osservazioni, nel quale i geologi credettero di non ritenere più miocenici, ma pliocenici i calcari in questione, che tali per il primo li dichiarò il Manzoni, e confermarono quindi il Seguenza, il D'Achiardi, il De Stefani.

Perseverando nelle ricerche il Capellini rinvenne nuove prove del fatto, che espose in due suoi lavori. Nel primo intitolato *Calcare ad Amphistegina, strati a congerie e calcare di Leitha nei Monti livornesi* (Rendiconti Acc. delle scienze dell'Istituto di Bologna 1874), indicò, la presenza del calcare ad *Amphistegina* presso la stazione di Orciano, giacente sopra una collina formata in totalità da argille turchine plioceniche. Da ciò disse pliocenica tale roccia, riferibile al piano delle ordinarie sabbie gialle; dichiarando che se prima della pubblicazione dei suoi studî sui gessi della Castellina, avesse conosciuto il deposito di Orciano, avebbe assegnata la pietra lenticolare al suo vero posto il pliocene. Nel secondo lavoro *Sui terreni terziarî di una parte del versante settentrionale dell'Apennino* Bologna 1876, collocò il calcare ad *Amphistegina* nel messiniano superiore sottostante alle sabbie gialle ed argille turchine del pliocene superiore, contemporaneo alle sabbie marine di Montpellier, ed

alla parte superiore degli strati di Belvedere; come può vedersi nel suo quadro comparativo delle formazioni terziarie e recenti del Bolognese e Forlivese, colle corrispondenti della Toscana, Francia e bacino di Vienna. Il Capellini volle aggiungere altri confronti fra le sabbie gialle del Sasso, Mongardino, Monte Mario, e Riosto contemporanee a quelle di Belvedere; esprimendo che corrispondono in parte al calcare a *Nulliporae ed Amphisteginae* di Perlascio ed altre località della Toscana, di Castrocaro forlivese, e delle colline romane. Attese le ricerche del dott. Foresti ed i proprî studî, separò in due piani distinti i depositi littorali di marne e sabbie plioceniche, più antico l'uno più recente l'altro, ai quali corrispondono due sedimenti di mare profondo argillosi o marnosi, collocando per gli studî del Seguenza fra questi due piani il calcare ad *Amphistegina*.

Il De Stefani fu più esplicito nella sua Memoria sui *Molluschi continentali dei terreni pliocenici italiani ed ordinamento di questi ultimi*, Memorie della Soc. toscana di scien. nat. vol. II, fasc. 2°; vol. III, fasc. 2°, Pisa 1876-77. Riporto lo stesso suo dire: « Vi era l'abitudine di escludere dal pliocene e considerare come « mioceniche tutte quelle roccie terziarie recenti, le quali non fossero argille nè sabbie, « quindi le panchine per la massima parte, i conglomerati ofiolitici, i calcari ad « *Amphisteginae* (altre volte *Nummulites*). I calcari ad *Amphistegina* di Perlascio « e S. Frediano i cui fossili erano meglio conservati, pei primi per opera del Manzoni « furono riconosciuti pliocenici. Le specie più notevoli contenute in essi sono *Pecten* « *latissimus* Brc., *P. flabelliformis* Brc, *P. Alessi* Phil., *Neaerea crispata* Scacchi, « *Vermetus intortus* Lin., *Cypraea Brocchi* Dsh. ». Ed altrove nella stessa Memoria disse: « Rimangono pliocenici gli altri terreni che già avevo nominati, cioè le pan- « chine ed i calcari di Monterufoli, Monte Massi, Sassoforte, Pomarance, S. Dalmazio « . . . . . . Altri autori già prima di me, avevano manifestata l'opinione che alcune « di queste panchine fossero plioceniche. Il Savi (1) aveva creduto fossero plioceniche « le panchine dei dintorni di S. Dalmazio, cosa convenuta più tardi anche dal « Lotti (2). Giova però ricordare che a proposito della panchina di Pomarance a « S. Dalmazio, il Coquand (3) a cagione della natura litologica, e per avervi trovato « il *Clypeaster altus* Lk., che si riteneva caratteristico del miocene, le credette mioce- « niche, pur riconoscendole superiori alle marne salmastre gessifere, appartenenti, se- « condo quello che ho detto, al miocene superiore, e certo non più antiche. In questa « opinione fu seguìto più tardi dal Meneghini e dal Savi stesso (4). Ma appunto « perchè sono più recenti delle marne gessifere, e contengono fossili pliocenici, bisogna « tornare all'antica opinione e porle nel pliocene: il *Clypeaster altus*, come ha già « dimostrato il Seguenza (5), in Italia non è punto caratteristico del miocene, ed in

(1) Savi P., *Sopra i carboni fossili dei terreni miocenici della Maremma toscana.* Pisa 1848.

(2) Lotti B. *Sul giacimento ofiolitico di Rocca Sillana.* Boll. del r. Com. geolog. ital. 1876, pag. 289.

(3) Coquand H. *Sur les terrains de la Toscane.* Soc. géol. de France, s. II, tom. I, p. 421, 1844.

(4) Savi P. e Meneghini G. *Considerazioni sulla geologia della Toscana* (Appendice) Firenze 1851.

(5) Seguenza, *Intorno alla posizione stratigrafica del Clypeaster altus* Lk. Att. della Soc. ital. di scien. nat. vol. XII, fasc. 3°, Milano 1869.

« Toscana oltrechè a Pomarance, si trova in parecchi altri luoghi schiettamente « pliocenici ».

In appresso il De Stefani nel *Quadro comprensivo dei terreni dell'Apennino settentrionale* (Atti della Soc. tosc. di scien. naturali 1881, pag. 243) tornò sull'argomento scrivendo « Gli ammassi calcari ad *Amphistegina Hauerina* D'Orb. così « comuni verso il Tirreno ad Orciano, Cetona, Perlascio, S. Dalmazio, Civitavecchia, « e di cui è noto pure qualche lembo verso l'Adriatico a Castrocaro (Firenze) stanno « nella parte superiore dei terreni veramente pliocenici, fatto del quale devesi tener « conto, perchè in molti scritti è ammessa inesattamente l'opinione contraria ».

Per ultimo il dott. Giovanni Augusto De Amicis con una pregevolissima Monografia dal titolo *Il calcare ad Amphistegina nella provincia di Pisa ed i suoi fossili*, Pisa 1885 (Atti della Soc. tosc. di scien. natur. vol. VII, fasc. 1°), venne a confermare con molto accurate ricerche l'opinione di quei geologi che ritennero pliocenici i calcari in discorso, e dalla quale ho attinto in gran parte quanto sopra esposi.

Dal riassunto bibliografico fatto dal De Amicis, alla pag. 209 egli conclude sembrargli ormai fuor di dubbio di porre i calcari ad *Amphistegina* nel pliocene, e non nel miocene, ed aggiunse giustamente « Nè con ciò finisce la discussione circa il « posto da assegnarsi a tali calcari nella serie geologica, giacchè di quei geologi che « li pongono nel pliocene, alcuni li considerano come pliocenici recenti o superiori, « altri invece come del pliocene antico. Soltanto collo studio paziente e coll'accurato « esame dei fossili e coi dati stratigrafici potremo sperare di risolvere la questione « e porre detti calcari nel posto, che nella serie geologica dei terreni loro compete ».

Opportunamente innanzi tutto l'egregio autore opina, essere una necessità il ricercare se questi calcari ad *Amphistegina* sieno esclusivi delle località di S. Frediano, Perlascio e Casciana, o rinvenibili in altre. Riporta perciò come nel 1768 oltre le suddette località al Targioni Tozzetti erano noti altri calcari ad *Amphistegina*, dei quali non accennandone le località, disse che tali panchine servivano per lavori, murarî, come in molti luoghi della Toscana. Cita come già nel 1873 il Capellini trovò uno stesso calcare nei monti di Cetona o Boccacciano presso Sarteano; che in seguito lo stesso geologo nel 1875 accennò alla identità di un lembo di calcare ad *Amphistegina* con quello della suddetta località presso la stazione di Orciano sotto la villa del cav. Perugia detta la Casa Nuova. Riporta pure come il De Stefani citasse un calcare pliocenico, nè dicesse se possa riferirsi al tipo di quello ad *Amphistegina*, e se la contenga come a Pomarance, Monterufoli, Monte Massi, Sassoforte: e che disse calcari ad *Amphistegina* quei di Orciano, di Cetona, S. Dalmazio e Civitavecchia.

Il De Amicis non potè colle sue ricerche bibliografiche rinvenire in altri autori (fuori dei sopra notati) indicate altre località della Toscana con tali calcari pliocenici, benchè se ne occupassero. Estese perciò le sue ricerche nella provincia di Pisa e rinvenne abbondantissimo il calcare ad *Amphistegina* in quasi tutte le località, ove si offre il pliocene [1]. Lo riscontrò infatti non solo a S. Frediano, Perlascio, e Casciana, ma anche come il De Stefani nelle località di S. Dalmazio, Sogliole, Pozzuolo, Belvedere, Nugola, Volterra, Rocca di Sillano, Monte Castelli. Riconobbe non

[1] De Amicis, opera citata pag. 210.

essere altro che calcari ad *Amphistegina* le panchine di Pomarance, Monterufoli, Monte Massi, e Sassoforte; e che il deposito citato dal Capellini presso la stazione di Orciano, differiva per stratigrafia ad estensione dalla descrizione da esso fatta.

Il De Amicis viene quindi ad enumerare le località della provincia di Pisa nelle quali rinvenne ben distinto il calcare ad *Amphistegina* che sono S. Frediano, Perlascio, Casciana, Madonna dei Monti presso S. Frediano, Nugola, Pozzuolo, Casino, Nugula vecchia, Belvedere, Sogliole presso Nugula, Volterra, S. Giusto, S. Dalmazio, Pomarance presso Rocca di Sillano, presso Monte Castelli, Monterufoli, Monte Massi, Sassoforte, Orciano presso la Villa Perugia, Pozzavilla, e presso la Villa Cubber. Ritiene ancora come veri calcari ad *Amphistegina* pliocenici quelli dei Monti di Cetona per le osservazioni del Capellini, De Stefani, e del capitano Verri nella sua *Nota sulla Val di Chiana*, il quale li dimostrò pliocenici per la loro giacitura su marne plioceniche, e pei fossili caratteristici (1).

Il De Amicis dichiara di non poter parlare dei calcari di Cetona per non averli visitati, nè di quelli di Sassoforte, Monterufoli, Monte Massi, e dei luoghi prossimi a Rocca di Sillano, e Monte Castelli, per la scarsa raccolta di fossili. Ringrazia il dott. Busatti per il dono di fossili rinvenuti nel calcare ad *Amphistegina* di Magliano nella maremma toscana, e per i dati stratigrafici di detto calcare, onde porlo nella serie dei terreni in questione.

Dopo ciò il De Amicis nelle pagini 212-217 della sua Memoria viene a parlare delle differenze che mostrano i calcari nelle varie località, sia per l'aspetto litologico come per la prevalenza o mancanza di alcuni fossili. Si scusa di aver compresi nel nome di calcari ad *Amphistegina* quelli in cui essa è rarissima, e dove abbondano invece Litotamnii, Briozoi, Brachiopodi ecc., ai quali meglio converrebbero altri nomi per le seguenti ragioni. Prima per aver rinvenuto in quasi tutta la provincia di Pisa come ultimo rappresentante superiore di tutto il pliocene una formazione calcare, ora quasi esclusivamente costituita da *Amphisteginae* ed ora priva o quasi priva; ma che il suo adagiamento è invariabilmente superiore alle sabbie gialle, le quali a volta sono in strati più o meno potenti, ed a volta o mancanti o ridotte a piccolo spessore, come a S. Frediano ed Orciano, ove il calcare per condizioni locali può più o meno immediatamente sopraporsi alle argille turchine. Che in secondo luogo questo fatto non è limitato alla sola provincia di Pisa, ma in quasi tutta l'Italia, come termine superiore del pliocene invece di sabbie gialle, si rinviene una formazione calcare o arenacea più o meno grossolana, o conglomerati con fossili prettamente littorali, e spesso con *Amphistegina*. Conclude potersi perciò stabilire come limite superiore della porzione più recente del pliocene una zona di calcari, sabbie grossolane cementate, e conglomerati; alla quale propone, almeno per la Toscana, il nome di zona dei calcari ad *Amphistegina*; perchè nella massima parte dei casi e quasi sempre si rinviene tale Rizopodo, e perchè ove distintamente il calcare è sopraposto alle sabbie gialle, come a Pomarance, a S. Dalmazio, a Belvedere, qui si offre più ricco di *Amphistegina*, quanto quello di S. Frediano. Il De Amicis in fine riserba il nome

(1) Verri, *Sulla cronologia dei vulcani tirreni, ed idrografia della Val di Chiana*. Rend. del r. Ist. lomb. di scienze, lettere ed arti. Milano 1878.

di calcare lenticolare a quelle varietà in cui veramente abbondano le *Amphisteginae;* ed assegna quello di calcare ad *Amphistegina* in generale per i calcari soprastanti alle sabbie gialle del pliocene superiore, per non implicare idee sulla loro forma litologica. Dopo aver enunciato tutto questo, esso crede di poter comprendere nelle zone del calcare ad *Amphistegina* tutti i conglomerati ad elementi più o meno fini, quei banchi ad *Ostreae* e *Balani*, quei lembi di sabbie grossolane cementate con fossili, e sopraposti alle sabbie gialle, nè credo inutile perciò riportare le sue parole a pag. 213. « Depositi tutti che sono in grande relazione col vero calcare ad *Amphistegina* sia « per i fossili che contengono, sia per la posizione loro stratigrafica per rispetto ai « sottostanti piani del pliocene batimetricamente inferiori, quantunque geologicamente « affatto contemporanei, sia infine, e questa mi pare la ragione più saliente, per riu« nire in una sola zona tutti questi diversi sedimenti, sia dico, perchè rappresentano « tutti una formazione prettamente littorale, come dai fossili è dimostrato ».

Per ultimo nella sua Monografia si occupa del vario aspetto di tali calcari, attesa la loro compattezza, la dimensione delle *Amphisteginae* ed i fossili contenutivi, rilevando come di ciò ne fece menzione il Targioni-Tozzetti nella sua *Relazione dei viaggi in Toscana* 1768-69, pag. 276 e seg. Dice che il tipico calcare lenticolare si offre a Perlascio e S. Frediano, che da una varietà disgregabile in superficie, passa per infinite gradazioni ad altra più compatta e resistente da prestarsi al pulimento; e distinta col nome di *Lumachella.* Che l'aspetto del calcare compatto di Nugola è identico agli strati inferiori di S. Frediano con meno visibili *Amphisteginae*, e che in alcuni punti potrebbe dirsi vero calcare a *Lithothamnium.* Osservò a Pozzuolo come al Casino non lungi da Nugola che il calcare è assai compatto con *Amphisteginae*, con molti altri generi di Foraminiferi e Litotamni, ed in alcune parti con molte Cladocore. Che a Belvedere il calcare può ritenersi veramente lenticolare a distintissime *Amphisteginae* con abbondanti Cellepore e Litotamni. Che a Sogliole presso Nugola, il calcare ad *Amphistegina* dovrebbe dirsi calcare a Brachiopodi per la loro sovrabondanza. Questo calcare lenticolare in tutte le altre località, da esso più sopra citate, narra che meno pochissime eccezioni, offre varietà disgregabili in superficie, e gradatamente compatto negli strati inferiori quasi come a Perlascio e S. Frediano. Così dagli esemplari di Magliano avuti dal dott. Busatti, rilevò che il calcare superiormente è giallastro friabile ricchissimo di *Amphisteginae*, ed inferiormente compattissimo con abbondanti Litotamni analogo a quello di Nugula.

Passando quindi l'autore a discorrere della loro posizione stratigrafica, rileva che a S. Frediano il calcare lenticolare si potrebbe a prima vista ritenere inferiore alle sabbie gialle plioceniche. Ma benchè inferiore a delle sabbie gialle, queste peraltro per i loro fossili caratteristici, e per l'aspetto non sono analoghe a tutte le altre sabbie plioceniche, ma a quelle di Vallebiaja, che sembrano per i studî fatti dal De Stefani nel 1883 e descritti nella lettera ad E. Beyrich, *Della nomenclatura geologica* (1) da ritenersi come più recenti. Fatto che fu già avvertito dal prof. D'Achiardi nel 1874 *Sulla calcaria lenticolare e grossolana della Toscana* (2) per avervi

(1) Atti del r. Istituto veneto vol. I, ser. 4ª.
(2) Boll. del r. Comit. geolog. ital. 1874, pag. 362 e seg.

rinvenuto la *Cladocora* tanto comune nelle sabbie di Vallebiaja. Il De Amicis a sostegno della sua opinione riporta il fatto, di aver rinvenuto nella discesa della parte opposta delle cave della collina di S. Frediano verso Usigliano, al di sotto del calcare fra esso e le argille turchine indubbiamente plioceniche per fossili caratteristici, uno straterello di sabbie del tutto identico alle ordinarie sabbie gialle plioceniche.

Risultò dalle sue indagini più palese la sopraposizione del calcare alle sabbie gialle plioceniche a Belvedere, Pozzuolo, e Sogliole, (presso Nugola) e meglio presso Volterra alle balze di S. Giusto, a S. Dalmazio, e Pomarance. Richiamando la tav. XI, fig. A della sua Monografia, dice che a Belvedere, Pozzuolo, Sogliole si ha un passaggio graduato senza discordanza dalle inferiori argille turchine a sabbie gialle compatte con pochi fossili, a quelle meno compatte ricche di fossili. Una analoga disposizione vide a Volterra nelle balze di S. Giusto ove il calcare ad *Amphistegina* in basso gradatamente si cambiava in strati di sabbie grossolane cementate, quindi sabbie gialle, infine argille turchine potentissime. Analoga disposizione osservò a S. Dalmazio, cioè strati di calcare da designarli a *Brachiopodi* per la loro sovrabondanza, e sopradagiati alle solite sabbie gialle concordanti con queste, che scompaiono ove lasciano allo scoperto le masse ofiolitico-serpentinose sottostanti alla Rocca di Sillano, sulle quali allora i calcari direttamente poggiano. Simile giacitura di analoghi calcari sulle sabbie gialle plioceniche riscontrò ove è fondata Pomarance (tav. XI, fig. B). Il De Amicis ritiene i lembi di calcare di Perlascio, Casciana, Madonna dei Monti pei loro caratteri come altrettanti lembi staccati dal deposito di S. Frediano.

Colle sue osservazioni confermò ad Orciano non lungi dalla Villa Perugia e della Casina Cubber, la scoperta fatta nel 1875 dal prof. Capellini [1] del calcare inclinato verso la valle della Fine sopradagiato alle argille turchine plioceniche, al posto per conseguenza delle sabbie gialle plioceniche superiori. Secondo il De Amicis questo calcare lenticolare si presenta col carattere locale ricco di fossili e molte specie di *Pecten;* e riscontrò nel contatto fra il calcare e le argille interposto uno straterello di vere sabbie gialle quale verso Pozzavilla si fa più potente, per cui ha concluso che per Orciano, come altrove, il calcare non occupa il posto delle sabbie gialle, ma è superiore ad esse. Lo stesso calcare lenticolare riposa sulle sabbie gialle plioceniche a Magliano di Toscana, come riferì al De Amicis il dott. Busatti.

Credo importante dopo ciò riportare per intero le sue conclusioni a pagine 216-217. « Si ha dunque estesissima in Toscana una zona speciale, limite superiore del plio- « cene; ad essa do il nome di zona del calcare ad *Amphistegina,* per essere questo « calcare il tipo predominante, senza però escludere che al suo posto si possano tro- « vare, come di fatto si trovano altre roccie diverse come conglomerati, sabbie gros- « solane fossilifere cementate, banchi ad *Ostreae* ecc. Di questa zona troviamo pure « lembi nella Maremma, ed anche nell'Italia meridionale, come ad es. presso Catan- « zaro, ove mi fu segnalato dal mio buon amico dott. Neviani, professore nel Liceo « di quella città.

« Tutta questa zona, benchè superiore alle sabbie gialle plioceniche, pure è affatto

[1] Capellini, *Calcare ad Amphistegina, strati a congerie e calcare di Leitha nei Monti livornesi.* Rend. Accad. sc. Istit. di Bologna 1875.

« ad esse contemporanea, e solo rappresenta una formazione diversa per batimetria,
« precisamente come avviene per le argille turchine, che mentre sono coeve delle
« sabbie gialle, pure sono ad esse inferiori, perchè deposte in acque più profonde.
« La zona del calcare ad *Amphistegina* rappresenta adunque batimetricamente la parte
« più littorale del pliocene, e stratigraficamente il più alto termine di tale sistema ».

Dichiara in fine di annettere molta importanza, perchè si estenda lo studio di tale zona in tutta Italia per ricostruire l'antica spiaggia del mare pliocenico, e di estendere tali ricerche anche nelle isole del Mediterraneo.

A tutto ciò fa seguire il catalogo sistematico dei fossili da lui rinvenuti in tale zona, e di quelli esistenti nelle collezioni nel Museo della r. Università di Pisa, dei quali diversi già esistenti in essa di Perlascio e S. Frediano erano stati studiati dal prof. Meneghini.

A completare quanto riguarda le formazioni calcari in questione, è di somma importanza dare un cenno di quello che al presente avviene nei mari attuali. Un esimio naturalista il dott. G. Walther diresse la sua attenzione, soggiornando per qualche tempo alla Stazione zoologica di Napoli, al mare recinto dalla regione vulcanica nel golfo di Napoli, sinora non studiato dal punto di vista geologico, e si dedicò di preferenza a studî biologici e geologici; utilizzando il materiale delle ricerche zoologiche, e pubblicando in una Memoria le sue osservazioni (1).

L'autore parla in prima della profondità del golfo in rapporto alla sua lunghezza, profondità che raggiunge metri 400 fra Capri ed Ischia; della serie dei vulcani nella costa nord-ovest dal Vesuvio ad Ischia, dei tufi littoranei soggetti all'erosione, formanti sedimenti psammatici, e delle colate di lava, che estese sino al mare formano una costa di dura roccia. Quindi parla dei rilievi che rendono scabrosa la superficie delle lave e dei tufi, dovuti all'azione decomponente dell'atmosfera, che asportati poi per dilavamento naturale formano il sedimento littoraneo di sabbie oliviniche, sanidiniche, e ferro-magnetiche. La costa opposta di sud-est è precipuamente costituita da calcari compatti apenninici cretacei.

Le osservazioni sulla costa rocciosa da Castellamare a Capri, mostrano l'azione d'incessante demolizione marina di esse, e che mentre questa è soprattutto meccanica sulla costa napoletana scalzante alla base i tufi ed asportandoli, invece sulla costa di Sorrento agisce come solvente chimico, scavando sulla roccia solchi o canali paragonabili in tutto ai così detti *Karrenfelder* o *Lapiez* delle roccie calcari della Svizzera.

La riempitura speciale delle insenature delle coste di Sorrento di tufi vulcanici, li addita esposti alla frangente azione marina; per cui resta spiegato il fatto dell'origine del sedimento di detti tufi, in generale tutto attorno al golfo di Napoli. La finezza poi della grana di sabbia è in rapporto colla lontananza della spiaggia, finchè gradatamente passa allo stato di fanghiglia color cupo, di cui è principalmente formato il sedimento del golfo.

(1) Walther, *Le alghe calcarifere litoproduttrici del golfo di Napoli, e l'origine di certi calcari compatti.* Zeitschrift d. deut. geol. Gesellschaft. Jahrg. 1885. Sunto del Boll. del r. Com. geol. ital. 1885, n. 9-10.

Il fatto importante che deve richiamare l'attenzione dei naturalisti, è che nella regione di detta fanghiglia si riscontrano sedimenti calcari interessantissimi. Sino ad ora però non si rinvennero colla draga calcari dovuti a deposito chimico, ma quasi sempre dei calcari detritici che non sono mai cementati, e composti di frammenti di Gasteropodi, Echinodermi, di ramoscelli dei Coralli, di Briozoi, di Nullipore, e di innumerevoli e piccoli molluschi.

Il battello a vapore della Stazione zoologica destinato alla pesca di animali del fondo per mezzo della draga, o del grande tramaglio, si dirige da molto tempo alla ricerca di certi punti del golfo, indicati per la ricchezza della loro fauna. Si conosceva da molto tempo che si estraevano sempre a tutto il resto grandi quantità di alghe calcarifere (melobesie). Di queste il Walther s'interessò in modo speciale nella sua Memoria, per la ragione che il lavoro fondamentale del Gümbel sulle Nullipore, e loro concorso alla formazione delle roccie calcari, aveva attirato l'attenzione dei geologi sulle alghe calcarifere, e perchè mancavano studî dettagliati sulle alghe calcarifere viventi.

Per tale mancanza sono spesso esplorati tre punti del golfo di Napoli e sono: 1° La secca di Chiaia, 2° la secca della Cajola, 3° la secca di Penta Palummo, giacenti secondo le carte batimetriche nell'ambito di una regione marina di circa 1000 metri di profondità.

La secca di Chiaja si eleva da detta quota sino a 50 metri sotto il pelo delle acque. Essa è formata da *Lithophyllum expansum,* e da una ricca fauna a Briozoi costituita da *Retepora, Myriozoum, Hornera, Cellepora, Tubicellaria, Eschara.* È sorprendente la sua ricchezza di varî *Ecchinodermi, Crostacei, Molluschi,* e *Celenterati.*

La secca della Cajola giace da 30 a 40 metri di profondità, ed è formata unicamente da *Lithothamnium racemus* e *Lithothamnium ramulosum.*

La Secca di Penta Palummo situata fra Capri, Nisida, ed Ischia, è la più grande del golfo, e misura parecchi chilometri di larghezza. In alcuni punti che giungono sino a 70 metri sotto l'acqua è formata da *Eschara foliacea,* e da altri Briozoi: in altri punti essa s'inalza sino a 50 metri, e consta di *Lithophyllum expansum,* mentre alcune maggiori estensioni, alla profondità di soli 65 metri, sono formate totalmente da *Lithothamnium ramulosum.*

Sopra questo altipiano sottomarino di rado si rinviene un sedimento fangoso, ma estesissimi i calcari detritici, e la maggior parte del sedimento ha origine da organismi secernenti la calce; infatti la draga estrae ceppi di Briozoi, tuberi di Litotamnie, in mezzo ai quali abbonda una vita animale.

Quindi l'autore accennate le condizioni necessarie per la esistenza della vita organica, come intensità, uniformità della luce, profondità, uniforme distribuzione di acido carbonico, solfato di calcio, cose tutte riconosciute nel golfo, e per le due ultime non potendo attribuire la distribuzione delle secche a corrente sottomarina; dice è naturale il supporre che i coralli produttori di calce, abbiano scelto il loro impianto sugli scogli sottomarini di lava. In vero la ricchezza delle Alghe sugli scogli di lava della costa, e la prossimità di attivi e spenti vulcani, autorizza a credere la esistenza di eguali scogli anche sul fondo del mare, avvalorata dal fatto del giacimento di *Lithothamnium* di Siracusa sopra un altipiano di lava, ed i banchi di Briozoi del permiano della Turingia orientale sopra i scogli altissimi di scisti del Culm.

La prova diretta manca per il giacimento suddetto delle secche viventi nel Golfo di Napoli, per non potere più lavorare coi palombari a 60 metri di profondità, di più risulterebbe vana ogni ricerca al disotto del sedimento calcarifero. Per avvalorare la sopradetta opinione, oltre i fatti sopra citati, si può aggiungere che le secche si rinvengono entro la zona che congiunge il Vesuvio coll'isola vulcanica d'Ischia, e colmerebbero una lacuna esistente nella distribuzione su detta linea dei punti di eruzione fra il Vesuvio e la regione vulcanica dei Campi flegrei. La probabile esistenza nel golfo di Napoli di scogli vulcanici sottomarini, risulterebbe dalle osservazioni fatte nel golfo di Salerno a 65 metri di profondità, vicino il gruppo d'isole detto Li Galli presso Amalfi. Il materiale è un detrito calcarifero, e lo interessò a studiarlo per avervi trovato rami maggiori di *Lithothamnium*, pietruzze di lava violetta omogenea, cristalli di olivina, augite, biotite, frammenti dei suddetti, e piccoli Gasteropodi. I cristalli non presentavano traccia di subìto trasporto, e questi ed i frammenti di lava, non si conosce che esistano nei tufi attornianti il golfo, ma bensì le augiti si rinvengono nei due punti più vicini Vesuvio ed Ischia distanti 30 chilometri dai Li Galli. Da ciò il Walther desume che i detti cristalli vulcanici provengano da scogli sottomarini di lava o di breccia vulcanica, che si osservano nei punti minori di eruzione, che se esistono nel golfo di Salerno, è probabilissimo lo siano anche in quello di Napoli.

Il Walther poi si domanda se in armonia colla teoria darwiniana sui banchi coralligeni, anche il fondo di detto golfo si trovi in un periodo d'abbassamento, e se per conseguenza ne risulti una maggiore potenza del sedimento calcarifero in questione; potendosi anche sostenere l'esistenza di potenti scogli nel golfo, con sopra un debole strato di organismi calcariferi. Il tempio di Serapide a Pozzuoli, che segue ad abbassarsi di 2 centimetri per anno, ha da tanto tempo accertato i locali abbassamenti del fondo del golfo. L'ingegnere della Stazione zoologica sig. V. Petersen comunicò che la muratura dei soli 6 piloni rimasti del ponte di Caligola, è fatta con cemento aereo sino a 9 centimetri sotto il pelo dell'acqua. Così nel golfo di Baja si rinviene tutta una parte di città con strade e fondamenti di ville a 6 centimetri sotto detto livello. Peraltro su tale argomento il Walther non può citare alcuna osservazione, per mancanza di risultati positivi dai suoi studî in proposito.

Non potendo pertanto l'autore offrire una prova diretta sopra una maggiore potenza del sedimento calcarifero delle secche, si appoggiò all'analogia per le sue deduzioni, servendosi dello studio di strati recentemente sollevati per spiegare gli attuali fenomeni a noi nascosti nel seno delle acque. Prese a paragone la potenza del giacimento a Nullipore del calcare di Leitha, e dei giacimenti terziarî di Sicilia prossimi a Siracusa. Non la moderna, ma l'antica Siracusa di Dionigi fu costrutta sopra un altipiano elevato a modo d'isola a circa 40 metri sulla vasta pianura, formante un triangolo isoscele di 33 chilometri di perimetro. La ferrovia Catania-Siracusa passando per la base del triangolo rivolta ad oriente sul mare offre all'osservazione una lava ricoperta da un calcare non stratificato, che si adattò sulle irregolarità di superficie della lava, e su cui si depositò. Lo stesso si osserva sulla strada maestra che da Tremiglia conduce sull'altipiano a nord dell'antico quartiere Labdalon, ed alla scala greca. È difficile lo stabilire se la lava posta così allo scoperto su tre lati dell'altipiano, sia una

massa auctotona o l'estremità di una corrente di essa sotterranea venuta dalla regione vulcanica di Lentini-Palagonia. La lava è tutta alterata simile molto ai tufi palagonitici di detta regione, ed è interessantissima perchè costituisce il substrato del sovraposto calcare a Nullipore d'origine fitogenica. Con manifesta evidenza si rinviene tutto il calcare risultare esclusivamente da tuberi di *Lithothamnium* nelle celebri cave o latomie fatte da Dionigi all'estremità orientale dell'altipiano, e così nell'occidentale ove dispose i magazzini, le casematte, le caserme, e nell'antico acquedotto. Nella latomia dei Cappuccini poi, le pareti della roccia alte 35 metri sono formate solo da tuberi di alghe della grossezza di un pugno. Da questo esempio di un giacimento formato da alghe fossili ben definito, e che subì parziale abbassamento stabilisce la probabilità, che le secche del golfo di Napoli riposino parimenti sopra scogli vulcanici, e si formino con discreta potenza col mezzo di organismi produttori di calce.

Alghe secernenti carbonato di calcio sono assai frequenti nel golfo di Napoli. Sopra i scogli di lava, e sui calcari apenninici della costa si riscontrano i generi *Amphirhoe* e *Corallina.* Il *Lithothamnium cristatum* forma estese incrostazioni sul fondo roccioso del mare poco sotto il pelo dell'acqua. La varietà delle forme di Alghe, loro anatomia ecc. furono studiate dal conte Solms-Lauback (*Fauna e flora del golfo di Napoli* Vol. IV). Dal lato geologico peraltro è interessante la presenza del *Lithophyllum* ed in specie del *Lithothamnium,* attesa la loro preponderanza e facoltà litoproduttrice.

Il Walther affaccia come tipico esempio di giacimento algarifero vivamente compatto quello della secca della Gajola, distante circa un chilometro dalla costa, ed elevato sino a 30 metri sotto il pelo del mare. In esso la draga raccoglie sempre quantità innumerevole di tuberi di *Lithothamnium ramulosum* e di *L. racemus*; che l'esperienza finora fa vedere formata tutta la secca da essi. Fra i tuberi rosei della grossezza di una noce a quella di un pugno, alligna una ricca fauna vivente. Piccoli delicati polipai vi crescono sopra, cibo gradito ai crostacei *Pisa. Maja*, *Lambrus, Inachus.* Sui granchi marini rossicci crescono talora le alghe calcarifere ed i polipi. Si nasconde fra i tuberi di alghe il *Bilamnus hirtellus* piccolo crostaceo color di fuoco; ed i piccoli chitoni rossi appena si distinguono sopra un fondo algoso. Grandi quantità di *Pecten* rossi o violetti, vivono sui giacimenti algariferi percorrendoli in ogni verso, o fissandovisi coi loro filamenti marginali per resistere alle correnti. L'*Arca* perforasi la propria nicchia a preferenza entro i tuberi di *Lithothamnium,* e 10 a 20 individui a diversa età si riuniscono sopra uno stesso tubero. L'autore giustamente dice che non è qui il caso di specificare tutte le altre specie della serie delle bivalvi dalla *Lima* di 10 centimetri alla *Nucula* di pochi millimetri, e di gasteropodi dal *Trochus* grande un pugno, alla più piccola *Turritella*; ma bensì è duopo far rilevare la circostanza che non solo nei tuberi detritici, ma anche fra quelli di alghe viventi, e sopra dei medesimi è ricchissima la microfauna dei testacei. Piccole vivalvi, gasteropodi non più grandi di un millimetro, si annidano fra ramuli di alghe, e nelle cavità ove trovano rifugio. I piccoli testacei, se non sortono in tempo, sono rinserrati, ed infine del tutto inviluppati dalla crescente vegetazione dell'alga, rompendo il tubero della quale vi si rinvengono le piccole valve. Nella sabbia racchiusa in tutto il tessuto vegetale, si rinvengono frammenti di spicule silicee, di diatomee, di foraminiferi,

e di altri corpi duri. Le ricerche sopra la superficie della secca dopo una giornata di scirocco, offrono fra le litotamnie gran copia di residui di fauna pelagica (radiolarie, foraminiferi, diatomee, pteropodi), da cui resta poi popolata la superficie del golfo. Tal modo speciale di vegetazione delle litotamnie si riscontra in specie nelle alghe che ritennero inviluppati corpi di maggiori dimensioni, ed è frequente il rinvenirvi racchiusi entro i tuberi di alghe i *Spondilus*, *Trochus*, *Echinus*. La forma dell'alga dopo avvenuto l'inviluppamento può far riconoscere quella del corpo racchiuso. La sezione mostra il parenchima vegetale aderente alla conchiglia in modo da impedire un distacco intatto.

Il Walther dichiara del più alto interesse questo frequentissimo inviluppamento entro le litotamnie della fauna marina di varia mole, che origina la varietà di forme dei tuberi di litotamnie, di cui la normale è la rotonda od ovale, e quella per inclusione ha forme diverse scutiformi, oblunghe ecc. Nei vacui risultanti si depone il detrito calcare, valve di conchiglie, ramoscelli di briozoi, frammenti di coralli, gusci di crostacei, quanto nata cioè sul giacimento delle Alghe. E con questo, dice l'autore, eccoci di fronte *a residui di fauna pelagicà, che potrebbero avere una parte non insignificante nella formazione dei giacimenti algariferi.*

Quando le Litotamnie hanno raggiunto la grossezza di un pugno muoiono. Il Walther vidde che due tuberi di alga non possono mai anastomizzarsi fra loro, nè v'incontrò mai un tubero geminato; e perciò pure i tuberi non possono per se stessi nè confondersi sul fondo su cui stanno. nè fissarsi sul medesimo. Ciò non ostante in primo luogo la superficie di essi è talmente varicosa, da farli rimanere in stretta aderenza fra loro; ed in secondo luogo rivestiti per lo più di briozoi *Eschara*, *Lepralia*, *Flustra*, a questi è principalmente dovuto se i tuberi d'alga sono fissati sul fondo.

Lo sviluppo di un giacimento algarifero è dovuto a varie condizioni d'esistenza, l'oscillazione delle quali influiscé sul medesimo. Per lieve alterazione di esse muoiono le piante più deboli; le robuste seguono tranquillamente a rigogliare. A ciò si devono i vuoti di superficie del giacimento colmati dal detrito, il quale è tanto meno frequente, quanto è maggiore l'energia vitale delle alghe, e per contrario coll'infievolimento di essa, tanto maggiori sono i tratti invasi dal detrito calcare. Se cresce poi la proporzione di alterate condizioni biologiche, aumenta la frequenza e grandezza dei vuoti, e così il detrito concorre più largamente alla formazione del giacimento calcarifero.

Per giudicare dunque di un giacimento fossile di *Lithothamnium*, si rinverrà la misura dell'energia vitale nelle inclusevi lenti, o negli strati di detrito intercalativi, *e si potrà dal variabile rapporto fra calcare fitogene, e calcare detritogene desumere la biologia stessa di un giacimento algarifero.* Così l'autore.

L'esame di un tubero di alga spezzato di cui il colore grigio lo indica già morto, mostra il suo interno spesso alterato. L'originaria struttura distintissima delle nullipore non si ravvisa a prima vista, ma bensì il corpo dell'alga mostra una struttura inorganica somigliante ad un calcare cavernoso d'acqua dolce. Blocchi d'alga più grandi offrono lo stesso aspetto, e come corrose si vedono le valve di conchiglie avviluppate dalle alghe. Una parziale trasformazione strutturale sembra già avvenuta nel fondo marino attribuibile senza difficoltà a chimici processi.

Per brevità, e per non essere del tutto necessario allo scopo, tralascio il dettaglio e i risultati delle analisi chimiche eseguite dallo Schwager nel laboratorio del signor Gümbel sul *Lithothomnium* della secca di Penta Palummo, del *L. ramulosum* della secca della Gajola, del calcare terziario a *Lithothamnium* delle latomie dei Cappuccini presso Siracusa, e sopra un ramo recente di *Eschara foliacea* della secca di Penta palummo; sopra un brano di *Lepralia* della secca della Gajola. Queste analisi furono eseguite allo scopo di vedere il rapporto che passa sulla quantità fra i componenti minerali e la sostanza organica tanto dei depositi attuali, che dei remoti, rapporto che varia anche nelle alghe viventi. In quelle fossili poi è dovuto a trasformazioni chimiche avvenute forse in origine in seno al mare, o indotte poi dopo la emersione dalle acque infiltranti, come avvenne nel giacimento algarifero di Siracusa.

Dallo studio microscopico delle sottili sezioni del calcare in discorso, bene si esprime il Walther, è mediocre il risultato, e poco si può ritrarre per pronunciarsi con certezza tanto sul processo di trasformazione, quanto per la genesi che costituì un banco di calcare. Conclude dopo aver detto che elementi detritogeni, coralligeni, psammotici, e fitogeni probabilmente si trovarono associati fra loro anche in epoche anteriori, *che soltanto il predominio di questo o di quel materiale nei calcari organici ci permetta di differenziarne la nomenclatura.* Infatti lo studio sopra sottili sezioni del calcare algarifero della Latomia dei Cappuccini di Siracusa, fatte nel laboratorio del sig. Fuess di Berlino, non autorizzò a pronunciarsi definitivamente su tal proposito.

L'autore parla in seguito delle metamorfosi che può subire il giacimento algarifero, dovute alla natura della circolazione acquea entro la roccia, più o meno lenta o rapida, e più o meno efficace a seconda degli strati soprastanti, o per circostanze geologiche ecc. Che le metamorfosi non si avverano quando le acque aventi acido carbonico scorrono rapidamente nel calcare, in specie nei banchi sottili di origine fitogenica; o quando si frammisero quantità di detrito calcare o fangoso, o quando si trovano tuberi isolati di litotamnie entro un calcare detrititico, ecc. Cita quindi le pochissime alterazioni dei calcari in questione della Sicilia, riscontrate dalle sue osservazioni e cerca di spiegarle.

Domanda quindi a se stesso il Walther a proposito di un'altra probabilità sull'esistenza di alghe calcarifere, come stanno le cose lorquando dei banchi potenti di alghe calcarifere alternano coi banchi di detrito calcarifero? I primi diventano cristallini per le cause sopradette, ma i secondi verranno anch'essi metamorfosati?

Basandosi sulla sua esperienza, inclina ad opinare che i suddetti interstrati vengano bensì cementati e resi compatti, ma che non pertanto la origine loro da detrito, da Globigerine e da altro, sia sempre riconoscibile mediante le sezioni sottili, e che forse anche ad occhio nudo sia possibile il giudicare dal loro aspetto macchiettato, la natura detritogene del calcare.

Il Walther ammette di non aver mai osservato in Sicilia consimili alterazioni di strati, e su tale proposito si appoggia a circostanze geologiche osservate in sedimenti calcari più antichi, nei quali si constatò l'alternarsi di calcari macchiettati strutturati con banchi compatti non strutturati. Anche qui egli si domanda *come mai possano alternare dei calcari cristallini con banchi di calcare strutturato*, *e se per*

sciogliere questo problema debbasi ammettere l'esistenza di cause ignote, e persino quella di un sedimento calcare formatosi per via chimica.

Egli discute questo quesito basandosi sulla costituzione geologica del *calcare di Dachstein* delle montagne del Todten Gebirge, e del Dachstein in Stiria, quale risultagli dalle proprie osservazioni, e di altri geologi. Dalla descrizione del Suess risulta che assai svariato è l'*habitus* dei calcari costituenti la massa montuosa del Dachstein, che simultaneamente presentano calcari coralligeni, calcari macchiettati, brecciformi, e per ultimo calcare omogeneo compatto, nel quale sonovi concrezioni e frammenti a vario colore e numerose sezioni di grandi molluschi, in specie di megalodonti; elementi che si rinvengono anche nel Todten Gebirge, e per lo Stur sarebbero comuni a tutti i *calcari di Dachstein* della Stiria.

In quanto alla loro qualifica il Walther distingue per *coralligeni* tutti quei calcari, e quei banchi di calcare nei quali sono riconoscibili i litodendri ed altri resti di coralli: e per *detritogeni* i calcari macchiettati brecciformi. Siccome poi un detrito grossolano presenta condizioni fisiche differenti da quelle di una polvere calcare finamente triturata, o derivata da fini residui calcari, qualifica il calcare così formato per *psammogene*; e per *fitogeni* quelli formati principalmente dalle alghe calcarifere.

Designa in seguito i luoghi ove si rinvengono le roccie da lui così qualificate, come il *calcare coralligeno* ricco di coralli non stratificato addossato verso le Alpi centrali al calcare di Dachstein, ed anche i strati superiori di quest' ultimo. *Rocce detritogene* sono frequentissime fra i calcari di Dachstein. Aggiunge che intercalati ai detti calcari coralligeni e detritogeni od alternanti con essi, si osservano potenti masse di calcare, nelle quali la ripetuta analisi microscopica, non giunse a determinare alcuna struttura. Per spiegare questo fatto egli pone in disamina le diverse cause o fattori che alterarono la loro speciale natura, che ebbero all'epoca di loro formazione. Speciale natura o struttura egli dice, sulla quale convennero tutti gli osservatori che studiarono dettagliatamente i *calcari di Dachstein* stiriani; ammettendone l'origine organica simile a quella dei coralli. Fra i fattori che hanno fatta perdere la speciale struttura per subìta cristallizzazione delle roccie, non si potrebbe ciò attribuire che ad una sola condizione, di attribuire cioè la metamorfosi all'acqua infiltrante del soprassuolo, ed al suo acido carbonico. Ma come può spiegarsi, esso aggiunge, che alcuni banchi sono stati risparmiati ed altri no? e cita ad esempio i calcari terziarî di Sicilia con quelli di Suavia.

Importa far notare con il Walther che secondo lo Stur il calcare a litodendri ed a bivalvi del Dachstein in Stiria, offre il carattere di una formazione rapida quale la coralligena: secondo il Fuchs il *calcare di Dachstein* bianco a grandi megalodonti, è senza dubbio una formazione di basso fondo originata al modo stesso degli attuali banchi di corallo. Il Mojsisovics nel suo libro *Sulle dolomie coralligene del Tirolo e del Veneto* non ammette l'ipotesi che il suddetto calcare sia una formazione di mare profondo; appoggiandosi sulla presenza delle globigerine constatata dal Peters nel calcare dell'Echernthal presso Hallstadt. Queste in gran copia natando nelle acque superficiali dell'oceano, possono prosperare in vicinanza dei banchi coralligeni viventi, perchè offrono le condizioni favorevoli alla loro esistenza.

Notato quanto vi era di più rimarchevole nel pregevole lavoro del Walther in

rapporto alla cosa in discorso, tralascio di far menzione delle altre sue osservazioni, a cui fan seguito delle considerazioni; tanto per ragione di brevità, quanto per non essere del tutto necessarie allo scopo.

OSSERVAZIONI SUL MACCO DI PALO.

Prima di ogni altra cosa sarà utile fare qualche osservazione sulla microfauna del calcare di Palo, la quale ha un'importanza tutta speciale dal lato della sua abbondanza, della prevalenza di alcuni generi, della sua *facies* e del suo *habitat.* Quindi la ricerca della sua natura, potrà fornire qualche dato per qualificarlo. Per ultimo le indagini sul suo giacimento, saranno in certo qual modo valevoli, per indurci ad assegnare al calcare di Palo la più probabile e naturale epoca di formazione.

Debbo innanzi tutto dichiarare che la fauna microscopica che ho procurato per quanto mi fu possibile d'illustrare ha una *facies* tutta speciale, da fare indubitatamente ritenere, che essa ebbe vita e sviluppo nelle migliori e più favorevoli condizioni. Per quanto io abbia osservato negli antichi depositi marini dei nostri terreni, in specie di quelli che attestano formazione littorale, come a Monte Mario, così di quelli di Acqua traversa che attestano la loro formazione in ampio estuario; mai ho potuto riscontrare una microfauna così sviluppata e di tali proporzioni come nel Macco di Palo; fatta se si voglia eccezione per quella di Acqua traversa, ma in proporzioni minori. Basta fare un esame benchè superficiale sopra di essa, senza ricorrere alla micro-misura, si resta convinti a prima vista, non solo dell'aspetto tutto speciale di detta fauna, ma bensì di forme svilnppate che raggiunsero tale una proporzione da attestare la loro produzione e rigogliosa vita nelle più favorevoli condizioni di una speciale località; da non permettere peraltro per tali forme un nome che significhi vera varietà. Luminosamente lo provano le misure date nella descrizione delle specie, e sopra tutto quelle grandi *Polystomellae*, di cui la *crispa* raggiunse un enorme sviluppo, alle quali tengon dietro la *Heterostegina*, l'*Amphistegina*, la *Rotalia*, molte *Truncatulinae*, le *Textulariae Miliolinae Lagenae*, finalmente in minori proporzioni *Globigerinae Polymorphinae* ecc.: e così si dica degli ostracodi che sono belli e molto sviluppati specialmente le specie di *Cythere.* Vissero e prosperarono adunque in gran numero nelle acque di un mare, ed in una località, che offriva le più favorevoli condizioni di adattamento speciale alla loro riproduzione a vita, e ciò è indubitatamente provato da quanto ho esposto.

Il loro *habitat* è manifestamente rivelato dalle diverse specie essere stato di basse e littorali acque. Prendendo in sommario esame gli ostracodi, si conosce che in genere prosperano nelle piccole profondità. La diverse specie di *Bairdia*, di *Cythere* e sopratutto certe specie di *Loxoconcha* ad es. la *L. avéllana* vive alla profondità dai 4 ai 36 metri, così la *Cytherella semitalis* dai 12 ai 70 metri di profondità. Sarebbe superfluo accennare anche brevemente l'*habitat* dei polizoi riscontrato ovunque in acque poco profonde, ed adnati quasi sempre sopra altri organismi che prediliggono le acque basse. I rizopodi poi rinvenuti nel Macco, danno la più manifesta conferma di un *habitat* littorale e di lieve fondo.

Una rassegna sommaria di essi infatti ci rivela che le specie di *Miliolina* vivono in acque per la maggior parte littorali. Fra queste la *M. subrotunda* e la *M. circularis* amano le acque di poco fondo, si rinvengono nelle sabbie littorali, e la profondità oscilla dai 60 ai 300 metri. Lo stesso dicasi della *Textularia* vivente per lo più nelle acque basse. La *T. trochus* venne dal Challanger rinvenuta molto abbondante nelle sabbie coralline dell'arcipelago indiano. Stante la pochezza di specie e scarsità di esemplari dei generi *Bulimina* e *Bolivina*, si può solo accennare che si rinvengono tanto nelle acque di spiaggia che a profondità maggiori. Lo stesso può ripetersi per l'adattamento delle specie di *Lagena* tanto nelle zone littorali che nelle grandi profondità. La *Polymorfina lactea* ama per lo più le acque poco profonde, ma è reperibile in zone più profonde. È indubitato che le *Globigerinae* accompagnate a certe specie di *Pulvinulina* ad es. la *P. Menardii* D'Orb. attestino le grandi profondità marine. Ma è pur vero altresì che non in quella quantità da caratterizzare un deposito, possono anche vivere in basse acque, e che di più tutte quelle specie di *Globigerina*, benchè pelagiche e natanti sulla superficie delle acque, possono cadere per qualche causa sul fondo di basse acque. Le specie di *Discorbina* ad es. la *D. globularis* D'Orb. abbonda nelle zone poco profonde a meno di 100 metri ed è scarsa ad 800 metri. La *D. orbicularis* Terquem non rara ma molto frequente nel Macco di Palo è abbondante negli scogli di coralli, nelle basse acque di lido, presso le isole o zone littorali, ed è appena reperebile a 800 metri di profondità. La *Truncatulina* così largamente rappresentata da non poche specie nel Macco di Palo, indica le medesime condizioni di mare. La *T. lobatula* abbonda nelle zone littorali coralline di poco fondo. La *T. variabilis* è comune nei margini poco profondi dei mari temperati. La *T. refulgens* abbonda sopratutto fra gli 80 a 100 metri di profondità. La *Pulvinulina* benchè genere appartenente alla fauna pelagica e vivente nei grandi fondi è appena rappresentata da due esemplari e da due sole specie, delle quali la *P. auricula* ama le zone littorali dai 34 ai 400 metri circa di profondità. La *Rotalia Beccarii* abbondante e tutta propria delle spiaggie, attesta colla sua forma speciale della varietà *ammoniformis* un *habitat* prettamente littorale di acque molto basse. La famiglia delle nummulinidi così largamente rappresentata nel Macco di Palo, offre un'altra splendida prova. Infatti la *Nonionina depressula* propria dei mari temperati e degli estuarî vive a meno di 100 metri di profondità. La *N. boueana* predilige maggiormente un fondo dai 20 ai 100 metri, ma si estende anche ai 400 metri di profondità. Lo stesso può dirsi della *N. scapha*. La *Polystomella striato-punctata* ha sempre il suo *habitat* normale in un fondo di meno di 100 metri. La *P. crispa* si riscontra come la più abbondante nelle acque basse e nelle zone littorali; può vivere peraltro sino alla profondità di 700 metri. La *P. macella* ama le acque basse presso le isole. L'*Amphistegina Lessonii* prospera nelle acque basse, è comune nelle sabbie a 60 metri di fondo, rara a profondità maggiori. L'*Heterostegina depressa* ha la sua sede favorita presso le isole dai 22 ai 60 metri di fondo, scarseggia in proporzione dell'aumento di profondità.

Dal fin qui detto adunque risulta, che complessivamente tutte le specie di rizopodi rinvenute nel Macco di Palo, e molto più la presenza di alcune, la di cui vita quasi mai si adatta in alto fondo di mare, provano all'evidenza che la microfauna

in esso inclusa prosperò senza dubbio in acque basse. Di più la sua speciale forma unita a grande sviluppo indica chiaramente una vita tutta littorale, o presso isolotti ovvero rialzi di fondo vicini alla spiaggia.

Il Macco di Palo può dirsi calcare ad *Amphistegina?* Non è consentaneo al vero poterlo asserire in modo assoluto. In esso si rinvengono quasi in proporzioni eguali altri generi di rizopodi; e la *Polystomella crispa* così abbondante nel Macco di Palo quanto forse l'*Amphistegina Lessonii*, per la sua forma lenticolare che si approssima a quella dell'*Amphistegina* potrebbe far ritenere per sommario esame detto Macco costituito per la massima parte dall'*Amphistegina*. A ciò aggiungendo una certa quantità di *Rotalia*, specialmente di *Truncatulina* nonchè di altri generi, bisogna dire esser basata sul vero la conclusione, che il Macco di Palo non può chiamarsi esclusivamente calcare ad *Amphistegina*. Molto meno si potrà nominare lenticolare per la mancata sovrabbondanza della *Amphistegina* e ciò per non implicare idee sulla forma litologica. Nondimeno per il vario aspetto che il De Amicis ha riscontrato nei calcari della Toscana, che si estendono in quasi tutta l'Italia: come ancora tenuto conto della varia proporzione di presenza dell'*Amphistegina* in detti calcari, la quale in certa abbondanza, ma non tale da caratterizzare il calcare di Palo, non permetta di denominarlo *sensu stricto* (come ben disse il De Amicis) calcare ad *Amphistegina*; pure è lecito adoperare semplicemente il nome di calcare ad *Amphistegina* per questo di Palo, onde comprenderlo nella serie degli altri calcari dell'Italia come soprastanti alle sabbie gialle del pliocene superiore.

Per ultimo è da notare che le specie dei rizopodi contenute nel Macco di Palo sono pressochè le stesse, e solo variabili nella forma da quelle rinvenute nei sedimenti sabbiosi littorali del Monte Mario e Monte Vaticano, non che di Acqua traversa. Tal fatto prova che nel nostro mare littorale del pliocene superiore con poche varianti viveva la medesima fauna a foraminiferi.

Se il Macco di Palo sia un calcare *fitogene* formato cioè principalmente da alghe calcarifere, io non potrei parimenti dirlo in modo assoluto. Solo dalle osservazioni istituite sopra sottili sezioni del Macco, ho potuto constatare la presenza in esso del *Lithothamnium* indubbiamente provato della struttura reticolata dell'alga ben visibile sotto il microscopio formata da cellule rettangolari, non oscuramente delineate nei diversi strati. Siccome nelle sezioni appare evidente che si tratti di frammenti della pianta calcarifera, e benchè gli strati conservino in buona parte la disposizione curvilinea dei successivi strati di cellule, io non mi sento peraltro sufficientemente sicuro a poterne definire la specie. Attesa la grande dimensione delle cellule, e loro disposizione perfettamente reticolata in un frammento (dovuta forse ad un taglio trasverso); mentre in altro frammento più grande le cellule sono più ristrette a forma di piccoli rettangoli, si può soltanto affacciare la probabilità di due specie di *Lithothamnium* esistenti nel Macco di Palo, e ciò con molta riserva. Ulteriori osservazioni microscopiche fatte sopra sezioni che non offrano alterazioni della roccia, come appariva in queste che con molta cura studiai, potranno risolvere il quesito; per il momento si può dire solamente accertata la presenza del *Lithothamnium* nel Macco di Palo, senza affermare che sia un vero calcare *fitogene*. Non potei riscontrare inviluppati dall'alga calcarifera degli organismi; manifeste peraltro apparivano alcune sezioni di *Amphistegina*

con obliquità sul piano mediano, simili alla fig. 8, tav. IX; come di *Polystomella* di *Textularia*, non che un piccolo frammento di *Eschara*. Quanto ora ho esposto, viene a confermare quello che già vide il Walther, che poco si può attendere dallo studio delle sezioni di queste roccie sul presente argomento, quale studio ha un risultato mediocre, mentre è grande nelle sottili sezioni delle roccie vulcaniche e plutoniche, per spiegare i processi di trasformazione di esse.

Devo aggiungere che per quante ricerche abbia fatte, ed istituite ripetute osservazioni, non ho potuto nelle cave, nè sopra pezzi staccati dalla roccia riscontrare tuberi di *Lithothamnium*, che si rendono così palesi coi loro caratteri distintivi.

Se il calcare di Palo sia *psammogene* ovvero *detritogene*, non si può rigorosamente dire che una delle due qualifiche gli convenga più dell'altra. La roccia a seconda il detto del Walther non ha i caratteri veri di un calcare *psammogene*; non si presenta cioè come costituita da fini residui calcari, quasi come polvere triturata, e derivata da detti residui. Essa non mostrandosi a guisa di un calcare macchiettato brecciforme, manca di quel carattere per il quale il Walther lo distingue col nome di *detritogene*. Peraltro come di frequente si riscontra nei calcari del *Dachstein*, che sono per lo più formati da frammenti a color bianco uniforme, ed offrono perciò una frattura omogenea, sotto questo aspetto il Macco di Palo offre una certa analogia coi calcari sopra citati. Di più devesi tener conto al fatto, che un calcare benchè abbia una medesima origine, può offrire delle varianti in virtù degli elementi che lo compongono, e non sempre si presenta col carattere di calcare macchiettato. Nell'antica cava situata più a nord ora abbandonata, la sezione del Macco esposta agli agenti meteorici, mostra una ben visibile stratificazione, come dirò più oltre, ed in essa appaiono come in rilievo sulle pareti della roccia i componenti dotati di maggior retistenza, ed il resto di essa sgregato si vede come formato da tritume di diversa mole, per lo più giallastro dovuto alle infiltrazioni terroso-ocracee del suprasuolo. Questo distacco di piccoli frammenti detritici, darebbe un indizio per riconoscere nel Macco di Palo una specie di origine *detritogenica*. I rilievi qua e là disseminati son formati in parte dai fossili macroscopici, e vi abbondano pure i piccoli organismi. Altri rilievi a guisa di zone parallele più o meno sporgenti sono costituiti da quelle porzioni di roccia alterata, che è più dura in confronto del rimanente per metamorfosi subìte. In questa cava, nella trincea della ferrovia ed in altri luoghi presso il mare, le parti alterate del Macco hanno l'aspetto di un calcare duro come cristallizzato, nelle quali sembra avvenuta una metamorfosi per la infiltrazione e consecutiva circolazione dell'acqua, che indusse un processo di trasformazione; per cui il Macco se *algarifero* deve necessariamente aver perduta la sua originaria struttura. Attese le condizioni degli strati superiori, deve ammettersi entro il Macco una circolazione acquea più o meno grande, e più o meno ricca di acido carbonico, per la mancanza di strati soprastanti argillosi impermeabili, quali invece sono terrosi e perciò permeabili. Mancherà la trasformazione in quegli strati di calcare ove non circolò o ristagnò acqua carica di acido carbonico, ed infatti la massima parte di essi non mostra di averla subìta. Dirò ancora che non ho potuto per ripetute osservazioni riscontrare l'alternanza di banchi di alghe calcarifere caratterizzati da veri tuberi di esse con dei banchi di origine detritogene. In generale solo si può dire che il Macco di Palo offre

il carattere di una formazione rapida a guisa di quella *coralligena*, e che se non può rigorosamente qualificarsi per un calcare *detritogene*, la sua struttura è però tale da farlo ravvicinare ai calcari *detritogeni*. Infatti tolti i fossili di varia grandezza e conservati, il resto è un ammasso di tritumi più o meno grossolani assieme cementati, ed in gran parte facilmente sgregabili.

Rimane in ultimo a parlare della potenza del Macco, della sua estensione potuta riscontrare in posto, non che dell'epoca di sua formazione.

Non sarà del tutto fuor di proposito dire sommariamente qualche cosa sulla località di Palo. Il mare offre una dolce insenatura volta a sud, le cui estremità sporgono alquanto in mare una verso sud-est nella direzione di Palidoro, l'altra verso ovest lungi da Palo. Il suolo viene dalla spiaggia gradatamente inalzandosi nella direzione di nord, i rilievi del quale sono dovuti in gran parte alla presenza del Macco.

Dall'esame dell'attuale sedimento littorale della spiaggia di Palo risultano alcune cose degne di nota. In generale esso è costituito da una sabbia nerastra piuttosto fina, nella quale abbondano delle augiti nere e verdognole, ed ancora della biotite nerastra a grosse lamelle, potrebbe perciò chiamarsi una sabbia augitico-biotitica. Ne completano il resto frammentini di quarzo ialino e di altro più o meno opaco, di calcari o focaie policrome, di qualche scoria e di rare pomici, nonchè detriti animali e vegetali della spiaggia. Sono questi nell'assieme i componenti dell'attuale deposito di spiaggia, l'origine dei quali, in specie dei minerali vulcanici, per mancanza di fondate osservazioni non è troppo facile il designare.

A sud poco lungi dal Castello o Forte di Palo, quasi in direzione delle antiche costruzioni reticolate, di cui alcune rimasero isolate nel mare; e proprio al livello del mare stesso si riscontrano degli strati costituiti da detrito terrestre con *Helix nemoralis*, *H. profuga*, *H. acuta*, *H. vermicularis*, *H. pyramidata*, *Limnaea peregra*, senza rinvenirvi traccie di esseri marini. In questri strati molto recenti, e come ho detto costituiti da detrito terrestre, più in alto fino a due metri sul livello del mare si vedono confusamente frammisti avanzi laterizî e figulini. Quindi poco lungi fra Palo e la ferrovia affiora sul terreno il Macco. Quasi a sud-est pertanto del Castello di Palo si offre la seguente sezione.

Livello del mare

Strati terrestri Macco

Da ciò si potrebbe a prima vista arguire che il Macco riposi sui sedimenti attuali della spiaggia, o che essendo più alto degli strati terrestri antecedenti, questi stiano sotto il Macco ossia anteriori. Ma non può asserirsi che gli strati terrestri siano sottoposti al Macco cioè anteriori ad esso. Essi sono posteriori e recentissimi, e possono essere stati deposti nelle depressioni del Macco avvenute per erosione, quando esso era di già sollevato, ovvero questi strati terrestri dimostrano invece un avvallamento del terreno dopo la deposizione di questi strati, dovuto a cause tutte locali, non

potendosi ammettere nelle attuali condizioni un deposito di fossili terrestri in tale posto, che probabilmente potrebbe scendere anche sotto il livello del mare.

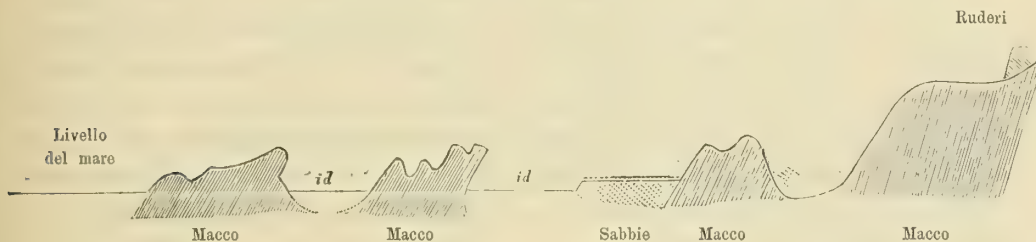
Partendo dalla stazione di Palo posta al chilometro 48, e seguendo sull'antica strada corriera la direzione di est, lasciando a destra la prima casetta cantoniera al chilometro 46 della trincea della ferrovia tagliata nel Macco, e quindi cambiando direzione verso nord al di sopra della seconda casetta cantoniera posta al chilometro 45 dopo la trincea, si raggiungono in alto della campagna le cave del Macco; le quali trovansi elevate sul livello del mare di metri 23, livello che varia a seconda del terreno, come rilevasi delle recenti carte topografiche e fisiche del r. Comitato geologico italiano. Le cave del Macco pertanto sono distanti della stazione di Palo approssimativamente 3 chilometri, e dal Castello di Palo 3 chilometri e mezzo circa, calcolata la distanza dalla stazione al mare.

Le cave principali sono tre di varia estensione, delle quali due più antiche ad ovest, e l'altra maggiore più recente a sud-ovest. Nella prima cava ora abbandonata e più a nord vi è da notare un fatto interessante, per il quale è nettamente resa palese la stratificazione e la inclinazione del Macco. Essa a guisa di amfiteatro misura presso a poco ai due estremi una cinquantina di metri, ed il Macco ha la potenza di 12 metri, nel centro del taglio, dalla soprastante campagna sino al piano della cava. Detta potenza è costituita da otto banchi o strati tutti egualmente inclinati da nord a sud, che sono a seconda dell'azione meteorica esercitata su loro più o meno alterati, sino ad essere ridotti a fino tritume che si rinviene deposto negli incavi dei banchi. Offrono per lo più uniforme colore biancastro tendente al giallo, poco sono differenti fra loro per compattezza e durezza, ma sono quasi sempre uniformi nella loro struttura derivata da grossolano detrito. Principiando dall'alto nel mezzo della cava si rinviene un debole strato di terreno vegetale, al quale immediatamente segue il primo banco del Macco giallastro-bianco alquanto compatto della potenza di metri 5, con rari fossili. Soggiace a questo un piccolo strato della potenza di 2 decimetri un poco più duro. Viene quindi un secondo strato meno potente del primo, di metri 2, un poco più giallastro, più alterato con pochi fossili raramente interi e sporgenti dal banco. Altro meno giallo straterello di 1 decimetro di potenza più duro e compatto separa il secondo dal terzo grande strato sottostante, eguale nel colore e nella struttura al secondo della potenza di metri 3 con più fossili. Questo strato viene separato dal susseguente da altro leggero strato di 1 decimetro e mezzo circa, sporgente sulla parete della cava, che forma il piano di una insenatura su cui in maggior copia si raccoglie il detrito formato dall'azione meteorica frammisto a dei fossili microscopici. Sotto di questo si mostra altro banco di metri 2 di potenza consimile ai superiori, nel quale non vidi fossili distinti. Per ultimo affiora dal suolo della cava altro banco che s'interna sotto il piano di essa non dissimile dai precedenti.

La seconda cava abbandonata nulla offre di rimarco, e solo conferma la uniformità di struttura del Macco.

La terza cava la più recente, da cui per l'addietro si estrasse il materiale per l'edilizia di Roma, ed al presente per quella della nuova Ladispoli, interessa perchè fornisce il mezzo per potere avere una approssimativa misura della potenza del Macco. Questa si è potuta eseguire per il regolare taglio a pareti perpendicolari, e per il pozzo

scavato allo scopo di attingere acqua per l'alimentazione della macchina a vapore, che servì come motore per la segatura del Macco. Dal piano superiore di campagna sino a quello della cava, il taglio del Macco misura 10 metri, e da quello della cava al fondo del pozzo, ove l'acqua sale a metri 1,50, circa si hanno altri metri 14,50, per conseguenza sono metri 24,50 di potenza che ho potuto esattamente misurare. Il fondo del pozzo è costituito dal Macco, per cui è da ritenersi che in basso si protragga ancora la potenza di esso. Trovandosi il Macco al piano della campagna elevato di 23 metri in queste cave sul livello del mare, non solo si può dire, che esso abbia non lieve potenza, ma che giunga ancora ad un metro e mezzo sotto il livello del mare. Presso la casetta contoniera al chilometro 45 meno distante dal mare fu cavato altro pozzo nel masso del Macco profondo metri 10; e trovandosi la casetta a circa 9 metri sul livello del mare, ne risulta che in questo altro punto la potenza del Macco giunge ad 1 metro sotto il livello del mare.

Dalle ricerche fatte nei dintorni dalle cave, e specialmente sull'affioramento del Macco nella circostante campagna, ne deriva che desso ha una grande estensione. Quindi stando a quanto si è potuto riscontrare viene restringendosi e seguendo una linea pressochè retta traversa la ferrovia, per una estensione di circa 3 chilometri e mezzo in lunghezza dal disopra delle cave sino alla spiaggia del mare ove sporge alla distanza di tre chilometri dal Castello di Palo. In alto presso le cave nelle sue parti visibili il Macco ha una estensione in larghezza di 2 chilometri mostrando così nella sua parte scoperta 7 chilometri quadrati. Raggiunto il mare, il Macco protraendosi ancora si tuffa in esso, e precisamente ove sono dei vetusti avanzi di ruderi a sistema reticolato. Fedelmente riporto qui il disegno eseguito sul posto.

Come si vede dal presente disegno il Macco sporge entro mare alla distanza dalla spiaggia di 8 e più metri, tutto eroso ed elevato sul mare da mezzo metro ad un metro. L'altra parte fuori del mare ove si addossa l'attuale sabbia marina, parimenti erosa, si eleva sul mare da 1 metro a metri 3,50, ed è esteso sulla spiaggia per 40 metri circa.

Tutti questi fatti ben constatati chiaramente rivelano che dalle collinette delle cave il Macco gradatamente scende al mare con una dolce inclinazione da nord a sud; quindi protraendesi entro il mare stesso ove sporgono i suoi avanzi erosi dall'azione meteorica e da quella frangente del mare, è da ritenersi che si estenda ancora di più entro mare, ove indagini di scandaglio colla draga potrebbero verificare questo importante fatto. Dal fin qui detto chiaramente emerge: 1° che il Macco è una recentissima formazione possibilmente quaternaria a cui si addossano gli attuali depositi

sabbiosi marini; 2° che forse il Macco lentamente subì assieme a tutto il littorale un primo sollevamento iniziato sul tramonto del pliocene e proseguito nel postpliocene raggiungendo un *minimum* di 24 metri di sollevamento, come risulta dalla sua potenza misurata alla cava maggiore; 3° che detta potenza è tale che giunge secondo la misura ed il calcolo sotto l'attuale livello del mare, provata dalla profondità dei pozzi cavati nel Macco, e dalla sua sporgenza in mare; 4° che non si può contraporre l'obbiezione che i fossili ricordino ed attestino un orizzonte zancleano, e perciò zancleano il Macco, perchè essi non sono altro che i progenitori fossili di quel tempo, i quali per successive generazioni si riprodussero sino al quaternario, viventi anche al presente nel Mediterraneo, e nel Tirreno stesso con poche varianti. Ciò è provato dei fatti senza ora citarli. 5° È anche possibile (benchè non si abbiano osservazioni di scandaglio in proposito), che tale formazione calcare sia rimasta sospesa per effetto del sollevamento, che cambiò le condizioni necessarie alla sua ulteriore produzione sino al presente: ma è pur anche possibile che non lungi dalla costa a profondità opportune, come nelle secche del golfo di Napoli, attualmente nell'insenatura della spiaggia di Palo, per effetto di alghe litoproduttrici od altro, si stiano accumulando elementi calcari, i quali in avvenire per effetto di lento sollevamento, e di accumulo di materiali calcari potrebbero affiorare sul mare. Tutto questo ripeto potrebbe essere chiarito con opportuni scandagli e scientifiche ricerche, per mezzo delle quali si verrebbe a maggiormente convalidare la giusta posizione del Macco. Nondimeno per i fatti esposti è consentaneo al vero il dire, che relativamente il Macco sia una recente formazione anche perchè l'attuale lido è in parte, benchè piccola, limitato da esso.

Brevemente riassumerò per ultimo le opinioni dei geologi sui calcari italiani che hanno analogia con quelli di Palo, onde potergli approssimativamente assegnare il posto nella serie dei terreni. Non ripeterò le osservazioni del Manzoni, per le quali prima di ogni altro fu indotto a ritenere che i calcari così detti lenticolari non appartengono al miocene, ma bensì al pliocene; opinione che fu in seguito condivisa e confermata dai studî di altri geologi. Interessano sopra le altre alcune ricerche del De Stefani e le deduzioni da esse fatte, alle quali debbonsi aggiungere quelle altrettanto interessanti del De Amicis.

Il De Stefani disse [1] che bisognava abbandonare l'abitudine di escludere dal pliocene e ritenere mioceniche *tutte quelle roccie terziarie recenti*, che non fossero nè argille, nè sabbie, fra queste annoverò le panchine per la massima parte, i conglomerati ofiolitici, i calcari ad *Amphistegina*. Aggiunse in seguito nella stessa Memoria questi concetti; rimangono pliocenici gli altri terreni da me già nominati, cioè le panchine, i calcari di Monte Rufoli, Monte Sassi, Sassoforte, Pomarance, S. Dalmazio. Riferì che altri autori innanzi di lui manifestarono tale opinione, fra i quali il Savi credette plioceniche le panchine presse S. Dalmazio, e tali ritenute in appresso dal Lotti, dal Meneghini. Concluse che bisogna tornare all'antica opinione del Savi, e porle nel pliocene. Più tardi il De Stefani nel *Quadro comprensivo dei terreni*

[1] De Stefani, *Molluschi continentali dei terreni pliocenici italiani, ed ordinamento di questi ultimi*. Mem. della Soc. tosc. di scien. nat. vol. II, fasc. 2; vol. III, fasc. 2, Pisa 1876-77.

dell'Apennino settentrionale [1] scrisse così: « Gli ammassi calcarei ad *Amphistegina* « *Hauerina* D'Orb. così comuni verso il Tirreno ad Orciano, Cetona, Perlascio, S. Dal- « mazio, Civitavecchia ecc. stanno nella parte superiore dei terreni veramente plio- « cenici, fatto del quale bisogna tener conto, perchè in molti scritti è ammessa erro- « neamente l'opinione contraria ».

Il De Amicis [2] nella sua *Memoria del calcare ad Amphistegina della provincia di Pisa*, dopo l'enumerazione dei calcari esaminati in detta Provincia disse, che in tutto il pliocene come ultimo rappresentante superiore di questo periodo ha spessissimo trovata una forma calcarea più o meno ricca di *Amphistegina*, ma la posizione sua è sempre invariabilmente superiore alle sabbie gialle, che in strati di varia potenza vi si sottopongono, e quando le sabbie sono ridotte a piccoli lembi o mancanti, può per condizioni locali più o meno immediatamente soprastare alle argille turchine. Che questo fatto non si limita nel solo Pisano, ma che anzi in quasi tutta l'Italia come termine superiore del pliocene invece di sabbie gialle si rinviene una forma calcarea, od arenacea variamente grossolana, ovvero conglomerati con fossili esclusivamente littorali e spesso con *Amphisteginae*. Per questo fatto il De Amicis ha creduto di stabilire come limite superiore della porzione più recente del pliocene una zona di calcari, sabbie grossolane cementate, e conglomerati, che almeno per la Toscana propose di chiamarla zona dei calcari ad *Amphistegina*.

Il De Stefani parlando della *Panchina recente fra Livorno e Civitavecchia, e del suo sollevamento attuale* [3] fu molto esplicito nell'assegnare il posto nella serie dei terreni alle roccie in discorso. Fece rilevare che fra Livorno e Civitavecchia, eccettuata la parte di spiaggia risultante da sabbie, e da alluvioni sciolte, si estende lungo il mare un calcare arenaceo volgarmente detto *panchina* a volte ghiaioso, o ricco di fossili, il tutto cementato dal carbonato di calce. Notò che a volte questo calcare come a Cecina e S. Vincenzo è accompagnato o interamente sostituito da ghiaie grossolane recate alla spiaggia dai maggiori torrenti, e formanti un conglomerato rossastro inesattamente da alcuno attribuito al miocene. Espose che la panchina di Civitavecchia è ricca di fossili identici in tutto a quelli del calcare a *Lithothamnium*, che si trovano a Livorno, e rispondenti a specie tutte ancora viventi nel Mediterraneo, e con poche varianti nel Tirreno stesso, delle quali le principali sono Briozoi, varie specie: *Cladocora coespitosa* Edw. et H. — *Terebratulina caput serpentis* L. — *Pecten iacobaeus* L. — *P. flexuosus* Mull. — *Pusio* L. — *Sigaretus haliotoideus* L. — *Cerithium vulgatum* Br. — Ossa di mammiferi. Nella Nota alla pag. 42 assegnò il posto a questi terreni, dicendo « la Panchina di Civi- « tavecchia risponde a quel terreno che nella *Carta geologica della Campagna ro-* « *mana* recentemente pubblicata (condizioni topografiche e fisiche di Roma, e cam- « pagna romana, Roma 1878) è indicato come sabbione marino quaternario. Esso occupa « una gran porzione di quei luoghi, nei quali è indicata l'alluvione ecc., e riposa « anche lungo il mare sugli alberesi e sugli schisti appartenenti all'eocene superiore.

[1] Atti Soc. tosc. di scien. nat. 1881, pag. 243.

[2] Atti Soc. Tosc. di scien. nat. 1885, vol. VIII, fasc. 1, pag 212.

[3] Atti della Soc. tosc. di scien. nat. Processi verbali vol. II, pag. 42, 43. Adunanza 14 marzo 1880.

« Nei dintorni di Civitavecchia si devono distinguere inoltre l'eocene medio rappre-
« sentato dall'arenaria *Macigno*, l'eocene superiore, ed il miocene superiore rappre-
« sentato dalle marne gessifere ». Rimarcò come un fatto notevole per la recente storia della penisola, che si riscontra presso Livorno, in specie lungo i monti livornesi da Calefuria a Castiglioncello, ed intorno a Civitavecchia e luoghi intermedî, che la panchina recente è alzata sopra il mare da 5 ad 8 metri; il che prova che tutto questo tratto della penisola è oggi soggetto a sollevamento. In quanto alle depressioni di alcune regioni intermedie nelle spiaggie sabbiose, le disse unicamente derivate a fenomeni locali e superficiali dovute alle masse delle sabbie avventizie, che deprimendosi mascherano il generale ed uniforme sollevamento, che a sud di Civitavecchia sino in Sicilia si manifesta come è noto con maggiore forza che nell'Italia centrale e settentrionale.

Da queste opinioni così esplicitamente manifestate dai suddetti geologi, a me sembra non si possa porre in dubbio che il calcare di Palo debbasi escludere dalla serie degli altri calcari, ai quali non solo, venne assegnato un posto nel pliocene, ma ancora tenuto conto della loro invariabile sopraposizione alle sabbie gialle, vennero perciò designati come ultimo limite del pliocene superiore, limite così estremo da fargli raggiungere il quaternario. Il calcare di Palo pertanto per alcune analogie di struttura, e la posizione di allineamento coi suoi congeneri che dalla Maremma toscana si prolunga sino ad Anzio deve includersi in tale serie. Non a caso la natura ha prescelto tale allineamento, poichè i luoghi presso le spiaggie ove si rinvengono i meno recenti, i recenti e gli attuali calcari, mostrano non solo una vera predilezione od adattamento a formarsi entro acque basse e littorali, ma pur anco additano la necessaria concorrenza di quelle naturali condizioni, senza le quali non sarebbe stato possibile un rigoglioso, e si può dire rapido sviluppo della vita organica.

I fatti sopra esposti adunque concernenti la posizione del Macco di Palo, indicano chiaramente che il collocamento di esso nella serie dei terreni è quello assegnato dal De Stefani per la panchina di Civitavecchia, riferibile cioè all'epoca del sabbione marino quaternario indicato nella Carta topografica e fisica della Campagna romana pubblicata nel 1878. Dicendo quaternario il Macco di Palo e riferendolo all'epoca del sabbione marino, si è inteso dire che quello fu il tempo circa il quale si compì la sua formazione, senza volere in modo assoluto precisare o la contemporaneità del Macco di Palo col sabbione quaternario marino, od un periodo antecedente. Nonostante per le considerazioni sopra riferite può dirsi, che se il Macco di Palo non si voglia al presente ritenere assolutamente quaternario, è però molto prossimo ad esserlo, o per meglio dire è un pliocene talmente superiore da confonderlo col quaternario.

Sarà da ritenersi anche possibile il fatto, che i calcari di cui si tenne parola, a seconda della loro posizione altimetrica e stratigrafica, e dei rapporti con altri terreni, possono a volta essere pliocenici, o postpliocenici ovvero assolutamente quaternarî. Dato infatti che una loro prima origine di formazione sia avvenuta nel pliocene, nulla esclude che mantenendosi le opportune condizioni in seno delle acque marine, possa la successiva formazione di tali calcari essersi continuata da quell'epoca sino al presente. L'accertamento di questa possibilità, dipenderà da ulteriori studî ed opportune ricerche.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

Bairdia. Cythere. Loxoconcha. Cytherella.

		Diam.	Pag.
Fig. 1.	Cythere sororcula, Seguenza	× 50.	98
» 2.	Cythere rugosa, n. sp.	× 50.	»
» 3.	Loxoconcha avellana, Brady.	× 40.	100
» 4-7.	Cythere convexa, Baird	× 40.	99
» 8.	Loxoconcha impressa, Baird.	× 50.	100
» 9.	Bairdia subdeltoidea, Münster.	× 40.	98
» 10.	Cytherella semitalis? Brady	× 40.	100
» 11.	Cythere Speyeri, Brady	× 40.	99

Tavola II.

Scrupocellaria. Salicornaria. Eschara. Lepralia. Crisia. Alecto. Tubulipora.

			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Salicornaria farciminoides, Cuvier		× 30.	101
» 2-3.	Tubulipora flabellaris, Fabricius	fig. 2.	× 50.	106
		fig. 3.	× 40.	»
» 4.	Tubulipora fasciculata? Seguenza		× 50.	»
» 5.	Crisia Hoernesii, Reuss		× 40.	104
» 6 *a-b*.	Scrupocellaria elliptica, Reuss	fig. *a*.	× 40.	101
		fig. *b*.	× 30.	»
» 7.	Alecto ecchinata, Reuss		× 40.	105
» 8.	Tubulipora, sp.?		× 30.	106
» 9-10.	Crisia Haueri, Reuss		× 40.	103
» 11-12.	Crisia Edwarsii, Reuss		× 40.	104
» 13-15.	Lepralia ventricosa, Hassal		× 40.	102
» 14.	Eschara monilifera, M. Edwards		× 40.	»

Tavola III.

Membranipora. Cribrilina. Cellepora. Idmonea?. Pustulopora.

			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Membranipora subaequalis, Reuss		× 30.	101
» 2.	Pustulopora proboscidea, M. Edwards		× 40.	105
» 3-4.	Cellepora globularis, Bronn	fig. 3.	× 50.	103
		fig. 4.	× 40.	»
» 5.	Frammento di conchiglia perforato da Cliona?.		× 50.	106
» 6.	Cribrilina radiata, Moll.		× 50.	102
» 7.	Modello di Cliona?		× 50.	106
» 8.	Pustulopora clavaeformis, Busk		× 50.	105
» 9.	Idmonea? sp.?.		× 30.	104
» 10 *a-b*.	Centrostephanus? longispinus? Phil.	fig. *a*.	× 50.	107
		fig. *b*.	× 40.	»

Tavola IV.

Biloculina. Miliolina.

Fig.			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Biloculina ringens, Lamarck		× 50.	107
» 2-4, 11-12.	Miliolina seminulum, Limnaeus	fig. 2, 3, 4.	× 60.	108
		fig. 11, 12.	× 50.	»
» 5-8.	Miliolina oblonga, Montagu	fig. 5, 6, 7.	× 60.	»
		fig. 8.	× 75.	»
» 9.	Miliolina subrotunda, Montagu		× 60.	»
» 10.	Miliolina circularis, Bornemann		× 60.	»
» 13.	Miliolina agglutinans? D'Orbigny		× 60.	109
» 14.	Miliolina, sp.?		× 50.	»

Tavola V.

Textularia. Bigenerina? Bulimina. Bolivina. Cassidulina. Lagena.

Fig.		Diam.	Pag.
Fig. 1-2.	Textularia gramen, D'Orbigny	× 40.	109
» 3.	Textularia abbreviata, D'Orbigny	× 50.	»
» 4.	Textularia trochus, D'Orbigny	× 30.	110
» 5.	Bigenerina? sp.?	× 50.	»
» 6.	Bulimina pupoides, D'Orbigny	× 75.	»
» 7.	Bolivina dilatata, Reuss	× 75.	»
» 8.	Bolivina punctata? D'Orbigny	× 50.	»
» 9.	Cassidulina laevigata, D'Orbigny	×100.	111
» 10.	Lagena globosa, Montagu	× 80.	»
» 11.	Lagena apiculata, Reuss	× 50.	»
» 12.	Lagena laevis, Montagu	× 50.	112

Tavola VI.

Lagena. Nodosaria. Polymorphina. Globigerina. Glob. Orbulina. Sphaeroidina. Discorbina.

Fig.			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Lagena melo? D'Orbigny		× 30.	112
» 2-3.	Lagena laevis, Montagu		× 50.	»
» 4-6.	Lagena globosa, Montagu		× 50.	111
» 7.	Nodosaria radicula? Limnaeus		× 30.	112
» 8-9.	Polymorphina lactea, Walker et Jacob	fig. 8.	× 50.	113
		fig. 9.	× 60.	»
» 10.	Polymorphina compressa? D'Orbigny		× 75.	»
» 11.	Globigerina bilobata, D'Orbigny		× 40.	»
» 12.	Globigerina triloba, Reuss		× 40.	»
» 13.	Globigerina digitata, Brady		× 30.	»
» 14.	Globigerina conglobata, Brady		× 50.	114
» 15.	Globigerina helicina, D'Orbigny		× 50.	»
» 16-17.	Gl. Orbulina universa, D'Orbigny	fig. 16.	× 40.	»
		fig. 17.	× 50.	»
» 18.	Gl. Orbulina porosa, Terquem		× 30.	»
» 19.	Sphaeroidina bulloides, D'Orbigny		× 30.	115
» 20.	Discorbina globularis, D'Orbigny		× 30.	»

Tavola VII.

Discorbina. Planorbulina. Truncatulina.

Fig.			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Discorbina valvulata, D'Orbigny		× 60.	115
» 2-3.	Discorbina orbicularis, Terquem	fig. 2.	× 70.	»
		fig. 3.	× 50.	»
» 4.	Planorbulina rotula, D'Orbigny		× 50.	116
» 5-7.	Truncatulina lobatula, Walker et Jacob	fig. 5.	× 75.	»
		fig. 6.	× 50.	»
		fig. 7.	× 30.	»
» 8-9.	Truncatulina variabilis, D'Orbigny	fig. 8.	× 75.	»
		fig. 9.	× 30.	»
» 10.	Truncatulina boueana, D'Orbigny		× 65.	117
» 11.	Truncatulina umilis, Brady		× 50.	»

Tavola VIII.

Truncatulina.

Fig.			Diam.	Pag.
Fig. 1-3.	Truncatulina refulgens, Montfort	fig. 1.	× 75.	117
		fig. 2.	× 75.	»
		fig. 3.	× 50.	»
» 4.	Truncatulina ungeriana, D'Orbigny		× 50.	»
» 5.	Truncatulina grosserugosa, Gümbel		× 50.	»
» 6.	Truncatulina, sp.?		× 50.	118
» 7-9.	Truncatulina Haidingerii, D'Orbigny	fig. 7.	× 60.	»
		fig. 8.	× 50.	»
		fig. 9.	× 45.	»
» 10-11.	Truncatulina Dutemplei. D'Orbigny	fig.10.	× 70.	»
		fig.11.	× 60.	»

Tavola IX.

Truncatulina. Pulvinulina. Rotalia. Amphistegina.

Fig.			Diam.	Pag.
Fig. 1.	Truncatulina rosea? D'Orbigny		× 70.	118
» 2.	Pulvinulina auricula, Fichtel et Moll		× 75.	119
» 3.	Pulvinulina Soldanii, D'Orbigny		×100.	»
» 4-5.	Rotalia Beccarii, Limnaeus	fig. 4.	× 50.	»
		fig. 5.	× 75.	»
» 6.	Amphistegina Lessonii, D'Orbigny		× 45.	121
» 7-8.	Sezioni della medesima	fig. 7.	× 50.	»
		fig. 8.	× 70.	»
» 9.	Amphistegina rugosa, D'Orbigny		× 50.	»

Tavola X.

Nonionina. Polystomella. Heterostegina.

Fig.		Diam.	Pag.
Fig. 1.	Heterostegina depressa, D'Orbigny	× 30.	122
» 2.	Polystomella striato-punctata, Fichtel et Moll	×100.	120
» 3.	Polystomella macella, Fichtel et Moll	× 50.	»
» 4.	Nonionina depressula, Walker et Jacob	× 75.	119
» 5.	Nonionina boueana, D'Orbigny	× 50.	»
» 6.	Polystomella crispa, Limnaeus	× 30.	120
» 7.	Nonionina scapha, Fichtel et Moll	× 60.	»

1.
2
3.
4.
5
6.
8.
7.
9.
10
11.

1.
2.
3.
4.
5
6.
6.a
7.
8.
9.
10
11.
12.
13.
14.
15

Terrigi disegnò

Lit. Bruno Salomone Rom.

Lit. Bruno e Salomone

errigi disegnò

Terrigi disegno

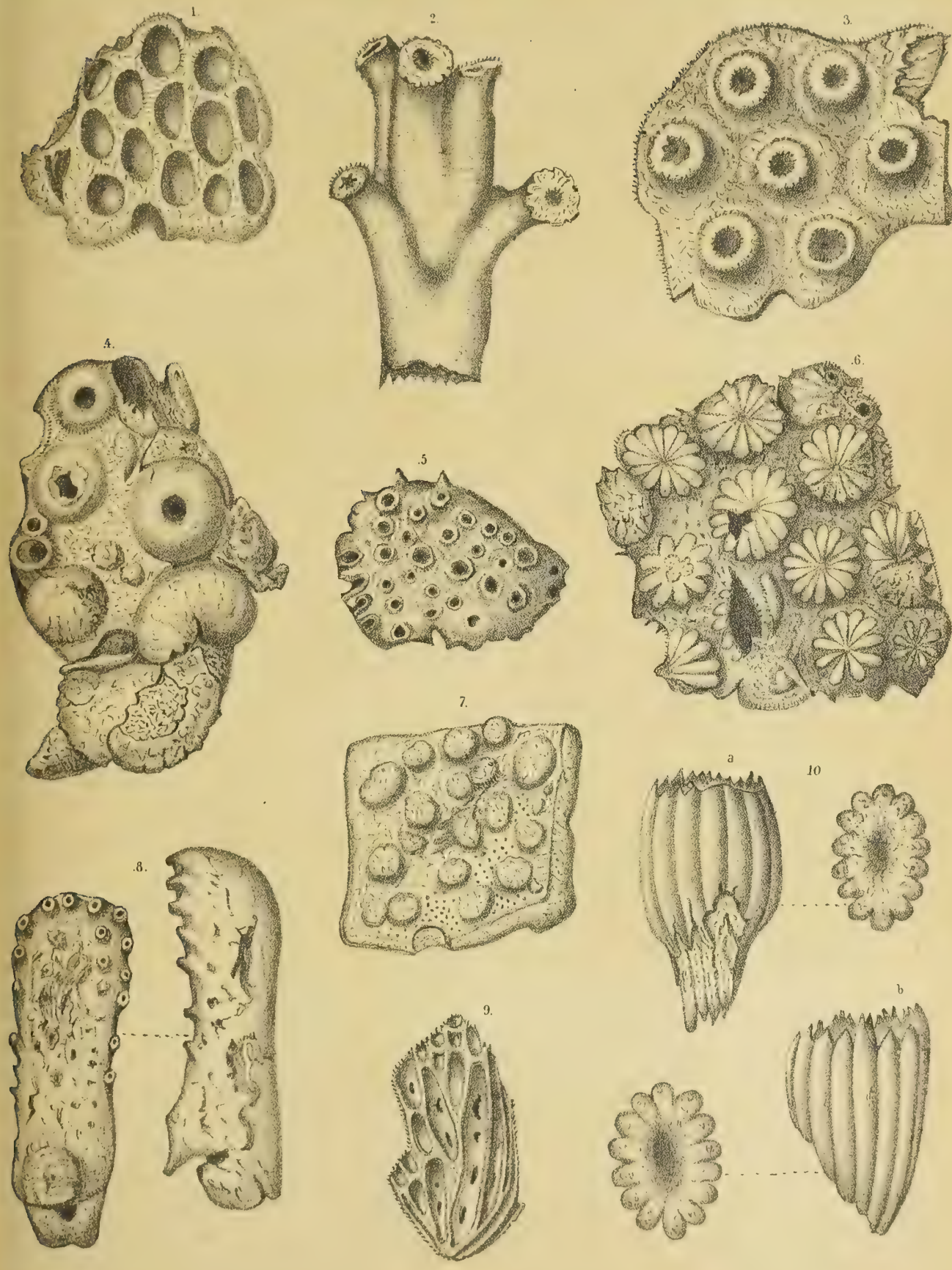
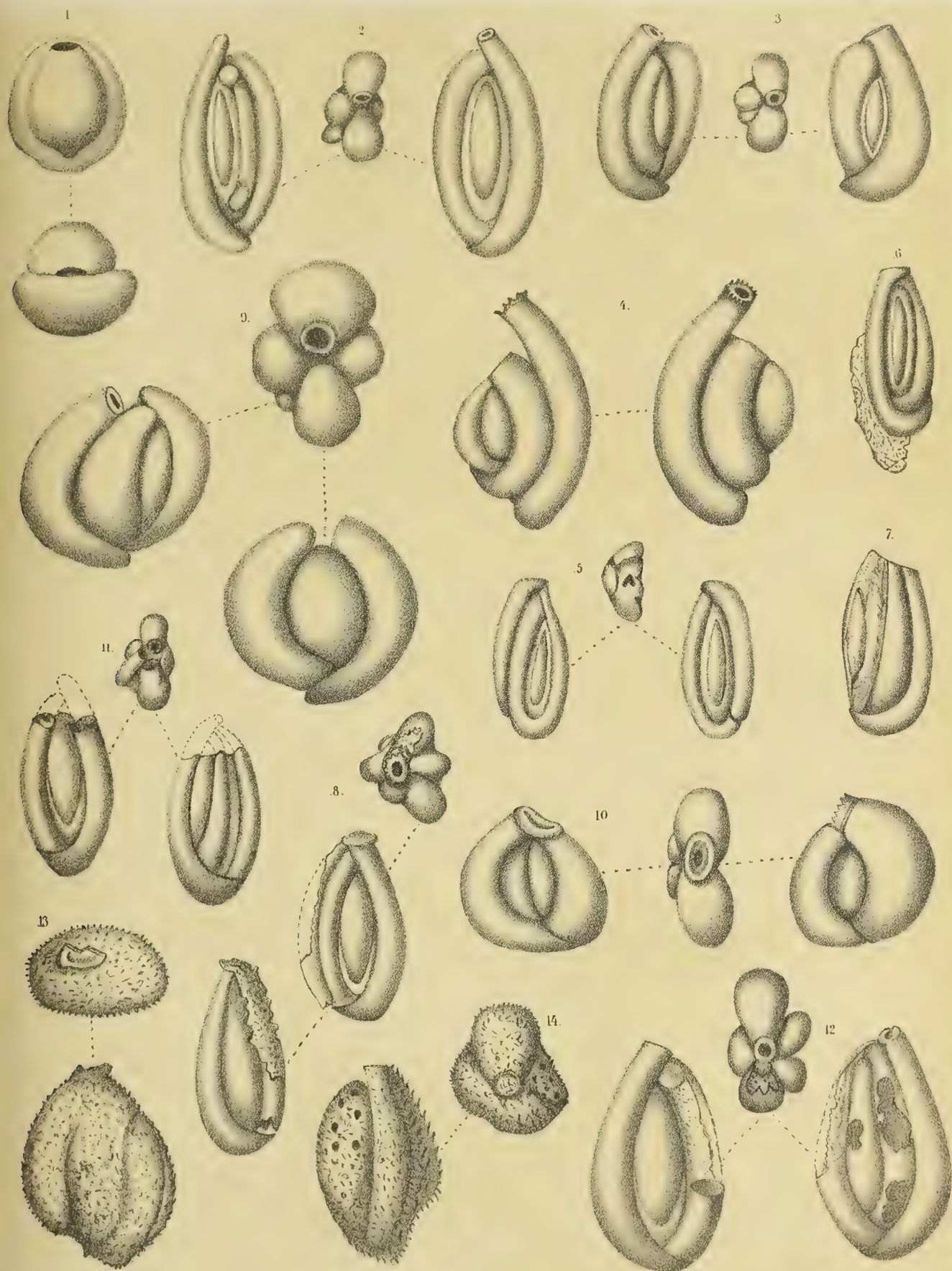
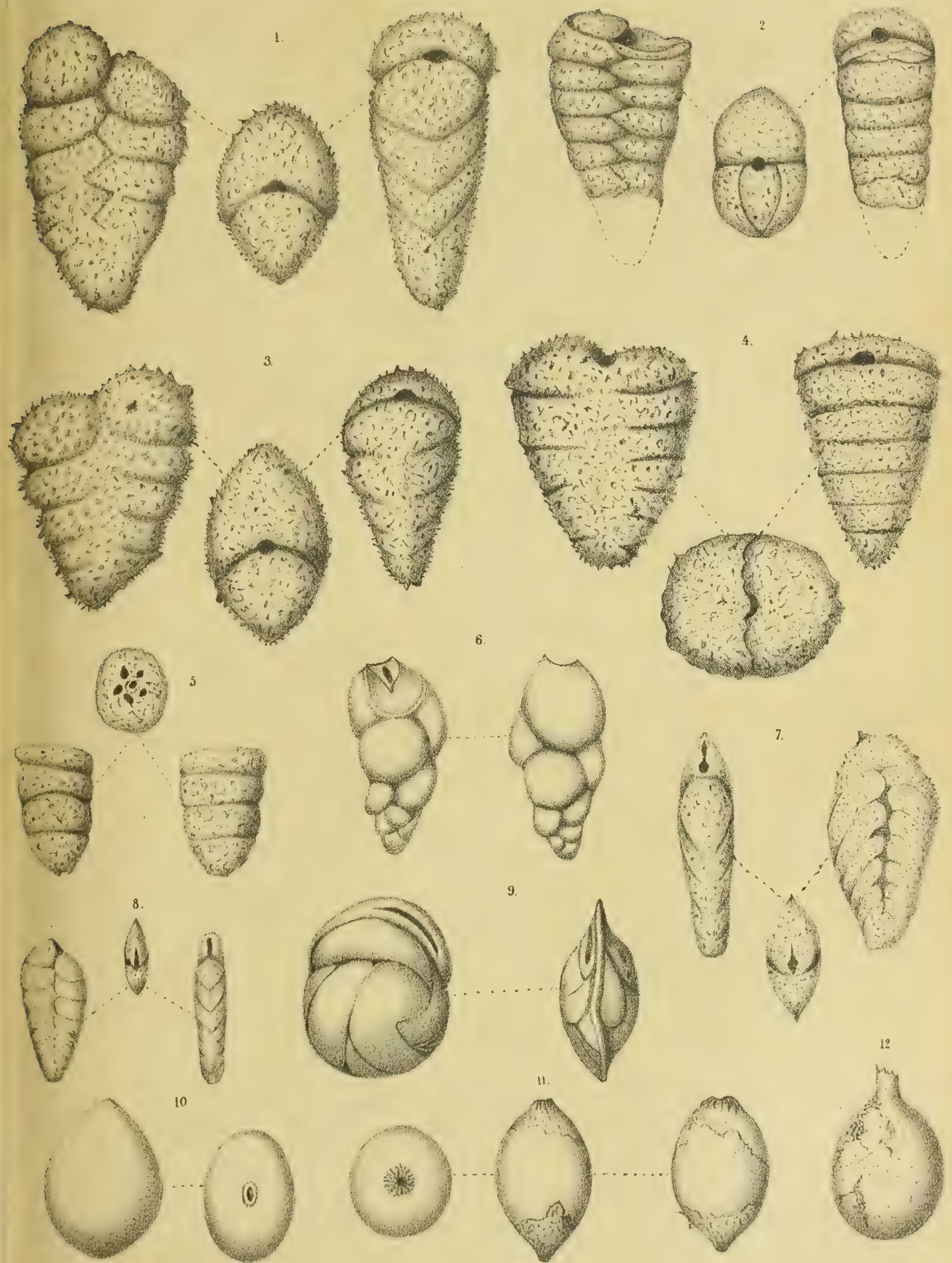
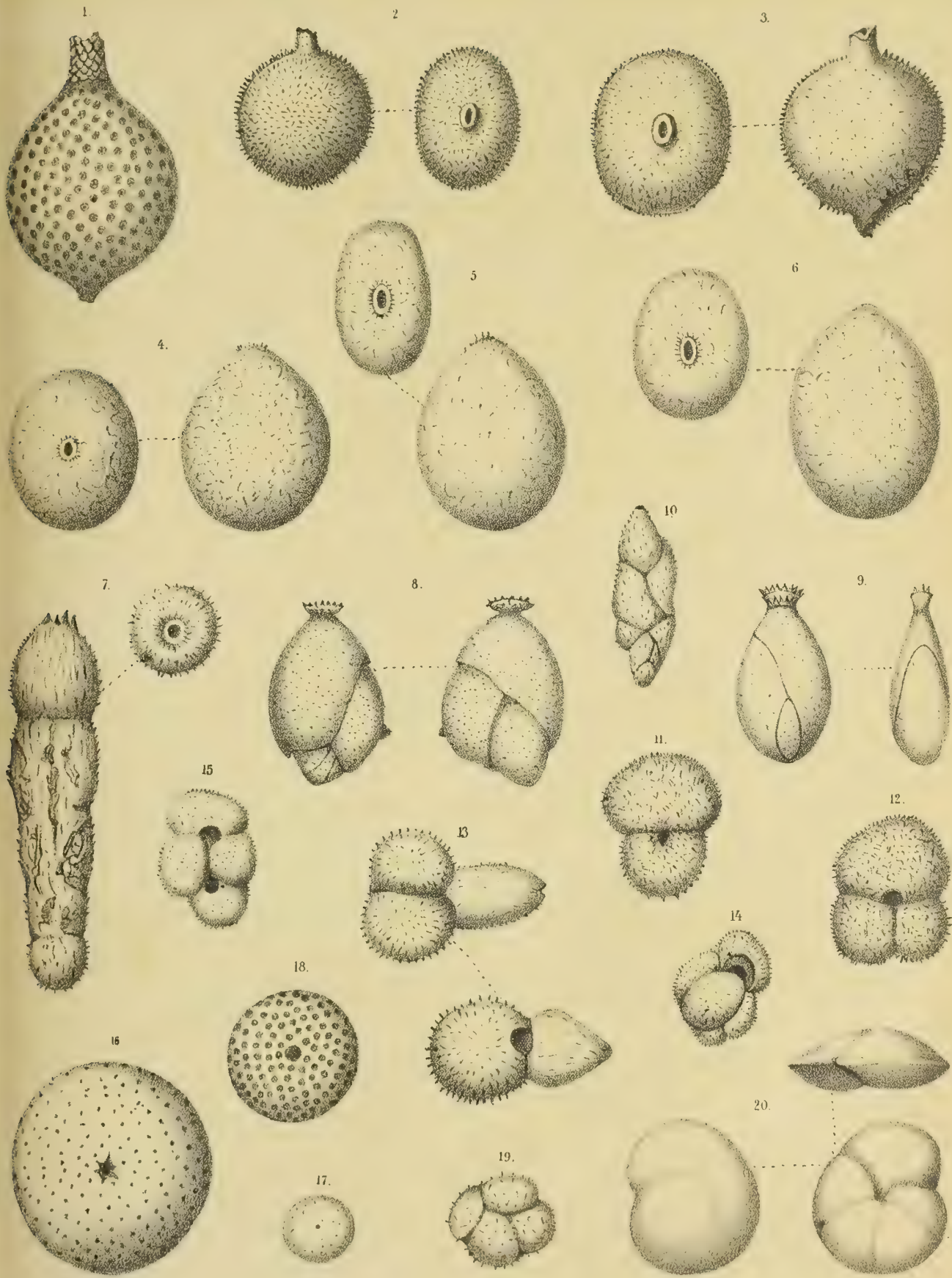
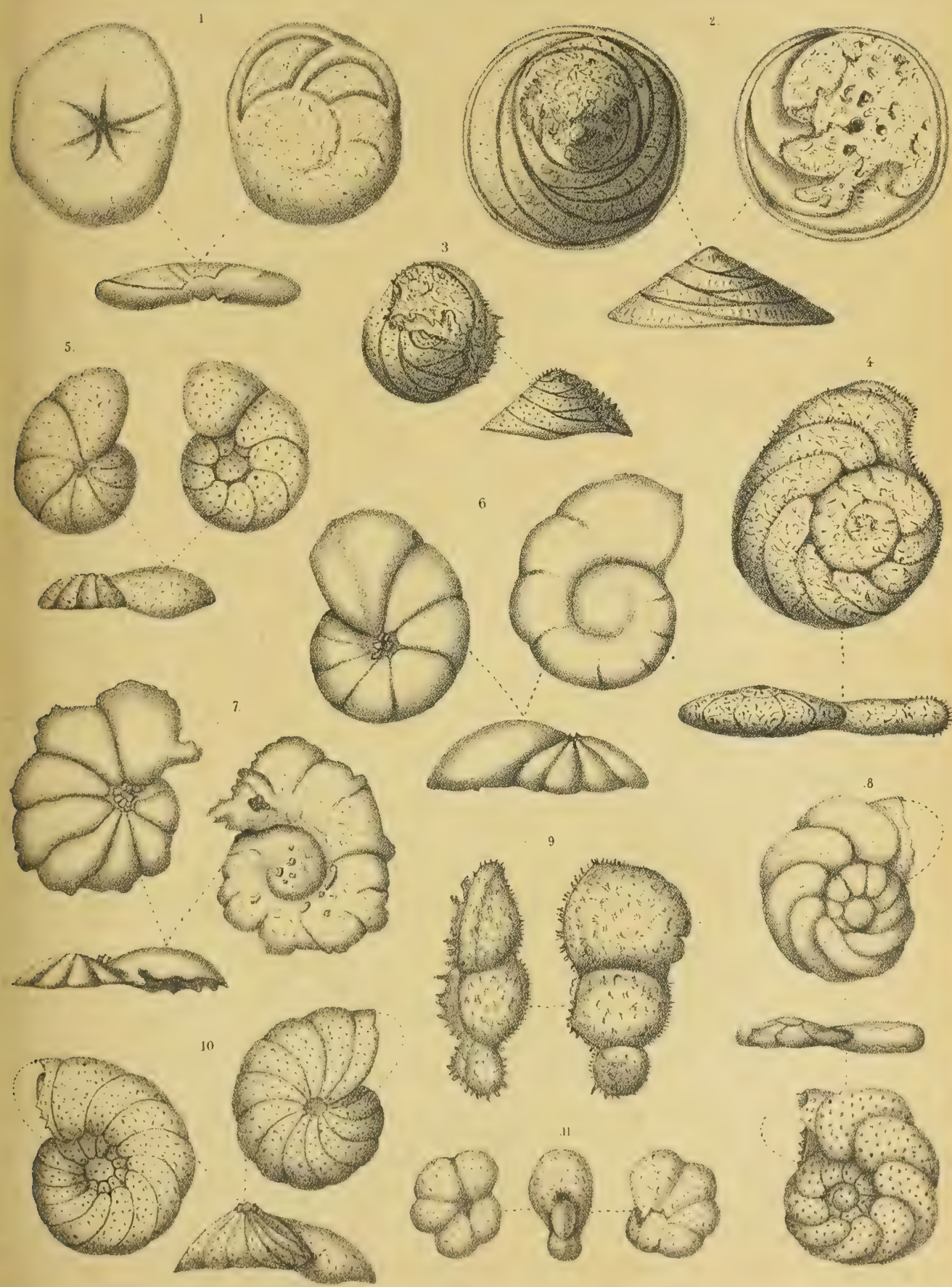
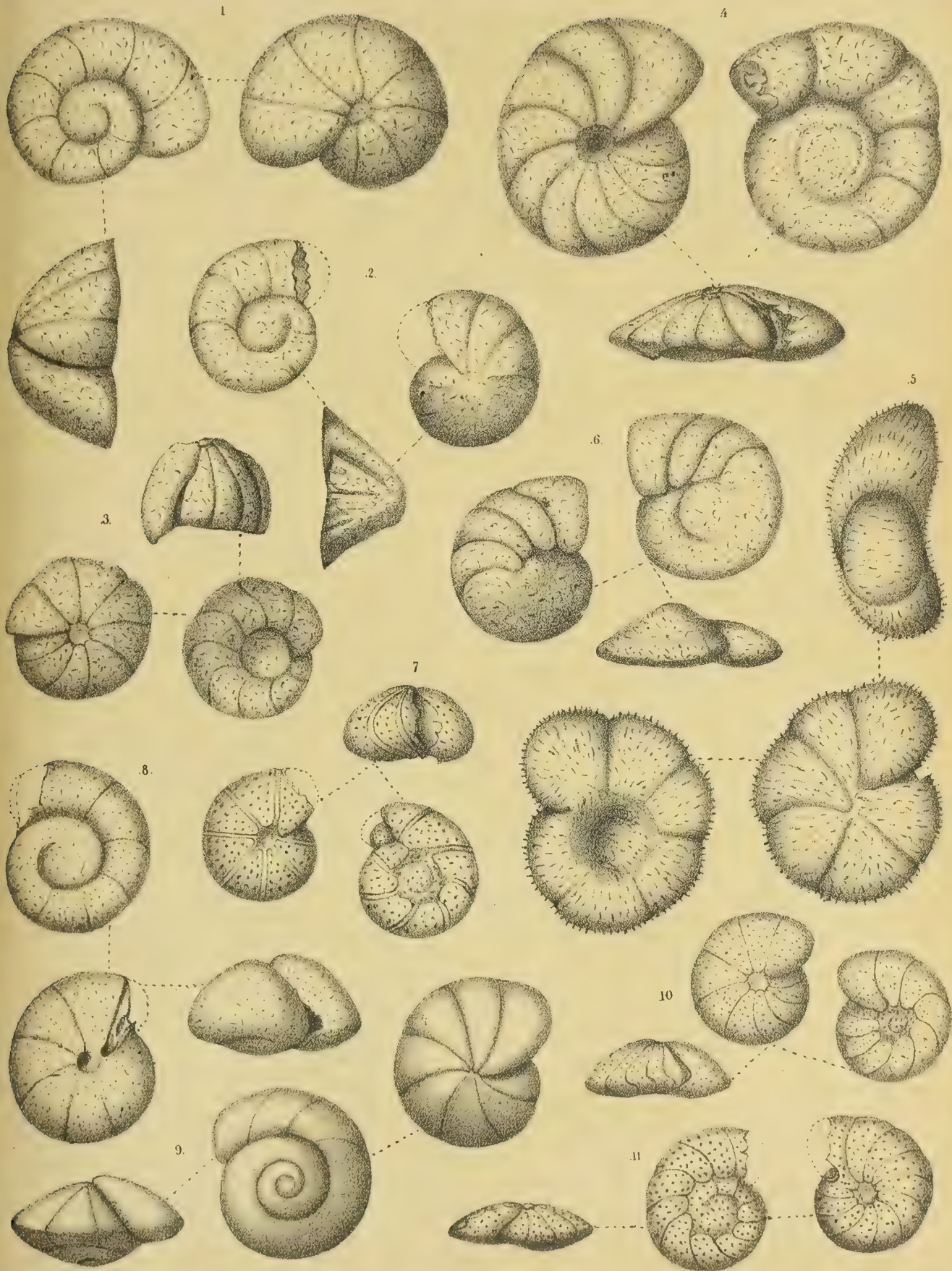
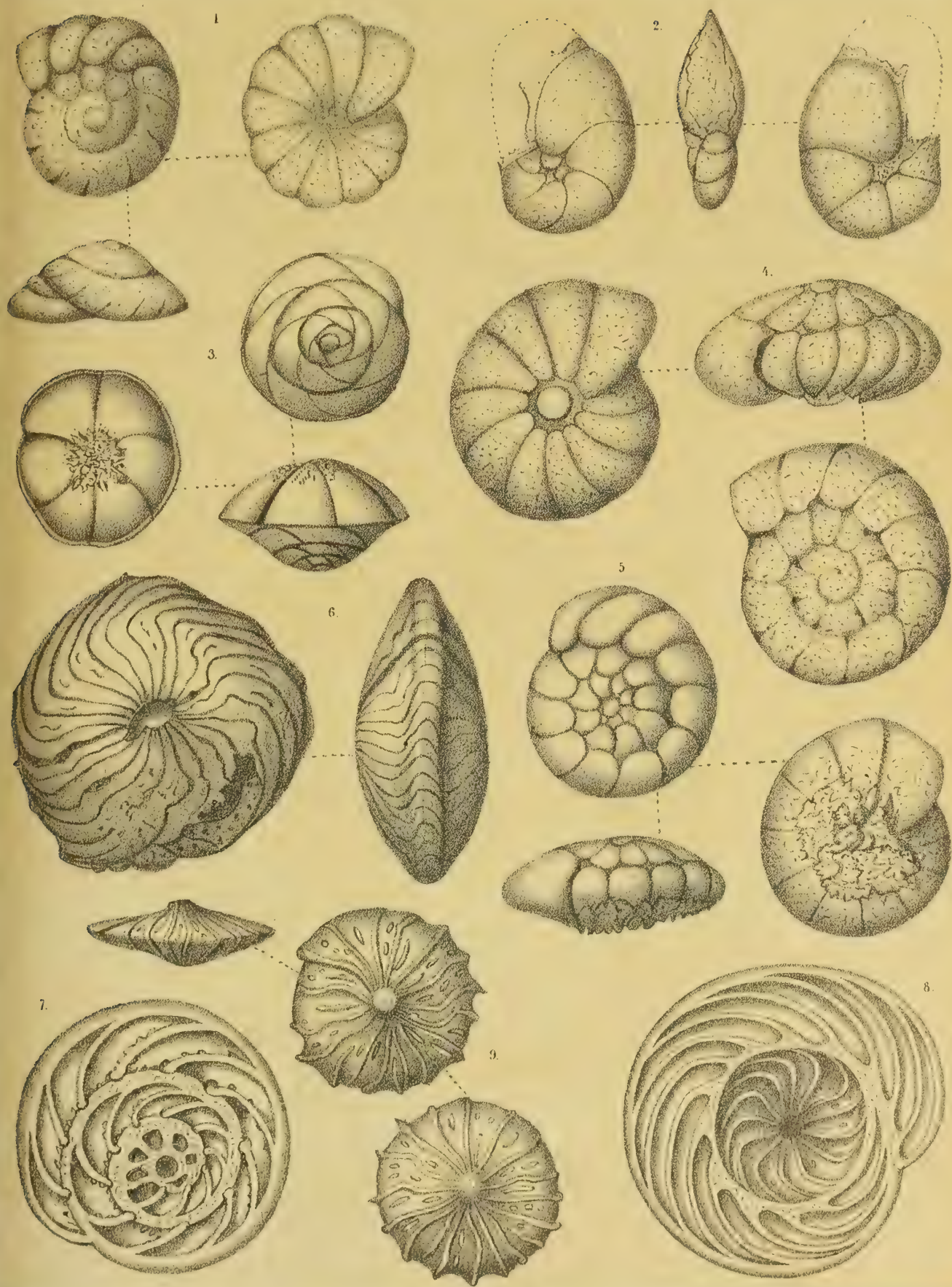
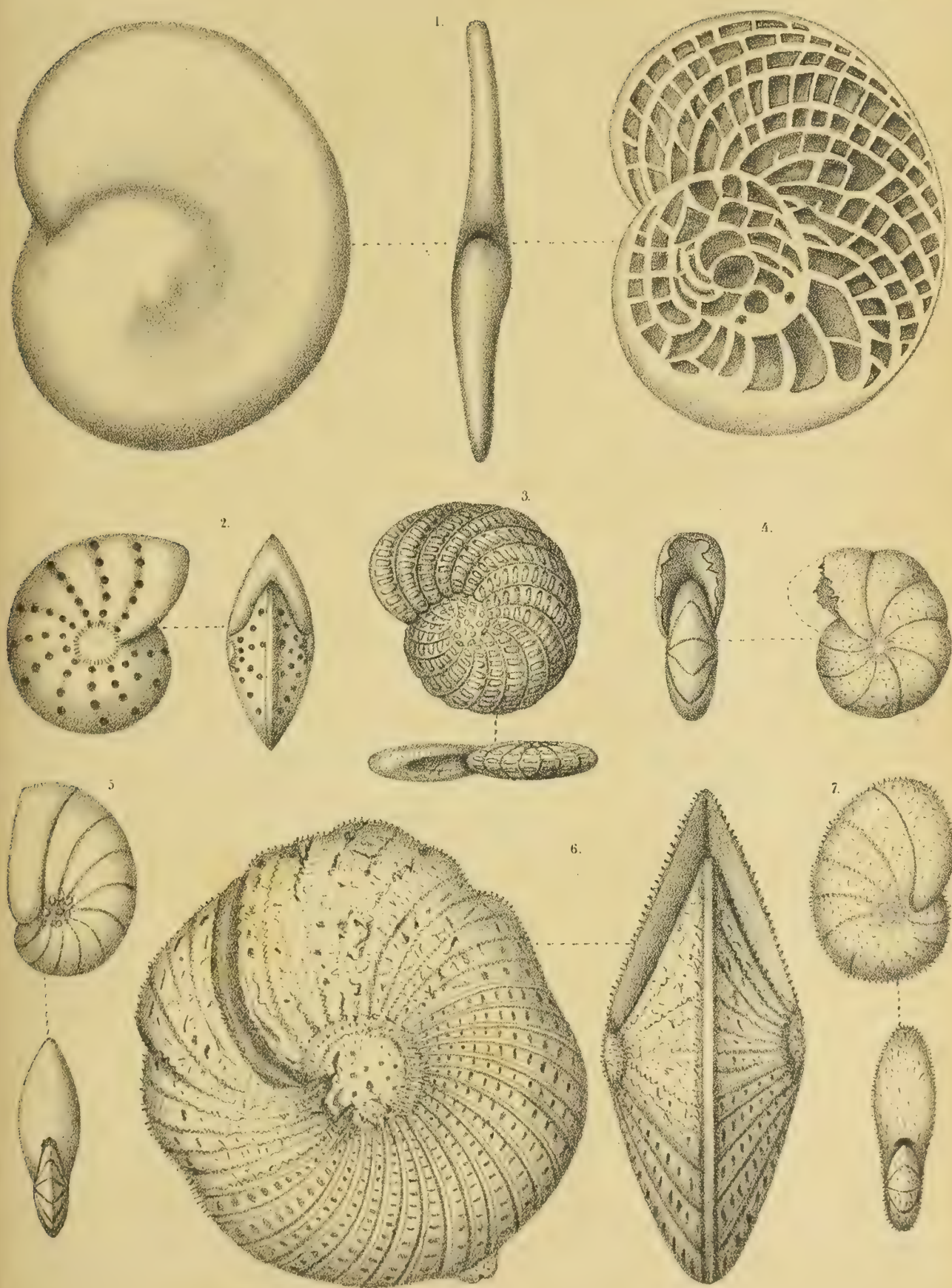
Lit. Bruno e Salomone Roma

Terrigi disegnò

Lit. Bruno e Salomone, Roma

Lit. Bruno e Salomone, Roma

Terrigi disegno

Lit. Bruno e Salomone Roma

Ematite di Stromboli.

Memoria del Socio GIOVANNI STRÜVER

presentata nella seduta del 5 maggio 1889.

(Con una tavola)

Lo studio della forma cristallina dell'ossido cromico, da me pubblicato poco tempo fa, non potè a meno di richiamare di nuovo la mia attenzione sulla ematite, colla cui forma l'ossido cromico mostra, fin nei minimi dettagli, una mirabile analogia. Rimandando a più tardi la comunicazione dei risultati ottenuti sopra una ricchissima serie di cristalli di ferro oligisto dell'Elba, mi limito, per ora, a dire di una delle più belle varietà di ematite vulcanica, quella di Stromboli, nota da lungo tempo ed esistente in molte collezioni mineralogiche ma, a mio avviso, un po' trascurata, benchè precisamente su di essa fossero stati scoperti per la prima volta i gemelli ad asse [111] e a giustapposizione, ossia con asse normale ad una faccia del prisma }$2\bar{1}\bar{1}${, come, più tardi, dal vom Rath (1) vi fu osservato qualche gemello ad asse normale ad una faccia del romboedro }100{.

Il materiale che ho sott'occhio, consta di due frammenti di lava rossiccia assai porosa, da un lato ricoperti da centinaia e centinaia di cristalli tavolari secondo la base, e di ben più di cento cristalli isolati e gruppetti di cristalli, provenienti tutti dalla collezione già Medici-Spada e a questo distinto mineralista favoriti dai signori Kolb e Lacaita, or fa circa mezzo secolo. La relativa ricchezza della serie, la scoperta di interessanti geminati, in parte analoghi a quelli descritti dallo Scacchi sulla ematite del M. Somma e del Vesuvio, e da altri su cristalli d'altra provenienza vulcanica, finalmente l'analogia completa di questi aggruppamenti con parecchi da me trovati nell'ossido cromico, la cui formazione è simile a quella della ematite vulcanica, mi sembrarono motivi sufficienti per intraprendere un esame accurato dei cristalli in discorso e per rendere di pubblica ragione i risultati ottenuti.

La ematite di Stromboli che ho in mano, non rivela che uno scarso numero di forme semplici riunite in poche combinazioni. Tutti i cristalli presentano la base }111{ e le faccie del romboedro diretto fondamentale }100{ cui si aggiungono assai sovente, anzi quasi sempre, quelle del prisma }$10\bar{1}${, più di rado quelle del romboedro inverso }110{. Non abbiamo quindi che le sole combinazioni:

}111{ }100{ = or
}111{ }100{ }$10\bar{1}${ = ora
}111{ }100{ }110{ = ore
}111{ }100{ }$10\bar{1}${ }110{ = orae

(1) Pogg. Ann d. Ph. vol. 128, p. 430-431, 1866.

Ma questa grande uniformità è in primo luogo alquanto compensata dal disuguale sviluppo delle faccie appartenenti ad una medesima forma semplice e dalla completa mancanza dell'una o dell'altra faccia. Mentre, da una parte, troviamo individui prossimi all'ideale sviluppo di un cristallo modello (fig. 1) e relativamente grossi nel senso [111], vi ha altri ridotti a sottilissime lamelle parallele alla base a contorni ora triangolari, ora esagonali od anche irregolarissimi, ed altri ancora allungatissimi nel senso $\{01\bar{1}\}$ od analogo (fig. 2) di forma prismatica, a sezione romba, in cui il prisma è costituito dalle due faccie della base e da due faccie fra di loro parallele del romboedro $\{100\}$ tutte e quattro ugualmente sviluppate, mentre all'estremità libera del prisma compaiono altre due faccettine di $\{100\}$ e poscia faccette di $\{10\bar{1}\}$ e $\{110\}$. Uno di questi cristalli misura p. es. 1 millimetro tra base e base e tra le due faccie di $\{100\}$ allungate, e 21 millimetri in lunghezza. Fra i tre estremi nello sviluppo relativo delle faccie si trovano tutti i possibili passaggi.

La variabilità nell'aspetto dei cristalli aumenta poscia assai negli aggruppamenti regolari, siano costituiti da cristalli semplici tutti paralleli fra di loro, ovvero da cristalli in posizione di gemini.

Fra gli aggruppamenti di cristalli semplici in posizione parallela menzionerò il solo caso raffigurato al n. 3 della tavola. Il gruppo presenta la combinazione $\{111\}$ $\{100\}$ $\{10\bar{1}\}$ $\{110\}$, fortemente appiattita nel senso [111], e si prenderebbe a prima vista per un gemello genicolato, ma è ovvio constatare che si tratta soltanto di due individui in posizione parallela, i quali anzi da un lato coincidono completamente; l'aspetto singolare è prodotto solo dal fatto che l'individuo a destra si è sviluppato maggiormente nel senso $[01\bar{1}]$, quello a sinistra nel senso $[10\bar{1}]$. I due spigoli menzionati formano, verso l'angolo rientrante del gruppo, un angolo di 60° fra di loro.

Assai numerosi e svariati sono i gruppi gemini. Ve ne ha secondo ambedue le leggi note nella ematite ed anche di quelli in cui le due leggi si verificano contemporaneamente nel medesimo gruppo.

1. *Legge di geminazione ad asse* [111] *ossia normale ad una faccia di* $\{2\bar{1}\bar{1}\}$.

La maggior parte dei nostri cristalli presentansi geminati secondo questa legge, e costituiti da due soli individui a base comune e collocati l'uno accanto all'altro avendo una faccia di $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ comune, anzi, come sopra fu già detto, questa modalità della legge di geminazione ad asse [111] fu precisamente per la prima volta trovata sovra cristalli di Stromboli. Tali gemelli sono ordinariamente allungati nel senso dello spigolo $[01\bar{1}]$ od analogo che la base forma colla faccia di $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ comune ai due individui (fig. 4). Non di rado si vede distintamente sulla base ed anche sulla faccia di $\{10\bar{1}\}$ comune ai due individui e normale al piano di giustapposizione una linea netta che separa i due individui riuniti; nel caso contrario i gemelli in questione si rivelano solo dalla disposizione delle faccie del romboedro $\{100\}$ di cui due, in zona col piano di giustapposizione, si trovano da un lato dell'asse di simmetria, mentre dall'altro lato se ne vedono quattro, due a ciascuna estremità della direzione di allungamento e simmetriche rispetto al piano di riunione del gemello.

Ma ora avviene sovente che uno dei due o ambedue gli individui riuniti a

gemello si dividono in più parti, le quali, almeno apparentemente, sono interamente separate l'una dall'altra, donde nascono talora i più strani e bizzarri aggruppamenti, i quali però essenzialmente cioè strutturalmente non sono che la ripetizione della semplice geminazione sovraindicata. Converrà qui entrare in qualche dettaglio, tanto più che lo Scacchi, nella sua descrizione della ematite prodottasi nell'incendio del Vesuvio avvenuto nel 1872 (1), ha creduto di dover ammettere, per la spiegazione di taluni di questi aggruppamenti, oltre alla legge di geminazione con asse normale ad una faccia di $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ anche un'altra, per la quale l'asse di rivoluzione sarebbe normale e il piano di congiungimento parallelo ad una faccia del prisma $\{10\bar{1}\}$. Noto subito che questa ultima legge è impossibile essendo le faccie di $\{10\bar{1}\}$, in una sostanza romboedrica, piani di simmetria.

Prendendo ad esame alcuni dei nostri aggruppamenti, incomincerò dal gruppo raffigurato ai n. 5 e 6, e projettato sulle due faccie della base.

Come di leggeri si scorge, esso è il perfetto analogo del gruppo del Vesuvio rappresentato dallo Scacchi al n. 26 della sua tavola II. Ora si può descrivere il gruppo come composto di tre gemelli semplici, cf. fig. 4, disposti in modo che le direzioni di prolungamento o di maggiore sviluppo $[01\bar{1}]$ e analoghe, dei tre gemelli formano angoli di 120° fra loro, mentre due di essi volgono verso la medesima faccia della base il medesimo lato e il terzo giace in posizione invertita, ma è altresì ovvio, che se rispettivamente 1 e 2, 1′ e 2′, 1″ e 2″, 1′ e 2, 1 e 2′ sono nella posizione dei due individui del geminato semplice raffigurato al n. 4, sono altresì perfettamente paralleli fra di loro, da un lato, i tre individui segnati con 1, 1′, 1″, dall'altro lato, i tre individui distinti con 2, 2′, 2″. Essenzialmente, quindi, non abbiamo, nel nostro gruppo composto di 6 individui, che cristalli trovantisi tre a tre nella posizione dei due individui della fig. 4, nè occorre invocare altra legge di geminazione fuori della solita, per la quale l'asse di rivoluzione è normale ad una faccia di $\{2\bar{1}\bar{1}\}$ ovvero è l'asse di simmetria $[111]$.

I quattro primi individui 1, 2, 1′, 2′ si potrebbero anche considerare come uniti in giro attorno al comune asse di geminazione $[111]$, e ove si supponesse capovolto il terzo gemello 1″, 2″, si avrebbero 6 individui in giro attorno al comune asse di geminazione, ciascuno dei quali si troverebbe coi due adiacenti in posizione di gemello. E si potrebbero ancora escogitare altri modi di considerare il gruppo, p. es. come gemello a penetrazione. Tutti questi diversi modi d'interpretazione, ugualmente ammissibili, non sono che la necessaria conseguenza dell'essere asse di geminazione la linea di simmetria trigonale.

Non minore interesse presenta il gemello raffigurato ai n. 7 e 8, ancora projettato sopra le due faccie della base. Vi si osserva la combinazione $\{111\}$ $\{100\}$ $\{10\bar{1}\}$ $\{110\}$ colla base dominante. Anche questo gruppo si può interpretare o descrivere in più maniere. Di fatti, si potrebbe dire che in un primo individuo semplice 1, 1′ siano introdotti, all'estremità di una direzione $[2\bar{1}\bar{1}]$ od analoga, due individui cuneiformi

(1) *Contribuzioni mineralogiche per servire alla storia dell'incendio vesuviano del mese di aprile 1872.* Parte seconda. Atti della r. Acc. delle sc. fis. e mat. di Napoli, vol. VI, 1874 (letta nell'adunanza 13 dic. 1873).

2, 2′ che si trovano col primo in posizione geminata con asse [111]. Ovvero, attorno all'asse comune di geminazione [111] sono collocati in giro quattro individui 1, 2, 1′, 2′, di cui ogni due contigui formano un geminato cf. fig. 4. Ovvero anche si tratta di un gemello ad asse [111] e a penetrazione in cui i due individui sono alquanto allungati nella direzione $[2\bar{1}\bar{1}]$ od analoga. Ma comunque si voglia descrivere il gruppo, resta sempre fermo che non vi ha che la sola legge di geminazione ad asse [111] trovandosi gli individui 1, 1′ rispettivamente 2, 2′ in posizione perfettamente parallela. Dalla fig. 8 si scorge come sopra una faccia della base i due individui 1 e 2 si toccano con un piano del prisma $[10\bar{1}]$, ma questo piano di congiungimento evidentemente non è che il piano di $[10\bar{1}]$ comune ai due individui e non è già piano di geminazione, poichè girando ad es. l'individuo 2 per un angolo di 180° attorno alla normale a questa faccia di riunione, esso si troverebbe ancora nella stessa posizione di geminato coll'individuo 1 e non già in posizione parallela all'individuo 1, come dovrebbe essere, se quel piano di congiungimento fosse piano di geminazione cioè normale all'asse di geminazione.

Il gruppo forse più singolare, con tutta la sua apparente semplicità, è raffigurato ai n. 9 e 10, projettato sempre sulle due faccie della base.

Si noti anzitutto che ove non vi fosse una faccia di }110{ od ove vi fossero tutte le faccie di }110{, le due projezioni non differirebbero punto l'una dall'altra. Anche questo gruppo si può considerare in più modi. Le parti segnate con 1 e 1′ sono in posizione parallela fra loro, mentre 2 è in posizione geminata tanto con 1 quanto con 1′. Ora, si può dire che abbiamo da fare con un cristallo semplice 1, 1′ allungato in un senso $[10\bar{1}]$ od analogo, in cui ad una estremità della direzione di maggiore sviluppo è intercalato, in posizione di gemello, l'individuo 2 a contorni rombici, ovvero che si tratta di 3 individui posti all'intorno al comune asse di geminazione [111].

Sarebbe troppo lungo di continuare nella descrizione dei molti aggruppamenti simili che ho sott'occhio, tanto più che essi sono bensì variabilissimi per la disposizione dei diversi individui riuniti, ma tutti si compongono di individui in due sole posizioni che sono precisamente quelle dei due individui riuniti in un semplice gemello come quello della fig. 4, talchè, a rigore, non si tratta che di gemelli polisintetici sempre formati secondo la medesima legge, o, forse meglio ancora, di gemelli semplici, il cui vario aspetto deriva soltanto da ciò che vi ha, per così dire, un continuo passaggio dal gemello a mera giustapposizione, come quello della fig. 4, sino al gemello a completa penetrazione, solo che quest'ultimo estremo nella disposizione dei due individui non è mai completamente raggiunto dai nostri aggruppamenti, a differenza di ciò che accade per l'ematite di Altenberg, dell'Elba, di Eisenstein presso Moravicza ecc.

Oltre ai gemelli sopra descritti, a semplice giustapposizione od anche a parziale penetrazione, ma sempre a basi coincidenti, ne trovai qualcuno in cui i due individui sono collocati l'uno sopra l'altro in modo che lateralmente compaiono tre angoli rientranti fra le faccie del romboedro }100{. Tali gemelli sono perfettamente analoghi a quello di ossido cromico che ho raffigurato al n. 20 della prima tavola annessa al mio lavoro sulla forma cristallina di questo corpo isomorfo colla ematite. Essi s'incontrano piuttosto di rado fra i cristallini lamellari impiantati ancora sulla lava porosa, i quali

generalmente presentano la combinazione }111{ }100{ }10$\bar{1}${ }110{ ora in individui semplici ora a foggia di gemelli a giustapposizione con asse normale ad una faccia di }2$\bar{1}\bar{1}${, ma relativamente pochissimo allungati. Simili cristallini, semplici e gemelli, formano poscia anche degli aggruppamenti a foggia di rosette, collocati sopra i larghi cristalli sciolti e paragonabili alle « eisenrosen » del Gottardo.

2. *Legge di geminazione ad asse normale ad una faccia del romboedro diretto* }100{.

Questa legge, per la prima volta indicata da Haidinger, nella edizione inglese del trattato di mineralogia del Mohs, sopra cristalli di oligisto dell'Elba, poscia da Breithaupt, Hessenberg ed altri, e verificata, p. es. dal Lasaulx, dal vom Rath, ecc. anche sopra cristalli di origine vulcanica (Biancavilla, Stromboli), si riscontra assai sovente nei nostri cristalli di Stromboli. Generalmente nei cristalli di ematite vulcanica, i gemelli formati secondo la legge in discorso si presentano sotto forma di un grande individuo, lamellare secondo la base, al quale sono sovrapposti, ovvero dal quale sporgono fuori, piccoli cristalli in modo che hanno parallele col primo individuo due faccie fra loro parallele del romboedro }100{ e due faccie, parallele fra loro e normali a quelle due prime di }100{, del prisma }10$\bar{1}${. Simili gemelli, come è noto, s'incontrano altresì a Stromboli.

Alcune volte osservasi come in un cristallo lamellare largo è incastrato lateralmente uno assai più piccolo che attraversa il primo da base a base in modo di sporgere fuori da un lato e dall'altro. Vi si scorge allora lateralmente l'angolo caratteristico $(100):(\bar{1}00) = 8^{\circ}$.

Ma, inoltre, trovai circa una ventina di piccoli gemelli, formati secondo la detta legge, perfettamente simmetrici, anche nelle loro dimensioni, rispetto al piano di geminazione. Il Lasaulx descrisse simili gemelli provenienti da Biancavilla sull'Etna, e il vom Rath di Stromboli, ma tutti di differente combinazione e diversamente sviluppati. I nostri gemelli raggiungono al più un diametro massimo di due millimetri e si trovano generalmente sovrapposti, in posizione variabile, ai cristalli a foggia di larghe lamelle. Uno di essi fu raffigurato, in projezione obliqua, al n. 11, projettato sopra un piano normale alle faccie di }100{ e }10$\bar{1}${ comuni ai due individui, ai n. 12 e 13, e finalmente projettato sopra un piano di }10$\bar{1}${ comune ai due individui, al n. 14. Esso presenta, come tutti gli altri da me osservati, la combinazione }100{ }10$\bar{1}${ }111{ }110{. Come si scorge dalle figure, le quattro faccie comuni ai due individui formano un prisma rettangolare, rappresentato dai contorni delle projezioni 12 e 13. Ad una delle estremità di questo prisma, raffigurato al n. 12, la faccia (100) con ($\bar{1}$00) e la faccia (001) con (00$\bar{1}$) formano angoli sporgenti molto ottusi. Essi furono trovati di $7^{\circ}58'$, mentre dalla costante di Kokscharow seguirebbe il valore di 8°. Dallo stesso lato le basi formano un angolo rientrante ottuso di $64^{\circ}45'52''$ (normali) e le faccie (101) e ($\bar{1}$0$\bar{1}$) un angolo sporgente assai ottuso di $11^{\circ}44'28''$ (normali). Dall'altro lato, naturalmente (fig. 13) l'angolo tra le basi è sporgente, mentre gli angoli tra le faccie dei romboedri }100{ e }110{ sono rientranti.

Al n. 15 fu raffigurato un singolare gemello ad asse normale ad una faccia di }100{, il quale consta di un primo individuo, più grosso, della combinazione orae,

il quale lateralmente, nella figura a sinistra, si prolunga nel senso [111], e a questo prolungamento si appoggia un secondo individuo più piccolo, della stessa combinazione, con asse di geminazione normale alla faccia r situata a destra dell'individuo più largo. Un simile modo di sviluppo osservai altresì nell'ossido cromico del Cossa.

3. *Riunione delle due leggi di geminazione suddette in un medesimo gruppo.*

Per quanto mi consta, tale riunione non fu ancora osservata nella ematite, od almeno non fu sino ad ora resa di pubblica ragione. Io stesso, da parecchio tempo, l'ho trovata sopra cristalli di ematite dell'Elba e di Moravicza ove si vedono, nei due individui di un gemello ad asse [111] e a completa penetrazione, intercalate delle sottili lamelle a modo di geminati secondo la legge, per la quale asse di geminazione è la normale ad una faccia di }100{. Riservando la descrizione di questi interessanti cristalli elbani ad una estesa Memoria sulla ematite dell'Elba che avrò l'onore di presentare fra poco all'Accademia, mi limito per ora a segnalare alcuni casi di riunione delle due leggi di geminazione in discorso osservati sopra qualche cristallo di Stromboli.

Uno degli aggruppamenti, che osservai in più esemplari, è costituito anzitutto da due individui lamellari secondo la base e riuniti a giustapposizione con asse [111] ovvero con asse normale ad una faccia di }$2\bar{1}\bar{1}${, insomma da un gemello come quello raffigurato al n. 4. Ad uno dei due individui si unisce poscia un terzo assai più piccolo con asse normale ad una faccia del romboedro }100{.

Questi aggruppamenti, quindi, sono completamente analoghi a quello dell'ossido cromico che descrissi nella mia Memoria sulla forma cristallina di quest'ultimo e raffigurai ai n. 41 e 42 della tavola seconda annessa a quella Memoria. L'unica differenza consiste, di fatti, nella mancanza della piramide }$31\bar{1}${ nei cristalli di Stromboli.

Il caso però più interessante è rappresentato da un gruppo complicatissimo, raffigurato ai n. 16, 17 e 18 della tavola.

Al n. 16 si vede, projettato sopra una faccia della base, un largo gemello lamellare ad asse [111] e a giustapposizione, nel quale uno dei due individui, all'estremità intatta del gruppo, è maggiormente allungato dell'altro nel senso della intersezione che la base comune forma col piano di congiungimento. Dall'individuo meno allungato, che compare superiormente nella figura, sporge un piccolo gemello ad asse normale ad una faccia di }100{, appiattito, come al solito, nel senso dell'asse di geminazione. Il piccolo individuo destro dell'ultimo gemello è perfettamente parallelo al largo individuo lamellare superiore, ma mentre questo è lamellare secondo la base, quello lo è secondo la faccia di }100{, parallelamente alla quale è congiunto con esso il secondo piccolo individuo a sinistra del piccolo gemello. Nella parte superiore della fig. 16 abbiamo quindi un fatto analogo a quello raffigurato al n. 15.

La fig. 17 è la projezione del medesimo gruppo sopra l'altra faccia della base comune ai due larghi individui riuniti con asse normale ad una faccia di }$2\bar{1}\bar{1}${; ma da questo lato della base si vedono collocati, sempre sul grande individuo meno allungato, due piccoli cristalli lamellari secondo la loro base, e in posizione parallela fra di loro, però, rispetto al grande individuo lamellare cui sono sovrapposti, in posizione di gemelli con asse normale ad una faccia del romboedro }100{.

Al n. 18 finalmente ho raffigurato lo stesso gruppo, projettato sopra quella faccia di $\}10\bar{1}\{$ del largo individuo lamellare, superiore nelle fig. 16 e 17, la quale è normale alle intersezioni più lunghe, formate colla base del grande gemello ad asse [111] dalle basi dei piccoli individui collocati, con asse normale ad una faccia di }100{, sulla faccia basica inferiore della larga lamella e dalle faccie di }100{ più sviluppate e parallele al piano di geminazione del piccolo gemello collocato sulla faccia superiore della base della larga lamella. Il piano di projezione in discorso è distinto nelle tre figure 16, 17 e 18 dalla lettera *a* con asterisco. Dell'individuo più lungo faciente parte del gemello ad asse [111] compare così a destra una sola faccia di ciascuna delle tre forme }100{ $\}10\bar{1}\{$ }110{, mentre le altre o sono nascoste dall'altro individuo del gemello laminare o si projettano nei contorni del disegno. Di più, si vede dalla projezione, come il più grande dei due cristallini, lamellari secondo la base e collocati sulla faccia basica inferiore del grande gemello ad asse [111], attraversa l'uno dei due individui di quest'ultimo sotto forma di lamella, ma non più parallela alla base, bensì al piano di geminazione che è una faccia di }100{. Sotto questa forma lamellare lo stesso individuo sporge poscia dalla base superiore del grosso individuo lamellare e vi è congiunto, come gemello con asse normale alle stesse faccie romboedriche più sviluppate, il piccolo individuo a sinistra, il quale si trova, come già sopra fu detto, in posizione parallela col grosso individuo a sinistra. Quest'ultimo fu raffigurato terminato anche a sinistra, ove veramente è rotto (vedi fig. 16 e 17), per far appunto rilevare meglio il parallelismo suddetto.

In conclusione il nostro aggruppamento ci mostra non solo la riunione delle due leggi di geminazione, ma ancora la seconda, per la quale è asse di geminazione la normale ad una faccia di }100{, in tre modalità, cioè come sovrapposizione di piccoli cristallini laminari secondo la base ad un grosso individuo analogamente sviluppato, come giustapposizione di due individui simmetrici laminari secondo il piano di geminazione, e finalmente come penetrazione di due individui, con questo di particolare e dirò anzi di strano, che cioè il piccolo individuo, da un lato del grosso da esso attraversato, è laminare secondo la base, come lo stesso individuo grosso, e, dall'altro lato laminare secondo una faccia di }100{ che è precisamente il piano di geminazione. A rigore però, non vi ha nel gruppo, nonostante la sua apparente complicazione, che individui in tre posizioni diverse.

4. *Forme dendritiche.*

Ai numeri 19 e 20 della tavola ho raffigurato, ingrandite due volte, due dendriti regolarissime di ematite di Stromboli. In esse non si vede distintamente che la base che predomina e poi, qua e là, qualche piccola faccetta di $\}10\bar{1}\{$, }100{ e }110{. La disposizione di queste faccette è tale da poter ritenere quegli aggruppamenti come costituiti da individui tutti paralleli fra loro ma assai allungati nel senso di uno spigolo $[\bar{1}2\bar{1}]$ o $[2\bar{1}\bar{1}]$ o $[\bar{1}\bar{1}2]$, talchè i singoli individui s'incontrano ad angoli di 60° o 120°; almeno non vi ha alcun fatto che ci obblighi a pensare a qualsiasi geminazione. Si tratterebbe quindi soltanto di una associazione parallela di numerosi individui o, se si vuole, di un individuo semplice.

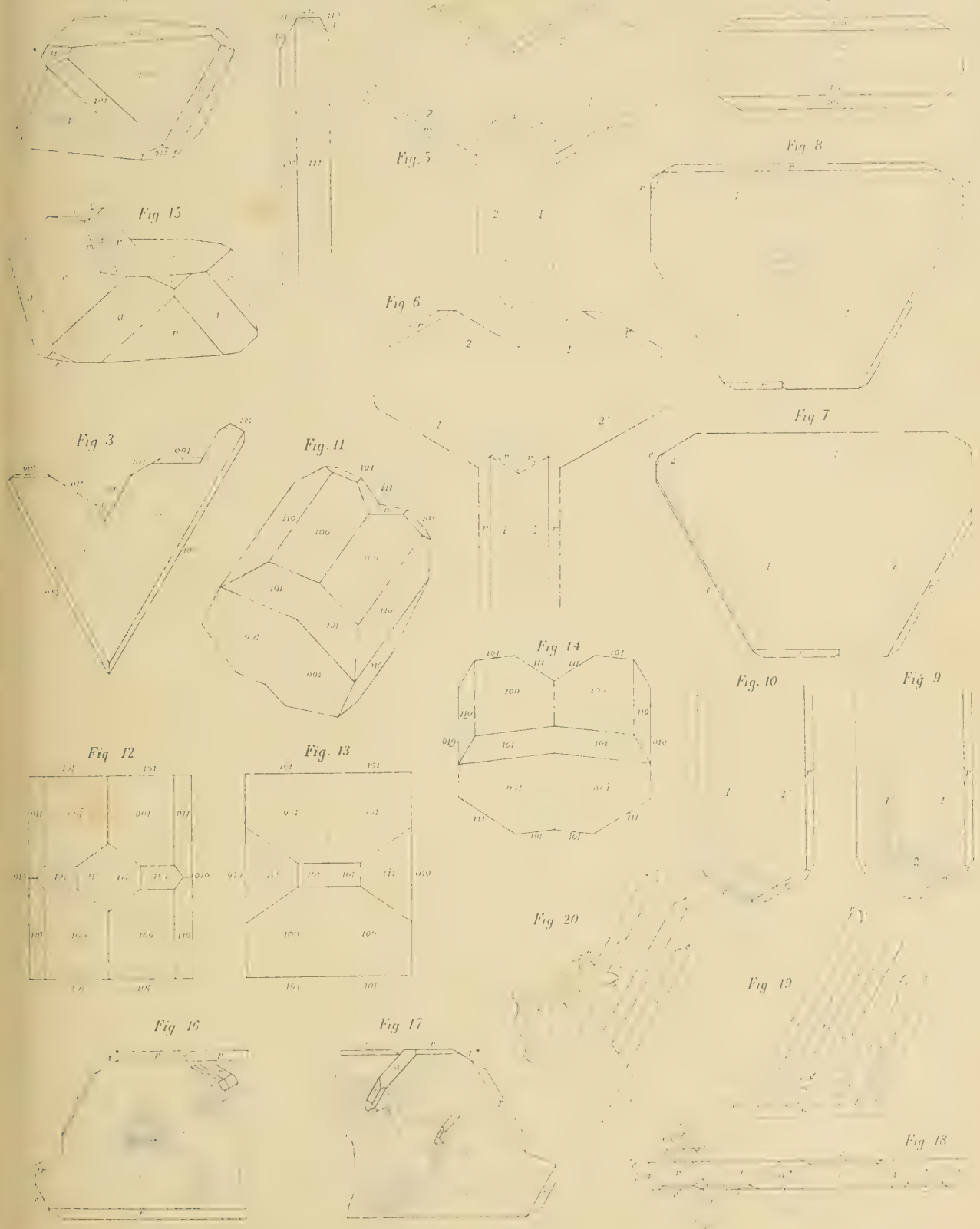
Riguardo all'aspetto fisico delle singole forme, esso non presenta nulla di particolare per i nostri cristalli, nei quali, come in genere in quelli della ematite vulcanica, raramente la sostanza riempie completamente lo spazio circoscritto dai contorni esterni, talchè nascono cristalli parzialmente vuoti nell'interno o a tremie. Sulla base si vedono sovente tre sistemi di strie parallele all'intersezione di essa colle tre faccie più vicine di }110{ e incontrantisi quindi ad angoli di 60°. Tale striatura riesce sovente comoda per distinguere con certezza i singoli individui riuniti in un gemello ad asse [111]. Noto ancora che assai sovente si osservano sulla base delle piramidi triangolari orientate come la semplice striatura e piuttosto accentuate, e massime laddove da una larga lamella sporge un piccolo individuo geminato con quella ad asse normale ad una faccia di }100{. In questo caso le piramidi sono anche più pronunciate e si appoggiano al piccolo individuo in modo da coprire parzialmente o interamente i contorni della sezione ch'esso forma colla base del largo individuo cui è sovrapposto. In conclusione, anche per l'aspetto fisico, vi ha perfetta analogia tra i nostri cristalli di ematite e quelli tavolari di ossido cromico.

NOTA.

Confrontando i risultati sopra esposti colle osservazioni fatte dal vom Rath nel 1866 (Pogg. Ann. vol. 128, p. 430-31) su di un cristallo di Stromboli del Museo Mineralogico della Università di Berlino, non può sfuggire la notevole differenza che vi ha tra i nostri cristalli e quelli descritti dal vom Rath. Benchè io avessi esaminato parecchie centinaia di individui semplici e gemini, non mi fu dato di osservare, nemmeno una sola volta, e nemmeno in traccie, altra forma fuori delle quattro surriferite. Il gemello invece descritto e raffigurato dal vom Rath presenta la combinazione $\}31\bar{1}\{$ }111{ }100{ }110{ $\}10\bar{1}\{$ $\}33\bar{2}\{$ $\}21\bar{1}\{$ }332{ in cui dominano le faccie della piramide esagonale $\}31\bar{1}\{$.

La combinazione di Stromboli, raffigurata dal Lévy, invece va perfettamente di accordo coi miei risultati.

Seguirebbe quindi che anche a Stromboli, come al Vesuvio, secondo Scacchi, e al Monte Calvario presso Biancavilla sull'Etna, secondo Lasaulx, esistono cristalli essenzialmente diversi per combinazione, senza che ci sia dato di riconoscere una notevole diversità di giacitura e meno ancora di origine. Ciò andrebbe di pieno accordo colle osservazioni fatte sui cristalli di ossido cromico ottenuti dal Cossa sempre collo stesso metodo, variando, forse, soltanto la temperatura.

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 8
Fig. 15
Fig. 6
Fig. 3
Fig. 11
Fig. 7
Fig. 14
Fig. 10
Fig. 9
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 20
Fig. 19
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18

RELAZIONE

letta dal Socio P. Blaserna, relatore, a nome anche del Socio S. Cannizzaro, nella seduta del 5 maggio 1889, sulla Memoria del dott. G. P. Grimaldi, intitolata: *Studio sulla corrente galvano-magnetica nel bismuto.*

« Il dott. Grimaldi ha presentato una Memoria: *Studio sulla corrente galvano-magnetica nel bismuto*, in cui egli esamina in modo più particolareggiato un fenomeno da lui scoperto e descritto sommariamente in una Nota inserita nei Rendiconti di questa R. Accademia, per la seduta del 6 gennaio 1889. Il fenomeno consiste in ciò, che quando due elettrodi di bismuto sono immersi in una soluzione di cloruro di bismuto e di acido cloridrico, e uno di essi viene collocato in un intensissimo campo magnetico, si forma una corrente che va nel liquido dal bismuto non magnetico al magnetico. L'autore studia l'influenza dell'intensità e del senso del campo magnetico, della natura e della concentrazione della soluzione e della durata dell'immersione. In questa sua indagine, egli trova vari fenomeni secondari, che si spiegano in modo soddisfacente, e conclude che l'effetto è dovuto in parte al piccolo movimento che il liquido diamagnetico subisce nel campo, e principalmente poi sembra sia da ritenersi come una delle manifestazioni caratteristiche, di una azione speciale non ancora ben conosciuta, che il magnetismo esercita sul bismuto.

« Il lavoro è condotto con non comune perizia e con cura estrema nelle operazioni successive dalle quali dipende interamente il successo. Senza questa cura e il maneggio accurato dagli apparecchi, questi fenomeni estremamente sottili non avrebbero potuto nè scoprirsi, nè studiarsi. Visto il risultato importante ottenuto dall'autore, si propone che la Memoria venga integralmente inserita negli Atti accademici ».

Studio sulla corrente galvanomagnetica nel bismuto.

Memoria del dott. G. P. GRIMALDI.

(Con una tavola)

INTRODUZIONE

1. Le ricerche [1] che qui espongo furono occasionate dalla lettura delle memorie di Nichols e Franklin [2] sulla forza elettromotrice che la magnetizzazione produce nel ferro.

Quantunque sì le esperienze dei detti sperimentatori che quelle quasi contemporanee di Rowland e Bell [3] sembrino dimostrare che il fenomeno in parola sia dovuto ad azioni che debbono essere nel bismuto dell'intutto trascurabili, pure non mi parve inutile eseguire delle ricerche con questo metallo.

È noto difatti che il magnetismo produce nei metalli diamagnetici e specialmente nel bismuto, oltre a quella diamagnetica propriamente detta, una azione non ancora ben conosciuta le cui manifestazioni finora note sono, una grande variazione nella resistenza elettrica, nella conducibilità calorifica, e nel potere termoelettrico, oltre ai diversi fenomeni rotatorî [4] che in questo metallo si manifestano con grande intensità. Questi fatti rendono interessante la ricerca dell'influenza che il magnetismo esercita su qualsiasi fenomeno fisico che col bismuto si può ottenere.

Prima però di esporre i risultati del mio studio credo opportuno di riassumere brevemente le diverse ricerche fatte pel ferro, malgrado che il fenomeno da me trovato nel bismuto e che ho annunziato in una Nota preliminare [5] sia di natura diversa da quella che si ottiene col ferro.

Rivista storica.

2. Il Remsen scoprì nel 1881 che il magnetismo aveva un'azione molto pronunciata sul depositarsi del rame su di una lastra di ferro immersa in una soluzione di solfato di rame, e che un'asta cilindrica di ferro immersa nell'acido nitrico, quando è

[1] Questo lavoro è stato eseguito nell'Istituto fisico della r. Università di Roma.

[2] American Journal of Science vol. XXXIV, pag. 419, 1887; vol. XXXV, pag. 290, 1888.

[3] Philsoph. Magaz. vol. XXVI, pag. 105, 1888.

[4] Intendo i fenomeni magnetici la cui direzione varia con la direzione del campo, cioè: rotazione delle linee equipotenziali (Hall); rotazione delle isoterme (Righi, Leduc): effetto galvanomagnetico, ed effetto termomagnetico trasversale (Ettingshausen).

[5] Rendiconti Accad. Lincei, vol. V, seduta 6 gennaio 1889.

collocata in un forte campo magnetico con l'asse parallelo alle linee di forza, viene corrosa inegualmente in modo da prendere la forma di un vetro da orologio.

3. Il Remsen però non studiò l'influenza che questi fatti potevano avere sulle proprietà elettriche del ferro magnetizzato. Fu il Gross [1] il primo che si occupò di tale argomento. Egli esaminò se si ottenevano delle correnti galvaniche, immergendo due elettrodi di ferro in una soluzione di cloruro di ferro e magnetizzando uno di essi.

Gli elettrodi ch'egli adoperava, venivano rivestiti con ceralacca dappertutto, fuorchè nella estremità piana inferiore, ed erano circondati da due spirali che permettevano di magnetizzarli alternativamente.

Nel momento dell'immersione l'autore osservava sempre nel suo galvanometro una corrente dovuta forse alla eterogeneità dei due elettrodi; questa corrente era abbastanza costante, in modo che compensandola col metodo di Dubois Reymond si poteva ricondurre il galvanometro alla posizione d'equilibrio.

Magnetizzando gli elettrodi si ebbero i seguenti risultati:

Quando i due elettrodi di ferro erano perpendicolari fra di loro e con le estremità immerse distanti l'una dall'altra un centimetro, il magnetismo produceva una corrente che andava nel liquido dall'elettrodo magnetizzato al non magnetizzato.

Quando essi erano disposti assialmente, con le superficie libere una rimpetto l'altra e distanti da 6 a 7 centimetri la corrente magnetica andava invece, nel liquido, dall'elettrodo non magnetizzato al magnetizzato. Sì nell'uno che nell'altro caso era indipendente dalla direzione della magnetizzazione.

La deviazione prodotta dalla corrente magnetica era permanente e cessava col cessare del campo magnetico, però se l'azione del magnetismo era prolungata il galvanometro non ritornava alla posizione primitiva.

Riguardo all'entità del fenomeno, il Gross non dà alcuna indicazione; dice solamente che le deviazioni dell'ago del suo galvanometro erano in un caso di 30° ed in un altro di 60°. Il suo apparecchio però sembra non dovesse essere molto sensibile, poichè non avvertiva o avvertiva poco le irregolarità che altri sperimentatori hanno trovato dopo di lui e che egli invece non osservò.

Nessuna indicazione del pari egli dà sull'intensità del campo prodotto dalle spirali magnetizzanti.

In un lavoro posteriore [2] l'autore riferisce le esperienze fatte con altre dissoluzioni: le soluzioni neutre di cloruro ferroso e di solfato ferroso non diedero alcuna corrente magnetica; con l'acido nitrico la corrente si manifestava dopo qualche tempo, quando si era formato il sale di ferro intorno agli elettrodi.

L'autore poi dice che la separazione delle due elettricità, che produce il fenomeno, sembra sia da considerarsi come risultante dal lavoro « che la forza viva del movimento magnetico eseguisce alla superficie di contatto fra l'elettrodo e l'elettrolita ».

4. I sigg. Nichols e Franklin [3] pubblicando nel 1887 alcune ricerche fatte

[1] Werhand. der physik. Gesellschaft in Berlin IV, § 33, 1885.
[2] Beiblätter Band X; § 425, 1886.
[3] American Journal vol. XXXIV, pag. 419, 1887.

nel 1885 sulla influenza del magnetismo sulla passività del ferro, descrivono la seguente esperienza:

Due asticine di ferro collocate in un intenso campo magnetico sono immerse, parallele l'una all'altra, in un liquido attivo e disposte con l'asse nella direzione delle linee di forza del campo: entrambe sono rivestite di materie isolanti; solamente di uno dei due elettrodi è scoperto il centro, dell'altro le estremità. Se vengono riunite con un galvanometro si osserva una corrente che va nel liquido dall'elettrodo che ha le estremità scoperte, all'altro.

In una Memoria posteriore [1], gli stessi sperimentatori hanno fatto una estesa serie di esperienze nelle quali collocavano uno dei due elettrodi di ferro fra i poli di un'elettrocalamita con l'asse perpendicolare alle linee di forza, e l'altro elettrodo tanto lontano da essa da non risentirne l'influenza, immergendo entrambi in soluzioni più o meno attive, contenute in due tubi verticali, riuniti da un sottile tubo orizzontale. Anche in questo caso i due elettrodi erano rivestiti di sostanze isolanti e ne rimaneva scoperto dentro il liquido solamente un centimetro.

La corrente, che si aveva prima di produrre il campo magnetico e che non era costante, nè in direzione nè in intensità, veniva compensata mediante una delle solite disposizioni, ma l'equilibrio nel galvanometro adoperato, che era molto sensibile, non poteva essere ottenuto che momentaneamente, poichè per effetto di detta corrente il galvanometro si muoveva in continuazione. In alcuni casi questi movimenti erano considerevolissimi, ed il raggio di luce andava su e giù per la scala con grandissima rapidità. Ne segue da ciò che le esperienze fatte dagli autori con questo apparecchio sono più che altro qualitative.

Risultati meno oscillanti si avevano adoperando delle pile a due liquidi con vaso poroso, nelle quali uno degli elettrodi era rame immerso in soluzione di solfato di rame, e l'altro un'asticina di ferro collocata nel campo magnetico.

In tutte le esperienze, producendo il campo magnetico, si manifestava fra gli elettrodi, indipendentemente da quella preesistente, una forza elettromotrice che gli autori chiamano *f. e. m. di magnetizzazione*: però nelle varie misure essa non aveva sempre la medesima direzione. Anzi per farla cambiare, bastava che in uno stesso elettrodo di ferro si facesse agire il liquido presso un polo indotto, o presso la linea neutra, preservando il rimanente con uno strato isolante.

Se l'asticina di ferro era orizzontale, e si rivestiva dappertutto fuorchè in pochi millimetri quadrati verso il centro di una faccia verticale di essa, la corrente cambiava di direzione secondo che l'asticina veniva magnetizzata longitudinalmente o trasversalmente.

In queste esperienze la corrente andava sempre nel liquido dal metallo non magnetico al magnetico, se la parte attiva di questo era una regione neutra, in senso opposto se era un polo.

Gli autori dànno la seguente spiegazione, molto verosimile, dei fenomeni osservati. Quando un elettrodo di ferro viene attaccato da un acido nel campo magnetico i sali più o meno magnetici risultanti dall'azione chimica si accumulano verso i poli

[1] American Journal vol. XXXV, pag. 290, 1888.

indotti dell'elettrodo, cosicchè se la superficie attaccata dal liquido è vicino ad un polo essa si trova a contatto di una soluzione più concentrata, se è vicina alla linea neutra, i prodotti dell'azione chimica vengono allontanati da essa. Nell'elettrodo non magnetizzato invece l'azione avviene in modo uniforme, ed esso è dappertutto circondato da una soluzione egualmente concentrata. Si forma adunque una specie di coppia a due liquidi che differiscono nella concentrazione e che producono la corrente sopra descritta. Diverse esperienze, fatte dagli autori, confermano questa spiegazione.

Si può osservare che tale azione sembra non debba manifestarsi istantaneamente dopo creato il campo magnetico, ma debba andare lentamente, e progressivamente crescendo. È probabile difatti che avvenga precisamente ciò, e che tale circostanza non sia stata osservata a causa del metodo speciale che impiegavano gli autori nel fare le misure, per tener conto del magnetismo residuo e del ritardo della magnetizzazione.

5. Il Rowland [1] ha fatto una serie estesissima di esperienze collocando in un campo magnetico due elettrodi di ferro disposti parallelamente l'uno all'altro e parallelamente alle linee di forza del campo, ed immergendoli in un liquido più o meno attivo.

Entrambi gli elettrodi erano ricoperti di sostanza isolante, ed il liquido agiva solamente in due punti differenti della loro superficie; per esempio, su di un estremo foggiato a punta dell'uno, e su di una faccia laterale dell'altro. Riunendo i due elettrodi si aveva una corrente che traversava il liquido, dalla parte dove il magnetismo indotto era più piccolo a quella dove esso era maggiore. Quest'azione del magnetismo era istantanea; in seguito intervenivano dei fenomeni secondarî e la corrente poteva essere anche rovesciata, onde il Rowland ritenne come dovuta al magnetismo solamente la deviazione impulsiva che si otteneva chiudendo con un galvanometro il circuito dei due elettrodi dopo che era creato il campo.

Come si vede le conclusioni del Rowland sono diametralmente opposte a quelle di Nichols e Franklin e la differenza si spiega facilmente considerando che il Rowland teneva conto della prima deviazione impulsiva, trascurando le successive, mentre erano queste ultime specialmente che gli altri sperimentatori prendevano in considerazione.

D'altra parte però le osservazioni fatte col metodo di Rowland non sono sicure, perchè non si può tener conto della f. e. m. preesistente, ed indipendente dal magnetismo, che si manifestava chiudendo il circuito, quando non esisteva il campo magnetico, e che era variabile di intensità e di direzione. Le ricerche erano quindi solamente qualitative, ed anche in certi casi le irregolarità erano così grandi che solamente dopo esperienze numerose fatte in circostanze molto diverse, si poteva determinare definitivamente l'azione del campo magnetico. Risultati più concordanti si ebbero sostituendo all'acido in soluzione, della gelatina acidulata nella quale gli elettrodi venivano immersi.

L'azione del campo magnetico variava moltissimo al variare del liquido che agiva sugli elettrodi; quando nella reazione avveniva sviluppo di idrogeno la corrente era piccolissima, quasi inavvertibile.

[1] Memoria citata.

Il cobalto ed il nichel diedero lo stesso risultato del ferro; solamente però il fenomeno era molto più piccolo.

Alcune misure approssimate diedero per valore della forza elettromotrice 0,03 volt, per due elettrodi di ferro immersi nell'acido nitrico che era uno dei liquidi che dava risultati più grandi.

Il Rowland spiega il fenomeno da lui osservato, che non è altro in ultimo che una azione protettrice che il magnetismo esercita sul ferro, con l'ammettere che, una particella magnetica tendendo sempre a muoversi verso le regioni del campo dove la forza magnetica è più grande, occorre maggior lavoro ad allontanarla da un punto più intenso che da un punto meno intenso di un campo magnetico, sia questo lavoro meccanico, sia esso chimico. Questa spiegazione sarebbe confermata dalle ricerche teoriche del Duhem ([1]) derivate dai principii della termodinamica.

È probabile che questa sia veramente la causa del fenomeno, ma che le molteplici azioni secondarie, notate da tutti gli sperimentatori e forse in gran parte dovute allo stato della superficie del ferro, che lo strato isolante difficilmente permette di ben ripulire, mascherino il fenomeno fino a dare dei risultati diametralmente opposti, come accadeva nelle esperienze di Nichols e Franklin.

Ricerche preliminari.

6. Nelle prime esperienze da me fatte per ricercare se esiste nel bismuto una forza elettromotrice di magnetizzazione, o come meglio la chiamerò in questo lavoro una forza elettromotrice *galvanomagnetica*, adoperai un tubo a |_____| di cui i lati verticali erano alti 8^{cm}, quello orizzontale era lungo 32^{cm}, ed il diametro interno era di 14^{mm}. Uno di detti lati verticali veniva collocato fra i poli ovali di un'elettro-calamita Faraday, modello medio, ed il lato orizzontale era disposto perpendicolarmente all'asse dell'apparecchio. Il tubo veniva riempito con una soluzione di cloruro di bismuto nell'acido cloroidrico, ottenuta sciogliendo nell'acido cloridrico purissimo e diluito del carbonato di bismuto puro, poi allungando con acqua e filtrando per eliminare l'ossicloruro che l'acqua precipitava. Il livello del liquido nel tubo era quello del piano orizzontale che conteneva l'asse dell'elettro-calamita. Nel liquido erano immersi due elettrodi di bismuto ([2]) commerciale lunghi 4^{cm} circa saldati a due fili di rame; metà del bismuto pescava nel liquido mentre l'altra metà sporgeva al di fuori.

La corrente che eccitava l'elettrocalamita era di 3 circa ampères d'intensità, e la distanza che separava l'estremità dei poli 18^{mm} circa.

I due elettrodi venivano riunite da un circuito che conteneva un galvanometro Thomson (modello Siemens) ad aghi astatici di grande resistenza, e grandissima sensibilità; nel circuito si poteva far passare una corrente compensatrice, derivata da una Daniell, che serviva a compensare la corrente *primaria* che si aveva al momento

([1]) Annales de la Faculté des sciences de Toulouse, t. III.

([2]) Perchè questi elettrodi riuscissero omogenei fondevo una lastrina di bismuto dalla quale tagliavo con la sega due striscie contigue le quali formavano i due elettrodi.

della chiusura del circuito, ed a ricondurre approssimativamente allo zero il galvanometro, per poter meglio osservare l'azione del magnetismo.

Prima di eccitare l'elettrocalamita s' interrompeva per un istante il circuito, per evitare le correnti d' induzione, poi creato il campo si chiudeva di nuovo e si osservava se il galvanometro accusasse alcuna deviazione.

Operando in tal modo con due coppie di elettrodi e ripetendo molte volte l'esperienze, per eliminare le irregolarità della corrente primaria, non potei scoprire alcuna traccia del fenomeno ricercato.

7. Ho potuto convincermi in seguito che tale risultato negativo si deve attribuire alla piccola intensità del campo magnetico, insufficiente a produrre l'effetto ricercato, e forse anche a questo, che non si erano prese precauzioni speciali per ripulire gli elettrodi.

Per operare con campi magnetici molto intensi, adoperai poscia un tubo della forma della fig. 1 dove *ab*, che è il lato collocato fra i poli dell'elettrocalamita, aveva 5^{mm} di diametro, ciò che mi permise di avvicinare i poli dell'elettrocalamita a 7^{mm} di distanza, distanza che rimase invariabile anche in tutte le misure fatte in seguito. Per produrre la corrente magnetizzante adoperai 6 accumulatori Planté che nella mia elettrocalamita potevano dare una corrente fino a 13 ampères circa di intensità.

Cimentai due elettrodi cilindrici di bismuto chimicamente puro del Trommsdorff, che ripulivo con smeriglio ed alcool assoluto, asciugandoli poscia con carta da filtro.

Come i primi, essi erano saldati a dei fili di rame, e pescavano per una metà all'incirca nella soluzione prima impiegata. Con tali modificazioni ottenni ben presto il fenomeno da me ricercato.

Appena chiudevo il circuito della pila a bismuto, dopo immersi gli elettrodi, si aveva anche in questo caso una corrente primaria assai variabile, generalmente molto intensa al momento della chiusura, e variante poi rapidamente e senza regola sia che il circuito rimanesse chiuso, sia che si lasciasse per qualche tempo interrotto.

Questa corrente si compensava con la disposizione sopra accennata, ottenendo un equilibrio temporaneo del galvanometro.

Quando si produceva il campo magnetico, operando come nelle prime esperienze, si aveva una deviazione permanente; questa cessava, quando s' interrompeva il circuito magnetizzante, e lo specchietto del galvanometro ritornava a un dipresso alla posizione primitiva.

La direzione della corrente galvanomagnetica era tale che essa andava nel liquido dal bismuto non magnetico al magnetico.

8. Moltiplicando le esperienze osservai però un fatto, la cui spiegazione richiese molte ricerche. Ripetendo, da un giorno all'altro, le stesse esperienze con la medesima soluzione e gli stessi elettrodi che toglievo ogni volta dal liquido, e ripulivo nuovamente, nel modo anzidetto, ottenevo dei risultati svariatissimi. Un giorno la corrente galvanomagnetica era, relativamente parlando, intensissima e le deviazioni dello specchio del galvanometro sorpassavano la lunghezza della scala; un altro giorno era piccolissima ed appena sensibile; qualche volta non riuscivo a poterne constatare l'esistenza.

Osservavo pure questo fatto, che tanto più intensa era la corrente galvanomagnetico, tanto più regolare e meno variabile era la corrente primaria. Quando invece la corrente galvanomagnetica non era sensibile, la corrente primaria era grandissima, estremamente variabile e molto irregolare: è probabile che anche in questo si avesse una piccola corrente galvanomagnetica, che le rapide oscillazioni del galvanometro non permettevano di constatare.

Varie esperienze da me fatte per ricercare la causa di questa grande irregolarità di risultati, mi persuasero in fine che era da attribuirsi ad un imperfetto ripulimento degli elettrodi.

Malgrado lo smeriglio, l'alcool assoluto e la carta da filtro li riducessero in uno stato di perfetta specularità, qualche sottilissima traccia di materie estranee doveva rimanere in certi casi aderente alla superficie del bismuto, ed impedire che si ottenesse la corrente galvanomagnetica.

Dopo varî tentativi trovai che il miglior modo di ottenere gli elettrodi di bismuto ben ripuliti era il seguente.

Prima si lustravano perfettamente con carta smerigliata a grana sempre più fina, e con carta da filtro; poi s'immergevano nell'acido cloridrico purissimo, riscaldato ad una temperatura alquanto inferiore a quella di ebollizione (ad una temperatura più elevata si sarebbe fusa la saldatura che rilegava gli elettrodi ai fili di rame) quindi si lavavano due volte con alcool assoluto e si asciugava l'alcool, non per evaporazione, ma strofinando leggermente gli elettrodi con della carta Berzelius lavata precedentemente con acido cloridrico e fluoridrico.

Quest'operazione veniva sempre eseguita con estrema accuratezza pochi minuti prima di immergere gli elettrodi nella soluzione e veniva ripetuta nelle successive immersioni [1].

Operando in tal modo, nelle moltissime esperienze fatte, non avvennero più le irregolarità prima osservate; anzi quando altre cause di errore furono evitate, nelle diverse immersioni di una stessa coppia di elettrodi in un liquido, dopo trascorso uno stesso tempo dalla immersione, la corrente galvanomagnetica aveva a un dipresso i medesimi valori.

In queste condizioni potevo procedere ad uno studio particolareggiato del fenomeno, e disposi l'apparecchio in modo da poter ottenere delle misure almeno approssimative della corrente galvanomagnetica nelle diverse circostanze, che desideravo esaminare.

Metodo sperimentale.

9. Adottai nelle mie misure due disposizioni sperimentali diverse, che descriverò brevemente.

La prima è rappresentata schematicamente dalle fig. 2 e fig. 3.

BB' indica la pila a bismuto, collocata fra i poli dell'elettrocalamita EE'; A, gli accumulatori che fornivano la corrente magnetizzante misurata dall'amperometro G, inserito nel circuito *mnpq*, che conteneva anche l'interruttore I.

[1] In seguito soppressi la smerigliatura degli elettrodi che avea l'inconveniente di logorarli notevolmente senza produrre grande vantaggio.

La pila compensatrice rappresentata in P era un elemento Meidinger; la sua f. e. m. essendo molto grande relativamente alle forze elettromotrici da compensare, si intercalò nel suo circuito un reostato R_1 ed una resistenza r in derivazione in modo da adoperare solamente una frazione della forza elettromotrice del detto elemento.

I due reostati R_2 ed R permettevano di stabilire la compensazione e di ricondurre così allo zero il galvanometro Thomson T che già ho descritto. L'interruttore I' permetteva di chiudere il circuito del galvanometro, quello C di chiudere il circuito fra le due pile e di cambiare la direzione della corrente compensatrice [1].

10. Si indichino con

x la f. e. m. della coppia a bismuto BB';

E quella della Meidinger;

R ed R_1 i valori delle resistenze dei reostati R ed R_1 quando il galvanometro non è percorso da alcuna corrente;

R_2 il valore complessivo della resistenza del reostato R_2 e della coppia BB'.

Le leggi di Kirchhoff [2] dànno la relazione

$$\frac{x}{E} = \frac{R_2 r}{(R + R_1) r + RR_1}$$

che può si anche scrivere

$$x = \frac{R_2 R_1}{(R + R_1) r + RR_1} \frac{Er}{R_1}$$

Il secondo termine del prodotto esprime la differenza di potenziale esistente agli estremi della resistenza r. Poichè le misure che io feci con questo apparecchio erano solamente relative, così presi per unità di f. e. m. la differenza suddetta di potenziale che era di $\frac{1}{1250}$ circa della Meidinger [3].

Chiamandola M si può scrivere la relazione precedente

$$x = \frac{R_2 M}{R(1 + \frac{r}{R_1}) + r}$$

e, trascurando $\frac{r}{R_1}$ rispetto ad 1 ed r rispetto ad R, ciò che nel caso delle mie esperienze e nel limite di esattezza che esse richiedevano si poteva benissimo fare, si ha

$$x = \frac{R_2 M}{R}.$$

(1) Questi apparecchi erano posti nelle cantine dell'Istituto fisico dove la temperatura era molto costante, e dove si poteva disporre di un grande ambiente per mettere gli strumenti disegnati nella fig. 2 a grande distanza da quelli disegnati nella fig. 3 e così evitare l'azione dell'elettrocalamita sul galvanometro.

(2) La resistenza della Meidinger era trascurabile rispetto ad R_1 e pure trascurabili erano le resistenze dei fili del circuito.

(3) Il valore di r rimase costante in tutte le misure; così anche R_1, salvo che in alcune misure nelle quali bisognò raddoppiarlo. In questo caso si divisero per 2 i valori ottenuti affinchè x fosse sempre espresso colla stessa unità di misura M.

Come si è detto prima nel valore di R_2 c'è compresa anche la resistenza interna della pila a bismuto.

Per determinarla si faceva una seconda misura nella quale, dopo aver variato il valore della resistenza del reostato R_2, si regolava il reostato R in modo da ricondurre il galvanometro nuovamente a zero.

Queste due prime misure davano il valore di x. Una terza misura, fatta quando si creava il campo magnetico, dava il nuovo valore x' della f. e. m. della coppia BB'; una quarta misura, fatta dopo cessato il campo, serviva infine a costatare se x aveva variato e, nel caso affermativo, a fare la relativa correzione.

La differenza $x' - x$, presa in valore assoluto, misurava la forza elettromotrice galvanomagnetica.

Per una determinazione occorrevano adunque quattro misure, ciò che richiedeva un certo tempo. Quando la corrente primaria era sufficientemente costante esse si potevano fare senza difficoltà. Quando questa però variava alquanto rapidamente le misure non si potevano fare esattamente, se non si operava in brevissimo tempo.

In tal caso si procedeva nel seguente modo.

Regolato R in modo da avere il galvanometro allo zero, si chiudeva il circuito magnetizzante e si notava la deviazione d che la corrente galvanomagnetica produceva sull'ago; poi, interrotto il circuito magnetizzante, si osservava la nuova posizione del galvanometro per fare, se era necessaria, una correzione. Quindi si determinava la resistenza che aggiunta o tolta ad R dava nel galvanometro una deviazione approssimativa eguale a d che veniva notata, e quale deviazione si otteneva facendo variare R_2 di una quantità nota.

Con questi dati si poteva calcolare facilmente la f. e. m. galvanomagnetica.

Le misure si facevano molto rapidamente, visto specialmente che non era necessario di fare le misure secondarie, che ogni due o tre determinazioni delle deviazioni prodotte dalla corrente galvanomagnetica.

Se R era inferiore a 500 U. S. una medesima resistenza, sia aggiunta, sia tolta ad R produceva sul galvanometro delle deviazioni pochissimo differenti in valore assoluto. Se R però era molto grande, ciò che avveniva quando la corrente primaria era piccolissima, l'uguaglianza suddetta non aveva più luogo ed il metodo non dava risultati molto esatti; si preferiva in tal caso di sopprimere la corrente compensatrice, e di adoperare il galvanometro come bussola delle tangenti.

11. La disposizione qui descritta fu adottata specialmente nello scopo di esaminare se avvenisse qualche fenomeno di polarizzazione negli elettrodi di bismuto, che potesse o cagionare la corrente galvanomagnetica, od influire sopra di essa.

Difatti con tale apparecchio, pur essendo il galvanometro allo zero, la corrente circolava nella pila a bismuto e doveva, polarizzandola, far variare la corrente galvanomagnetica, se l'influenza in parola fosse stata sensibile.

Ciò però non avveniva.

La corrente galvanomagnetica ed anche la corrente primaria erano sensibilmente le stesse, sia che si tenesse aperto, sia che si tenesse per qualche tempo chiuso il circuito della pila a bismuto.

Accertato così che la polarizzazione non interveniva in modo apprezzabile nel mio

caso, dopo aver fatto parecchie misure con questa disposizione, pensai a sostituirla con un'altra assai più semplice, e che mi permetteva di raggiungere un limite di esattezza molto maggiore.

12. L'apparecchio venne allora disposto come indicano le fig. 4 e 5 nelle quali A, BB', EE', G, I, C, e T hanno lo stesso significato delle fig. 2 e 3; L è un reostata a filo che constatai essere sufficientemente calibro e del quale misurai la resistenza, P indica la pila compensatrice che era una coppia Daniell a vaso poroso e solfato di zinco, di resistenza interna abbastanza piccola. Essa veniva frequentemente ripulita e rimontata con cura.

R è un reostata Siemens che serviva a regolare l'intensità della corrente compensatrice e C un commutatore che permetteva di mutarne la direzione. I' infine è un doppio interruttore che permetteva di chiudere contemporaneamente i due circuiti dell'apparecchio.

Chiamando F la f. e. m. della Daniell, r la resistenza del tratto MN del filo necessario per ricondurre allo zero il galvanometro, R la resistenza del reostato R, si ha, come è noto:

$$\frac{x}{F}=\frac{r}{R}.$$

Con una misura analoga si determinava x', e poi nuovamente x e quindi si otteneva la differenza fra x' e la media dei due valori di x, differenza che misurava la f. e. m. galvanomagnetica.

Le misure si facevano così in modo molto semplice e con grande rapidità.

La resistenza interna della pila nella maggior parte dei casi era trascurabile rispetto ad R. Nelle pochissime misure nelle quali per la grande intensità della corrente primaria questo non avveniva, se ne teneva conto.

Quando invece la corrente primaria era piccolissima, mentre la corrente galvanomagnetica era assai più intensa, non era possibile col medesimo valore di R di produrre la compensazione nei due casi, senza dare nella prima misura un valore piccolissimo alla lunghezza del tratto MN del filo. In tale circostanza preferii non compensare la corrente primaria; notavo solamente la nuova posizione che essa dava al galvanometro e creando il campo magnetico ve lo riconducevo introducendo la corrente compensatrice.

In tal caso si aveva direttamente

$$x'-x=\frac{Er}{R}$$

Misura dell'intensità del campo magnetico.

13. Sia per avere un'idea della forza magnetica che produceva il fenomeno, sia per studiare l'influenza dell'intensità del campo sulla corrente galvanomagnetica, credetti opportuno di misurare, se non con grande precisione, almeno approssimativamente, l'intensità del campo suddetto nelle diverse esperienza da me eseguite [1].

[1] In queste misure magnetiche fui aiutato dallo studente di fisica sig. Antonio Umani.

Per ciò fare mi attenni al solito metodo dell'induzione, da me altra volta adoperato in misure consimili, e nel quale si può ottenere il rapporto fra l'intensità del campo fra i poli dell'elettrocalamita e la componente orizzontale del magnetismo terreste nel punto dove si fanno le misure, ciò che è sufficiente allo scopo.

Il rocchetto d'induzione, sul quale agiva l'elettrocalamita, era fatto di tre giri di filo di $4^{mm},12$ di raggio e poteva essere allontanato parallelamente a sè stesso fino a 60^{cm} circa di distanza dai poli, mediante una piccola disposizione facile ad immaginare.

L'induttore terrestre era un cerchio di Delezenne di 100 giri di filo e del raggio medio di 231^{mm}.

I due rocchetti erano riuniti mediante un circuito che conteneva una bussola di Wiedemann quasi completamente astatizzata, e resa molto lenta a deviare da un magnete compensatore.

La bussola era collocata a tale distanza dall'elettromagnete da non sentirne l'influenza, e lo smorzatore di essa era stato di molto allontanato.

Chiamando a ed a' le aree d'induzione del rocchettino e dell'induttore terrestre; d e d' le deviazioni impulsive che si avevano rispettivamente nella bussola quando veniva allontanato il rocchettino dall'elettromagnete e quando l'induttore terrestre collocato in un piano perpendicolare al meridiano magnetico girava di 180°; I l'intensità del campo magnetico da determinare, ed H la componente orizzontale del magnetismo terrestre si ha la relazione

$$I = \frac{2da'}{d'a} H$$

$\frac{a'}{a}$ nel mio caso era 104500.

Si fecero parecchie serie di misure nelle quali si alternavano le determinazioni di d e d' per correnti magnetizzanti varianti da 2 a 13 ampères, misurate con l'amperometro G (fig. 3).

Con l'insieme dei risultati, che, salvo qualche eccezione, dovuto forse ad errore di lettura, furono abbastanza concordanti si costruì una curva grafica dalla quale si ricavò una tabella di graduazione, che dava l'intensità del campo magnetico per ogni valore della corrente magnetizzante.

Come prima si è detto, la distanza fra i poli dell'elettrocalamita essendo rimasta rigorosamente costante in tutte le ricerche fatte, la tabella suddetta servì a far conoscere l'intensità del campo magnetico espresso in funzione di M, in tutte le esperienze nelle quali si notava l'intensità della corrente magnetizzante indicata dall'amperometro.

Cause di errore.

14. Dirò ora brevemente delle più importanti cause di errore che si potevano incorrere nelle mie misure e del modo come le evitai.

Prima di tutto bisognava eliminare l'influenza che l'elettromagnete poteva avere sul galvanometro. Essendo questo ad aghi astatici, bastò collocarlo a 15 metri di

distanza dall'elettrocalamita convenientemente orientata. Mi accertai con ripetute osservazioni che, a questa distanza, essa non aveva alcun'azione sul galvanometro; anzi dapprima avevo collocato i due strumenti a maggior distanza l'uno dall'altro e poi li ravvicinai a 15 metri per diminuire la resistenza del circuito magnetizzante. Anche l'azione del detto circuito era affatto insensibile sul galvanometro.

15. Altra causa di errore avrebbe potuto produrre nelle misure il magnetismo rimanente, poichè, nelle diverse determinazioni, la pila a bismuto rimaneva sempre fra i poli dell'elettrocalamita.

Però come potei accertarmi nella misura dei campi magnetici, il magnetismo residuo era tale da non potere influire in modo alcuno sul fenomeno in parola, che non era apprezzabile, se non in campi magnetici assai intensi.

16. Una condizione indispensabile per avere risultati esatti era un isolamento perfetto dei fili del circuito.

Quando l'isolamento non era completo, una piccola derivazione della corrente magnetizzante passava attraverso il galvanometro e, per la grande sensibilità di questo e la intensità notevole di quella, poteva dare una deviazione di parecchi millimetri della scala.

Mi accorsi di questo fatto nell'esaminare se, quando era chiuso il circuito B B' J' L M T (esclusa la pila a bismuto) si avesse una deviazione permanente evitando l'elettrocalamita. Trovai in tal caso che c'era una deviazione, tanto se il circuito suddetto era chiuso, quanto se era aperto, sebbene in questo caso di intensità diversa; nè poteva essere dovuto all'azione dell'elettrocalamita sugli aghi, perchè separando il galvanometro dal circuito la deviazione più non si osservava.

Per evitare tale causa di errore, distesi i fili del circuito, già isolati con seta, sopra tubi di gomma molto spessi: per interruttori e commutatori adoperai delle vaschette di vetro piene di mercurio immersi completamente nella paraffina; isolai il reostata a filo L che era teso su legno, mediante delle piastrelle d'ebanite, ed anche la pila compensatrice fu collocata sopra un disco di ebanite.

Mediante queste precauzioni riuscii ad eliminare completamente tale causa di errore, come potei accertarmene nel modo anzidetto.

Risultati.

17. Con le disposizioni sperimentali sopra descritte eseguii una estesa serie di esperienze con diversi elettrodi di bismuto, con diverse soluzioni, ed in circostanze diverse. Oltre le numerose misure preliminari, che servirono solamente a darmi i particolari qualitativi del fenomeno, ho eseguito circa 400 determinazioni per potere trovare le leggi che lo regolano.

Per non estendere di soverchio la mole del lavoro, riferirò soltanto le più importanti fra le esperienze fatte: quelle che non riporto sono soltanto determinazioni, che semplicemente confermano i fatti osservati, senza per nulla contradire le altre esperienze qui riferite.

Le diverse misure fatte successivamente nelle medesime circostanze riuscirono abbastanza concordanti fra di loro. Salvo qualche caso, nel quale il fenomeno da studiare era piccolissimo, od interveniva in esso qualche azione perturbatrice, le

differenze erano all'incirca del 5 %, e molte volte anche più piccole; risultato abbastanza soddisfacente per esperienze soggette, come queste, a tante cause di variazione.

18. Prima di passare all'esame dei risultati, descrivo gli elettrodi e le soluzioni impiegate:

Elettrodi I: cilindrici; altezza 32^{mm}; diametro 2^{mm}; bismuto chimicamente puro del Trommsdorff; ricavati da una lastra fusa.

Elettrodi II: stesso bismuto di I fuso nuovamente; altezza 56^{mm}, diametro $2^{mm},5$.

Elettrodi III: Bismuto commerciale; medesima preparazione; altezza 47^{mm}, diametro 3^{mm}.

Elettrodi IV: Bismuto puro del Trommsdorff al quale si aggiunge $\frac{1}{2000}$ di ferro; altezza 33^{mm}, diametro $2^{mm},5$.

Elettrodi V: tagliati dalla stessa lastra dalla quale erano stati ricavati gli elettrodi I altezza; 33^{mm}, diametro $2^{mm},5$.

Soluzione A: preparata sciogliendo il carbonato di bismuto nell'acido cloridrico nel modo sopra descritto (vedi § 6); conteneva, in 100^{cc}, $0^{gr},37$ di cloruro di bismuto e $2^{gr},15$ di acido cloridrico (1).

Soluzione B: stessa preparazione; conteneva in 100^{cc}, $0^{gr},22$ di cloruro di bismuto e $2^{gr},49$ di acido cloridrico.

Soluzione C: preparata allo stesso modo ma più concentrata; contiene in 100^{cc}, $7^{gr},79$ di cloruro di bismuto e $4^{gr},20$ di acido cloridrico.

Soluzione D: molto diluita; si prepara sciogliendo 20^{cc} di soluzione B in 200^{cc} di acqua e filtrando.

Soluzione E: anche molto diluita; preparata al modo di A; contiene a un dipresso la stessa quantità di cloruro di bismuto della soluzione D, ma una volta e mezzo circa di acido cloridrico.

Soluzione F: preparata diluendo con l'acqua l'acido cloridrico; contiene in 100^{cc} $9^{cg},47$ di HCl.

Soluzione G: preparata diluendo una parte della soluzione F in due parti d'acqua; contiene quindi in 100^{cc} .... $3^{g},16$ di HCl (2).

(1) Alcune delle analisi chimiche che occorsero sia per ricercare il ferro nelle soluzioni e negli elettrodi, sia per determinare la quantità di acido cloridrico e di bismuto che le prime contenevano furono fatte dal prof. A. Piccini, altre da me medesimo dietro le indicazioni del suddetto professore, al quale esterno qui i miei ringraziamenti.

La determinazione del cloro veniva fatta col nitrato d'argento; la determinazione del bismuto col metodo di Rose, pesando l'ossicloruro a 100°.

Malgrado fossero queste delle ricerche estranee alle mie abituali, potei acquistare in esse in breve una destrezza sufficiente per ottenere risultati attendibili.

Riporterò, come esempio, i valori seguenti di due analisi fatte per determinare l'acido cloridrico della soluzione F:

1ª det°. HCl cont°. in 5^{cc} di soluz. F $0^{gr},475$
2ª det°. HCl cont°. in 5^{cc} di soluz. F $0^{gr},472$

(2) Il carbonato di bismuto adoperato nelle diverse soluzioni era chimicamente puro del Trommsdorff; l'acido cloridrico, preparato dal prof. Piccini per le sue analisi, era purissimo. Nelle filtrazioni si adoperò carta Berzelius lavata all'acido cloridrico.

19. Nell'esposizione dei risultati per maggiore chiarezza non seguirò l'ordine con il quale le esperienze vennero fatte, ma bensì le raggrupperò secondo le conclusioni che si ricavano dalle medesime.

Quando le misure vennero fatte con l'apparecchio disegnato nelle fig. 2 e 3, le forze elettromotrici sono esposte in funzione di M. (vedi § 8). Quando l'esperienze sono fatte con l'apparecchio, fig. 4 e fig. 5, esse sono espresse in milionesimi di Daniell che indicherò con ε. Quando poi si adoperò il galvanometro come bussola delle tangenti la f. e. m. è espressa in funzione delle divisioni della scala (millimetri) la quale nel mio galvanometro era 2^m circa distante dallo specchio.

Le intensità del campo magnetico sono espresse in funzione della componente orizzontale H del magnetismo terrestre.

Nel caso in cui i risultati trascritti risultano come media di diverse misure, allato ai valori si trovano, racchiuse in parentesi, due cifre; la prima indica il numero dell'esperienza e la seconda la differenza massima fra le diverse esperienze e la media riferite a questa.

20. Vengo ora all'esposizione dei fatti osservati.

La corrente galvanomagnetica è indipendente, sia dal senso che dalla intensità della corrente primaria, che si ottiene immergendo gli elettrodi nel liquido. Qualunque sia la direzione della corrente primaria, la corrente galvanomagnetica nel liquido va dal bismuto non magnetico al magnetico.

Riporto, come esempio, alcune determinazioni.

I.

Elettrodi I; Soluzione A; I = 68,900H

Corr. primaria	Corr. gmg.
87^{mm}	65^{mm}
71	71
61	66,5
41	68
36,5	65,5

II.

Elettrodi I; Soluz. A; I = 50,200H

Corr. primaria	Corr. gmg.
— 1^{mm}	40^{mm}
7	39
15	33
32	36
40	35

III.

Elettrodi I; Soluz. A; I = 50,200H

Corr. primaria	Corr. gmg.
16^{mm}	30^{mm}
12	30
— 32	32
30	34

IV.

Elettrodi II; Soluz. B; I = 66,200H

Corr. primaria	Corr. gmg.
— 36^{mm}	41^{mm}
40	42
52	44
Dopo qualche minuto nel quale il circuito è rimasto chiuso	
133	42
132	42
131	42

V.

Elettrodi II; Soluz. B; I = 81,500H

F. e. m. prim.	F. e. m. gmg.	
400^{s}	198^{s}	[3 ± 0,3%]
251	200	[3, ± 3%]
311	192	[4, ± 1%]

VI.

Elettrodi II; Soluz. C; I = 81,500H

F. e. m. prim.	F. e. m. gmg.
208^{s}	78^{s}
— 373	77

I valori registrati nella tabella II mostrano che la corrente galvanomagnetica si manifesta anche quando la corrente primaria è nulla.

L'indipendenza della corrente primaria dalla galvanomagnetica, dimostra che questa non può essere attribuita ad una variazione di resistenza del circuito, prodotta dal magnetismo, ma deve essere generata da una vera e propria forza elettromotrice. Qualunque variazione di resistenza elettrica del resto non potrebbe influire che pochissimo, a causa di quella molto grande del galvanometro che era di 8000^{ohm} circa.

21. *Invertendo la direzione del campo magnetico, la direzione della corrente galvanomagnetica non muta: la sua intensità qualche volta varia, qualche altra volta rimane costante.*

Per invertire la direzione del campo si adoperava il commutatore dell'elettrocalamita che non è disegnato nelle figure; e si facevano le misure alternativamente nelle due direzioni.

La tabella II e III, mostrano già questo fatto, poichè esse appartengono ad una stessa serie di misure, fatte variando alternativamente la direzione del campo. Prima si fecero le prime 2 misure della tabella II, poi le 5 misure della III, ed infine le ultime due misure della tabella II.

Prendendo la media si ha:

Direz. I	37^{m}
Direz. II	31^{m},5

cifre che ci mostrano una differenza sensibile.

Riporto qui appresso alcune altre misure dove si ebbe anche una differenza.

VII.

Elettrodi II; Soluz. B; I = 68,900H

	F. e. m. gmg.	
Direz. I	0,11^{M}	[3, ± 3%]
Direz. II	0,10	[3, ± 4%]

VIII.

	F. e. m. gmg.	
Direz. I	189^{s}	[5, ± 2%]
Direz. II	197	[5, ± 2%]

IX.

Elettrodi II; Soluz. C; I = 81,500H

	Corr. gmg.	
Direz. I	89^{mm}	[2, ± 3%]
Direz. II	78	[3, ± 6%]

In altre misure, delle quali riporto qui sotto qualche esempio, la direzione del campo non mostrò alcuna influenza.

X.

Elettrodi I; Soluz. A; I = 68,900H

	Corr. gmg.	
Direz. I	131^{mm}	[3, ± 1%]
Direz. II	132	[3, ± 4%]

XI.

Elettrodi II; Soluz. C; I = 81,500H

	Corr. gmg.	
Direz. I	119^{mm}	[2, ± 0,9%]
Direz. II	116	[2, ± 1%]

Queste variazioni della forza elettromotrice galvanomagnetica si possono spiegare con la differenza di simmetria fra le diverse parti degli elettrodi che nelle varie esperienze potevano essere orientati diversamente rispetto ai poli dell'elettrocalamita.

Ho dimostrato che un fatto simile avviene nelle variazioni del potere termoelettrico del bismuto per effetto del magnetismo: anche in tal caso la direzione del campo influiva non sulla direzione ma sull'intensità di detta variazione.

22. *La forza elettromotrice galvanomagnetica varia col variare degli elettrodi e della soluzione. Coi medesimi elettrodi e con la medesima soluzione, varia col tempo trascorso dalla immersione.*

Salvo qualche raro caso, nel quale evidentemente una causa estranea ha disturbato il fenomeno, le soluzioni contenenti cloruro di bismuto hanno mostrato il seguente andamento: al momento della immersione la forza elettromotrice galvanomagnetica è molto più piccola di quella finale, dopo qualche ora è notevolmente più grande; 10 o 15 ore dopo l'immersione essa raggiunge il suo valore massimo, e poscia rimane costante. Togliendo gli elettrodi dal liquido e rimettendoli, dopo averli ripuliti, essa ripassa sensibilmente per i medesimi valori di prima.

Riporto qui appresso alcune serie di misure che dimostrano questi fatti.

XII.

Elettrodi II; Soluz. B; I = 81,500H

Tempo trascorso dall'immersione	F. e. m. gmg.	
1^h	200^s	[3, ± 3%]
26	769	
29	838	[4, ± 1%]

XIII.

Elettrodi II; Soluz. C; I = 81,500H

T. trascorso dall'immers.	F. e. m. gmg.	
0^h. 5^m	47^s	[3, ± 9%] (1)
0. 35	124	[3, ± 1%]
1. 10	162	[3, ± 2%]
19. 0	240	[3, ± 0,3%]
26. 50	218	[2, ± 0%]
31. 30	238	[3, ± 0%]

(1) Le discordanze fra i diversi valori più notevoli in questa misura, che nelle altre successive, sono dovute alla variazione della corrente primaria, che come si è detto varia rapidamente al momento dell'immersione.

XIV.

Elettrodi II ; Soluz. C

T. trascorso dall' immers.	F. e. m. gmg.		I
1h	135s	[2, ± 0°/₀]	73700H
22	256	[2, ± 1°/₀]	81500H

XV.

Elett. III ; Soluz. C ; I = 81,500H [2]

Tempo trascorso dall' immersione	F. e. m. gmg.
0h. 5m	21s
19. 30	64
20.	75
22. 40	74
24. 30	64
47.	70
47. 10	72
47. 30	78

XVI.

Elett. III ; Soluz. C ; I = 81,500H [1]

T. trascorso dall' immers.	F. e. m. gmg.	
0h. 5m	41s	[2, ± 10°/₀]
20.	106	[3, ± 5°/₀]
22.	96	[2, ± 4°/₀]
43.	151	[2, ± 0,6°/₀]
64.	143	[3, ± 2°/₀]

Si vede che, salvo piccole irregolarità che si comprendono facilmente in esperienze così delicate e soggette a tante cause di errore, l'andamento del fenomeno è nettamente delineato nelle tabelle sopra riportate.

23. Parmi che l'aumento della forza elettromotrice galvanomagnetica che ha luogo nelle soluzioni contenenti cloruro di bismuto, sia da attribuirsi alle impurità che contengono gli elettrodi di bismuto, anche perfettamente ripuliti, od anche ai gas aderenti ai medesimi, impurità e gas che si vanno lentamente sciogliendo nell'acido cloridrico, lasciando dopo qualche tempo a contatto della soluzione la superficie perfettamente netta del bismuto.

Il fatto che, quando la corrente galvanomagnetica è piccola, la corrente primaria è molto intensa e variabile, e poi va lentamente decrescendo, e l'altro che nelle esperienze preliminari quando non ripulivo perfettamente bene gli elettrodi la corrente primaria era grandemente variabile, parmi confermino questo modo di vedere.

Sembra adunque evidente che, come misura del fenomeno in parola, per le soluzioni contenenti cloruro di bismuto, si debba prendere la media delle determinazioni fatte quando la corrente galvanomagnetica diventava costante.

[1] Le oscillazioni che presentano i valori di questa serie a partire da 20 ore dopo l'immersione sono dovute agli errori inevitabili di osservazione, poichè con gli elettrodi III la corrente galvanomagnetica era molto piccola.

Ammesso ciò possiamo riassumere le osservazioni precedenti nella seguente tabella.

XVII.

Elettrodi	Soluzione	F. e. m. gmg.
II	B	803ᵍ
II	C	238
III	C	71
III'	C	147

Da essa risulta che la f. e. m. galvanomagnetica dipende moltissimo dalla natura degli elettrodi ed anche da quella della soluzione.

24. La soluzione F, che non conteneva cloruro di bismuto, mostrò un comportamento diverso dalle altre.

Al momento dell'immersione diede dei valori grandissimi della forza elettromotrice galvanomagnetica, che però non si potevano misurare per la grande variabilità della corrente primaria. Questi valori poi andavano continuamente decrescendo dapprima rapidamente e poscia più lentamente.

Riporto qui appresso una serie fatta con la detta soluzione. Per la causa sopra accennata non si poterono fare delle misure attendibili prima che fossero trascorse ventiquattro ore dall'immersione.

XVIII.

Elettrodi II; Soluzione F; I = 81,500H

Tempo trascorso dall'immersione	F. e. m. gmg.	
24^h.	2304ᵍ	[3, ± 5%]
27. 30^m	1600	[2, ± 3%]
29.	988	[2, ± 2%]
46.	781	[3, ± 5%]

Con la soluzione G, che come la F, non conteneva cloruro di bismuto, ma che era più diluita, si ebbero dei valori sensibilmente costanti a partire da 3 ore dopo l'immersione.

La media di sette misure abbastanza concordanti diede:

XIX.

Elettrodi II; Soluzione G; I = 81,500H

F. e. m. gmg. 864ᵍ [7, ± 3%]

Il comportamento della soluzione F, diverso dalle altre, parmi debba attribuirsi a questo che essa attacava il bismuto e quindi intorno agli elettrodi si formava uno strato di soluzione di cloruro di bismuto sul quale, come si è visto, il magnetismo esercita un'azione più piccola che non sull'acido cloridrico. È molto probabile che al

momento dell'immersione degli elettrodi la corrente galvanomagnetica sia di gran lunga maggiore del più grande dei valori della tabella XVIII, però, come si è detto, la grande variabilità della corrente primaria impediva di poter fare delle misure.

Per confermare una tale spiegazione ho voluto esaminare se effettivamente la soluzione F; attaccasse il bismuto, come appariva dall'esame degli elettrodi, la cui superficie dopo un certo tempo cessava di essere speculare per prendere un aspetto cristallino molto caratteristico. Diluendo molto con acqua una certa quantità della soluzione F, dopo che era stata per 48 ore a contatto di uno degli elettrodi di bismuto, e guardandola attraverso un lungo tubo sopra un foglio di carta nera, potei osservare che si era formato il precipitato di ossicloruro di bismuto in quantità, bensì piccola, ma nettamente apprezzabile. Questa reazione, eseguita in tal modo, è estremamente sensibile, e certamente la quantità di bismuto disciolta era assolutamente imponderabile: il cloruro di bismuto però poteva formare intorno agli elettrodi uno strato bastante a far diminuire l'intensità della corrente galvanomagnetica.

25. Scuotendo l'elettrodo di bismuto che si trova nel campo magnetico, in modo da agitare il liquido attorno ad esso, si osservavano due effetti distinti. Se l'agitazione era piccola, e tale da non far variare sensibilmente la parte di bismuto immersa nel liquido, si aveva una variazione intensa, ma istantanea, della corrente primaria, che ritornava immediatamente a un dipresso al valore primitivo; in tal caso la corrente galvanomagnetica non subiva influenza sensibile.

Riporto qui sotto un esempio:

XX.

Elettrodi II; Soluzione B; I = 81,500H

	F. e. m. prim.	F. e. m. gmg.	
Prima dell'agitazione.	+ 311^{s}	192^{s}	[4, ± 1%]
Dopo l'agitazione che produce un aumento della corrente primaria intenso ma di brevissima durata	320	187	

Quando poi l'agitazione era relativamente forte e produceva una variazione permanente [1] della corrente primaria, influiva pure sulla corrente galvanomagnetica producendo una diminuzione della medesima.

Riporto qui appresso un esempio:

XXI.

Elettrodi II; Soluzione B; I = 81,500

	F. e. m. primaria	F. e. m. gmg.	
Prima dell'agitazione	+ 533^{s}	838^{s}	[3, ± 1%]
Dopo l'agitazione. .	2400	560	[2, ± 0%]

Da questi risultati si scorge che era necessario evitare durante le esperienze qualunque movimento del liquido. Perciò, nelle serie di misure da me fatte, si badava

[1] Questa variazione sembra dovuta all'immersione nel liquido di uno strato della superficie degli elettrodi che prima era esposta all'aria.

moltissimo a non scuotere l'apparecchio durante tutta la serie. Le ripetute osservazioni mi accertarono che l'influenza dell'agitazione sulla corrente galvanomagnetica, anche nel secondo caso qui considerato, era transitoria e dopo alcune ore essa ritornava al valore primitivo. Ciò non ostante però l'esperienze per istudiare l'effetto dell'agitazione venivano fatte alla fine di ogni serie, e quando tutte le altre particolarità dei fenomeni erano state determinate.

26. Oltre alle ricerche già esposte, ne ho fatto delle altre con soluzioni molto diluite. Ho cimentato le soluzioni D ed E: come si è detto esse contenevano una quantità molto piccola di cloruro di bismuto, ed eguale a un dipresso in entrambe; la E però era più ricca di acido cloridrico che non la D.

Queste soluzioni presentavano un comportamento diverso dalle altre. In esse la corrente primaria invece di diminuire andava aumentando dopo l'immersione; l'aumento era molto più rapido nella soluzione D che nella E, ma disturbava in entrambe le misure della corrente galvanomagnetica.

Attribuisco ciò alla formazione di uno strato bruno che si produceva intorno agli elettrodi, e che aderiva fortemente ad essi. Questo strato, che era solubile nell'acido cloridrico, non si osservava affatto nelle soluzioni più concentrate.

A causa di questo fenomeno non potei fare delle misure molto esatte della corrente galvanomagnetica; potei però costatare nettamente che essa esisteva, che aveva sempre la solita direzione, e che era di intensità non molto differente da quella ottenuta con le altre soluzioni di cloruro di bismuto. Per osservarla nettamente bisognava operare immediatamente dopo l'immersione del bismuto, prima che lo strato bruno avesse avuto tempo di formarsi.

27. Un altro fatto, che è in certo modo rilegato con quello ora descritto, si è che la corrente galvanomagnetica diminuiva moltissimo fin quasi a scomparire, se si toglievano gli elettrodi dalla soluzione, e, dopo averli lasciati qualche minuto in contatto dell'aria, si rimettevano nuovamente nel liquido. Lavandoli con acido cloridrico caldo essa ritornava al valore primitivo.

Riporto qui sotto una serie di misure che dimostra questo fatto.

XXII.

Elettrodi I; Soluzione A; I = 68,900H

	F. e. m. gmg.	
Dopo l'immersione	0,11^{M}	[3, ± 4%]
Estratti gli elettrodi, esposti all'aria per 5^{m} ed immersi nuovamente	0,02	[2, ± 0%]
Lavati con HCl come al principio ed immersi nuovamente	0,11	[2, ± 3%]

Certamente in queste misure avrà potuto influire l'agitazione del liquido, che non si poteva evitare nel togliere le lamine dallo stesso e poscia rimettervele: però la quasi completa disparizione della corrente galvanomagnetica nella seconda misura, io credo si debba attribuire a qualche alterazione che la superficie del bismuto, bagnata dal liquido, subisce in contatto dell'aria.

28. Ho eseguito infine alcune esperienze immergendo gli elettrodi di bismuto nell'acqua distillata. Non potei osservare in tal caso, in modo netto, la corrente galvanomagnetica, ma bisogna però confessare che la resistenza del tubo pieno di acqua distillata era enorme e quindi l'apparecchio poco sensibile.

29. Feci alcune serie di misure nelle quali facevo variare l'intensità del campo, e misuravo l'intensità f. e. m. della corrente galvanomagnetica risultante.

Riporto qui appresso i risultati ottenuti.

XXIII.

Elettrodi I; Soluzione A

I	Corrente gmg.	
17,200H	7^{mm}	[2 ± 10%]
46,200	32	
51,900	58	
55,500	68	

XXIV.

Elettrodi II; Soluzione B

I	Corrente gmg.	
17,200H	2^{mm}	[3, ± 12%]
34,100	9	[3, ± 10%]
50,200	31	[3, ± 3%]
62,000	55	
63,500	57,5	
64,800	61,5	
73,700	90	[3, ± 5%]
82,300	148	[3, ± 2%]

XXV.

Elettrodi II; Soluzione B

I	F. e. m. gmg.	
17,200H	$5,8^{s}$	[2, ± 6%]
34,100	22	[5, ± 7%]
50,200	65	[4, ± 2%]

In queste misure le determinazioni fatte con campi magnetici poco intensi riuscirono alquanto discordanti, ciò che si comprende facilmente, avuto riguardo alla poca entità del fenomeno. Esse però sono sufficienti ad indicare come la corrente galvanomagnetica varia coll'intensità del campo.

Nella fig. 6 le curve 1, 2, 3, rappresentano graficamente le tabelle XXIII, XXIV e XXV; per le curve 1 e 2, le ordinate rappresentano la deviazione in millimetri del galvanometro; per la curva 3, rappresentano le forze elettromotrici espresse in milionesimi di Daniell, misurate con la medesima unità lineare.

Le tre curve, che, quantunque non paragonabili fra di loro, hanno il medesimo andamento, ci indicano che la corrente galvanomagnetica cresce dapprima lentamente, poi molto rapidamente con l'aumentare dell'intensità del campo.

Ricerche sulla natura della corrente galvanomagnetica.

30. È da osservare anzitutto che nè la spiegazione data dal Rowland, nè quella di Nichols e Franklin per lo stesso fenomeno nel ferro, sono applicabili al bismuto. Oltrechè le azioni alle quali si riferiscono i detti sperimentatori devono essere

perfettamente insensibili nel bismuto, si oppone anche la direzione osservata della corrente. Difatti il bismuto essendo diamagnetico, secondo la spiegazione del Rowland dovrebbe essere attaccato più facilmente dai reagenti chimici quando vien posto in un campo magnetico e quindi la corrente dovrebbe andare nel liquido dal metallo magnetico al non magnetico, mentre l'esperienza dimostra che avviene precisamente il contrario.

Applicando invece la teoria di Nichols e Franklin, dovremmo avere invece una corrente di direzione variabile nelle diverse esperienze, come quelle che i detti sperimentatori osservavano nel ferro, quando sperimentavano in condizioni simili alle mie.

Ed oltre ciò è impossibile ammettere che il magnetismo indotto nel bismuto (che, se pure esiste, è estremamente piccolo) possa esercitare un'azione apprezzabile sopra una dissoluzione che è pochissimo diamagnetica.

Possiamo dunque concludere che nè l'una nè l'altra delle spiegazioni date per i fatti osservati nel ferro, sono applicabili per quelli che avvengono nel bismuto.

31. Una prima quistione che esaminai fu di vedere se i risultati delle mie esperienze potessero essere attribuiti a traccie di ferro esistenti, sia negli elettrodi sia nelle soluzioni; quantunque ciò mi sembrasse poco verosimile.

Sottoposto ad analisi sia il bismuto, sia alcune dissoluzioni adoperate, si vide che contenevano delle traccie piccolissime di ferro che, insensibili alla reazione del ferrocianuro, erano solamente apprezzabili col solfocianato. Come è noto, questo reattivo svela traccie così minime di ferro, che la reazione osservata non depone contro la purezza delle sostanze da me adoperate. In tali proporzioni il ferro non poteva certamente avere influenza sensibile sul fenomeno, però per maggior sicurezza credetti opportuno di convincermene con esperienze dirette.

Eliminare il ferro che il bismuto conteneva in così minima quantità sarebbe stato estremamente difficile, per non dire impossibile. Onde pensai di aggiungere del ferro, sì al bismuto che alla soluzione, per esaminare se si ottenesse in tale caso un aumento considerevole della corrente galvanomagnetica, come avrebbe dovuto accadere se questa fosse dovuta al ferro.

1° Aggiungendo nella soluzione A contenuta nel solito tubo alcune goccie di soluzione concentrata di cloruro di ferro, cioè una quantità di gran lunga superiore a quella che l'analisi aveva dimostrato che essa conteneva, invece di un aumento, si ottenne una diminuzione della corrente galvanomagnetica.

2° Preparai gli elettrodi IV col bismuto puro del Trommsdorff, aggiungendovi nel fonderlo $\frac{1}{2000}$ di ferro ridotto dall'idrogeno, del quale buona parte si unì al medesimo, come mi accertai con una nuova analisi del composto così ottenuto, che dava col solfocianato una colorazione senza paragone più intensa di quella avuta prima col bismuto puro.

Questi elettrodi immersi nella soluzione C, diedero a un dipresso i medesimi risultati degli altri, solamente le misure riuscirono più discordanti perchè la corrente primaria era variabilissima senza dubbio a causa della eterogeneità del metallo.

Riporto qui appresso le misure fatte.

XXVI.

Elettrodi IV; Soluzione C

I	Tempo trascorso dall'immersione	F. e. m. gmg.
71400H	$0^h. 5^m$	83^s
81500	3. 45	326
81500	23. 0	261
81500	23. 5	203

La media delle tre ultime misure 263 non differisce molto da quella 238 riportata nella tabella XVII relativa agli elettrodi II ed alla medesima soluzione. La differenza invece che si osserva nella detta tabella fra la f.e.m. gmg. negli elettrodi II e III è molto più grande, mentre l'analisi dimostrò contenere a un dipresso la medesima piccolissima quantità di ferro.

Sembra adunque che la presenza di traccie di ferro, sì negli elettrodi che nella soluzione, non influisca sulla corrente galvanomagnetica, e che a più forte ragione essa non possa essere la causa della medesima.

32. Si potrebbe attribuire il fenomeno in parola a correnti termoelettriche prodotte sia dalle variazioni di temperatura dell'ambiente, sia dal riscaldamento occasionato dalla corrente magnetizzante; o infine a variazioni di correnti termoelettriche preesistenti dovute all'influenza del magnetismo sul potere termoelettrico del bismuto. Un attento esame della quistione mi dimostrò che nè l'una nè l'altra spiegazione erano accettabili. Prima di tutto bisogna notare che la forte resistenza della coppia a bismuto, con alcune soluzioni di circa 400^{ohm}, e con altre soluzioni ancora più grandi, doveva rendere sensibili le correnti termoelettriche, se pure si producevano, attraverso il liquido: poi che le esperienze furono fatte nelle cantine, dove le oscillazioni diurne di temperatura sono insensibili e dove gli apparecchi erano al riparo di correnti d'aria, sicchè si poteva ritenere che i due elettrodi avevano rigorosamente la stessa temperatura.

Per quel che riguarda il riscaldamento dovuto alla corrente magnetizzante, per la piccola durata della medesima, esso era completamente trascurabile. In alcune esperienze fatte per misurare la dilatazione del bismuto in un campo magnetico, ho potuto accertarmi, che il riscaldamento in parola, costatato anche con mezzi delicatissimi, si manifesta solo parecchi minuti dopo la chiusura della corrente magnetizzante e che, chiudendo la corrente solo per uno o due minuti non si aveva riscaldamento apprezzabile. Ora nelle mie misure la corrente galvanomagnetica compariva non appena si produceva il campo magnetico e scompariva subito dopo che l'azione del magnetismo cessava.

Essa dunque non può in alcun modo attribuirsi a correnti termoelettriche. Forse se si fosse prolungata l'azione del campo magnetico queste avrebbero potuto rendersi avvertibili, ma in tal caso le variazioni della corrente primaria avrebbero cagionato ben più gravi cause di errore.

33. Esclusa quindi tale spiegazione cercai di esaminare se alla dissimmetria del tubo potesse in alcun modo attribuirsi il fenomeno osservato. Sostituii al tubo della fig. 1 un altro della stessa forma, ma molto più corto ed avente in tutte le sue parti lo stesso diametro di 5^{mm} circa. Cimentando con questo tubo gli elettrodi I, e la soluziene A, osservai la corrente galvanomagnetica, come con l'altro tubo, e diretta sempre nel solito senso.

34. Infine, quando avevo già quasi esaurito le ricerche che ho qui descritto, mi venne in mente di studiare se a causa del magnetismo avvenivano dei movimenti nel liquido diamagnetico e se questi potevano avere influenza sulla corrente galvanomagnetica. Guardando ad occhio nudo la superficie del liquido nel tubo della fig. 1 quando si produceva il campo magnetico, non si poteva scorgere alcun movimento, ma se si adoperava un microscopio, munito di oculare micrometrico si osservava un piccolo abbassamento del livello del liquido.

Sebbene tale azione piccolissima sembrasse non poter influire sulla corrente galvanomagnetica pure cercai a riprodurla indipendentemente dal campo magnetico per poterne studiare gli effetti galvanici.

Per ciò fare costrussi l'apparecchio molto semplice ch'è disegnato nella fig. 7: BB′ è un tubo ad U i di cui lati, di diametro diverso fra di loro, hanno rispettivamente la stessa sezione del tubo della fig. 1; *m* ed *n* sono gli elettrodi II immersi in una delle soluzioni e riuniti come prima all'apparecchio per la misura delle forze elettromotrici disegnato nella fig. 5. In A è un turacciolo ad un foro, riunito mediante un tubo di gomma con il turacciolo a tre fori di un pallone C, di due litri circa di capacità. Questo pallone contiene una piccola quantità di acqua in cui pesca il tubo LMNF, del quale i tratti LM ed NF sono di vetro ed il rimanente è di gomma; esso termina in *f* in punta molto affilata e può venir chiuso in *r* mediante una pinzetta. Un tubo *t*, che si può chiudere mediante una pinzetta simile *r′*, serve a mettere il pallone in comunicazione con l'atmosfera.

Con questo apparecchio, chiudendo *r′* ed aprendo *r* per fare uscire alcune goccie di acqua, si poteva ottenere un piccolo abbassamento del liquido intorno all'elettrodo *n* come nel caso del magnetismo. Aprendo *r* il liquido riprendeva la posizione primitiva.

Operando in tal modo costatai che effettivamente l'abbassamento di livello del liquido intorno all'elettrodo *n* produceva una corrente nella stessa direzione della corrente galvanomagnetica, e che, ristabilendo il livello del liquido alla posizione primitiva, il galvanometro ritornava lentamente a un dipresso pure nella posizione primitiva.

Però questa corrente non si manifestava subito dopo lo spostamento del livello del liquido, come accadeva per la corrente galvanomagnetica, che si osservava appena prodotto il campo, e cessava quasi completamente, appena cessata l'azione del magnetismo. Essa richiedeva alcuni secondi di tempo per comparire, raggiungeva lentamente un massimo e poi, quando si rimetteva il livello del liquido alla posizione primitiva, scompariva ancora più lentamente di come era apparsa.

35. Queste esperienze dimostrarono che lo spostamento di livello del liquido avea un'influenza nella produzione della corrente galvanomagnetica, onde credetti necessario studiare particolareggiatamente il detto fenomeno e farne delle misure accurate.

L'apparecchio che ora ho descritto presentava però due inconvenienti quando si trattava di fare delle determinazioni precise: 1° la chiusura delle pinzette r e r' e la riapertura delle medesime, facevano variare la pressione in c indipendentemente dall'acqua che si faceva effluire in f, e tali variazioni erano poco costanti ed irregolari; 2° nel tempo di un'esperienza, le variazioni di temperatura prodotte forse dalla vicinanza dell'operatore facevano variare la detta pressione e quindi il livello del liquido in n oscillava alquanto.

Per avere risultati più precisi costruii l'apparecchio disegnato nella fig. 8 che corrispose bene allo scopo. Il tubo BB', nel quale si immergevano i due elettrodi, è fissato ad una tavoletta di legno L girevole attorno ad un asse formato da due punte f, che appoggiavano sopra due piccole lastre di ottone ll, formanti unico piano come si osserva meglio nella fig. 9, che rappresenta l'apparecchio veduto di profilo. La rotazione era regolata da un'asta rigida bb, sostenuta da un lungo filo metallico dd, teso da un peso costante P. Il filo dd, dopo aver passato sopra una gola fissa e rigida G, si avvolgeva nell'elica di una vite v di un centimetro circa di diametro, la testa della quale portava un lungo indice I scorrente sopra una graduazione D.

Girando la vite v si poteva sollevare il tubo B e quindi anche l'elettrodo di bismuto rispetto alla superficie del liquido, che era in uno stesso piano orizzontale con l'asse di rotazione. La distanza della punta f agli elettrodi m ed n era regolata in modo che assieme all'abbassamento del liquido in B si avesse anche un piccolissimo innalzamento in B, nella stessa proporzione che avveniva negli spostamenti prodotti dal campo magnetico, tenuto conto delle sezioni dei due lati verticali del tubo della fig. 1.

36. Cominciai anzitutto dal verificare se quest'apparecchio desse risultati concordanti, cioè se ad uno stesso spostamento dell'indice I corrispondesse sempre lo stesso abbassamento del liquido, e vidi che ciò avveniva in modo piuttosto soddisfacente [1]. L'apparecchio era quindi in buone condizioni per funzionare regolarmente. Per determinare con esso la forza elettromotrice della corrente che si aveva per un determinato abbassamento del liquido, per poi confrontarla con quella della corrente galvanomagnetica, si cominciava dal collocare in B, a pochi millimetri di distanza dal livello del liquido, una punta molto acuta di acciaio, e si misuravano, con un oculare micrometrico, la distanza fra la punta ed il centro del menisco del liquido, quando l'indice della graduazione era a zero, e le variazioni di questa distanza per due determinati spostamenti dell'indice. Quindi s'immergevano gli elettrodi di bismuto nel liquido, e si determinava la corrente prodotta da spostamenti dell'indice eguali a quelli di prima, facendo parecchie serie di misure a diversi intervalli di tempo dall'immersione.

Le misure elettriche si facevano con lo stesso metodo adoperato nel corso della corrente galvanomagnetica; solamente, qui, siccome il fenomeno si produceva molto più lentamente, si attendeva, dopo spostato l'indice, che la corrente dovuta a questo spostamento raggiungesse il massimo di intensità.

Quando si smontava l'apparecchio per cambiare la soluzione, occorreva fare

[1] Questa verifica venne fatta con la punta di acciaio, appresso descritta.

nuovamente delle misure con la punta di acciaio, poichè quando si rimetteva a posto l'apparecchio già smontato, ad uno stesso spostamento dell'indice corrispondevano valori alquanto diversi dell'abbassamento del menisco, mentre quando non si spostava l'apparecchio si avevano sempre i medesimi valori.

37. Riporto qui sotto due serie di misure dell'abbassamento del menisco, per mostrare la concordanza rimarchevole nei diversi valori di una stessa serie, e le differenze che si avevano da una serie all'altra, quando si smontava e rimontava l'apparecchio.

Nella prima colonna (A) sono registrati gli spostamenti dell'indice, espressi in divisioni della graduazione D; nella seconda (B) lo spostamento del livello del liquido, espresso in giri del tamburo dell'oculare micrometrico; nella terza (C) lo spostamento medio ridotto in millimetri per mezzo di un metro campione, collocato alla stessa distanza dall'oculare micrometrico, che si aveva per la punta [1].

XXVII.

Soluzione G

A	B (giri)	C (mm)
da 0 a 20^d	0.60 0.61	0,25
da 0 a 40	1.00 0.93	0,40
da 0 a 60	1.43 1.44	0,59
da 0 a 80	1.93 1.96	0,80

XXVIII.

Soluzione C

A	B (giri)	C (mm)
da 0 a 20^d	0.50 0.49	0,21
da 0 a 40	1.02 1.01	0,42
da 0 a 60	1.50 1.52	0,62

Nello studio della corrente di spostamento cimentai le soluzioni C, F e G che erano le sole che io avevo disponibili quando feci queste ricerche, le altre avendole già esaurite nello studio della corrente galvanomagnetica. Feci diverse serie di misure, determinando in ogni serie gli spostamenti del liquido mediante tabelle simili alle due già riportate: le forze elettromotrici erano determinate col solito metodo.

[1] Se invece di misurare l'abbassamento di livello del liquido per mezzo della punta, si determinava direttamente sull'elettrodo immerso, segnando un tratto sottile sulla parte sporgente di esso, e poi misurando la distanza fra questo e l'estremo superiore della curva del menisco intorno all'elettrodo, quando l'indice era a zero, e le variazioni di essa per un determinato spostamento dell'indice, si avevano a un dipresso i medesimi valori delle determinazioni fatte per mezzo della punta. Solamente i risultati erano alquanto più discordanti per la difficoltà di collimare esattamente l'estremità del menisco. Però essi servono a dimostrare che nell'abbassarsi il liquido si spostava intorno all'elettrodo, senza che il menisco variasse sensibilmente di curvatura.

Riporto qui appresso i risultati ottenuti:

XXIX.

Elettrodi II; Soluzione C.

Tempo trascorso dall'immersione	Spostamento del liquido	F. e. m.
	mm	
2 ore	0,21	134ˢ
"	0,42	288
"	0,62	499
6 ore	0,42	282
"	0,62	499
30 ore	0,21	140
"	0,42	320

XXXI.

Elettrodi II; Soluzione G. (¹)
3 ore dopo l'immersione.

Spostamento del liquido	F. e. m.
mm	
0,22	105ˢ
0,41	262
0,70	550

XXX.

Elettrodi II; Soluzione G.

Tempo trascorso dall'immersione	Spostamento del liquido	F e. m.
	mm	
3 ore	0,12	78ˢ
10 ore	0,12	72

XXXII.

Elettrodi II; Soluzione G.
48 ore dopo l'immersione.

Spostamento del liquido	F. e. m.	
mm		
0,25	288ˢ	[2, ± 0°/₀]
0,40	614	[2, ± 5°/₀]
0,59	979	[2, ± 3°/₀]

XXXIII.

Elettrodi II; Soluzione F.

Tempo trascorso dall'immersione	Spostamento del liquido	Forza e. m.
	mm	
1 ora (²)	0,16 [3, ± 2°/₀]	204ˢ
"	0,34 [3, ± 2°/₀]	670
3 ore (²)	0,34	592
20 ore	0,16	213
"	0,34	470
26 ore	0,16	128
"	0,34	299
46 ore	0,16	128
"	0,34	256

(¹) Dopo ogni serie gli elettrodi venivano tolti dal liquido, e nella nuova immersione, ripuliti come quando si sperimentava sulla corrente galvanomagnetica.

(²) Le misure fatte 1 ora e 3 ore dopo l'immersione, sono alquanto incerte per la ragione accennata quando si parlò delle misure della corrente galvanomagnetica fatte con la soluzione F però 20 ore dopo l'immersione ed in seguito, si poterono fare le determinazioni in condizioni soddisfacenti.

La rottura degli elettrodi II che avevano già resistito a tante prove m' impedì di continuare oltre in queste esperienze. Le misure già fatte bastono però a darci una nozione sicura della grandezza della forza elettromotrice, che produce la corrente per un dato spostamento.

38. Non insisto in questo lavoro sui particolari di questo curioso fenomeno: mi riservo di farne oggetto in seguito di uno studio separato. Solamente riferirò che una simile corrente diretta nel solito senso ho constatato anche col rame nel solfato di rame e col platino nella soluzione F, sebbene in entrambi i casi fosse d' intensità molto più piccola, e più difficilmente misurabile a causa delle perturbazioni che si avevano.

La corrente prodotta dall'agitazione del liquido che, come avevo già visto col bismuto, quando l'agitazione è piccola e non modifica la parte immersa dell'elettrodo, è di brevissima durata, si manifestava nel rame con maggiore intensità, sicchè aveva anche luogo, sebbene debole, quando si abbassava il livello del liquido un po' rapidamente. Per distinguere perciò le due azioni bisognava spostare il liquido lentamente, ciò che complicava le esperienze. Ad ogni modo però tenendo conto di questi fenomeni secondari, si poteva, se non misurare, almeno costatare direttamente il fenomeno. Le ricerche vennero fatte con due elettrodi di rame elettrolitico levigati e ripuliti accuratamente, e con una soluzione di solfato di rame 5 volte cristallizzato.

Le ricerche col platino vennero fatte con due fili di $0,^{mm}6$ di diametro, immersi nella soluzione F; la corrente primaria era fortissima, ma nello stesso tempo, la resistenza interna del liquido del tubo, a causa del piccol diametro dei fili essendo molto grande l'apparecchio, non era molto sensibile. Con spostamenti del liquido di 3 a 4 decimi di millimetro non si aveva corrente apprezzabile, ma con spostamenti alquanto più grandi si poteva costatare una piccola corrente nel solito senso. Con gli stessi fili, sottoposti all'azione del magnetismo nel tubo della fig. 1, non potei osservare alcuna traccia di corrente galvanomagnetica.

39. La spiegazione di questo fenomeno che è notevole specialmente per la regolarità con la quale avviene, se si conducono le esperienze con molta cura, potrà esser data quando sarà studiato completamente, variando le circostanze nelle quali esso avviene. Per ora mi limito a dimostrare che esso è una delle cause della corrente galvanomagnetica ma non è la sola.

Per dimostrare questo misurai gli spostamenti che il magnetismo produceva nel livello del liquido del tubo della fig. 1. Tali misure si eseguirono collocando al disopra del liquido ed a poca distanza della superficie del medesimo una punta di ottone acutissima, e misurando con il solito oculare micrometrico la distanza fra la detta punta e il livello del liquido, prima e dopo prodotto il campo magnetico.

Anche in questo caso le misure erano abbastanza concordanti, sia se venivano fatte successivamente, sia con qualche giorno d' intervallo. La superficie della soluzione era tangente al piano orizzontale, che conteneva l'asse dell'elettrocalamita, posisione questa nella quale erano state fatte le misure galvanomagnetiche. Ottenni così i risultati della seguente tabella:

XXXIV.

Soluzione	Intensità del campo magnetico	Abbassamento di livello del liquido
		mm
C	84,300 H	0,21 (¹)
F	84,300	0,31 [3, ± 2%]
G	84,300	0,30 [4, ± 4%]

40. Feci pure un'altra serie di misure per esaminare se un piccolo spostamento del livello del liquido rispetto all'asse dell'elettro calamita, aveva una influenza notevole sullo spostamento che produceva il campo magnetico. Trovai che fintanto che la superficie del liquido era nella piccola regione del campo dove la forza magnetica era costante, si avevano a un dipresso gli stessi valori dello spostamento; quando si andava in regioni meno intense si avevano degli spostamenti più piccoli, ma erano sempre degli abbassamenti, sia se il livello del liquido era più elevato, sia se era meno elevato dell'asse dell'elettro calamita.

Nella tabella seguente espongo i risultati ottenuti: nella prima colonna (D) sono registrate le distanze verticali fra il livello del liquido e l'asse dell'elettro calamita, positive, quando il primo è più alto del secondo, negative in caso contrario; nella seconda colonna (A) sono riportati gli abbassamenti di livello che produceva il magnetismo.

XXXV.

Soluzione C; I = 84,300 H

D	A
mm	mm
+ 15	0,02
+ 7	0,07
+ 2	0,19
0	0,21
— 3	0,15
— 13	0,02

Queste cifre ci dimostrano che gli spostamenti di livello del liquido, quando si facevano le misure galvanomagnetiche, sono date con più che sufficiente approssimazione dalla tabella XXXIV, una piccola differenza nella situazione del liquido nelle diverse misure non avendo influenza sensibile.

41. I valori ottenuti nelle tabelle XXIX a XXXIII e XXXIV ci permettono di calcolare con sufficiente approssimazione la forza elettro motrice prodotta dall'abbassamente del liquido, quando si facevano le misure galvanomagnetiche. I risultati del calcolo danno sempre un valore molto più piccolo di quello che si aveva per la corrente galvanomagnetica della quale, quella dovuta allo spostamento del liquido non è che una piccola parte.

(¹) Media di 5 serie di misure relativamente molto concordanti [± 4%] fatte in 3 giorni diversi.

Dalla tabella XXIX per la soluzione C e gli elettrodi II, determinando mediante una rappresentazione grafica la forza elettromotrice dovuta ad uno spostamento di $0^{mm},21$ che era quello prodotto dal campo magnetico.

XXXVI.

Tempo trascorso dall'immersione		F. e. m.
2 ore		137^{s}
6		132
30		144
—	Media	138

Confrontando questi risultati con quelli delle tabelle XIII, XIV e XVII, si osserva che mentre la corrente galvanomagnetica raggiunge il suo valore normale molte ore dopo che gli elettrodi sono stati immersi la corrente dovuta allo spostamento del liquido, lo raggiunge solamente poco tempo dopo l'immersione. Basterebbe questo fatto, unito alla lentezza con la quale si produceva il fenomeno, per distinguere nettamente la corrente galvanomagnetica da quella di spostamento. Oltreciò si ha che il valore medio della f. e. m. di spostamento dato dalla tabella XXXVI è di 138^{s} mentre il valore medio della forza elettromotrice galvanomagnetica per la soluzione C e gli elettrodi II, dato dalla tabella XVII è molto più grande 238^{s}. E bisogna aggiungere ancora che la corrente di spostamento non influiva che in parte sulle misure della corrente galvanomagnetica, che venivano fatte molto rapidamente per evitare le variazioni della corrente primaria.

Per la soluzione F, e gli elettrodi II, ricavando mediante rappresentazione grafica dai valori della tabella XXXIII la corrente dovuta ad uno spostamento di $0^{mm},31$ che era quello prodotto dal magnetismo, si ha

XXXVII.

Soluzione F; Elettrodi II.

Tempo trascorso dall'immersione	F. e. m.
1 ora	592^{s}
3	541
20	428
26	272
46	252

Qui la corrente diminuisce col tempo come quella galvanomagnetica, ciò che si comprende facilmente ammettendo, come prima si è fatto, che l'acido cloridrico della soluzione F attacchi lentamente gli elettrodi. Però le differenze fra la corrente galvanomagnetica, e quella ottenuta con lo spostamento sono grandissime come si può

osservare nella seguente tabelle dove sono riportati i valori delle tavole XVIII e XXVII:

XXXVIII.

Elettrodi II; Soluzione F

Tempo trascorso dall'immer.^{e}	F. e. m. galvano-magnetica	F. e. m. dovuta allo spost.^{o} del liquido
1 ora	—	592^{s}
3	—	541
20	—	428
24	2304^{s}	—
26	—	272
27,5	1600	—
29	998	—
46	781	252

Per la soluzione G e gli elettrodi II, tre ore dopo l'immersione, le due serie delle tabelle XXX e XXXI fatte ognuna dopo una nuova ripulitura del bismuto, ci dànno per uno spostamento eguale a quello prodotto dal magnetismo ($0^{mm}30$) ([1]) i valori di 170^{s} e 187^{s}; 48 ore dopo l'immersione si ha dalla tabella XXX il valore di 385^{s}, mentre la corrente galvanomagnetica tre ore dopo l'immersione era costante ed eguale ad 864^{s}. Anche in questo caso la corrente dovuta allo spostamento del liquido era una piccola parte della corrente galvanomagnetica.

42. Tentai altre esperienze per separare interamente i due fenomeni nel caso che la corrente dovuta allo spostamento avesse la sua sede nel contatto fra il liquido e l'aria atmosferica, facendo delle esperienze con elettrodi rivestiti in parte di sostanze isolanti, delle quali se ne immergeva alquanto nella soluzione. Provai dapprima a ricoprire con una vernice di bitume gli elettrodi VII, ma sia perchè non si potevano ripulire con acido cloridrico caldo, sia che la vernice venisse attaccata in piccolissima parte dalla soluzione, sia che rimanesse aderente un sottile strato di aria nel punto di separazione della vernice col bismuto, tale da impedire il contatto perfetto del metallo col liquido, ottenni dei valori molto incostanti della corrente primaria, che non mi permisero di fare misure attendibili. Provai in seguito a sostituire alla vernice di bitume una membrana sottilissima di caoutchouc fortemente tesa intorno all'elettrodo e legata con un filo di seta. Sì la membrana che il filo erano stati preventivamente lavati con acido cloridrico ed in questo caso ripulivo gli elettrodi come al solito. Però con questa disposizione ottenni risultati ancora più discordanti; bastava che dopo aver ripulito gli elettrodi li lasciassi per un minuto esposti all'aria, perchè si ricoprissero di uno strato bruno iridescente. Credetti di non dovere più oltre insistere su queste esperienze, tanto più che se la corrente dovuta allo spostamento del liquido non avesse la sua sede alla superficie del medesimo, si sarebbe anche manifestata

([1]) Per la tabella XXX si è ammesso che la corrente è proporzionale allo spostamento, ciò che è abbastanza esatto fra limiti non molto estesi di spostamenti.

con gli elettrodi rivestiti, e ritenendo d'altra parte sufficientemente dimostrato dalle misure fatte la distinzione fra la corrente dovuta allo spostamento del liquido e quella galvanomagnetica propriamente detta.

Considerazioni teoretiche.

43. Esporrò ora alcune deduzioni che si possono ricavare dalle ricerche descritte.

Si indichi con B_1 l'elettrodo di bismuto collocato nel campo magnetico, con B_2 quello che rimane sempre fuori del campo, e con L la soluzione nella quale i due elettrodi sono immersi: la forza elettromotrice ε che produce la corrente primaria è eguale alla somma algebrica delle tre differenze di potenziale. Si ha cioè:

$$\varepsilon = B_1 | L + L | B_2 + B_2 | B_1$$

Se ora produciamo intorno a B_1 un campo magnetico, l'esperienza ha dimostrato che la forza elettromotrice prende un nuovo valore che indicheremo con ε'. Poichè l'elettrodo B_2 è rimasto inalterato e si può verosimilmente ammettere che anche il liquido non subisce alcuna azione per effetto del magnetismo $L | B_2$ avrà lo stesso valore di prima e solamente $B_1 | L$ e $B_2 | B_1$ possono aver variato. Avremo quindi in generale:

$$\varepsilon' - \varepsilon = \Delta (B_1 | L) + \Delta (B_2 | B_1)$$

La forza elettromotrice galvanomagnetica sarà quindi dovuta alla somma algebrica delle differenze di potenziale di contatto fra il bismuto magnetico ed il liquido.

Se fosse:

$$\Delta (B_2 | L) = 0$$

si avrebbe:

$$\varepsilon' - \varepsilon = \Delta (B_2 | B_1)$$

cioè la corrente galvanomagnetica sarebbe indipendente dalla natura del liquido nel quale sono immersi gli elettrodi, ciò che è recisamente contrario ai risultati dell'esperienza.

Per i liquidi cimentati si ha dunque il seguente fatto: *la differenza di potenziale di contatto fra un elettrodo di bismuto ed un liquido varia quando il bismuto viene collocato in un campo magnetico.* Nulla si può dire circa il senso della variazione, poichè, quantunque risulti dall'esperienza ε'-ε essere sempre positivo, potrebbe darsi che uno dei due termini $\Delta (B_1 | L)$ e $\Delta (B_2 | B_1)$ fosse negativo.

Per il termine $\Delta (B_2 | B_1)$ le ricerche fatte non permettono di dimostrare se esso sia o no diverso da zero; poichè le differenze fra i valori della corrente galvanomagnetica ottenute quando s'impiegano diversi elettrodi di bismuto, possono essere dovute a differenze nel valore di $\Delta (B_1 | L)$.

Fondandosi però sul fatto da me trovato della variazione del potere termoelettrico del bismuto per effetto del magnetismo, si può dimostrare che $\Delta (B_2 | B_1)$ deve essere diverso da zero.

Supponiamo che si abbia una coppia termoelettrica formata da due pezzi di bismuto B_1 e B_2 di cui il primo può essere collocato in un campo magnetico, e siano T e T' le temperature dei due contatti.

La forza elettromotrice della coppia, secondo la teoria del Clausius oggidì generalmente ammessa e confermata anche recentemente dalle ricerche teoriche del Duhem ([1]), sarà data dall'equazione

$$\varepsilon = (B_1 \mid B_2)_T - (B_1 \mid B_2)_{T_1}$$

Se intorno a B_1 si produce un campo magnetico l'esperienza dimostra che ε varia, quindi uno dei due termini $(B_1 \mid B_2)_T$ o $(B_1 \mid B_2)^{T_1}$ deve variare e, poichè questo avviene a tutte le temperature, bisogna ritenere che in generale $B_1 \mid B_2$ varii con l'intensità del campo magnetico.

Sembra adunque di poter concludere che *la differenza di potenziale di contatto del bismuto con un altro metallo non magnetico, o con un elettrolita dipende dall'intensità del campo magnetico, nel quale i due corpi si trovano collocati.*

È questa una nuova azione che il magnetismo esercita sul bismuto.

44. Il Tomlinson ([2]) in un lavoro nel quale ripeteva le esperienze sopraccennate, confermando completamente (come pure il Leduc ([3])), i risultati delle mie ricerche, giungeva alla conclusione che il magnetismo esercita in tutti i metalli due effetti distinti, uno sulla orientazione delle molecole per quel che riguarda il loro asse, l'altro in un modo non ancora conosciuto. Nel ferro ed, in minore estensione, anche nel cobalto e nel nichel la prima delle due influenze deve predominare; nel bismuto invece, nell'antimonio e nel tellurio deve predominare la seconda.

Ed è a quest'ultima azione, che, dopo i molteplici fenomeni prodotti dal magnetismo nel bismuto, sembra non possa essere messa in dubbio, parmi si debba attribuire il fenomeno studiato in queste ricerche.

Conclusione

45. Riassumerò nelle proposizioni seguenti i principali risultati ai quali sono arrivato in questo lavoro.

I. Se si riuniscono con un galvanometro due elettrodi di bismuto immersi in in una soluzione di cloruro bismuto o di acido cloridrico, ed uno di essi si colloca fra i poli di un'elettrocalamita producendo il campo magnetico, si ha una corrente permanente che è diretta nel liquido dal bismuto magnetico al non magnetico.

II. Questa corrente (galvanomagnetica) ha sempre la medesima intensità; la grandezza della forza elettromotrice che la produce varia però con il variare degli elettrodi e della soluzione. È più grande per il bismuto puro che per il commerciale, per le soluzioni di acido cloridrico che per quelle che contengono cloruro di bismuto.

([1]) Ann. de Chim. et de Phis. IV série, t. 12, pag. 433 (1887).

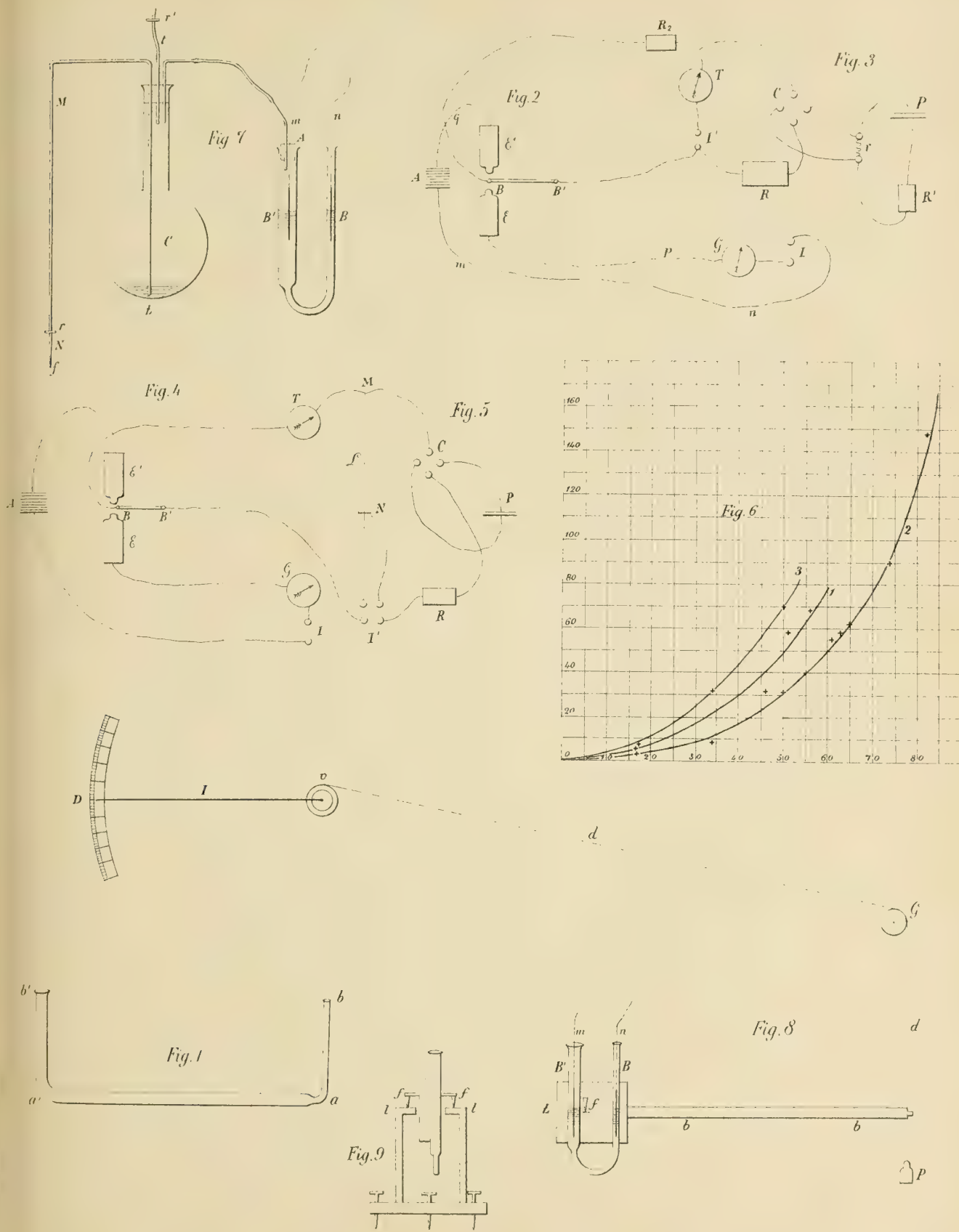
([2]) Philosoph. Magaz. n. 155, pag. 285 (1888).

([3]) Journal de Physique, 2^{me} série, t. VII, pag. 519 (1888).

III. La direzione della corrente galvanomagnetica è indipendente dalla direzione del campo magnetico.

IV. La forza elettromotrice galvanomagnetica non ha un valorc apprezzabile per campi magnetici d'intensità inferiore a 15000 H (H componente orizzontale del magnetismo terrestre); aumentando il campo magnetico essa cresce dapprima lentamente poi molto rapidamente. Il più grande dei valori ottenuti per un campo magnetico di 81500 H e con una soluzione piuttosto concentrata di acido cloridrico è di 0,002304 daniell.

V. La corrente galvanomagnetica in parte è dovuta al movimento del liquido diamagnetico per effetto del magnetismo, in parte sembra debba attribuirsi alla modificazione non ancora ben determinata che subisce il bismuto per effetto del magnetismo, che fa variare la differenza di potenziale di contatto del detto corpo con un altro metallo o con un elettrolita.

LIT. BRUNO E SALOMONE, ROMA.

Ricerche sulla fosforescenza del Pleurotus olearius DC.

Memoria del Corrispondente G. ARCANGELI

presentata nella seduta del 28 aprile 1889.

In seguito a quanto già esposi sopra quest'argomento in una breve nota pubblicata nel Rendiconti di questa stessa Accademia (vol. IV, fasc. 11, 2° sem.), mi propongo adesso di esporre per esteso in questa seconda comunicazione le ricerche da me istituite sopra tale soggetto, ciò che non potei fare in quel mio scritto, aggiungendo pure i risultati di alcune osservazioni fatte posteriormente.

La fosforescenza del *Pleurotus olearius* DC., già osservata per la prima volta dal Battarra (1), ha più e più volte attirato l'attenzione dei botanici. A. P. De Candolle (2) ritenne che tale fosforescenza fosse dovuta alla decomposizione del fungo e molto contribuì ad accreditare e diffondere una tale opinione, che venne pure accettata dallo Sprengel (3) dal Larber (4) e da Meyen (5). A. De Candolle (6) sospettò che la fosforescenza potesse esser connessa col colore del fungo, fondandosi sul fatto che la figlia di Linneo vide dei bagliori intermittenti simili a piccoli lampi svilupparsi alla fine di un giorno caldo dai fiori di *Tropaeolum*, di *Sonchus*, di *Tagetes* e di *Lilium bulbiferum* che son tutti di color arancio. Fu però in seguito ai lavori del Delile, e principalmente a quelli del Tulasne e del Fabre che si acquistarono cognizioni più esatte sopra un fenomeno così singolare. Il Delile (7) infatti stabilì che il fungo, invece di emettere luce quando si decomponeva, era fosforescente solo durante la maggiore attività della sua vegetazione; che la fosforescenza è inerente allo imenio; che il fungo non è luminoso di giorno anche se portato in luogo perfettamente oscuro, e che gli sporidî non sono fosforescenti che fino a quando sono uniti al tessuto dell'imenio. Il Tulasne successivamente (8) ebbe luogo di riconoscere, che la fosforescenza del fungo dell'olivo spetta realmente a lui stesso e non ad una produzione estranea; che la fosforescenza dell'imenio comincia appena questa regione ha preso uno sviluppo apprezzabile e sembra limitata al tempo in cui le lamelle conservano il loro colore giallo dorato, sebbene

(1) Battarra, *Fungorum Agr. Ariminensis historia*, pag. 40.

(2) De Candolle A. P., *Flore franc.* VI, 45.

(3) Sprengel K., *Systema vegetabilium*, VI, 457.

(4) Larber G., *Sui funghi. Saggio generale.* I-II, p. 209. Bassano 1829.

(5) Meyen Fr. I. N., *Syst. der Physiol.* II, 194. Berlin 1838.

(6) De Candolle A., *Introduction à l'étude de la Botanique.* Paris 1835, p. 420.

(7) Raffeneau-Delile, *Description de l'Agaric de l'olivier* (*Ag. olearius* DC.) *et examen de la phosphorescence.* Guillemin, Arch. bot. II, 1833, p. 519-527. — *Nouvel examen de la phosphorescence de l'Ag. de l'olivier.* Montepellier, 1837.

(8) Tulasne L. R., *De la phosphorescence spontanée de l'Agaricus olearius*, DC. *du Rhizomorpha subterranea* . . . . Ann. des sc. nat. ser. 3e, vol. IX, 1868, p. 338.

possano perderla anche avanti d'incominciare ad imbrunire; che la fosforescenza non appartiene eclusivamente alla superficie imeniale, come lo riteneva Delile, ma che tutta la sostanza del fungo partecipa frequentemente, se non sempre, alla fosforescenza; che il fungo anche giovanissimo emana una luce assai viva, e rimane dotato di questa facoltà fino a che esso cresce, od almeno fino a che sembra conservare una vita attiva. Aggiunge altresì di aver osservato un gran numero di funghi giovani molto fosforescenti nelle loro lamelle e che non lo erano nello stipite, e che i funghi più avanzati in età, nei quali le lamelle più non risplendevano, mostravano lo stipite fosforescente. Riporta che allorquando lo stipite è fosforescente alla superficie, non lo è necessamente nella sua sostanza interna, ma questa lo diviene dopo aver subìto il contatto dell'aria; che però se il contatto dell'aria è necessario in certi casi per lo sviluppo della fosforescenza, il prolungarsi di questo contatto l'altera più o meno sollecitamente, e che le particelle che comprimeva fra le dita perdevano sollecitamente la fosforescenza. Egli ha pure sperimentato, che l'immersione nell'acqua non modifica da primo la fosforescenza, ma i funghi l'avevano perduta la sera successiva all'immersione, e che l'alcool non estingue d'un tratto la fosforescenza, ma la indebolisce prontamente. Quanto poi alla asserzione del Delile, che il fungo dell'olivo non risplenda durante il giorno, riferisce di aver osservata la fosforescenza verso il tramonto del sole, adducendo che Schmitz assicura, aver veduto le *Rhizomorpha* risplendere tanto di giorno che di notte, ma ch'egli non ha potuto ottenere un resultato simile.

Il Fabre [1], in seguito ad una lunga serie di accurate ricerche, ha molto esteso le cognizioni che si avevano sopra quest'argomento. Egli asserisce di non avere potuto osservare il chiarore fosforico altro che sulle lamelle, senza per altro infirmare le osservazioni del Tulasne, che asserisce averlo pure osservato nello stipite, e sostiene che l'agarico dell'olivo è fosforescente tanto nel giorno che nella notte, facendo avvertire come il Delile, nello asserire il contrario, non abbia tenuto conto della grande differenza nella sensibilità del nostro occhio, alla piena luce del giorno e nell'oscurità di un sotterraneo; di maniera che la fosforescenza del fungo non può essere avvertita dal nostro occhio, altro che quando la sua sensibilità sia resa più squisita, per opera di una permanenza assai lunga nell'oscurità. Dimostra inoltre che l'esposizione alla luce solare è senza influenza sensibile sulla fosforescenza dell'agarico; che lo stato igrometrico dell'aria non v'influisce affatto; che il calore entro certi limiti non la modifica, ma che però essa si estingue alla temperatura di 3°-4° C, per ristabilirsi quando la temperatura aumenti di qualche grado, raggiungendo il massimo splendore verso 8°-10° C, ed estinguendosi a 50° C; che la fosforescenza è la stessa nell'acqua aerata come all'aria libera, ma dopo una diecina d'ore si estingue, mentre nell'acqua privata d'aria con l'ebullizione rapidamente decresce a vista d'occhio e si estingue, per ristabilirsi sollecitamente quando il fungo si tolga dall'acqua, e ciò per più volte di seguito. Aggiunge pure che la fosforescenza si estingue nel vuoto, come pure nell'idrogeno, nell'acido carbonico e nel cloro, con la differenza che nei primi anche dopo più ore la fosforescenza si riattiva, però dopo 6 ore nell'acido carbonico assai indebolita,

[1] Fabre M., *Recherches sur la cause de la phosphorescence de l'Agaric de l'olivier*. Ann. des Sc. Nat. 4e sér., t. IV, p. 179.

mentre nell'ultimo bastano pochi istanti d'immersione per distruggerla irreparabilmente; che nell'ossigeno la fosforescenza non si rende più vivace, e dopo 36 ore di permanenza in questo gaz, il fungo emette una luce molto indebolita; che allorquando il fungo è fosforescente espira una quantità di CO^2 maggiore che allorquando esso è oscuro; che l'agarico fosforescente non produce un inalzamento di temperatura apprezzabile col termometro. Conclude finalmente col ritenere, in seguito alle sue esperienze, che la fosforescenza del fungo riconosca per causa un'ossidazione più energica durante il periodo luminoso, e che debba affatto abbandonarsi l'idea essere essa fosforescenza analoga a quella che la luce, il calore e l'elettricità possono sviluppare nei corpi bruti. Altre ricerche sono state pure eseguite ultimamente dall'egregio sig. U. Martelli in compagnia del prof. F. Cecchi (1), le quali per la maggior parte concordano con quelle del Tulasne e del Fabre.

Relativamente alla sede della fosforescenza del *Pleurotus olearius*, in una delle ultime adunanze della Società botanica italiana (14 ott. u. s.), asserii di aver riscontrato parecchi anni fa, cioè nel 1866, la fosforescenza solo nelle lamelle ed in pieno giorno: però gli studî fatti ultimamente mi conducono ad ammettere quanto fu asserito da Tulasne, che cioè essa si presenti d'ordinario sulle lamelle, ma che pure vi partecipino le altre parti del ricettacolo, quali lo stipite, la pagina superiore del cappello ed il tessuto interno. La fosforescenza che ho potuto riscontrare nelle altre parti del ricettacolo, talora era uguale a quella delle lamelle, ma spesso però assai minore, tanto da non potersi così facilmente avvertire. Ho potuto inoltre riscontrare sovente un manifesto ma debole chiarore fosforico, nella superficie dello stipite, sulla pagina superiore del cappello e sulle superfici di sezione, principalmente negl'individui che avevano soggiornato per qualche tempo nell'acqua. In una sezione effettuata in direzione trasversale alle lamelle, in un ricettacolo ben fosforescente, osservata colla lente, lo strato imeniale era la parte che appariva più luminosa. Nelle spore mature, raccolte sopra un pezzo di carta, non ho potuto mai riscontrare indizio alcuno di fosforescenza.

Luce assai viva ho potuto pure osservare nell'imenio dei funghi molto giovani: la fosforescenza però mi si è presentata maggiore allorquando il fungo aveva raggiunto un grado assai elevato di sviluppo, si è continuata fino a che il fungo aveva completamente svolto il suo cappello, e successivamente è andata decrescendo, ed ha cessato col deperimento del fungo più o meno lentamente. In alcuni funghi raccolti il 16 ottobre u. s., la fosforescenza si mantenne con intensità quasi uguale per due o tre giorni, dopo dei quali andò gradatamente decrescendo, fino al 22 dello stesso mese. Il massimo d'intensità luminosa mi avvenne riscontrarlo in alcuni funghi, ch'erano nel pieno della energia vegetativa e col margine del cappello tuttora involuto. Impiegando uno di questi funghi, nella oscurità della notte in luogo chiuso, ho potuto riscontrare che la sua luce era abbastanza percettibile ponendosi alla distanza di 11^m. Avvicinando poi due di questi funghi ad un orologio, si poteva vedere assai bene la mostra con le ore, ed aiutandosi con una lente biconvessa si poteva leggere l'ora segnata dalle lancette.

Le ricerche istituite allo scopo di riconoscere se la fosforescenza del nostro fungo fosse dovuta a precedente insolazione, come avviene per molte sostanze, quali i solfuri

(1) Vedi Nuovo giornale botanico italiano, vol. XXI, n. 1, p. 114.

alcalino-terrosi, il diamante ecc., hanno tutte risposto negativamente. Tutti gli esemplari da me esaminati, che sono in buon numero, si sono mostrati luminosi, tanto se esposti per qualche tempo alla luce del sole, come pure se conservati all'oscuro, entro un vascolo da erborazione in una camera oscura. Se un fungo si taglia in più pezzi, questi conservano a lungo la loro fosforescenza, cioè fino a che si conservano adatte le condizioni di energia vitale, come in un fungo che non abbia subìto lesione alcuna. Anche frammenti molti piccoli hanno la facoltà di conservare a lungo la fosforescenza; ma questa però si estingue comprimendo fortemente fra le dita questi frammenti, e meglio ancora schiacciandoli e pestandoli: ciò chè appunto dimostra, come la fosforescenza sia strettamente collegata alle funzioni vitali della pianta, che si compiono nel protoplasma.

Fino dal novembre 1866, come ho sopra accennato, ebbi occasione di raccogliere a S. Giuliano presso Pisa negli oliveti il *Pleurotus olearius*, e di osservare in esso la fosforescenza in pieno giorno. Ben mi ricordo infatti che, avendo chiuse le imposte della finestra nella stanza a me concessa nel Gabinetto botanico, in modo da pormi all'oscuro, dopo alcuni minuti potei osservare la fosforescenza in tutta la sua intensità. Ultimamente poi ho potuto ripetere questo esperimento più volte sopra numerosi esemplari, e sempre col medesimo resultato, pure in compagnia di varie persone. Naturalmente, se si vuole osservare la fosforescenza di giorno, è necessario collocarsi in un ambiente allo scuro, ed attendere qualche tempo, onde la sensibilità del nostro occhio, mal ridotta dalla viva luce del giorno, possa ristabilirsi. Il tempo che si richiede, affinchè la retina possa riacquistare la sensibilità necessaria a percepire la fosforescenza del fungo, varia secondo l'intensità della luce, cui si trovò precedentemente esposta, secondo l'intensità della fosforescenza e secondo altre circostanze. Sovente per me sono stati necessarî 5′, talora pure soli 3′, e talora fino a 10′ di permanenza nell'oscurità, prima di poter osservare il primo sentore della fosforescenza, ed un tempo ancor più lungo per poterla apprezzare in tutta la sua intensità.

Come è ben noto, la fosforescenza è stata riscontrata, oltrechè nei funghi di organizzazione più elevata, pure in organismi di struttura molto più semplice, quali sono appunto le Batteriacee. Troviamo infatti un micrococco fosforescente, il *Micrococcus Pflüggeri* Ludw. (1), e più recentemente ancora il *Bacillus phosphorescens* Fish. (2), ch'è capace di comunicare una fosforescenza biancastra ai pesci morti ed altre sostanze organiche animali. In questo secondo microrganismo, che mi è stato favorito vivente coltivato nella gelatina di Koch dal prof. De Giaxa, ho potuto riscontrare una fosforescenza dello stesso tuono di luce, ma più intensa di quella del *Pleurotus olearius*. Ho creduto quindi necessario d'istituire qualche ricerca, onde decidere se questo microrganismo, o qualche altro, avesse parte nella fosforescenza del *Pleurotus*, o ne fosse realmente la causa. Avrei molto desiderato a tale oggetto di tentare culture in gelatina peptonizzata, o in altro mezzo adattato con frammenti di *Pleurotus*, per vedere se si potesse ottenere lo sviluppo di qualche batteriacea fosforescente, ma la mancanza di

(1) Ludwig F., *Micrococcus Pflügeri* Ludw., *ein neuer photogener Pilz.* Hedwigia 1884, n. 3. Vedasi pure Nüesch J., *Ueber leuchtende Bakterien.* Bot. Cent. XXVII, 1886, p. 161.

(2) Fischer Dr., *Ueber einen lichtentwikelnden, in Meerwasser gefundenen Spaltpilze.* Zeitschrift für Hygiene, II Band, 1 Heft. Vedi pure I Bd., 423.

mezzi adattati non mi ha concesso per ora di effettuare tal genere di ricerche. Ho peraltro effettuato delle sezioni del ricettacolo del nostro fungo, che ho colorato con violetto di genziana e violetto di metile, sostanze che avrebbero dovuto render meglio visibili le batteriacee, che per avventura si trovassero nei tessuti del fungo. Tutte quante le indagini effettuate sopra fettoline in tal modo colorate, hanno dato resultati negativi: onde, tenendo pur conto del fatto che la fosforescenza del nostro fungo si mostra intimamente connessa al suo ciclo di evoluzione, ritengo ch'essa appartenga al protoplasma del fungo stesso, e debba considerarsi come dipendente da qualche funzione fisiologica che in esso si compie.

L'azione del calore sulla fosforescenza del nostro fungo è pure interessante.

Come già dimostrò il Fabre, allorquando si oltrepassino certi limiti, il calore modifica la fosforescenza, e può anche annullarla. Alcuni funghi posti in un recipiente circondato da ghiaccio in fusione, e quindi mantenuto alla temperatura di 0° C., al termine di 12′ avevano perduto gran parte della loro fosforescenza, dopo circa mezz'ora l'avevano perduta quasi affatto, e nel periodo di 1 ora del tutto. Dopo 5 ore di permanenza di questi funghi nello ambiente a 0° gradi, estratti da questo e riportati alla temperatura ordinaria a 14° C. circa, hanno ripreso la fosforescenza con l'intensità di prima, nel decorso di pochi minuti. In altri funghi raffreddati a 0°, la fosforescenza ha cominciato a ricomparire a circa 4° C., ed ha raggiunto il suo massimo circa 8° a 10° C. Il riscaldamento a circa 40° C. a secco ha dato luogo ad indebolimento della fosforescenza, che però si è conservata per un tempo assai lungo. L'immersione in acqua a 40° C. determina la scomparsa della fosforescenza, che però si ristabilisce dopo l'estrazione dell'acqua. All'incontro l'immersione in acqua a 50° C. determina la scomparsa della fosforescenza quasi immediatamente. Il riscaldamento nell'aria a secco, operato entro una stufa, ha dato resultati notevolmente diversi. Un fungo introdotto nella stufa riscaldata a 50° C. ha perduto la fosforescenza in un quarto d'ora, ed estratto dalla stufa l'ha in parte ripresa dopo qualche tempo. Altro fungo immerso nella stufa a 62° ha perduto la fosforescenza in circa 11′, e questo pure dopo l'estrazione l'ha in parte ripresa. Un terzo fungo introdotto nella stufa ad 80° ha perduto la fosforescenza dopo 6′-7′, ed estratto dalla stufa l'ha ripresa molto debolmente. Un quarto fungo introdotto nella stufa a circa 90° C. ha perduto la fosforescenza in 6′, ma estratto dalla stufa successivamente non l'ha più ripresa. Manifestamente l'azione del calore asciutto resulta assai meno dannosa, probabilmente per la ragione che, mentre una parte di quel calore si rende latente per opera della traspirazione, il protoplasma perdendo parte della sua acqua, si rende più adatto a tollerare l'azione del riscaldamento.

L'immersione nell'acqua mi ha fornito resultati alquanto differenti da quelli ottenuti da Tulasne e da Fabre.

Un primo esperimento fu fatto con due funghi connati per la parte inferiore dello stipite, ch'era per la maggior parte della sua estensione vivamente fosforescente. Questi due funghi furono immersi in un piccolo cilindro di vetro, contenente circa 340 cc. d'acqua, alle ore 1 e 20′ del 25 ottobre: alle ore 7 di sera, cioè circa 5 ore e 40′ dopo l'immersione, la fosforescenza che si era continuata assai lungamente era estinta: però, estratto il fungo dall'acqua, la fosforescenza riprendeva con vivacità maggiore di quella che il fungo aveva prima dell'immersione, e ciò nel tempo di pochi secondi,

Tornando allora ad immergere nuovamente il fungo nell'acqua, si osservava che gli stipiti perdevano dopo breve tempo la fosforescenza, ed estratti di nuovo la riacquistavano con vivacità maggiore di quella che avevano avanti la prima immersione, e ciò per più volte di seguito. Gli stessi fenomeni potei osservare pure nei giorni successivi 26, 27 e 28, con decrescenza però nell'intensità della fosforescenza fino alla mattina del 29, nella quale gli stipiti estratti dall'acqua riacquistavano una fosforescenza debolissima. Il dì 27 potei pure osservare che la fosforescenza si ristabiliva con discreta intensità nel breve tempo di 3″, e si riestingueva coll'immersione nel tempo di circa 30″. Ad eliminare poi il dubbio, che il ravvivarsi della fosforescenza dopo l'immersione, fosse dovuto a condizioni subiettive dipendenti dalla retina, ho ripetuto più volte l'esperimento dividendo un fungo secondo l'asse in due metà, delle quali una veniva immersa nell'acqua, e l'altra lasciata nell'aria come termine di confronto. In tutti questi casi, al momento in cui si estraeva dall'acqua la parte immersa, si osservava com'essa riprendeva sollecitamente la fosforescenza, che raggiungeva una intensità maggiore di quella dell'altra parte rimasta in contatto dell'aria, e ciò anche se l'immersione aveva durato per un tempo assai limitato. Variando pure l'esperimento con l'immergere un fungo solo per metà, in modo che una parte restasse immersa nell'acqua e l'altra nell'aria, allorquando si estraeva dall'acqua la parte immersa, la fosforescenza in essa si riattivava con tale vivacità, da resultare manifestissima la differenza fra le due parti. Aggiungasi pure che in funghi, nei quali la fosforescenza erasi alquanto indebolita sotto l'influenza del disseccamento, l'immersione per qualche tempo ne determinava un manifesto ravvivamento. In altro esperimento, alcuni funghi, nei quali la fosforescenza erasi alquanto indebolita, e che si erano assai prosciugati furono immersi nell'acqua per pochi minuti primi. Estratti dall'acqua, essi ripresero la fosforescenza con maggiore intensità. Uno di questi funghi immerso nell'acqua, nel decorso di circa mezz'ora aveva perduto quasi affatto la fosforescenza. Se allora si faceva ruotare leggermente il vaso sul proprio asse, in modo da far muovere il liquido che bagnava l'imenio, si osservava immediatamente rimanifestarsi la fosforescenza, e riapparire la faccia imeniale in forma di disco raggiato luminoso. Mantenendo allora il vaso in riposo, la fosforescenza si estingueva di nuovo nel tempo di 4′ a 5′ minuti. Rinnuovando la rotazione del vaso la fosforescenza si rinnuovava, e di nuovo si estingueva dopo 4′ o 5′ minuti restando il vaso in riposo, e così tali fenomeni potevano ripetersi per più volte di seguito. Impiegando acqua deaerata per mezzo dell'ebullizione, la fosforescenza si estingueva molto più presto, e dopo la rotazione del vaso riappariva assai più debole e spariva nel breve tempo di 40″ a 50″ minuti. In altro esperimento con acqua deaerata la fosforescenza scomparve dopo 9′, ed estratto il fungo dall'acqua dopo 5 ore d'immersione, la fosforescenza riprese con maggiore attività, come negli altri esperimenti sopra riportati.

Il fatto sorprendente e sino ad ora non avvertito del ravvivarsi la fosforescenza coll'immersione nell'acqua, e del suo ristabilirsi con maggiore energia della primitiva, ritengo possa dipendere da varie cause. L'una di queste si è, che le lamelle imeniali, come pure gli altri tessuti fosforescenti, venendo a poco a poco bagnati dall'acqua che si sostituisce all'aria interposta alle ife, si rendono più adatte a trasmettere la luce che emana dalle ife stesse, la quale attraversando mezzi di densità poco differenti,

giunge in maggior quantità al nostro occhio. Altra causa sussiste nel fatto, che nei funghi alquanto prosciugati, l'eliminazione dell'acqua ho rallentato le funzioni vitali del protoplasma, e con questa la fosforescenza; funzioni che naturalmente si attivano, quando si restituisca l'acqua al protoplasma. Un'altra causa poi, in alto grado efficace, ritengo sussista nel fatto che i materiali determinanti la fosforescenza, accumulandosi in maggior quantità nel periodo della immersione, allorquando questa è cessata e tolta la condizione di asfissia, danno luogo ad una combustione più attiva e ad una fosforescenza maggiore.

Altri esperimenti sono stati fatti immergendo il fungo dell'olivo in varî gaz, quali l'anidride carbonica, l'ossido di carbonio, l'ossidulo d'azoto, l'idrogeno solforato, l'idrogeno, l'azoto e l'ossigeno.

Un primo esperimento è stato fatto raccogliendo l'idrogeno che si sviluppava dell'azione dello zinco sull'acido cloridrico allungato, dopo averlo opportunamente lavato, in una campanetta di vetro con la bocca rivolta in basso, mediante un tubo di vetro che giungeva fino alla parte superiore della campanetta. Con tale disposizione il tubo adduttore, guidando l'idrogeno nella parte superiore della campanetta, ne spostava l'aria, e la campanetta si empiva d'idrogeno, in conseguenza della densità di questo gaz tanto minore di quella dell'aria. Allorquando l'apparecchio aveva funzionato per qualche tempo, e si era certi che la campanetta era ripiena d'idrogeno, s'introduceva nella campanetta un funghetto ben fosforescente, per mezzo di un filo metallico, all'estremità del quale era stato fissato, operando in modo da spingerlo nella parte superiore della campanetta, ove l'idrogeno doveva trovarsi allo stato di purezza. Effettuata l'immersione si osservava che la fosforescenza s'indeboliva e si estingueva dopo varî secondi, e se allora si estraeva il fungo per riportarlo in contatto dell'aria, la fosforescenza immediatamente si riattivava con vivacità maggiore di prima. Questo esperimento è stato ripetuto più volte di seguito, sempre con lo stesso risultato.

Altro esperimento simile è stato tentato con l'anidride carbonica, ottenuta facendo reagire l'acido cloroidrico sul marmo, od opportunamente lavata. L'anidride carbonica che si sviluppava, veniva guidata da un tubo adduttore nel fondo di una campanetta di vetro, che aveva la sua bocca rivolta in alto, in modo ch'essa come più densa, spostava l'aria della campanetta di basso in alto, fino a riempirla completamente. Quando si aveva la certezza che la campanetta fosse ripiena d'anidride carbonica, vi si calava un funghetto ben fosforescente, in modo da farlo giungere al fondo della campanetta. Effettuata così l'immersione, si osservava che il fungo in pochi secondi perdeva la sua fosforescenza, come nell'esperimento con l'idrogeno. Se poi si estraeva il fungo dalla campanetta, per riporlo in contatto dell'aria, si vedeva immediatamente ricomparire la fosforescenza, e spesso con maggiore intensità di quella primitiva. Questo esperimento è stato pure ripetuto più volte sempre con gli stessi risultati. Se l'immersione nell'anidride carbonica veniva prolungata fino ad un quarto d'ora, ed anche un po' più, non ne derivava alcun danno, e la fosforescenza si ristabiliva come nei casi precedenti.

In seguito a ciò ho voluto cambiare le condizioni dell'esperimento, raccogliendo i gaz in bocce a tappo smerigliato, nelle quali introduceva alcuni funghi ben fosforescenti.

In alcune bocce della capacità di circa 450 cc., piene di anidride carbonica pura (CO_2), furono immersi alcuni funghi fosforescenti alle 11 ant. del 25 ottobre u. s., ed altro fungo presso a poco di egual intensità luminosa fu lasciato, come termine di confronto, nell'aria. Dopo alcuni minuti primi dal momento dell'immersione, i funghi immersi perdettero la loro fosforescenza. Alle 1 e 30′ pm., cioè dopo circa 2 ore e $^1/_2$ di permanenza nell'anidride, uno dei funghi estratto dalla boccia ha ripreso sollecitamente la fosforescenza con attività maggiore di prima. Alle ore 5 di sera altro fungo fu estratto dalla anidride carbonica, e questo pure, dopo 6 ore di permanenza in detto gaz, riprese la fosforescenza sollecitamente e con maggior energia di prima. Alle ore 7 di sera esso era in piena fosforescenza, ed alle 8 ant. del giorno appresso si conservava il più luminoso di tutti. Altro fungo fu estratto da una delle dette bocce dopo 14 ore di permanenza nell'anidride carbonica, e questo pure riprese la fosforescenza un po' più lentamente, ma per lo meno con l'intensità che aveva prima nell'immersione. Un quarto fungo estratto dalla boccia alle 11 ant. del dì 26, cioè dopo 24 ore d'immersione, ha ripreso la fosforescenza debolmente ma manifestamente. In un ultimo esperimento poi preparato il 29, introducendo ad ore 7 di sera varî funghi in bocce contenenti anidride carbonica, la mattina del 31 ad ore 7 ant., cioè dopo trentasei ore di permanenza in quel gaz, hanno tutti ripreso la fosforescenza, più debole che da principio, ma quasi allo stesso grado di altri lasciati fuori come termine di confronto.

In altro esperimento alla anidride carbonica fu sostituito l'ossido di carbonio (CO), preparato facendo agire l'acido solforico concentrato sull'acido ossalico, depurandolo come ben s'intende dall'anidride insieme alla quale si sviluppa. Il gaz fu raccolto in bocce della capacità di circa 450 cc., ed in ciascuna furono introdotti alcuni funghi ben fosforescenti alle 3 pom. del 26 ottobre. Uno di questi funghi fu estratto dall'ossido di carbonio alle 9 pom. dello stesso giorno, cioè dopo 6 ore d'immersione. Esso riprese la fosforescenza con molta attività, quantunque fosse uno di quelli che erano stati antecedentemente per 6 ore nell'anidride carbonica. Altro fungo estratto dall'ossido di carbonio alle 9 ant. del giorno successivo, cioè dopo 18 ore d'immersione, ha ripreso la fosforescenza coll'intensità primitiva. Un terzo fungo estratto da una boccia alle 3 dello stesso giorno, cioè dopo 24 ore di permanenza nell'ossido di carbonio, ha ripreso la fosforescenza dopo breve tempo, pure con la intensità primitiva. Un ultimo fungo estratto da una delle dette bocce il 28 ad ore 6 e $^1/_2$ ant., cioè dopo 39 ore e $^1/_2$ di permanenza nell'ossido di carbonio, dopo alcuni minuti ha ripreso la fosforescenza, però con intensità minore che da principio. Altri funghi raccolti di recente, posti entro bocce contenenti ossido di carbonio, la sera del 28 ad ore 7 pom., estratti il 30 ad ore 7 ant., cioè dopo 36 di permanenza in CO, ripresero pure la fosforescenza con discreta attività eccetto uno.

Il 3 del mese di novembre è stata preparata una certa quantità di ossidulo d'azoto (N_2O), mediante la decomposizione dell'azotato ammonico, e ne sono state riempite varie delle solite bocce di 450 cc. di capacità. In ciascuna di queste bocce è stato introdotto un fungo ben fosforescente ad ore 10 e 35 ant. dello stesso giorno. Tutti questi funghi perdettero affatto la fosforescenza dopo pochi minuti primi. Una di queste bocce fu aperta alle 4 e 35 pom. dello stesso giorno, e n'è stato estratto il fungo, che sollecitamente riprese la fosforescenza come avanti l'immersione. Altra boccia è stata

aperta la sera ad ore 6 e 35 pom., cioè dopo 12 ore d'immersione, ed i funghi che ne furono estratti hanno ripreso tutti la fosforescenza con l'intensità primitiva, se non maggiore. Una terza boccia è stata aperta alle 10 e 35 del giorno successivo (4), dopo cioè 24 ore di permanenza dei funghi nell'ossidulo d'azoto. Di questi alcuni ripresero debolmente la fosforescenza, altri assai intensamente, dopo però un lasso di tempo da 30′ ad 1 ora. Altri funghi estratti dopo 36 ore di permanenza nell'ossidulo, non ripresero la fosforescenza: è però da avvertire, che in altro esperimento fatto con funghi più recenti ed in condizioni migliori, la fosforescenza ha ripreso dopo 42 ore e $^1/_2$ di permanenza nell'ossidulo, nel breve tempo di circa $^1/_4$ d'ora dall'estrazione. A conferma quindi di quanto hanno dimostrato il Detmer [1] ed il Moeller [2], l'ossidulo d'azoto agisce come gaz asfissiante, incapace cioè di mantenere la respirazione, ma non come sostanza venefica per la pianta, ed il fungo non ha attitudine a scomporlo per appropriarsene l'ossigeno.

Debbo alla cortesia del prof. P. Tassinari l'aver potuto esperimentare pure l'azione dell'azoto, che difficilmente avrei potuto preparare allo stato di purezza nel mio gabinetto. Entro quattro bocce della solita capacità, ripiene d'azoto puro, furono posti alcuni funghi, raccolti di recente e ben fosforescenti, il 6 di novembre ad ore 2 pom.. Una di queste bocce fu aperta alle ore 8 pom. dello stesso giorno, e ne furono estratti i funghi dopo 6 ore di permanenza nell'azoto. Questi funghi hanno ripreso la loro fosforescenza dopo circa 5′, e si sono resi poco dopo fosforescenti come prima. Altra boccia è stata aperta alle 2 pom. del giorno successivo, e ne furono estratti i funghi dopo 24 ore di permanenza nell'azoto. La fosforescenza ha ripreso in questi funghi circa dopo $^1/_4$ d'ora, e successivamente si è ristabilita con l'intensità primitiva. Dalla terza e quarta boccia i funghi furono tolti dopo 42 ore e $^1/_2$ di permanenza, cioè alle 8 e $^1/_2$ ant. del dì 8, ed in questo caso cominciarono a riprendere la fosforescenza dopo circa 20′, e la riacquistarono con intensità minore della primitiva.

Resultati simili sono stati ottenuti pure con l'idrogeno. Questo gaz fu preparato per mezzo dello zinco e dell'acido cloridrico, e dopo averlo convenientemente lavato, ne furono riempite alcune delle solite bocce a tappo smerigliato. In queste bocce furono introdotti alcuni funghi ben fosforescenti, che ne furono successivamente estratti dopo 6, 12, 24 e 36 ore di permanenza nell'idrogeno. Questi funghi tutti ripresero la fosforescenza, come nel caso dell'azoto, perfino dopo 36 ore di permanenza nell'idrogeno.

I resultati ottenuti impiegando l'idrogeno solforato ($H_2 S$) furono ben differenti da quelli sopra riportati. Alcune bocce della solita capacità furono ripiene di questo gaz, e vi furono introdotti al solito dei funghi ben fosforescenti. Tutti questi funghi in seguito all'immersione nell'idrogeno solforato, persero tutti la fosforescenza in pochi secondi. Tre di queste bocce furono aperte dopo 6 ore di permanenza dei funghi nel gaz. Tutti questi funghi non ripresero la fosforescenza, e successivamente presero un colore rosso scuro e deperirono. Altri funghi estratti da una quarta boccia dopo 24

[1] Detmer W., *Ueber die Einwirkung des Stickstoffoxydulgases auf Pflanzenzellen.* Sitzung. der Jenaischen Gesellsch. für Medicin etc. Sitz. 1 Juli 1881.

[2] Moeller H., *Das Verhalten der Pflanzen zu Stickoxydul.* Ber. der deut. bot. Gesell. Bd. II, 1884, p. 35-41.

ore di permanenza nel gaz, si contennero nello stesso modo. Aggiungerò inoltre come un fungo, che rimase per 12′ in H_2S, dopo esserne estratto riprese la fosforescenza dopo varî minuti e la conservò a lungo. Altro simile tenuto in H_2S per un' ora si contenne pure in modo simile, riprendendo la fosforescenza dopo qualche minuto con discreta intensità; un terzo però, tenuto immerso nell' H_2S per 2 ore e 20′, non riprese affatto la fosforescenza.

Gli esperimenti fatti con l'ossigeno concordano con quelli fatti dal Fabre. Un fungo ben fosforescente, introdotto in una boccia piena di O della capacità di circa 500 cc., ha continuato a risplendere per più di 36 ore, conservando la stessa intensità luminosa di altro fungo simile scelto come termine di confronto. Quindi sussiste realmente il fatto, che nell'ossigeno puro la fosforescenza del fungo dell'olivo non si ravviva, ma si continua come nell'aria; ciò che porta a concludere ch'essa dipenda più da condizioni inerenti al fungo stesso, che dalla pressione dell'ossigeno in cui esso trovasi immerso.

L'azione dell'alcool varia secondo ch'esso è impiegato allo stato liquido od allo stato di vapore. L'alcool assoluto o contenente poca acqua, fatto cadere sulle lamelle fosforescenti, non toglie istantaneamente la fosforescenza, ma l'estingue in pochi secondi. Una estinzione più sollecita ancora si ottiene immergendo un fungo nell'alcool. Sospendendo un fungo entro una bottiglia, che contenga nella parte inferiore dell'alcool anidro, in modo che il fungo si trovi immerso in un ambiente contenente in quantità vapore d'alcool, la fosforescenza si estingue in un tempo che può alquanto variare. Talora la luce si è in gran parte estinta nel corso di circa mezz'ora: spesso però si è conservata per più di un' ora. Se poi i funghi, che hanno perduto in tal modo la fosforescenza, si estraggono per riportarli in contatto dell'aria ordinaria, dopo varî minuti riprendono la fosforescenza.

Varie altre sostanze furono pure esperimentate sul fungo dell'olivo, e specialmente di quelle che agiscono come anestetici, cioè l'etere, la paraldeide, il cloruro di metilene, il cloroformio, il solfuro di carbonio, la benzina di petrolio. A tale scopo s'impiegavano cilindri di vetro della capacità di circa 590 cc., in fondo a ciascuno dei quali si poneva il liquido da esperimentarsi, e poco al di sopra il fungo sostenuto da un sostegno di reticella metallica; dopo di che si chiudeva il cilindro con tappo a smeriglio.

I resultati ottenuti con l'etere hanno alquanto variato, secondo lo stato di robustezza, tonicità ecc. dei funghi sottoposti all'esperimento. In una prima prova un fungo conservò la sua fosforescenza per un tempo assai lungo, e la perdette 1 ora e 38′ dopo l'immersione: dopo di che estratto dal cilindro la riprese con notevole intensità e la conservò a lungo. Però negli altri esperimenti la fosforescenza si è quasi estinta in circa 30′, ed il fungo estratto dall'etere l'ha riacquistata e conservata lungamente.

Non dissimile da quello dell'etere è stato il contegno della paraldeide. Un fungo ch'è stato esperimentato nel vapore di questo liquido, ha perduto la fosforescenza dopo circa 25′ quasi affatto, ma l'ha ripresa assai sollecitamente, dopo esser stato riportato in contatto della aria. In altro esperimento altro fungo ha perduto la fosforescenza in circa $^3/_4$ d'ora, e l'ha ripresa dopo qualche minuto, allorchè fu estratto dal cilindro e rimesso in contatto dell'aria. In tutti questi casi però, i funghi hanno

ripreso la loro fosforescenza, e l'hanno in seguito conservata per alcuni giorni, cioè senza che ne risultasse alcun indizio di aver sofferto deperimento, per causa della prova cui furono sottoposti.

Resultati ben differenti però si ottennero dagli altri liquidi sopra ricordati. Nel vapore di cloruro di metilene i funghi perdevano la fosforescenza nel breve tempo di 5′-10′. Nel vapore di cloroformio e di solfuro di carbonio bastavano 10′ minuti o poco più, perchè la fosforescenza si estinguesse affatto, o quasi affatto. Nella benzina di petrolio occorrevano circa 35′, perchè la fosforescenza si estinguesse. Però in tutti quanti i funghi, ch'erano stati immersi nei vapori dei detti liquidi, la fosforescenza più non si ripristinava, il fungo perdeva la sua tonicità e, dopo qualche tempo, dava segni non dubbî di deperimento e di morte.

Prima di procedere alla ricerca dello sviluppo di calore dovuto alla respirazione, ho creduto opportuno ricercare quale fosse la sua temperatura relativamente a quella dell'ambiente. In tale ricerca mi ha somministrato efficace aiuto l'egregio prof. Antonio Pacinotti, mettendo pure a mia disposizione una pila termoelettrica ed un galvanometro, mediante i quali furono successivamente esplorate la faccia dorsale ed imeniale di varî funghi. Il resultato di queste ricerche si fu, che la temperatura delle dette due facce si mostrò costantemente più bassa dell'ambiente. Alla temperatura dell'ambiente in cui furono fatte tali ricerche, ch'era di circa 14°C, la temperatura delle facce del ricettacolo si mostrava di circa 1° C inferiore a quella dell'ambiente.

Tali ricerche furono da me ripetute mediante termometri adattati a tal genere di studii. Due termometri divisi in decimi di grado ed esattamente comparabili, furono collocati in posizione verticale sopra un tavolino alla distanza di circa $0^{m},40$, in modo che si trovassero in condizioni per quanto era possibile identiche relativamente alle radiazioni. Alcuni funghi, scelti fra i più fosforescenti, venivano collocati in contatto col bulbo di uno di essi, mentre l'altro serviva ad indicare la temperatura dello ambiente. Si ebbe cura altresì di esplorare la superficie dell'imenio e quella del cappello, e ciascuna osservazione fu fatta in doppio, esperimentando cioè il fungo ora coll'una ora coll'altro termometro, per potere eliminare le cause di errore, prendendo la media delle due osservazioni. Le temperature venivano lette da una certa distanza per mezzo di un canocchialino, onde evitare gli errori dovuti alle radiazioni della persona.

In tre successive ricerche effettuate sopra tre funghi differenti A, B, C si ebbero i seguenti risultati:

	Temp. dell'aria	Temp. del fungo		Differenze
	Fungo A.			
Ore 3 e ¼ pom.	16°,9	Imenio	15°,8	1°,1
" " e 25′ "	16 ,6	"	15 ,9	0 ,7
" " e 33 "	16 ,7	Faccia sup.	15 ,9	0 ,8
" " e 40 "	16 ,6	"	15 ,8	0 ,8
	Fungo B.			
" 3 e 45 "	16 ,6	Imenio	15 ,8	0 ,8
" " e 55 "	16 ,6	"	15 ,8	0 ,8
" 4 e 5 "	16 ,6	Faccia sup.	15 ,8	0 ,8
" " e 10 "	16 ,5	"	15 ,8	0 ,7

	Temp. dell'aria	Temp. del fungo		Differenze
	Fungo C.			
Ore 4 e 15 pom.	16 ,5	Imenio	15 ,7	0 ,8
" " e 20 "	16 ,4	"	15 ,6	0 ,8
" " e 25 "	16 ,4	Faccia sup.	15 ,6	0 ,8
" " e 30 "	16 ,4	"	15 ,6	0 ,8

Manifestamente i resultati ottenuti col termometro corrispondono a quelli ottenuti con la pila termoelettrica ed il galvanometro, e dimostrano cioè, come il fungo abbia una temperatura inferiore a quella dello ambiente di circa 0°,8, e ciò, come facilmente si comprende, in conseguenza della traspirazione, la quale rende latente il calore che si sviluppa nei tessuti del fungo per opera della respirazione.

Nello studio dello sviluppo di calore dovuto alla respirazione, il metodo che si suole suggerire, consiste nel porre intorno al bulbo di un termometro diviso in decimi di grado varî pezzi vivi dell'organo che si vuole esplorare, ed altri pezzi dello stesso organo, dopo averli però uccisi, attorno ad altro termometro simile al primo, e notare la differenza di temperatura fra i due termometri. Io non ho seguìto questo metodo per le difficoltà e cause d'errore che presenta. Ho quindi incominciato dallo ammucchiare parecchi funghi attorno al bulbo di un termometro, in modo da creare al bulbo stesso un ambiente, in cui l'aria difficilmente potesse rinnuovarsi, ciò che notevolmente diminuiva la traspirazione. In tali condizioni osservai che il termometro in contatto dei funghi, che da primo segnava soli 15°,8, poteva salire fino a 16°,4, cioè segnava 0°,6 di più, essendo la temperatura esterna di 16°,9. Un resultato poi migliore ottenni ponendo diversi funghi entro una boccia a larga apertura, la quale era chiusa con una lastra di metallo avente un piccolo foro che permetteva d'introdurvi il termometro: disposizione colla quale la traspirazione poteva ritenersi come quasi eliminata, pel fatto che i funghi trovavansi in un ambiente limitato che ben presto si saturava di vapore. In tali condizioni, impiegando i soliti termometri divisi in decimi di grado, dei quali uno col bulbo entro la boccia in contatto dei funghi, l'altro fuori nell'aria a soli $0^m,3$ di distanza, ho potuto notare che il primo, l'interno, segnava 17°,3, mentre il secondo, l'esterno, segnava 16°,6: ciò che dimostrava come, eliminata la traspirazione, in quei funghi si avesse un reale sviluppo di calore capace di mantenere la temperatura al disopra di quella dell'ambiente di 0°,7. In altra ricerca effettuata sopra un solo ricettacolo, rinchiuso entro una boccia come sopra, la temperatura, in successive osservazioni fatte di quarto in quarto d'ora dalle 3 alle 4 pom., è risultata da 0°,9 a 1°,1 superiore a quella dell'ambiente. Essendomi però sorto in mente il dubbio, che nel modo di procedere sopra esposto, le condizioni in cui si trovavano i due termometri dessero luogo a qualche causa di errore, ho voluto ripetere queste ricerche in altro modo. Scelte due campane di vetro della capacità di circa 1 litro e $^1/_2$, eguali per quanto è stato possibile, e fornite ciascuna di una tubularura in alto, ho adottato nella tubulatura di ciascuna un termometro diviso in decimi di grado, in modo che il bulbo si trovasse nell'interno della campana e l'asta al di fuori. Ciascuna di queste campane veniva poi adattata sopra un piatto, in modo che il suo orlo smerigliato combaciasse con sufficiente esattezza col fondo del piatto sul quale stava capovolta. Queste campane venivano collocate l'una presso l'altra sopra un

tavolino, in tali condizioni che potessero ritenersi identiche relativamente alle radiazioni, e nell'una si collocava il fungo da esplorarsi bene in contatto col bulbo del termometro, mentre l'altra si lasciava vuota. Le indicazioni dei termometri erano al solito osservate da distanza per mezzo del canocchialino. Impiegando questo procedimento, resultò che il termometro ch'era a contatto del ricettacolo, oscillando la temperatura dell'ambiente fra 14° e 16°, segnava una temperatura da 0°,6 a 1°,1 superiore a quello della campana vuota. Nelle ricerche fatte esplorando ricettacoli fosforescenti, in confronto con altri non fosforescenti, non mi condussero ad avvertire alcuna differenza. Tentai pure di riscontrare se sussistesse una differenza di temperatura fra la faccia imeniale e la dorsale di un fungo ben fosforescente, ponendo in contatto delle due facce termometri divisi in decimo di grado, operando sempre in ambiente saturo di vapor d'acqua, ma non ho potuto avvertire per ora una differenza veramente attendibile. In una di queste ricerche avrei riscontrato talora una differenza di 0°,1 ed anche un po' più a vantaggio della faccia imeniale, ma questa differenza può dipendere dal fatto che il bulbo del termometro per questa faccia, restava nascosto fra le lamelle ed al riparo dalla radiazione, mentre per l'altra il bulbo restava in parte scoperto, e non sufficientemente protetto dalla radiazione. Ho tentato pure, mediante l'apparecchio sopra descritto, alcuni funghi non fosforescenti, per riconoscere se in questi si potesse constatare una temperatura inferiore a quella dei fosforescenti, ma fin ad ora non m'è stato possibile riscontrare una differenza apprezzabile. Forse si potrebbe ottenere qualche buon resultato impiegando una coppia termoelettrica ed un buon galvanometro, ma per ora non ho potuto avere a mia disposizione apparecchi di tal fatta. Avrei altresì desiderato di perfezionare il metodo descritto, che certamente non va esente da cause d'errore, ma la mancanza di funghi a cagione della stagione omai troppo inoltrata, mi ha costretto a sospendere le mie ricerche.

Passando adesso a trattare delle cause della fosforescenza, osserverò anzitutto come le cognizioni, che attualmente si posseggono sulla funzione fotogenica negli animali, in realtà non sono più avanzate di quelle che sopra tale funzione si hanno pei vegetali.

Humfry Davy e Treviranus attribuirono la luminosità degl'insetti fosforescenti ad una sostanza contenente fosforo, mentre il Becquerel la fece dipendere da una serie di scariche elettriche. Il Jousset de Bellesme (1) considererebbe la fosforescenza come una proprietà del protoplasma dovuta allo sviluppo d'idrogeno fosforato. Più recentemente il sig. R. Dubois, nei suoi studî sugli Elateridi, Miriapodi, Ctenofori e Calicoforidi (1), che con mio rammarico non ho potuto consultare che in estratti, riterrebbe la fosforescenza collegata alla disintegrazione fisiologica, patologica e necrobiotica, e le cellule degli organi fosforescenti subirebbero una degenerazione granulosa, in granulazioni dotate di proprietà speciali ch'egli chiama vacuolidi. Egli ammetterebbe poi che la

(1) Jousset de Bellesme, *Recherches expérimentales sur la phosphorescence du Lampyre* in Compt. rend. de l'Acad des sc. 16 févr. 1880, p. 318.

(2) Dubois R. *Les élatérides lumineux. Contribution à l'étude de la production de la lumière par les êtres vivants.* Thèse de la Faculté des sc. de Paris, Revue scient. 6e année, 2e sem. 1886, p. 340; *Les myriapodes lumineux,* l. c., 1e sem. 1887, p. 59; *La mer phosphorescente et les animaux lumineux,* l. c., p. 603; *Recherches sur la fonction fotogénique,* l. c., p. 731.

sostanza fotogenica fosse un albuminoide solubile e coagulabile pel calore, il quale entrerebbe in conflitto con altre sostanze del gruppo della diastasi, in modo che una parte dell'energia messa in libertà da questa reazione si svilupperebbe in forma di luce.

Il Fabre, com'è ben noto, ha dimostrato che allorquando l'Agarico dell'olivo è fosforescente, produce una quantità di acido carbonico maggiore che allorquando è oscuro. Un grammo di fungo luminoso espirava 1,53 cc. di anidride carbonica di più che lo stesso peso di fungo oscuro. In altro esperimento ha osservato che un dato peso di agarico oscuro ha esalato sensibilmente la stessa quantità di anidride carbonica, di un ugual peso di agarico fosforescente, nel quale la fosforescenza era impedita dal raffreddamento. Egli ha quindi concluso che l'ossidazione e l'emissione di luce sono simultanee, e che la seconda riconosce per causa la prima, od in altri termini la fosforescenza è l'effetto del lavoro respiratorio dell'agarico. Egli ammette non sussistere una linea di limitazione fra il calore e la luce, e ritiene che la fosforescenza del fungo non sia che uno stato particolare del calore: quindi, secondo il suo modo di vedere, sarebbe una parte del calore che si sviluppa nella funzione di respirazione, che si manifesterebbe in forma di luce.

Come già asserii nella mia prima comunicazione, a me pare che in seguito ai resultati sin qui ottenuti, non possa dubitarsi che la fosforescenza del nostro fungo abbia per causa la respirazione. Resterebbe, però, a sapersi se nella respirazione la combustione stessa del carbonio, o la sua combinazione con l'ossigeno, direttamente produce ondulazioni calorifiche e luminose, o se l'energia che si sviluppa da tale combinazione risvegli ondulazioni luminose in qualche composto di neogenesi o preesistente, oppure se la luminosità si debba a qualche ossidazione secondaria strettamente collegata con la funzione di respirazione. Che sieno gli atomi stessi del carbonio che combinandosi con l'ossigeno determinano la fosforescenza, non mi pare ipotesi molto probabile, per la ragione che in moltissimi altri casi, nei quali la respirazione si compie con energia non di rado maggiore, come nei semi germoglianti e negli spadici di molte Aracee, e pure in molti altri funghi, non è stato mai avvertito sviluppo di luce. Più ragionevole certamente è l'ammettere, che l'energia sviluppata dagli atomi del carbonio e dell'ossigeno nell'atto della combinazione, risvegli vibrazioni nelle particelle di qualche composto, che forse si forma in seguito alla combinazione stessa od anche preesistente. Potrebbe anche darsi che la desintegrazione di qualche sostanza albuminoide, determinata dalla funzione di respirazione, desse luogo a qualche composto contenente fosforo, che pure ossidandosi producesse il fenomeno della fosforescenza. Ciò resulterebbe appoggiato dal fatto, che le analisi ultimamente istituite dal prof. P. Tassinari sull'agarico dell'olivo, hanno mostrato contenersi nelle sue ceneri una quantità notevole di fosfati. Interesserebbe quindi d'instituire accurate ricerche sulla composizione dell'agarico dell'olivao, onde conoscere i principî elementari ed immediati che lo costituiscono, come pure i prodotti che si formano nella sua respirazione, tanto nel periodo della fosforescenza, come in quello in cui questa più non si manifesta.

Le ricerche istituite sulla composizione della luce del *Pleurotus olearius*, non mi hanno condotto ad alcun buon resultato. Varî funghi furono posti alla prova mediante uno spettroscopio favoritomi dal prof. P. Tassinari, ma non riuscì ottenere decomposizione apprezzabile di luce, a cagione della debolezza di questa, che appariva

solo come un leggero chiarore, allorquando però la fenditura dello spettroscopio era straordinariamente dilatata. Sarebbe certamente convenuto di tentare il concentramento della luce di diversi ricettacoli scelti fra i più luminosi, ma mi sono mancati tempo e mezzi per costrurre un apparecchio a ciò adattato.

Resta adesso a ricercare quale possa essere il significato della funzione fotogenica nel *Pleurotus olearius*. Già il prof. Borzì nella seduta tenuta dalla Società botanica italiana il 14 ottobre u. s. (1888) accennò all'idea, che la fosforescenza del nostro fungo possa costituire un richiamo per gl'insetti che debbono cooperare alla disseminazione delle spore. Tale opinione, che ben volentieri accetto, ha in appoggio argomenti assai validi. Se infatti la fosforescenza nel regno animale, almeno per certe specie, è una funzione in servizio della riproduzione, non ripugna l'ammettere che un ufficio simile possa avere nel regno vegetale: e se in varî insetti serve a favorire l'incontro dei due sessi, non è improbabile che nelle piante possa servire ad agevolare la disseminazione delle spore. Trattandosi poi di un fungo, che come il *Pleurotus olearius* vive sulle radici e sulle ceppaie dell'olivo, spesso nelle spaccature e nelle cavità che si trovano alla base dei tronchi, in condizioni tali da uon poter esser così facilmente veduto, non è improbabile che, come il color giallo croceo giova ad accusarne la presenza di giorno, la fosforescenza serva a farlo facilmente riconoscere di notte; tanto più che le insenature e cavità, ove esso si annida, sono anche difficilmente investite dai movimenti dell'aria, che potrebbero pure, come in molti altri funghi, giovare alla disseminazione delle spore. Nè tutto ciò avrà valore soltanto pel *Pleurotus olearius*, ma in generale pure per gli altri funghi fosforescenti, quali l'*Agaricus noctilucens*, l'*A. Gartneri*, il *Polyporus citrinus*, l'*Auricularia phosphorica*, la *Xylaria polymorpha*, e le Batteriacee fosforescenti: imperocchè non ripugna l'ammettere, che per le Rizomorfe la luminosità possa servire a guidare speciali insetti ai ricettacoli che sovra esse si producono, e per le Batteriacee pure possa giovare a farle più facilmente avvertire nell'ambiente in cui si trovano. Certamente per adesso si tratta solo di un'ipotesi che ha bisogno di essere confermata da studî più diligenti ed accurati, e da più accurate osservazioni, per essere inalzate al grado di teoria, ma di un ipotesi che, come appoggiata a buoni argomenti, non manca di un certo valore. Che poi nel ricettacolo del *Pleurotus olearius* vengano depositate uova d'insetti in gran numero, si rileva dalla straordinaria quantità di larve che si sviluppano nei suoi ricettacoli: però fino ad ora non mi è stato possibile assistere alle mute di queste larve, nè studiare gl'insetti cui appartengono, onde nulla di positivo posso per ora asserire sopra tale argomento.

Conclusioni.

Da tutto quanto è stato superiormente esposto ritengo pertanto di poter trarre le seguenti conclusioni.

La fosforescenza del *Pleurotus olearius*, come già dimostrò il Tulasne, non si limita alle lamelle del ricettacolo ma vi partecipano pure le altre parti, quali sono lo stipite, la pagina superiore del cappello ed il tessuto interno. La fosforescenza che ho potuto riscontrare nelle altre parti, talora era uguale a quelle delle lamelle,

spesso però assai minore, tanto da non potersi così facilmente avvertire. Lo strato imeniale era la parte più luminosa. Le spore mature non erano fosforescenti.

Luce assai viva si èmana anche dai funghi molto giovani: la fosforescenza però si mostra maggiore, allorquando il fungo ha raggiunto un grado assai elevato di sviluppo, si continua fino a che il fungo ha completamente svolto il suo cappello, ma successivamente decresce e cessa col suo deperimento più o meno lentamente. In alcuni funghi raccolti il 16 ottobre, la fosforescenza si mantenne per circa 2 o 3 giorni, dopo dei quali andò gradatamente decrescendo, fino al 22 dello stesso mese. Il massimo d'intensità luminosa si mostrò in alcuni funghi ch'erano nel pieno dell'energia vegetativa, col margine del cappello tuttora involuto. La luce di uno di questi funghi era percettibile nella oscurità della notte alla distanza di 11^m, ed essa poteva servire a leggere le ore di un orologio, aiutandosi però con una lente biconvessa. I frammenti del fungo possono conservare a lungo la fosforescenza, ma la perdono se schiacciati o compressi fortemente.

La fosforescenza non è dipendente da precedente insolazione, come quelle di molti minerali sottoposti alla radiazione solare. Tutti gli esemplari da me esaminati si sono mostrati luminosi, tanto se esposti alla luce solare per qualche tempo, come pure se conservati nell'oscurità.

L'opinione di Delile, che il fungo sia luminoso solo di notte, non può accettarsi, perchè in realtà esso è fosforescente tanto di giorno che di notte. Per osservare la fosforescenza di giorno, occorre collocarsi allo scuro, e rimanervi il tempo necessario, onde la retina riacquisti la sua sensibilità. Questo tempo può variare all'incirca da 3′ a 10′.

Nessun organismo estraneo al fungo, sia epifita come parasita, può ritenersi essere la causa della fosforescenza, essendochè nei funghi in piena fosforescenza non fu possibile riscontrare nessun organismo di tal fatta, ne alcuna batteriacea. La fosforescenza anzi si mostra intieramente connessa al ciclo di evoluzione del fungo, ed è quindi da considerarsi come dipendente da qualche funzione fisiologica del fungo stesso.

Il calore, come già dimostrò il Fabre, quando si oltrepassino certi limiti, modifica la fosforescenza, e può anche annullarla. Alcuni funghi raffreddati a 0° hanno perduto la fosforescenza nel tempo da $^1/_2$ ad 1 ora, riportati poi a $+14°$ C. dopo la permanenza di 5 ore a 0°, hanno ripreso la fosforescenza con l'intensità primitiva. In altri funghi raffreddati a 0° e lentamente riscaldati, la fosforescenza ho ricominciato a ricomparire da circa $+3°$ a 4°, ed ha raggiunto il suo massimo da $+8°$ a 10°. L'immersione nell'acqua a $+40°$ faceva sparire sollecitamente la fosforescenza, però questa si ristabiliva appena estratto il fungo dall'acqua e si conservava a lungo. Nell'acqua riscaldata a $+50°$ la fosforescenza si estingueva sollecitamente: però dopo l'estrazione dall'acqua più non si ristabiliva. Nel riscaldamento a secco la resistenza mostrasi alquanto maggiore.

L'immersione nell'acqua alla temperatura ordinaria (14° C.), da primo non altera la fosforescenza, ma questa col tempo via via s'indebolisce e finalmente si estingue. Il tempo necessario per l'estinzione varia secondo la quantità dell'acqua ed altre circostanze. In circa 340 cc. di acqua contenuta in un cilindro di $0^m,05$ di diametro, l'estinzione completa è avvenuta in circa 6-10 ore. Se, dopo che il fungo ha soggiornato

per qualche tempo nell'acqua, lo si estragga da questa, esso riacquista la fosforescenza con maggiore energia che da prima, ed in pochi secondi. Nell'acqua deaerata per mezzo dell'ebollizione, la fosforescenza si estingue in un tempo molto più breve. Se il fungo non trascinò seco molta aria nella immersione, 9-10 minuti possono bastare. Nei funghi poi che hanno subìto un parziale prosciugamento, l'acqua riattiva la fosforescenza.

Immergendo il fungo dell'olivo in anidride carbonica (CO_2), ossido di carbonio (CO), ossidulo d'azoto (N_2O), idrogeno (H_2) ed azoto (N_2), la fosforescenza si estingue sollecitamente. Se il fungo viene estratto dal gaz dopo un tempo assai breve, la fosforescenza si ristabilisce con maggiore energia che da prima. Se poi il fungo è rimasto per un tempo assai lungo immerso in un dei detti gaz, la fosforescenza può ristabilirsi con intensità minore alla primitiva, od anche non ricomparire. Nei miei esperimenti i funghi hanno ripreso la fosforescenza con intensità notevole dopo 6, 12 e 24 ore, e con intensità minore dopo 36 ore di permanenza in uno dei detti gaz.

Nell'ossigeno puro la fosforescenza dell'agarico dell'olivo non acquista intensità maggiore, ma si conserva come nell'aria. Un fungo collocato in un recipiente chiuso, contenente 500 cc. di ossigeno, ha conservato la sua fosforescenza per più di 36 ore, alla pari di altro fungo lasciato in contatto dell'aria come termine di confronto.

Un fungo tenuto in idrogeno solforato (H_2S) per soli 12′, in contatto dell'aria riprende la fosforescenza, e lo stesso avviene se la permanenza del gaz si prolunga fino ad 1 ora. Se però si tenga il fungo in detto gaz per più di 2 ore, la fosforescenza non si stabilisce più in contatto dell'aria.

L'alcool allo stato liquido estingue in brevissimo tempo la fosforescenza, allo stato di vapore la estingue in un tempo più o meno lungo, agendo come anestetico. Come anestetici agiscono pure l'etere e la paraldeide. Il cloruro di metilene, il cloroformio, il solfuro di carbonio e la benzina di petrolio agirebbero invece come sostanze venefiche, non permettendo alla fosforescenza di ristabilirsi.

L'agarico dell'olivo in conseguenza della funzione di respirazione produce una elevazione di temperatura apprezzabile col termometro. Se le ricerche si effettuano sul fungo nelle condizioni ordinarie, mediante un termometro diviso in decimi di grado, o mediante una pila termoelettrica ed un galvanometro, il resultato è che il fungo possiede una temperatura inferiore a quella dell'ambiente, e ciò per effetto della traspirazione che rende latente il calore sviluppato nei tessuti del fungo. Ma se si elimina per quanto é possibile la funzione di traspirazione, cimentando il fungo collocato in ambiente chiuso, facilmente si rileva che il fungo ha una temperatura da 0°,7 ad 1°,1 superiore a quella dell'ambiente, allorchè questo è di circa + 14° C.

La fosforescenza dell'agarico dell'olivo ha per casa una ossidazione. Essa deriva dalla funzione di respirazione, che forse compiendosi con maggiore energia, o dà luogo direttamente a radiazioni luminose oltre le calorifiche nella combinazione del C con l'O, o sviluppa ondulazioni luminose in qualche sostanza preesistente o di nuova formazione, o determinando la scomposizione di qualche sostanza albuminoide, induce la formazione di qualche composto capace di emettere radiazioni luminose, sia per l'energia che gli venne comunicata, sia perchè esso stesso capace di subire una combustione secondaria in contatto dell'ossigeno. Il fatto che le ceneri dell'agarico dell'olivo

contengono fosfati in quantità, verrebbe in appoggio della supposizione che questo composto contenga del fosforo: per risolvere però tale questione si rendono necessarî altri e più accurati studî sulla composizione dell'agarico dell'olivo e sui prodotti della sua fosforescenza.

La funzione fotogenica nell'agarico dell'olivo, come pure negli altri funghi fosforescenti, probabilmente ha per ufficio di favorire la disseminazione, richiamando ai ricettacoli del fungo gli animali, i quali inconsapevolmente cooperano al trasporto delle spore.

RELAZIONE

letta dal Socio R. De Paolis, relatore, a nome anche del Socio L. Cremona, nella seduta del 5 maggio 1889 sopra la Memoria presentata dal prof. Marino Pannelli, intitolata: *Sopra le congruenze generate da due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente.*

« Se i punti di due superficie algebriche si corrispondono biunivocamente e algebricamente, le rette che uniscono le coppie di punti corrispondenti generano una congruenza. Il prof. Pannelli, nella Memoria che presenta all'Accademia, trova le principali proprietà di queste congruenze, che in alcuni casi particolari sono già state studiate, e precisamente da Hirst, quando le superficie sono due piani, da Caporali, quando una sola delle superficie è un piano, e da Voss, quando le superficie sono definite da quattro equazioni biquaternarie. La Commissione, ritenendo che in molti casi gli interessanti risultati ottenuti dal prof. Pannelli, possano essere utilmente applicati, propone che la sua Memoria sia pubblicata negli Atti dell'Accademia ».

Sopra le congruenze generate da due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente.

Memoria del prof. MARINO PANNELLI.

Se i punti di due superficie si corrispondono univocamente, le rette che uniscono i punti corrispondenti generano una *congruenza*, la quale sino ad ora non ha formato oggetto di studio che in casi particolari. Fra questi può considerarsi come il più semplice il caso trattato da Hirst nella sua Memoria: *On Cremonian congruences* (¹), nel quale le due superficie si riducono a due piani, di cui i punti sono legati fra loro da una corrispondenza birazionale. Viene in seguito, sebbene in ordine di tempo prima del precedente, il caso preso in esame dal Caporali nella sua Nota: *Sopra alcuni sistemi di rette* (²), in cui una delle due superficie è ancora un piano e l'altra è una superficie rappresentabile punto per punto su quel piano. Infine si ha il caso discusso dal Voss nel suo lavoro: *Beitrage zur Theorie der algebraischen Flächen*, Zweiter Theil; — *Ueber die zu zwei eindeutig auf einander bezogenen Flächen gehörigen Strahlensysteme* (³), nel quale le due superficie sono definite da quattro equazioni biquaternarie e al quale egli fu naturalmente condotto cercando la soluzione dell'altro proposto dal Fiedler (⁴), in cui le due superficie sono la Hessiana e la Steineriana d'una data superficie algebrica. In questa Nota si espongono alcune delle proprietà della congruenza generata da due superficie, fra i punti delle quali la corrispondenza univoca abbia luogo sotto le stesse ipotesi in cui venne studiata da Zeuthen nella sua Memoria: *Études géométriques de quelques-unes des propriétés de deux surfaces dont les points se correspondent un-à-un* (⁵), epperò sotto ipotesi assai generali; e si mostra come dai risultati che così si ottengono possano facilmente dedursi quelli contenuti nei lavori citati.

1. È bene innanzi tutto ricordare le notazioni adottate da Zeuthen nella Memoria accennata e quelle delle equazioni ivi stabilite che qui trovano applicazione.

(1) Proceedings of the London Mathematical Society, vol. XIV, 1883.

(2) Rendiconti della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, fasc. 11°, novembre 1879. Oppure il volume intitolato: *Memorie di geometria* di Ettore Caporali.

(3) Mathematische Annalen, vol. XXX, 1887.

(4) Salmon-Fiedler, *Analytische Geometrie des Raumes*, 3 Ausgabe, Theil II, S. LX der Literatur-Zusätze.

(5) Mathematische Annalen, vol. IV.

Le due superficie date s'indicano con F_1 e F_2 e ciascuna di esse possiede le seguenti singolarità:

n, ordine della superficie;
a, ordine d'un cono circoscritto;
δ, numero plückeriano delle generatrici doppie di questo cono;
$\varkappa$, numero plückeriano delle generatrici stazionarie;
b, ordine della curva doppia;
f, numero dei punti doppî di questa curva che non hanno alcun'altra singolarità;
t, numero de' suoi punti tripli;
k, numero plückeriano delle generatrici doppie d'un cono proiettante la curva doppia;
γ, numero dei punti stazionarî della curva doppia;
q, sua classe;
ϱ, classe della sviluppabile tangente alla superficie lungo la sua curva doppia;
j, numero dei punti-pinces;
c, ordine della curva cuspidale;
h, numero delle generatrici doppie d'un cono proiettante questa curva;
β, numero dei punti stazionarî della stessa curva;
r, sua classe;
σ, classe della sviluppabile tangente alla superficie lungo la sua curva cuspidale;
χ, numero dei punti-clos;
i, numero dei punti d'intersezione della curva doppia e della curva cuspidale, che non hanno alcuna singolarità ulteriore;

n', classe della superficie;
a', classe d'una sezione piana;
δ', numero plückeriano delle tangenti doppie di questa sezione;
$\varkappa'$, numero plückeriano delle tangenti stazionarie;
b', classe della sviluppabile bitangente;
f', numero dei piani doppî di questa sviluppabile che non hanno alcun'altra singolarità;
t', numero de' suoi piani tripli;
k', numero plückeriano delle tangenti doppie d'una sezione piana della sviluppabile bitangente;
γ', numero dei piani stazionarî della sviluppabile bitangente;
q', suo ordine;
ϱ', ordine della curva luogo dei punti di contatto dei piani bitangenti;
j', numero dei piani-pinces;
c', classe della sviluppabile inviluppo dei piani tangenti stazionarî;
h', numero delle tangenti doppie d'una sezione piana di questa sviluppabile;
β', numero dei piani tangenti stazionarî della stessa sviluppabile;
r', suo ordine;
σ', ordine della curva luogo dei punti di contatto dei piani tangenti stazionarî;
χ', numero dei piani-clos;
i', numero dei piani tangenti comuni alla sviluppabile bitangente e alla sviluppabile inviluppo dei piani tangenti stazionarî, che non hanno alcuna singolarità ulteriore;

ed è dotata di:

Un numero di punti conici, cioè di punti in cui le tangenti formano un

Un numero di piani tangenti lungo una curva della classe μ', dell'ordine ν',

cono dell'ordine μ, della classe ν, dotato di $y + \eta$ generatrici doppie di cui y sono tangenti ai rami della curva doppia che passano per il punto, di $z + \zeta$ generatrici stazionarie di cui z sono tangenti ai rami della curva cuspidale, di u piani tangenti doppî e di v piani tangenti stazionarî. — Del resto si suppone che questi punti abbiano le proprietà che sono le più generali quando la superficie si consideri come luogo di punti.

dotata di $y' + \eta'$ tangenti doppie di cui y' sono generatrici della sviluppabile bitangente, di $z' + \zeta'$ tangenti stazionarie, di cui z' sono generatrici dell'inviluppo dei piani tangenti stazionarî, di u' punti doppî e di v' punti stazionarî. — Del resto si suppone che questi piani abbiano le proprietà che sono le più generali quando la superficie si consideri come inviluppo di piani.

e il genere p d'una sezione piana è dato dalla formola

$$(1) \qquad 2(p-1) = a + c - 2n.$$

Per distinguere le singolarità delle due superficie F_1 e F_2 si daranno alle notazioni precedenti gli indici 1 e 2 rispettivamente.

Con D_1 (o D_2) s'indica un punto fondamentale della superficie F_1 (o F_2), al quale corrisponde sull'altra superficie F_2 (o F_1) una curva $D_{1,2}$ (o $D_{2,1}$) dell'ordine $\mu_{1,2}$ (o $\mu_{2,1}$).

Si dice s l'ordine della curva S_1 di F_1 che corrisponde ad una sezione piana Q_2 di F_2 in modo che s denota ancora l'ordine della curva S_2 di F_2 corrispondente ad una sezione piana Q_1 di F_1.

Una curva S_1 ha in ogni punto D_1, un punto multiplo secondo $\mu_{1,2}$, e non è in generale dotata di punti cuspidali. Se si rappresenta con $h_{s,1}$ il numero delle generatrici doppie di un cono che la proietta da un punto qualsivoglia si ha dunque:

$$(2) \qquad 2h_{s,1} = s(s-3) - 2(p_2 - 1),$$

dove nel numero $h_{s,1}$ s'intendano comprese le generatrici multiple dell'anzidetto cono, corrispondenti ai punti fondamentali D_1, le quali contano per $\frac{1}{2}\Sigma\mu_{1,2}(\mu_{1,2}-1)$ generatrici. Altrettanto dicasi per una curva S_2.

Se la superficie F è rappresentabile sopra un piano N—*plo*, ω, sul quale non esistano punti fondamentali, l'ordine N, la classe A' e il numero K' delle tangenti stazionarie della curva limite del piano multiplo sono date [1] dalle formole seguenti:

$$(3) \qquad N = 2(P + N - 1),$$

dove P è il genere della curva di F che corrisponde ad una retta di ω:

$$A' = 2N - 3N + n' - 2a + 3n + r - 2c + 2\chi + \Sigma(\mu + \eta + 2\zeta)$$

$$K' = 12N - 24N + c' - 12a + 24n + \beta + 3r - 15c + 2\sigma + 6\chi + \\ + \Sigma(3x + 3z + 2\eta + 4\zeta),$$

[1] Zeuthen, l. c. § VII.

dove per brevità si è posto

$$x = \nu + 2\eta + 3z \tag{4}$$

e dove le somme Σ s'intendono estese a tutti i punti fondamentali di F.

La seconda delle quattro formole precedenti può, in virtù della prima, essere scritta così:

$$' = 4(P-1) + N + n' - 2a + 3n + r - 2c + 2\chi + \Sigma(\mu + \eta + 2\zeta); \tag{5}$$

e se si indica con **P** il genere della curva limite, per mezzo delle formole di Plücher, si trova:

$$\begin{aligned} 2\mathbf{P} - 2 = {} & 18(P-1) + c' - 2n' - 8a + 18n + \beta + r - 11c + \\ & + 2\sigma + 2\chi + \Sigma(3x + 3z + 2\eta + 4\zeta) - 2\Sigma(\mu + \eta + 2\zeta). \end{aligned} \tag{6}$$

Infine si osservi che se la superficie F viene rappresentata non sopra un piano multiplo ω, ma in una stella multipla O, concepita come generata da un piano, le formole (3), (5) e (6) dànno la classe, l'ordine e il genere del cono limite della stella O.

2. La congruenza il cui studio è l'oggetto di questa Nota s'indicherà con Φ e una retta qualunque di Φ, che unisce un punto X_1 di F_1 al punto corrispondente X_2 di F_2, si dirà *raggio principale* uscente dal punto X_1 o X_2, il quale poi si chiamerà *traccia* di quel raggio sopra F_1 o F_2.

Dicesi *ordine* di una congruenza il numero dei suoi raggi situati in un piano qualunque. Ora un piano qualunque interseca la superficie F_2 (o F_1) secondo una curva Q_1 (o Q_2) alla quale corrisponde sull'altra superficie F_1 (o F_2) una curva S_2 (o S_1), dell'ordine s, che incontra quel piano in s punti, da ciascuno dei quali esce un raggio principale situato sul piano medesimo. Dunque:

I. La congruenza Φ è dell'ordine s.

Dicesi *classe* di una congruenza il numero de' suoi raggi uscenti da un punto qualunque. Ora ogni retta U condotta per un punto dato O incontra la superficie F_1 (o F_2) in n_1 (o n_2) punti, ai quali corrispondono altrettanti punti sull'altra superficie F_2 (o F_1), che determinano n_1 (o n_2) rette V passanti per O. Dunque ad ogni retta U della stella O corrispondono n_1 (o n_2) rette V della stella medesima. In modo analogo si vede che ad ogni retta V corrispondono n_2 (o n_1) rette U. Inoltre se la retta U descrive un piano, le rette corrispondenti V descrivono un cono, e precisamente quello che da O proietta la curva S_2 (o S_1) della superficie F_2 (o F_1) corrispondente alla sezione Q_1 (o Q_2) operata sull'altra superficie F_1 (o F_2) dal piano descritto da quella retta U, epperò il detto cono è dell'ordine s. Quindi in virtù di un noto teorema di Zeuthen, la precedente corrispondenza fra le rette U e V possiede $n_1 + n_2 + s$ coincidenze. Dunque, posto per brevità:

$$N = n_1 + n_2 + s, \tag{7}$$

si ha:

II. La congruenza Φ è della classe N.

Un punto dicesi *singolare* per una congruenza, se per esso passa non un numero finito di raggi della congruenza stessa, ma una semplice infinità. Ora ogni punto

fondamentale D_1 e D_2 di F_1 e di F_2 è singolare per la congruenza Φ, perchè da esso esce una infinità di raggi principali. Questi raggi generano un cono razionale dell'ordine $\mu_{1,2}$ o $\mu_{2,1}$, che è quello che da D_1 o da D_2 proietta la curva $D_{1,2}$ o $D_{2,1}$ che sulla superficie F_2 o F_1 corrisponde a quel punto. Dunque:

III. I punti fondamentali D_1 o D_2 sono punti singolari per la congruenza Φ.

3. Si consideri un fascio (R) di piani che abbia per asse una retta arbitraria R. Ogni piano di questo fascio taglia la superficie F_1 secondo una curva Q_1, alla quale si può far corrispondere la curva S_1 che sulla stessa superficie F_1 corrisponde alla sezione Q_2 fatta da quel piano nell'altra superficie F_2. Variando il piano nel fascio dato, si ottengono sopra F_1 due fasci proiettivi di curve, uno (Q_1) formato da curve Q_1 e l'altro (S_1) formato da curve S_1, e gli s punti comuni a due curve corrispondenti generano una curva G_1, la quale è il luogo dei punti di F_1, tracce dei raggi principali che si appoggiano alla retta R. Questa curva è dell'ordine $n_1 + s$, ha in ogni punto D_1 un punto multiplo secondo $\mu_{1,2}$ e si appoggia in n_1 punti alla retta R, come è facile dimostrare. Inoltre il cono che la proietta da un punto qualunque O di R possiede

$$h_{s,1} - \frac{1}{2}\Sigma\mu_{1,2}(\mu_{1,2} - 1) + (s-1)(n_1 - 1) - p_1$$

generatrici doppie. Infatti, si ha una generatrice doppia, quando due degli s punti comuni a due curve corrispondenti Q_1 ed S_1 nei fasci (Q_1) e (S_1) sono allineati con O, cioè quando il piano della prima curva contiene una generatrice doppia del cono che da O proietta la seconda. Ora ogni piano α del fascio (R) determina una curva Q_1 del fascio (Q_1), alla quale corrisponde nel fascio (S_1) una curva S_1, che viene proiettata da O da un cono dotato (n. 1) di $h_{s,1} - \frac{1}{2}\Sigma\mu_{1,2}(\mu_{1,2} - 1)$ generatrici doppie, le quali danno altrettanti piani β dello stesso fascio (R), che possono considerarsi come corrispondenti a quel piano α. Ogni piano β dà una curva Q_1 sulla quale ciascuna delle curve del fascio (S_1) determina un gruppo di s punti e le rette che uniscono due punti di un medesimo gruppo formano un inviluppo della classe $(s-1)(n_1-1) - p_1$; quindi nel fascio (S_1) esistono $(s-1)(n_1-1) - p_1$ curve S_1 tali, che ciascuna di esse viene proiettata da O da un cono di cui una delle generatrici doppie giace sul piano β; ad ogni piano β corrispondono dunque $(s-1)(n_1-1) - p_1$ piani α. Se un piano α coincide con uno dei piani corrispondenti β, sopra di esso giace una delle generatrici doppie del cono che da O proietta la curva S_1 che corrisponde alla curva Q_1 posta su quel piano. Dunque il cono proiettante da O la curva G_1 possiede tante generatrici doppie, quante sono le coincidenze della corrispondenza ora stabilita fra i piani α e β del fascio (R), e con ciò resta dimostrato quanto si voleva. Si noti infine che la curva G_1 non è dotata, in generale, di punti cuspidali. Quindi il suo genere P è dato dalla formola

$$2P - 2 = (n_1 + s)(n_1 + s - 3) - n_1(n_1 - 1) - \Sigma\mu_{1,2}(\mu_{1,2} - 1)$$
$$- 2\left[h_{s,1} - \frac{1}{2}\Sigma\mu_{1,2}(\mu_{1,2} - 1) + (s-1)(n_1 - 1) - p_1\right],$$

dalla quale tenendo presente la (2) si ricava:

(8) $$P = p_1 + p_2 + s - 1.$$

Dunque:

I. Il luogo dei punti della superficie F_1, tracce dei raggi principali che s'appoggiano ad una retta data è una curva G_1 dell'ordine $n_1 + s$, dotata in ogni punto D_1 di un punto multiplo secondo $\mu_{1,2}$ e del genere $p_1 + p_2 + s - 1$.

In modo analogo si trova:

II. Il luogo dei punti della superficie F_2, tracce dei raggi principali che s'appoggiano ad una retta data è una curva G_2 dell'ordine $n_2 + s$, dotata in ogni punto D_2 di un punto multiplo secondo $\mu_{2,1}$ e del genere $p_2 + p_1 + s - 1$.

Da questi due risultati segue che le curve G_1 e G_2 sono dello stesso genere, e ciò doveva trovarsi perchè i punti di quelle due fra esse che sono date da una medesima retta dello spazio si corrispondono uno ad uno. Inoltre essendo queste due curve degli ordini $n_1 + s$ e $n_2 + s$ rispettivamente, la superficie generata dalle rette che uniscono i loro punti corrispondenti è del grado

$$n_1 + n_2 + 2s = N + s,$$

e quindi, in accordo con una nota proprietà di una congruenza qualunque, si ha:

III. La superficie generata dai raggi della congruenza Φ che si appoggiano ad una trasversale arbitraria è del grado $N + s$.

Ogni retta dello spazio dà una retta G_1 di F_1 e le curve G_1 che passano per un punto dato in F_1 corrispondono alle rette che si appoggiano al raggio principale uscente da quel punto. Quindi per quattro punti presi ad arbitrio sopra F_1 passano tante curve G_1 quante sono le rette che si appoggiano ai quattro raggi uscenti da quei quattro punti, cioè due. Dunque:

IV. Le curve G_1 formano sopra la superficie F_1 un sistema quadruplamente infinito d'indice *due*.

Due curve qualsivogliano G_1 hanno, fuori dei punti fondamentali D_1, tanti altri punti in comune quanti sono i raggi della congruenza Φ che si appoggiano alle due rette dello spazio, cui quelle due curve G_1 corrispondono. Quindi (III) si ha:

V. Due curve qualsivogliano G_1 hanno, fuori dei punti fondamentali D_1, altri $N + s$ punti comuni.

Alle rette di un fascio qualunque corrispondono le curve G_1 di una serie semplicemente infinita; e siccome al raggio principale uscente da un punto dato sopra F_1

s'appoggia una sola retta di quel fascio, così per questo punto passa una sola curva di questa serie, la quale perciò è anche un fascio. Dunque:

VI. Le curve G_1 corrispondenti alle rette di un fascio formano parimenti un fascio.

In modo analogo si dimostra:

VII. Le curve G_1 corrispondenti alle rette di un piano formano una rete e passano tutte per le s tracce A_1 degli s raggi principali situati su quel piano; epperò (V) due qualsivogliano di esse hanno, fuori dei punti D_1 e A_1, solamente altri N punti comuni.

VIII. Le curve G_1 corrispondenti alle rette di una stella formano una rete e passano tutte per le N tracce B_1 degli N raggi principali uscenti dal centro di quella stella; epperò (V) due qualsivogliano di esse hanno, fuori dei punti D_1 e B_1, solamente altri s punti comuni.

Proprietà analoghe alle precedenti sono possedute dalle curve G_2 della superficie F_2 (1).

4. Sia ω un piano qualunque. Da ogni punto X_1 di F_1 esce un sol raggio principale, il quale incontra il piano ω in un punto X. Viceversa per ogni punto X di ω passano (n. 2, II) N raggi della congruenza Φ, che sono principali per altrettanti punti X_1 di F_1. In tal modo fra i punti del piano ω e quelli della superficie F_1 resta stabilita una corrispondenza multipla (1, N), utile per lo studio della superficie focale della congruenza Φ.

Riguardo a questa corrispondenza, in virtù dei teoremi VII e I del numero precedente, si può subito stabilire:

I. Alle rette del piano ω corrispondono sulla superficie F_1 le curve G_1 di una rete.

II. I punti fondamentali della superficie F_1 sono i punti D_1 e A_1: ogni punto D_1 è multiplo secondo $\mu_{1,2}$ ed ogni punto A_1 è semplice.

Inoltre è facile vedere:

III. Sul piano ω non si hanno punti fondamentali.

Una corrispondenza multipla affatto analoga alla precedente può evidentemente essere stabilita fra i punti della superficie F_2 e quelli dello stesso piano ω o di un altro piano.

(1) Le curve G_1 e G_2 delle superficie F_1 e F_2 corrispondono alle curve T del piano Π_0 considerate dal Caporali nello studio del caso particolare della congruenza Φ ricordato in principio di questa Nota.

5. La superficie focale della congruenza Φ è il luogo dei punti pei quali passano due raggi infinitamente vicini di Φ.

Sia Ω la curva d'intersezione di questa superficie con il piano ω. Per ogni punto X di Ω passano N raggi di Φ, due dei quali sono infinitamente vicini; quindi fra gli N punti X_1 della superficie F_1 corrispondenti a quel punto X di ω due sono infinitamente vicini. Dunque Ω è la curva limite del piano multiplo ω. Quindi, in virtù delle formole (3), (5) e (6), essa è dell'ordine

$$\mathrm{N} = 2(\mathrm{P} + \mathrm{N} - 1),$$

della classe

$$\mathrm{A}' = 4(\mathrm{P}-1) + \mathrm{N} + n'_1 - 2a_1 + 3n_1 + r_1 - 2c_1 + 2\chi_1 + \Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) + s$$

e del genere **P** dato dalla formola

$$2\mathbf{P} - 2 = 18(\mathrm{P}-1) + c'_1 - 2n'_1 - 8a_1 + 18n_1 + \beta_1 + r_1 - 11c_1 + 2\sigma_1 + 2\chi_1 + \Sigma(3x_1 + 3z_1 + 2\eta_1 + 4\zeta_1) - 2\Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) - 2s,$$

dove N e P sono determinati dalle formole (7) e (8) e dove le somme Σ s'intendono estese ai soli punti fondamentali D_1 di F_1. Gli altri s punti fondamentali A_1 hanno dato gli ultimi termini s e $-2s$ nelle due ultime equazioni. Ed infatti, i punti A_1 essendo semplici (n. 4, II), per ciascuno di essi si ha $\mu_1 = 1$, $\nu_1 = \eta_1 = z_1 = \zeta_1 = 0$ e quindi per la posizione (4) anche $x_1 = 0$. Facendo dunque per brevità:

$$(9)\quad \begin{cases} \mathrm{H}_1 = n'_1 - 2a_1 + 3n_1 + r_1 - 2c_1 + 2\chi_1 + \Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) \\ \mathrm{K}_1 = c'_1 - 2n'_1 - 8a_1 + 18n_1 + \beta_1 + r_1 - 11c_1 + 2\sigma_1 + 2\chi_1 \\ \qquad + \Sigma(3x_1 + 3z_1 + 2\eta_1 + 4\zeta_1) - 2\Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) \end{cases}$$

si può stabilire:

I. La superficie focale è dell'ordine

$$(10)\qquad \mathbf{N} = 2(\mathrm{P} + \mathrm{N} - 1).$$

II. Le sezioni piane della superficie focale sono della classe

$$(11)\qquad \mathrm{A}' = 4(\mathrm{P}-1) + \mathrm{N} + s + \mathrm{H}_1$$

e del genere **P** dato dalla formola

$$(12)\qquad 2\mathbf{P} - 2 = 18(\mathrm{P}-1) - 2s - \mathrm{K}_1.$$

In tal modo si conoscono l'ordine, la classe e il genere di una sezione piana qualunque; quindi per mezzo delle formole di Plücker si possono determinare le altre caratteristiche. Così si trova:

III. La superficie focale possiede una curva doppia dell'ordine

$$2\mathbf{B} = 4[(\mathrm{P}+\mathrm{N})^2 - 17\mathrm{P} - 5\mathrm{N} + 2s + 16] - 3\mathrm{K}_1 + 2\mathrm{H}_1$$

e una curva cuspidale dell'ordine

$$\mathbf{C} = 3(\mathrm{N} + 6\mathrm{P} - s - 6) + \mathrm{K}_1 - \mathrm{H}_1.$$

6. Se nelle considerazioni precedenti si sostituisce alla superficie F_1 la superficie F_2, si ottiene:

$$A' = 4(P-1) + N + s + H_2$$
$$2P - 2 = 18(P-1) - 2s + K_2,$$

dove H_2 e K_2 hanno rispetto ad F_2 gli stessi significati che H_1 e K_1 hanno rispetto ad F_1.

Ora dal confronto di queste due formole con le precedenti (11) e (12) segue:

$$H_1 = H_2$$
$$K_1 = K_2$$

e di qui

$$K_1 + 2H_1 = K_2 + 2H_2.$$

E ponendo nella prima e nella terza in luogo di H_1 e H_2, K_1 e K_2 i loro valori si hanno le equazioni seguenti:

$$n'_1 - 2a_1 + 3n_1 + r_1 - 2c_1 + 2\chi_1 + \Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1)$$
$$= n'_2 - 2a_2 + 3n_2 + r_2 - 2c_2 + 2\chi_2 + \Sigma(\mu_2 + \eta_2 + 2\zeta_2),$$
$$c'_1 - 12a_1 + 24n_1 + \beta_1 + 3r_1 - 15c_1 + 2\sigma_1 + 6\chi_1$$
$$+ \Sigma(3x_1 + 3z_1 + 2\eta_1 + 4\zeta_1)$$
$$= c'_2 - 12a_2 + 24n_2 + \beta_2 + 3r_2 - 15c_2 + 2\sigma_2 + 6\chi_2$$
$$+ \Sigma(3x_2 + 3z_2 + 2\eta_2 + 4\zeta_2),$$

che sono appunto le equazioni [II] e [III] stabilite da Zeuthen nella Memoria citata, l'ultima delle quali esprime il noto teorema di Clebsch: Due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente sono dello stesso genere.

7. Sia O un punto qualunque dello spazio. Da ogni punto X_1 di F_1 esce un sol raggio principale che determina un piano passante per O. Viceversa sopra ogni piano condotto per O giacciono (n. 2, I) s raggi della congruenza Φ, che sono principali per altrettanti punti X_1 di F_1. In tal modo fra i piani della stella O e i punti della superficie F_1 resta stabilita una corrispondenza multipla (1, s), la quale al pari di quella considerata nel n. 4 può applicarsi con vantaggio alla determinazione di altre caratteristiche della superficie focale.

Riguardo a questa corrispondenza, in virtù dei teoremi VIII e I del numero 3, si ha:

I. Alle rette della stella O corrispondono sulla superficie F_1 le curve G_1 di una rete.

II. I punti fondamentali della superficie F_1 sono i punti D_1 e B_1: ogni punto D_1 è multiplo secondo $\mu_{1,2}$ ed ogni punto B_1 è semplice. Inoltre è facile vedere:

III. Nella stella O non si hanno piani fondamentali.

Una corrispondenza multipla affatto analoga alla precedente può evidentemente

essere stabilita fra i punti della superficie F_2 e i piani della stessa stella O o di un'altra stella.

8. La superficie focale della congruenza Φ è l'inviluppo dei piani che contengono due raggi infinitamente vicini di Φ.

Sia Ω' il cono inviluppo dei piani della stella O tangenti alla superficie focale. Sopra ogni piano di Ω' giacciono s raggi di Φ, due dei quali sono infinitamente vicini; quindi fra gli s punti della superficie F_1 corrispondenti a quel piano della stella O due sono infinitamente vicini. Dunque Ω' è il cono limite della stella O. Quindi, in virtù dell'osservazione fatta alla fine del n. 1, si ha che il cono Ω' è della classe

$$\mathrm{N}' = 2\,(\mathrm{P} + s - 1)$$

dell'ordine

$$\mathbf{A} = 4\,(\mathrm{P} - 1) + s + n'_1 - 2a_1 + 3n_1 + r_1 - 2c_1 + 2\chi_1 + \Sigma\,(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) + \mathrm{N}$$

e del genere $\mathbf{P}'$ dato dalla formola

$$\begin{aligned} 2\mathbf{P}' - 2 = {} & 18\,(\mathrm{P} - 1) + c'_1 - 2n'_1 - 8a_1 + 18n_1 + \beta_1 + r_1 - 11c_1 + 2\sigma_1 + 2\chi_1 \\ & + \Sigma\,(3x_1 + 3z_1 + 2\eta_1 + 4\zeta_1) - 2\Sigma\,(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) - 2\mathrm{N}. \end{aligned}$$

Queste tre formole si possono ricavare immediatamente dalle analoghe del numero 5 sostituendo s ad N e viceversa. Dunque tenendo presente le formole (10) e (12) si può stabilire:

I. La superficie focale è della classe

$$\mathrm{N}' = \mathrm{N} - 2\,(n_1 + n_2) \quad (13)$$ [1].

II. I coni circoscritti alla superficie focale sono dell'ordine

$$\mathbf{A} = 4\,(\mathrm{P} - 1) + \mathrm{N} + s + \mathrm{H}_1$$

in accordo con la formola (11), come doveva essere; e del genere

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - (n_1 + n_2). \quad (14)$$

In tal modo si conoscono la classe, l'ordine e il genere di un cono circoscritto qualunque; quindi per mezzo delle formole di Plücker si possono determinare le altre caratteristiche. Così, e tenendo presente i risultati III del numero 5, si trova:

III. I piani bitangenti della superficie focale formano una sviluppabile della classe

$$\mathrm{B}' = \mathrm{B} + 2\,(n_1 + n_2)\,(n_1 + n_2 + 5 - \mathrm{N}),$$

e i piani tangenti stazionarî una sviluppabile della classe

$$\mathrm{C}' = \mathrm{C} - 6\,((n_1 + n_2)\,.$$

[1] Questo risultato si trova d'accordo con un noto teorema sulle congruenze attribuito da Sophus Lie a Felix Klein.

Queste due formole si possono ricavare senz'altro dalle analoghe contenute nella proposizione III del numero 5, sostituendo s ad N e viceversa.

9. *Caso di Hirst.* — Le superficie F_1 e F_2 sono due piani fra i punti dei quali ha luogo una corrispondenza birazionale dell'ordine m. Si ha quindi

$$n_1 = n_2 = 1 \quad , \quad s = m$$

epperò in virtù della (7)

$$N = m + 2 .$$

Inoltre le curve di un piano che corrispondono alle rette dell'altro sono del genere *zero*, e per conseguenza è

$$p_1 = p_2 = 0$$

e quindi per la (8)

$$P = m - 1.$$

Infine perchè F_1 è un piano, si ha

$$n'_1 = c'_1 = a_1 = c_1 = r_1 = \beta_1 = \sigma_1 = \chi_1 = 0 ,$$

e per ogni punto fondamentale D_1,

$$\mu_1 = 1 \quad , \quad \nu_1 = \eta_1 = \zeta_1 = z_1 = 0$$

e quindi tenendo presente la (4), anche

$$x_1 = 0 ;$$

epperò, detto α il numero dei punti fondamentali D_1, in virtù delle (9), si trova

$$H_1 = 3 + \alpha$$
$$K_1 = 2\,(9 - \alpha) .$$

Ora ponendo i valori di N, P, così calcolati nelle formole (10) e (13) si ottengono i risultati dati dal sig. Hirst nella sua Memoria sopra citata, e precisamente negli articoli 15 e 10 [1].

10. *Caso di Caporali.* — La superficie F_1 è un piano ed F_2 è una superficie dell'ordine M rappresentabile punto per punto su quel piano, in modo che si ha intanto

$$n_1 = 1 \quad , \quad n_2 = M.$$

Inoltre perchè le sezioni piane di F_1 sono rette e le sezioni piane di F_2 hanno per imagini le curve di un sistema lineare triplamente infinito d'ordine m e di genere p, si ha pure

$$p_1 = 0 \quad , \quad p_2 = p \quad , \quad s = m ,$$

e quindi, in virtù delle (7) e (8),

$$N = M + m + 1$$
$$P = p + m - 1.$$

[1] L'ordine e la classe sono le sole caratteristiche della superficie focale determinate dal sig. Hirst.

Infine come nel caso precedente si trova

$$H_1 = 3 + \alpha$$
$$K_1 = 2(9 - \alpha),$$

dove α è il numero dei punti fondamentali D_1 del sistema delle curve di F_1, imagini delle sezioni piane di F_2.

Ponendo i valori di N, P, H_1 e K_1 così calcolati nelle formole (10), (11), (12), (13) e (14) si ottengono, cambiate le notazioni, i risultati dati dal Caporali nei numeri 11, 9, 11, 8 e 14 della sua Memoria sopra citata, e conseguentemente anche quelli trovati nel n. 12 e alla fine del n. 14 della stessa Memoria.

11. *Caso di Woss.* — Le superficie F_1 e F_2 sono definite da quattro equazioni biquaternarie

$$f_i = 0 \quad , \quad (i = 1, 2, 3\,4)$$

degli ordini l_i e λ_i nelle variabili omogenee x_i e ζ_i in modo che [1] gli ordini delle superficie medesime sono:

$$l = l_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4 + l_2\lambda_1\lambda_3\lambda_4 + l_3\lambda_1\lambda_2\lambda_4 + l_4\lambda_1\lambda_2\lambda_3$$
$$\lambda = \lambda_1 l_2 l_3 l_4 + \lambda_2 l_1 l_3 l_4 + \lambda_3 l_1 l_2 l_4 + \lambda_4 l_1 l_2 l_3$$

rispettivamente e la curva che sopra una superficie corrisponde ad una sezione piana dell'altra è dell'ordine

$$e = l_1 l_2\lambda_3\lambda_4 + l_1 l_3\lambda_2\lambda_4 + l_1 l_4\lambda_2\lambda_3 + l_2 l_3\lambda_1\lambda_4 + l_2 l_4\lambda_1\lambda_3 + l_3 l_4\lambda_1\lambda_2.$$

Quindi si ha intanto

$$n_1 = l \quad , \quad n_2 = \lambda \quad , \quad s = e$$

epperò, in virtù della (7),

$$N = l + \lambda + e.$$

Gli ordini dei coni circoscritti alle superficie F_1 e F_2 sono [2]

$$a_1 = (L - 1)\,l + (\Lambda - 4)\,e$$
$$a_2 = (\Lambda - 1)\,\lambda + (L - 4)\,e$$

dove per brevità si è posto

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$
$$\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4.$$

Inoltre le superficie F_1 e F_2 non posseggono curve cuspidali, almeno in generale, cioè quando le f_i sono di forma qualunque [3]; quindi è

$$c_1 = c_2 = 0.$$

[1] Voss, *Beitrage zur Theorie der algebraischen Flächen.* Erster Theil. — *Zur Theorie der Steiner'schen Kernflächen.* Mathematischen Annalen, Band XXVII, pag. 359.

[2] Voss, l. c. Erster Theil, pag. 361, formola (6).

[3] Voss, l. c. Erster Theil, pag. 362.

Ora la formola (1) dà

$$2(p_1-1)=(\mathrm{L}-3)\,l+(\varLambda-4)\,e$$
$$2(p_2-1)=(\varLambda-3)\,\lambda+(\mathrm{L}-4)\,e$$

epperò la (8)

$$2(\mathrm{P}-1)=(\mathrm{L}-3)\,l+(\varLambda-3)\,\lambda+(\mathrm{L}+\varLambda-6)\,e.$$

La superficie F_1 è della classe [1]

$$n'_1=(\mathrm{L}-1)^2\,l+(\varLambda-4)^2\,\lambda+2(\mathrm{L}-1)(\varLambda-4)\,e$$
$$-\mathrm{L}_2\,l-(\varLambda_2-4\varLambda+10)\,\lambda-(\mathrm{L}\varLambda-4\mathrm{L}-\mathrm{T})\,e$$

dove si è posto

$$\mathrm{L}_2=l_1\,l_2+l_1\,l_3+l_1\,l_4+l_2\,l_3+l_2\,l_4+l_3\,l_4$$
$$\varLambda_2=\lambda_1\,\lambda_2+\lambda_1\,\lambda_3+\lambda_1\,\lambda_4+\lambda_2\,\lambda_3+\lambda_2\,\lambda_4+\lambda_3\,\lambda_4$$
$$\mathrm{T}=l_1\,\lambda_1+l_2\,\lambda_2+l_3\,\lambda_3+l_4\,\lambda_4\,,$$

e la classe della sviluppabile inviluppo de' suoi piani tangenti stazionarî è [2]

$$c'_1=4(\varLambda-4)^2\,\lambda+4(\mathrm{L}-1)(\mathrm{L}-2)\,l+4(\varLambda-4)(2\mathrm{L}-3)\,e$$
$$-2\mathrm{L}_2\,l-2(\varLambda_2-4\varLambda+10)\,\lambda-2(\mathrm{L}\varLambda-4\mathrm{L}-\mathrm{T})\,e.$$

Inoltre perchè la F_1 non possiede, come si è già osservato, curva cuspidale, è ancora

$$r_1=\chi_1=\beta_1=\sigma_1=0.$$

Infine sopra F_1 non si hanno punti fondamentali D_1, epperò è

$$\Sigma(\mu_1+\eta_1+2\varsigma_1)=0\quad,\quad\Sigma(3x_1+3z_1+2\eta_1+4\zeta_1)=0.$$

Quindi le formole (9) dànno

$$\mathrm{H}_1=[\mathrm{L}(\mathrm{L}-4)-\mathrm{L}_2+6]\,l+[\varLambda(\varLambda-4)-\varLambda_2+6]\,\lambda+[(\mathrm{L}-4)(\varLambda-4)+\mathrm{T}]\,e$$
$$\mathrm{K}_1=2(\mathrm{L}-4)^2\,l+2(\varLambda-4)^2\,\lambda+4(\mathrm{L}-4)(\varLambda-4)\,e.$$

Ponendo i valori di N, P, H_1 e K_1 così calcolati nelle formole (10), (11), (12), (13) e (14) si ottengono, cambiate le notazioni, i risultati trovati dal sig. Woss nelle pagine 233, 240, 234, 233 e 236 della seconda parte della sua Memoria citata [3].

12. *Caso di Fiedler.* — Le superficie F_1 e F_2 sono la Steineriana e la Hessiana di una data superficie algebrica dell'ordine n. Se $f=0$ è l'equazione di questa superficie, le relazioni che legano le coordinate di due punti coniugati x e ξ sono

$$\Sigma\,x_i\,f_{ik}=0 \qquad\qquad (k=1,2,3,4),$$

e dal confronto di queste equazioni con le altre $f_i=0$ del caso precedente, segue che ora è

$$l_1=l_2=l_3=l_4=1$$
$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=n-1$$

(1) Voss, l. c. Erster Theil, pag. 362, formola (7) e pag. 364, formola (8).

(2) Voss, l. c. Erster Theil, pag. 372, formola (17) e pag. 364 formola (8).

(3) Mathematische Annalen, Band XXX.

e quindi

$$n_1 = 4(n-2)^3 \quad , \quad n_2 = 4(n-2) \quad , \quad s = 6(n-2)^2.$$

Perciò la formola (7) dà

$$N = 2(n-2)(2n^2 - 5n + 4).$$

Inoltre si ha ([1])

$$a_1 = 6(n-1)(n-2)^2 \quad , \quad c_1 = 30(n-2)^2(n-3)$$
$$a_4 = 4(n-2)(4n-9) \quad , \quad c_2 = 0\,,$$

quindi per la (1), è

$$2(p_1 - 1) = 4(n-2)^2(7n-20)$$
$$2(p_2 - 1) = 4(n-2)(4n-11),$$

epperò in virtù della (8),

$$2(P-1) = 4(n-2)(7n^2 - 27n + 23).$$

Si ha ancora ([2])

$$n'_1 = 4(n-1)^2(n-2)$$
$$c'_1 = 2(n-1)(n-2)(11n-24)$$
$$r_1 = 20(n-2)(6n^2 - 30n + 37)$$
$$\beta_1 = 40(n-2)(6n^2 - 35n + 50)$$
$$\sigma_1 = 10(n-1)(n-2)(3n-8)$$
$$\chi_1 = 0$$

e poichè sulla Steineriana non esistono punti fondamentali D_1 è

$$\Sigma(\mu_1 + \eta_1 + 2\zeta_1) = 0 \quad , \quad \Sigma(3x_1 + 3z_1 + 2\eta_1 + 4\zeta_1) = 0\,,$$

quindi le (9) dànno

$$H_1 = 8(n-2)(8n^2 - 40n + 51)$$
$$K_1 = 128(n-2)(n-3)^2.$$

Ponendo i valori di N, P, H_1 e K_1 così calcolati nelle formole (10), (11), (12), (13) e (14) si ottengono i risultati trovati dal sig. Woss nelle pag. 254, 255, 256, 254 e 256 della seconda parte della sua Memoria citata e conseguentemente gli altri che da questi dipendono.

[1] Voss, l. c. Erster Theil, pag. 395 e 396.
[2] Voss, l. c. Erster Theil, pag. 395.

RELAZIONE

letta dal Socio S. Cannizaro, relatore, a nome anche del Socio A. Cossa nella seduta del 5 maggio 1889 sulla Memoria del sig. A. Pezzolato, intitolata: *Sul modo di determinare la nicotina in presenza dell'ammoniaca.*

« Il sig. Pezzolato, chimico, addetto da più anni all'analisi dei tabacchi nelle manifatture dello Stato, avendo scoperto che la nicotina in soluzioue alcoolica non ha azione sul laccamuffa e l'alizarina impiegati come indicatori, ha su questo fatto fondato un metodo assai più semplice di quello sinora noto per superare le non lievi difficoltà, che si incontrano nella determinazione quantitativa della nicotina per la costante presenza dell'ammoniaca.

« In questa Memoria egli descrive tale nuovo metodo e le precauzioni per applicarlo e dà tutte le prove per dimostrarne l'esattezza.

« La Commissione esaminatrice avendo riconosciuto che il lavoro sperimentale è stato eseguito dal Pezzolato con rigore e diligenza e che riescirà di non lieve utilità pei chimici i quali attendono all'analisi dei tabacchi, ne propone la pubblicazione negli Atti della Accademia ».

Sul modo di determinare la nicotina in presenza dell'ammoniaca.
Memoria di A. PEZZOLATO

La valutazione della nicotina, ha formato soggetto di studio di varî e distinti chimici.

Alcuni di essi hanno limitato le loro ricerche a metodi di facile applicazione e cioè servibili all'uso industriale, però per quanto pratici siano riusciti quei metodi, non sono consigliabili, se non nel caso in cui siano sufficienti risultati soltanto approssimativi.

Altri poi hanno inteso di raggiungere la possibile maggiore esattezza nei risultati, ma i metodi loro, pur richiedendo un'esecuzione più laboriosa, non corrispondono perfettamente allo scopo.

I metodi che fino ad ora sono stati resi di pubblica conoscenza, possono riunirsi in tre distinti gruppi.

Nell'uno possono essere compresi quelli seguendo i quali la nicotina vien separata dal tabacco con etere ammoniacale e valutata volumetricamente nell'estratto, previa eliminazione dell'ammoniaca. (Metodi di Schlöesing e di Nessler).

Nel secondo, quei metodi coi quali la nicotina vien precipitata dagli estratti del tabacco allo stato di sale doppio di mercurio, e dedotta dal volume del liquido precipitante impiegato. (Metodi di Mayer e di Nessler).

Nel terzo infine, possono comprendersi quei metodi mediante i quali la nicotina viene dapprima separata per distillazione, con o senza corrente di vapor d'acqua, dagli estratti del tabacco resi alcalini con *calce* o con *soda* o con *potassa*, e quindi valutata direttamente col mezzo volumetrico, od indirettamente per pesata. (Metodo di Butron-Charlard ed Henry, di Wittstein, di Lieke, di Skalweit, di Kissling e di Biel).

Relativamente alle cause cui devesi la poca esattezza della generalità dei metodi accennati, dirò con brevità, che quelli i quali richiedono l'uso dell'ammoniaca per spostare la nicotina, presentano delle difficoltà pratiche che pongono l'operatore nel caso di errare con facilità.

Difatti, esigendosi che la determinazione della nicotina debba essere eseguita dopo avere eliminato l'ammoniaca che l' accompagna, e siccome l'ammoniaca non può separarsi per completo dalla nicotina se non a quella temperatura cui una parte dell'alcaloide per la forte tensione del suo vapore può andare perduto, ne avviene che, se l'operatore spinge un poco troppo il riscaldamento dell'estratto, perde della nicotina,

o se effettua la separazione dell'etere ammoniacale a bassa temperatura, valuta come nicotina l'ammoniaca che è stata trattenuta dai materiali dell'estratto.

Oltre a ciò, altra causa d'errore proviene dalla difficoltà, sia di poter far diffondere per completo la nicotina nel liquido acquoso atteso la grande quantità dei materiali ivi insolubili coi quali si trova associata; sia per non poter bene precisare la fine del saggio volumetrico colle carte reattive.

Seguendo poi i metodi coi quali la nicotina vien precipitata allo stato di sale doppio di mercurio, sia direttamente nel succo del tabacco, sia nel distillato di questo, si incorre in errore talvolta, per l'impedimento che la presenza di alcuni materiali del tabacco, come ad esempio l'acido acetico, fa alla precipitazione dell'alcaloide e per la difficoltà di apprezzare la fine dell'operazione.

Inoltre una piccola parte di ammoniaca è sempre trascinata nella precipitazione dalla nicotina, e su di ciò è concorde pure il Nessler (1) che è uno dei proponenti il metodo.

Inquanto poi a quei metodi che prescrivono di distillare la nicotina in presenza della soda o della potassa, sogliono sovente dar luogo ad inesattezze, principalmente per la parziale decomposizione della nicotina in ammoniaca, che ha luogo per influenza dei detti alcali, i quali, se in soluzione molto concentrata, possono decomporre fino il 48 per $^0/_0$ della nicotina presente, come fa osservare il Kissling (2).

Oltre a ciò, prescindendo dalla difficoltà di poter separare tutta l'ammoniaca innanzi di valutare la nicotina, alcuni di essi traggono in errore facendo perdere della nicotina durante la concentrazione dei liquidi per disassociazione del solfato neutro di quella base, come verificasi nell'usare i metodi di Kissling (3) e quello di Biel (4) non ha guari pubblicati. Difatti questi esperimentatori dopo aver suggerito di distillare il succo alcalinizzato con idrato calcico, consigliano di concentrare a scarso volume il distillato reso *debolmente* acido con acido solforico. Attenendosi a queste precise indicazioni, dopo aver saturato con acido solforico normale la nicotina e l'ammoniaca nel distillato, basta un'ulteriore aggiunta di poche gocce di quella soluzione, per rendere debolmente acido il liquido. Però se la quantità dell'acido che si impiega non è tale da poter formare colla nicotina presente il sale acido, una parte del solfato viene disassociata durante la concentrazione del liquido, con perdita evidente dell'alcaloide.

Ho eseguito in proposito alcuni esperimenti, i risultati dei quali trascrivo qui appresso; da essi emerge che, evaporando soluzioni acquose di solfato neutro di nicotina nel volume di 50 e 100 cc., si disassocia una quantità di sale tale da avere una perdita in alcaloide corrispondente a circa il 20 per $^0/_0$ del sale impiegato nel saggio, e che questa disassociazione va diminuendo coll'accrescersi della quantità dell'acido che si impiega per acidificare il liquido, e cessa tosto che la totalità dell'alcaloide è stata trasformata in sale acido.

(1) *Der Tabak seine Bestandtheile und seine Behandlung,* 1883.

(2) Zeistchr. Anal. Chem., V. 22, p. 199 (1883).

(3) Chemiker Zeitung, 1885, pag. 1336.

(4) The druggist Circular and chemical Gazzette, New York, aprile 1888, pag. 78. Estratto dal Pharmaceut. Zeitschr für Russland.

	Acido solforico normale saturato con nicotina	Solfato di nicotina corrispondente	Volume del liquido evaporato	Potassa decinormale occorsa per saturare l'acido proveniente dalla disassociazione del solfato di nicotina	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata nel saggio	Nicotina perduta per % di solfato
	cc	gr	cc	cc	gr	gr	
I	1	0,211	50	2,6	0,0421	0,162	19,952
II	1	0,211	100	2,6	0,0421	0,162	19,952
III	2	0,422	50	4,5	0,0729	0,324	17,275
IV	2	0,422	100	4,6	0,0745	0,324	17.654
V	3	0,633	50	5,7	0,0923	0,486	14,581
VI	3	0,633	100	5,8	0,0939	0,486	14,834
VII	4	0,844	50	7	0,1134	0,648	13,435
VIII	4	0,844	100	6,8	0,1101	0,648	13,045
IX	5	1,055	50	7,8	0,1263	0,810	11,971
X	5	1,055	100	7,6	0,1231	0,810	11.667

	Acido solforico decinormale saturato con nicotina	Solfato di nicotina corrispondente	Acido solforico decinormale aggiunto per acidificare il liquido	Volume del liquido evaporato	Potassa decinormale occorsa per neutralizzare l'acidità del liquido	Potassa riferentesi all'acido che proviene dalla disassociazione del solfato di nicotina	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata nel saggio	Nicotina perduta per % di solfato
	cc	gr	cc	cc	cc	cc	gr	gr	
I	30	0,633	3	50	6,6	3,6	0,0583	0,486	9,213
II	30	0,633	6	50	8	2	0,0324	0,486	5,131
III	30	0,633	9	50	10,8	1,8	0,0291	0,486	4,755
IV	30	0,633	12	50	13,8	1,8	0,0259	0,486	4,090
V	30	0,633	15	50	16,2	1,2	0,0194	0,486	3,064
VI	30	0,633	18	50	18,6	0,8	0,0129	0,486	2,037
VII	30	0,633	21	50	21,6	0,6	0,0097	0,486	1,539
VIII	30	0,633	24	50	24,4	0,4	0,0064	0,486	1,023
IX	30	0,633	27	50	27,2	0,2	0,0032	0,486	0,501
X	30	0,633	30	50	30	0	—	0,486	—

Il metodo da me studiato e che propongo per superare alcune difficoltà accennate, che sono ai metodi oggi conosciuti causa di comune errore, è fondato sulla proprietà che ha la nicotina, a differenza della potassa, della soda e dell'ammoniaca, di non esercitare azione alcuna sugli indicatori laccamuffa ed alizarina, quando sia in soluzione nell'alcool a 96° c. e sulla insolubilità del solfato neutro di ammoniaca nell'alcool

a quel grado di concentrazione ([1]). Se quindi nella soluzione alcoolica di un sale di nicotina, cui sia stata aggiunta qualche goccia di uno degli indicatori suddetti, si versa la soluzione di un alcali capace di porre in libertà la base organica, il colore dell'indicatore non verrà menomamente alterato dall'alcali, sinchè non sia stato saturato tutto l'acido col quale l'alcaloide è in combinazione.

Per servirsi di questo metodo, occorre anzi tutto ottenere i solfati di nicotina e di ammoniaca; che essi siano deacquificati e scevri di qualsiasi sostanza che possa avere azione sulla laccamuffa e sulla alizarina, o che faccia impedimento per poter bene apprezzare ogni cambiamento di colore degli indicatori ora detti; e che infine la quantità di alcool che si adopra per la soluzione del solfato di nicotina, abbia un grado di concentrazione tale che, col volume della soluzione alcalina che si impiega per la valutazione in parola, fornisca un liquido il cui contenuto alcoolico non sia minore del 96 o 97 per $^0/_0$ in volume.

Nella pratica si possono presentare varî casi; cioè di dovere valutare la sola nicotina, o con quella pure l'ammoniaca; in miscugli salini, nel tabacco, o nei preparati di questo.

Qualunque di questi casi si presenti, quando le due basi non siano nelle condizioni sopra richieste, si dovrà procedere alla loro separazione dai materiali estranei a mezzo della distillazione in corrente di vapor d'acqua, ponendole in libertà con un alcali che non abbia il potere di decomporre la nicotina, e raccogliendo il liquido che distilla in un volume dato di acido solforico normale, sufficiente per formare i sali acidi di quelle basi.

Il distillato sarà ridotto colla evaporazione al volume compreso fra i 50 ed i 100 cc. e dopo averlo colorato con qualche goccia di laccamuffa o di alizarina, verrà titolato con soluzione decinormale o normale di potassa, o di soda, e quindi evaporato a secco a bagno maria. Il residuo costituito dai solfati di nicotina, di ammoniaca, di potassa o di soda, si riprenderà con 60 cc. di alcool a 98° o 99° il quale discioglie il solo solfato di nicotina. Nella soluzione così ottenuta ed anche in presenza dei solfati insolubili, si verserà a goccia a goccia una soluzione alcoolica ([2]) decinormale di potassa o di ammoniaca, o normale acquosa, arrestandosi tosto che la colorazione della massa salina sospesa nel liquido non abbia dato indizio dell'avvenuto cambiamento di colore dell'indicatore. A questo proposito giova avvertire che, il prodotto salino il quale successivamente suol formarsi per l'aggiunta dell'alcali titolato, nel separarsi dal liquido alcolico, fissa in parte la materia colorante, decolorando alquanto il liquido stesso. Quindi per potere bene apprezzare la fine dell'operazione, conviene agitare di continuo il liquido, per rimuovere dal fondo del recipiente i solfati insolubili che si depongono.

([1]) L'insolubilità del solfato ammonico neutro nell'alcool a 96° è stata provata agitando quel sale con alcool in tubo chiuso, dopo averlo lavato ripetutamente collo stesso alcool per asportarvi le più piccole tracce di solfato acido che d'ordinario suol contenere, quindi diluendo il filtrato con acqua e ricercandovi l'acido solforico con un sale di bario.

([2]) Tali soluzioni conviene prepararle prendendo 100 cc. di soluzione normale alcalina acquosa ed aggiungendovi alcool assoluto a fare 1 litro.

Se dopo avere aggiunto circa 30 cc. di soluzione decinormale alcoolica, il prodotto salino non accenna a cambiare di colore, allora vi si uniranno circa 20 cc. di alcool a 98° o 99° per mantenere il grado alcolico del liquido nei limiti sopra indicati, ed altre analoghe aggiunte si faranno per ogni 10 cc. in più di alcali che occorra di versarvi, perchè possa reagire coll'indicatore.

Nel caso poi che vogliasi far uso di soluzioni normali acquose, allora per ogni $^1/_2$ cc. in più di soluzione alcalina da doversi impiegare oltre i 2 cc., occorrerà unire al liquido 20 cc. di alcool del grado già indicato (1).

Per l'esattezza del metodo, è necessario fare una correzione al volume dell'alcali occorso per cambiare il colore all'indicatore nel liquido alcolico, a causa di un piccolo errore proveniente dalla disassociazione del solfato di ammoniaca che ha luogo durante l'evaporazione del distillato, reso neutro nel modo sopra descritto. Per effetto di tale disassociazione, si ha una perdita in ammoniaca, ed un aumento nel quantitativo della nicotina, inquantochè l'acido che si separa dall'ammoniaca e che il liquido alcoolico discioglie, viene ad essere valutato come appartenente alla nicotina.

H. C. Dibbits (2) parlando della disassociazione dei sali ammoniacali che avviene nel riscaldare le loro soluzioni a + 100° c. dà per il solfato un grado di disassociazione corrispondente all'1 per % in peso di sale ammoniacale impiegato per la soluzione, però egli non contempla il caso in cui occorra di evaporare il liquido a secco.

Nella supposizione che in quest'ultimo caso la quantità di sale che si disassocia potesse essere maggiore di quella indicata dal Dibbits, ho creduto opportuno eseguire alcuni esperimenti in proposito, limitandoli al solo solfato e cioè al sale di ammoniaca, il cui acido offre maggiori garanzie per non essere asportabile dal vapor d'acqua.

Dai risultati di questi esperimenti, che ho riuniti nel quadro seguente, rilevasi come la percentuale di sale che si disassocia nell'evaporare a secco volumi differenti di liquido, contenenti eguali quantità di solfato ammonico, differisce di un poco da quella che ha ottenuto il Dibbits col semplice riscaldamento della soluzione.

(1) Si consiglia l'aggiunta di queste parziali quantità d'alcool in luogo di un'unica grande quantità, per ragioni di economia, e l'uso di burette divise in venticinquesimi o in cinquantesimi, quando si impieghino per la titolazione le soluzioni normali.

(2) Poggendorff's Annalen der Chemie und Physik, V. 150, p. 260.

	Acido solforico normale saturato con ammoniaca	Solfato ammonico corrispondente	Volume del liquido evaporato	Potassa decinormale occorsa per saturare l'acido del solfato disassociato	Solfato ammonico corrispondente	Solfato ammonico disassociato riferito a °/₀ parti di sale esistente nella soluzione
	cc	gr	cc	cc	gr	
I	1	0,066	50	0,15	0,000990	1,50
II	2	0,132	50	0,25	0,001650	1,25
III	3	0,198	50	0,36	0,002376	1,20
IV	4	0,264	50	0,48	0,003168	1,20
V	5	0,330	50	0,55	0,003630	1,10
VI	1	0,066	70	0,15	0,000990	1,50
VII	2	0,132	70	0,26	0,001650	1,30
VIII	3	0,198	70	0,38	0,002388	1,26
IX	4	0,264	70	0,50	0,003300	1,25
X	5	0,330	70	0,58	0,003820	1,16
XI	1	0,066	100	0,16	0,001056	1,60
XII	2	0,132	100	0,27	0,001782	1,35
XIII	3	0.198	100	0,40	0,002640	1,33
XIV	4	0,264	100	0,50	0,003300	1,25
XV	5	0,330	100	0,60	0,003960	1,20

Siccome fra la quantità di solfato ammonico esistente nella soluzione e quella del solfato disassociato, vi è la stessa corrispondenza che fra le respettive quantità di acido solforico, potremo far la correzione dei volumi dell'acido riferibile alla nicotina ed all'ammoniaca, servendoci del coefficiente 1,3 che sta a rappresentare la media della percentuale di solfato di ammoniaca che si disassocia.

Quindi, dalla quantità totale dell'acido solforico saturato da ambedue le indicate basi, deducendo quello che si è trovato riferirsi alla nicotina, si avrà per differenza la quantità di acido che si riferisce all'ammoniaca.

Moltiplicando quest'ultima quantità per il fattore 1,3 e dividendo il prodotto per °/₀, si otterrà la quantità di acido solforico corrispondente al solfato di ammoniaca disassociato, la quale dovrà togliersi da quella trovata appartenere alla nicotina ed essere aggiunta alla quantità dell'acido trovata corrispondere all'ammoniaca.

Come prova dell'esattezza del metodo, presento i seguenti risultati analitici.

	Acido solforico normale saturato con		Solfati corrispondenti di		Volume del liquido evaporato	Volume dell'alcool a 99° impiegato per disciogliere il solfato di nicotina	Potassa (1) decinormale occorsa per il cambiamento di colore della laccamuffa nel liquido alcoolico	Volume della potassa corretto (2) dell'errore proveniente dalla disassociazione del solfato ammonico	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata	Differenza fra la quantità trovata di nicotina e la calcolata riferita a 100 parti di solfati
	ammoniaca	nicotina	ammoniaca	nicotina							
I	cc 10	cc 0,1	gr 0,660	gr 0,1055	cc 100	cc 60	cc 2,22	cc 0,92	gr 0,0149	gr 0,0162	— 0,169
II	10	1	0,660	0,211	100	60	11,4	10,1	0,1636	0,162	+ 0,186
III	10	1,5	0,660	0,316	100	60	16,3	15	0,2430	0,243	—
IV	10	2	0,660	0,422	100	60	21,3	20	0,3240	0,324	—
V	10	2,5	0,660	0,5275	100	60	26,2	24,9	0,4033	0,405	— 0,143
VI	10	3	0,660	0,633	100	60	31,3	30	0,4860	0,486	—
VII	5	4	0,330	0,844	100	80	40,8	40,15	0,6500	0,648	+ 0,204
VIII	0,5	5	0,033	1,055	100	100	49,95	49,88	0,8080	0,810	— 0,183

(1) Soluzione in alcool a 90° versata con buretta divisa in $^1/_{10}$ di cc.

(2) La correzione è stata eseguita togliendo al volume della potassa occorsa per cambiare il colore all'indicatore, quello che si riferisce all'acido solforico del solfato ammonico disassociato. Per i primi 6 saggi la quantità di acido solforico riferibile al solfato di ammoniaca disassociato equivale a $\frac{10 \times 1,3}{100}$ = a 0,13 cc. di acido normale al quale corrispondono cc. 1,3 di potassa normale decima. Per il 7° saggio = a $\frac{5 \times 1,3}{100}$ = 0,065 cc. di acido normale corrispondente a 0,65 di potassa decinormale. Per l'8° saggio a $\frac{0,5 \times 1,3}{100}$ = 0,0065 = a 0,065 di potassa decinormale.

	Acido solforico decinormale saturato con		Solfati corrispondenti di		Volume del liquido evaporato	Volume dell'alcool a 98° impiegato per disciogliere il solfato di nicotina	Ammoniaca decinormale occorsa per il cambiamento di colore dell' alizzarina nel liquido alcoolico (1)	Volume dell'ammoniaca corretto (2) dell'errore proveniente dalla disassociazione del solfato ammonico	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata	Differenza fra la quantità trovata di nicotina e quella calcolata riferita a 100 parti di solfati
	ammoniaca	nicotina	ammoniaca	nicotina							
I	cc 100	cc 10	gr 0,660	gr 0,211	cc 130	cc 50	cc 11,15	cc 9,85	gr 0,1595	gr 0,162	— 0,280
II	75	15	0,495	0,316	130	50	16	15,03	0.2434	0,243	+ 0,059
III	50	25	0,330	0,5275	130	50	25,55	24,90	0,4033	0,405	— 0,198
IV	25	25	0,165	0,5275	130	50	25,7	25,38	0,4111	0,405	+ 0,880
V	15	30	0,099	0,633	130	50	30,5	30,31	0,4910	0,486	+ 0,683
VI	10	35	0,066	0,738	130	50	35,5	35,37	0,5729	0,567	+ 0,733
VII	25	50	0,165	1,055	130	50	50,35	50,03	0,8104	0,810	+ 0,032

(1) Soluzione in alcool a 98° versata con buretta divisa $^1/_{10}$.

(2) La correzione è stata fatta come nei saggi precedenti.

	Acido solforico normale saturato con		Solfati corrispondenti di		Volume del liquido evaporato	Volume dell'alcool a 99° impiegato per la soluzione del solfato di nicotina	Potassa (1) normale occorsa per il cambiamento di colore della laccamuffa nel liquido alcoolico	Volume della potassa corretto dell'errore proveniente dalla disassociazione del solfato ammonico	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata	Differenza fra la quantità trovata di nicotina e quella calcolata riferita a 100 parti di solfati
	ammoniaca	nicotina	ammoniaca	nicotina							
	cc	cc	gr	gr	cc	cc	cc	cc	gr	gr	
I	10	0,5	0,660	0,1055	50	60	0,60	0,47	0,0761	0,0810	— 0,640
II	10	1	0,660	0,211	50	60	1,12	0,99	0,1603	0,1620	— 0,195
III	10	1,5	0,660	0,316	50	60	1,63	1,50	0,2430	0,2430	—
IV	10	2	0,660	0,422	50	80	2,14	2,01	0,3256	0,3240	+ 0,147
V	10	2,5	0,660	0,5275	50	80	2,63	2,50	0,4050	0,4050	—
VI	10	3	0,660	0,633	50	100	3,15	3,02	0,4892	0,4860	+ 0,247
VII	10	3,5	0,660	0,738	50	120	3,60	3,47	0,5621	0,5670	— 0,350
VIII	10	4	0,660	0,844	50	140	4,13	4	0,6480	0,6480	—
IX	10	4,5	0,660	0,949	50	160	4,64	4,52	0,7320	0,7290	+ 0,186

(1) Soluzione acquosa versata con una buretta divisa in 25^{mi}. Una goccia di detta soluzione corrisponde ad $^1/_{75}$ di cc.

	Acido solforico normale saturato con		Solfati corrispondenti di		Volume del liquido evaporato	Volume dell'alcool a 99° impiegato per la soluzione del solfato di nicotina	Ammoniaca normale occorsa per il cambiamento di colore dell' alizzarina nel liquido alcoolico [1]	Volume dell'ammoniaca corretto dell'errore proveniente dalla disassociazione del solfato ammonico	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata	Differenza fra la quantità trovata di nicotina e quella calcolata riferita a 100 parti di solfati
	ammoniaca	nicotina	ammoniaca	nicotina							
I	cc 10	cc 0,5	gr 0,660	gr 0,1055	cc 50	cc 60	cc 0,63	cc 0,50	gr 0,0810	gr 0,0810	—
II	8	1	0,528	0,211	50	60	1,10	0,996	0,1613	0,1620	+ 0,094
III	6	1,5	0,396	0,316	50	60	1,60	1,52	0,2462	0,2430	+ 0,449
IV	4	2	0,264	0,422	50	80	2,06	2,008	0,3250	0,3240	+ 0,145
V	2	2,5	0,132	0 5275	50	80	2,54	2,514	0,4070	0,4050	+ 0,303
VI	1,5	3	0,099	0,633	50	100	3,02	3,001	0,4861	0,4860	+ 0,013
VII	1	3,5	0,066	0,738	50	120	3,52	3,507	0,5681	0,5670	+ 0,136
VIII	0,5	4	0,033	0,844	50	140	4,02	4,013	0,6501	0,6480	+ 0,239

(1) Soluzione acquosa usata come nel saggio precedente.

Qualora, nello intendimento di evitare la detta correzione, si volesse impedire la disassociazione del sale di ammoniaca durante lo svaporamento del soluto acquoso dei solfati di nicotina e di ammoniaca, si dovrà apportare al metodo una lieve modificazione nel modo seguente.

Dopo aver titolato l'eccesso dell'acido solforico impiegato per l'assorbimento dell'ammoniaca e della nicotina, distillate conforme sopra è stato indicato, si renderà nuovamente acido il liquido con una quantità cognita di acido solforico, quanto basta a rendere acidi i solfati di quelle basi e quindi si evaporerà a secchezza.

Sul residuo, si verserà della soluzione normale di un alcali nella quantità corrispondente a quella dell'acido impiegato per acidificare il liquido, allo scopo di facilitare la diffusione dei solfati di potassa e d'ammoniaca nell'alcool, che allo stato di sali acidi, si rapprendono col solfato di nicotina in una massa glutinosa poco solubile. Dopo di che, si riprenderà con un volume d'alcool a 98° o 99°, il quale, colla quantità dell'alcali occorsa a neutralizzare l'acido, e con quella che necessita per cambiare il colore all'indicatore, possa ottenersi un liquido in grado alcoolico non minore del 96 o 97 per °/₀ e quindi si procederà alla valutazione dell'acido combinato alla nicotina nel modo sopra descritto.

Per dimostrare come il metodo modificato nel modo ora detto, fornisca soddisfacenti risultati al pari dell'altro, stimo opportuno trascrivere qui appresso i relativi dati esperimentali.

	Acido solforico normale saturato con		Solfati corrispondenti di		Acido solforico normale aggiunto per acidificare il liquido	Volume del liquido evaporato	Volume dell'alcool a 99° impiegato per disciogliere il solfato di nicotina	Potassa (1) normale occorsa per il cambiamento di colore della laccamuffa nel liquido alcoolico	Nicotina corrispondente	Nicotina impiegata	Differenza fra la nicotina trovata e quella calcolata riferita a 100 parti di solfati
	ammoniaca	nicotina	ammoniaca	nicotina							
	cc	cc	gr	gr	cc	cc	cc	cc	gr	gr	
I	5	0,5	0,330	0,1055	5,5	60	200	0,52	0,0842	0,081	+ 0,734
II	5	1	0,330	0,211	6	60	200	1,01	0,1636	0,162	+ 0,295
III	5	1,5	0,330	0,316	6,5	60	200	1,5	0,2430	0,243	—
IV	5	2	0,330	0,422	7	60	250	2,02	0,3270	0,324	+ 0,398
V	5	2,5	0,330	0,5275	7,5	60	275	2,48	0,4017	0,405	— 0,384
VI	5	3	0,330	0,633	8	60	275	2,98	0,4827	0,486	— 0,342

(1) Soluzione acquosa, aggiunta in più alla quantità colla quale è stato saturato l'acido solforico impiegato per acidificare i solfati.

Qualora voglia applicarsi l'uno o l'altro dei metodi ora descritti per valutare la nicotina e l'ammoniaca nel tabacco, o nel succo che da quello si ottiene, converrà innanzi tutto veder modo di porre in libertà le dette basi con un alcali il quale ad un tempo non riesca a decomporre la nicotina ed i materiali proteici che vi si trovano associati.

Boussingault suggerisce l'uso della magnesia caustica per spostare l'ammoniaca dalle sue combinazioni nei vegetali; ed il Nessler afferma pure che la magnesia serve vantaggiosamente a quello scopo, inquantochè avendola egli usata in vari esperimenti per ricercare l'ammoniaca nel tabacco verde, dice di non essere riuscito a rinvenire nel distillato del tabacco traccia alcuna di quest'ultima base.

Siccome altri opinano che la magnesia reagisca sui materiali proteici in genere, ho creduto opportuno eseguire alcuni esperimenti in proposito, sia nello intendimento di verificare se ciò avvenga per quelli del tabacco, e nel caso affermativo, in qual proporzione suol prodursi l'ammoniaca durante il tempo che richiede la nicotina per essere asportata con una corrente di vapor d'acqua, e se colla magnesia si riesca o no a mettere in libertà per completo la nicotina dalle sue combinazioni.

I risultati che ho ottenuto in questi esperimenti sono i seguenti:

		I	II	III	IV
Acido solforico normale saturato con ammoniaca .	cc.	10	5	4	3,1
Detto » » » con nicotina . .	»	0,45	2,60	5,15	7,40
Solfato di ammoniaca corrispondente	gr.	0,660	0,330	0,264	0,2046
Detto di nicotina corrispondente.	»	0,0949	0,548	1,086	1,561
Latte di magnesia aggiunto alla soluzione dei solfati.	cc.	100	100	100	100
Acido solforico normale impiegato per assorbire la nicotina e l'ammoniaca	»	20	15	20	25
Volume del distillato raccolto (fino a che più non reagiva alcalino alle carte reattive)	»	800	900	1000	1200
Potassa normale occorsa per saturare l'eccesso di acido nel distillato.	»	9,55	7,40	10,8	14,5
Acido solforico normale che è stato saturato da ambedue le basi	»	10,45	7,60	9,2	10,5
Volume dell'alcool a 99° impiegato per disciogliere il solfato di nicotina	»	60	80	140	180
Potassa normale occorsa per il mutamento di colore dell'alizarina nel liquido alcolico	»	0,55	2,63	5,20	7,45
Volume del detto alcali corretto dell'errore proveniente dalla disassociazione del solfato ammonico.	»	0,42	2,56	5,148	7,41
Acido solforico normale corrispondente	»	0,42	2,56	5,148	7,41
Nicotina a quello riferibile	gr.	*0,0680*	*0.4153*	*0,8339*	*1,200*
Nicotina impiegata nel saggio	»	*0,0729*	*0,4210*	*0,8340*	*1,198*
Acido solforico che è stato saturato dall'ammoniaca	»	10,03	5,036	4,052	3,09
Ammoniaca corrispondente	»	*0,1705*	*0,0856*	*0,0688*	*0,05253*
Ammoniaca impiegata nel saggio	»	*0,1700*	*0,0853*	*0,0680*	*0,0527*
Differenza fra le quantità trovate e le calcolate di nicotina e di ammoniaca per % di solfati; per la nicotina	»	— 0,649	— 0,649	— 0,0074	+ 0,0566
Idem per la ammoniaca.	»	+ 0,0662	+ 0,034	+ 0,0590	— 0,011

		Tabacco fresco			Tabacco secco Americano			
		Nicotiana rustica			Virginia		Kentucky	
Data del raccolto		23 luglio	26 luglio	29 luglio				
Tabacco impiegato nell' esperimento	gr.	30	40	45	5	10	5	10
Latte di magnesia aggiunto	cc.	100	100	100	100	100	100	100
Acido *solforico normale* adoprato per assorbire la nicotina e l'ammoniaca	..	10	10	10	10	20	10	20
Volume del distillato raccolto ed evaporato a riduzione di cc. 100.	..	800	900	900	700	1000	800	1100
Potassa normale occorsa per saturare l'eccesso dell'acido	..	9,72	9,45	9,25	7,28	14,56	7,32	14,64
Volume dell'alcool a 99° impiegato per disciogliere il solfato di nicotina	..	60	60	60	60	120	60	120
Potassa normale occorsa per cambiare il colore all'alizarina nel liquido alcolico	..	0,20	0,45	0,65	1,74	3,46	1,50	3,02
Volume del detto alcali corretto dell'errore proveniente dalla dissassociazione del sale ammoniacale	..	0,199	0,4487	0,6487	1,73	3,441	1,49	3,00
Nicotina a quello corrispondente.	..	0,0322	0,07268	0,1050	0,2802	0,4974	0,2413	0,4860
Detta riferibile a 100 di tabacco	..	0,1073	0,1817	0,2333	5,605	5,574	4,827	4,860
Acido solforico normale che risulta essere stato saturato dall'ammoniaca	..	0,0810	0,1013	0,1013	0,9898	1,999	1,191	2,360
Ammoniaca a quello corrispondente	..	0,00137	0,00172	0,00172	0,0168	0,0339	0,02025	0,0401
Detta riferibile a °/o di tabacco	..	0,0045	0,0043	0,0038	0,336	0,339	0,405	0,401

L'ammoniaca che ho riscontrato nel tabacco fresco negli esperimenti ora indicati, ammesso pure che provenga dai materiali proteici decomposti dalla magnesia, è in quantità così piccola da poter essere ancora trascurata.

E la perfetta concordanza dei risultati ottenuti negli esperimenti eseguiti con quantità differenti di tabacco secco, l'una doppia dell'altra, mantenute per tempi disuguali in contatto della stessa quantità di magnesia, prova eziandio che questa base terrosa non ha azione alcuna sui materiali proteici del tabacco, e che quindi può servire utilmente allo scopo.

RELAZIONE

letta dal Socio S. CANNIZZARO, relatore, a nome anche del Socio P. BLASERNA, nella seduta del 5 maggio 1889 sulla Memoria di TULLIO COSTA, intitolata: *Sulle correlazioni tra il potere rifrangente ed il potere dispersivo dei derivati aromatici a catene laterali sature.*

« L'autore della presente Memoria si è proposto di confermare ed estendere le conclusioni critiche del Nasini sulle regole di Brühl intorno al potere rifrangente dei composti di carbonio, prendendo specialmente di mira l'influenza della dispersione. Egli ha perciò determinato con la massima esattezza il potere rifrangente e dispersivo di alcune sostanze organiche aromatiche, opportunamente scelte, cioè della diamilresorcina, dell'amiltimolo, dell'amil eugenolo, della diamilbenzina, dell'amil-α-naftolo e dell'amil-β-naftolo. Le prime tre sostanze erano già note, le altre tre furono per la prima volta preparate e con cura descritte dall'autore: tutte poi, le note e le nuove, furono diligentemente purificate, sottoposte ad analisi ripetute, che riuscirono concordantissime e, quando era possibile, ne fu determinata la densità del vapore.

« I numeri ottenuti dall'autore confermano quanto egli dietro la scorta dei lavori del Nasini avea preveduto nell'intraprendere il suo studio. È un fatto che modificando convenientemente la composizione di alcune sostanze organiche si arriva ad avere dei corpi con maggior potere rifrangente e minore potere dispersivo, senza che perciò questi nuovi corpi rispondano meglio alla regola di Brühl. Così per es. l'etere amilico del timolo ha un potere dispersivo minore di quello del timolo; eppure la differenza tra il potere rifrangente calcolato (secondo Brühl) e quello trovato uguaglia, all'incirca, il valore di un doppio legame. Giova notare che il potere dispersivo dell'etere amilico del timolo supera di pochissimo quello dell'alcool cinnamico, limite che segna (secondo Brühl) l'applicabilità della sua regola, al di sopra del quale, cioè, comincia ad essere sensibile l'influenza perturbatrice della dispersione. Ma v'è di più: le regole del Brühl non si verificano neppure per l'amil eugenolo, che ha un potere dispersivo piccolissimo, anche minore di quello dell'alcool cinnamico. Altri dati si potrebbero trarre dalle numerose e bene ordinate tabelle, poste in fine della Memoria, per confermare che non è costante, nei diversi composti, l'influenza esercitata sul potere rifrangente da un doppio legame tra carbonio e carbonio: ossia che la regola di Brühl non si verifica sempre, neppure con le riserve da lui fatte riguardo alla dispersione.

« Non v'ha dubbio che l'autore ha avuto la mano felice nella scelta delle sostanze ed ha saputo trarre con acume e con solido criterio un ottimo partito dalle sue osservazioni, che offrono ogni garanzia di rigore e di esattezza. Siamo perciò di parere che la presente Memoria, quale notevole contributo alla discussione di un'importante e delicata questione di chimica fisica, venga inserita negli Atti dell'Accademia ».

Sulle correlazioni tra il potere rifrangente ed il potere dispersivo dei derivati aromatici a catene laterali sature.

Memoria del dott. TULLIO COSTA [1].

Le leggi stabilite dal prof. Brühl in riguardo al potere rifrangente delle sostanze organiche furono, come è noto, oggetto di una profonda critica per parte del prof. Nasini. Il Brühl aveva stabilito che per i composti contenenti, carbonio, ossigeno ed idrogeno il potere rifrangente dipende oltre che dal numero degli atomi di questi elementi che entrano nella molecola, ciascuno col suo potere rifrangente atomico, anche, dal numero dei doppî legami sia dell'ossigeno (ossigeno alcoolico ed aldeidico) sia del carbonio (legame oleffinico ed acetilenico). Ogni altra particolarità di struttura non importava, secondo il Brühl, nessuna variazione nel potere rifrangente molecolare.

Cosicchè, quando di un composto si conosceva la sua formula bruta, la natura degli atomi di ossigeno in esso contenuti ed il numero dei doppî e tripli legami, poteva calcolarsi il suo potere rifrangente molecolare; e viceversa, conoscendosi di un composto il potere rifrangente specifico e la sua formula bruta, poteva determinarsi il numero degli atomi di ossigeno aldeidico ed alcoolico ed il numero dei doppî e tripli legami in esso contenuti. Il prof. Nasini dimostrò invece che per serie intiere di composti queste regole del Brühl non danno risultati attendibili; i poteri rifrangenti molecolari trovati superano quelli calcolati per quantità, non solo di molto superiori agli errori di osservazione, ma superiori anche al valore che si attribuiva alla presenza dell'ossigeno aldeidico ed a quella di un doppio e triplo legame. Il disaccordo si manifesta meglio con la formula di Gladstone e Landolt $\frac{n-1}{d}$ che servì al prof. Brühl per stabilire le sue leggi; ma si manifesta nondimeno in modo evidente anche per l'altra così detta teorica di Lorentz e Lorenz $\frac{n^2-1}{(n+2)d}$. Alle obiezioni del Nasini rispose il Brühl rigettando prima di tutto la formula $\frac{n-1}{d}$ solamente perchè essa dava dei risultati che non si accordano con le sue regole, ed attribuendo poi completamente all'influenza perturbatrice della dispersione il fatto che per molti composti, quasi tutti aventi alta dispersione, le sue leggi non si verificano. Il Brühl ammetteva che riuscendo a liberarsi della dispersione si sarebbe

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

visto che le sue leggi si verificano. Inoltre egli dava un limite massimo della dispersione, quella dell'alcool cinnamico studiato dal prof. Nasini, oltre il quale le sue leggi valevano, ma la dispersione impediva di vedere l'accordo; al di sotto di questo limite poi, le sue leggi sarebbero state esattissime e quindi avrebbero potuto servire benissimo per indagare la costituzione dei composti organici nei casi dubbî. Il Nasini mostrò come non si possa ritenere in nessun modo la dispersione quale un'influenza perturbatrice: inoltre fece vedere che anche per composti aventi una dispersione minore di quella dell'alcool cinnamico, le regole del Brühl spesso non si verificano. Inoltre in opposizione a quello che aveva sostenuto il Brühl, cioè che tanto maggiormente i composti si allontanano dalle sue leggi quanto più alta è la dispersione, il che importerebbe una proporzionalità più o meno diretta tra il potere rifrangente ed il potere dispersivo, il Nasini fece vedere che per serie intiere di composti si ha costante il fatto che la dispersione va diminuendo ed invece il disaccordo tra i valori trovati per il potere rifrangente e quelli calcolati secondo il Brühl si fa più grande. Questo avviene tutte le volte che ad un nucleo aromatico si aggiungano catene laterali sature; in tal modo la dispersione diminuisce quanti più atomi di carbonio contiene la catena laterale che si aggiunge e cresce invece il disaccordo tra l'esperienza ed il calcolo o, in altri termini il potere rifrangente aumenta. Questo appare evidente dalla seguente tabella che io tolgo da una Memoria del prof. Nasini.

	$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d}$	$\frac{\mu_\gamma - \mu_\alpha}{d}$	Eccedenza del valore trovato su quello calcolato come somma delle rifrazioni atomiche degli elementi	
			n	n^2
Benzolo	0,0189	0,0308	6,2	4,81
Toluolo	0,0184	0,0299	6,8	5,11
Mesitilene . . .	0,0169	0,0272	7,7	5,53
Cimolo	0,0157	0,0257	9,3	6,14
Fenolo	0,0178	0,0290	7,51	5,05
Anisolo	0,0175	0,0285	7,58	5,45
Timolo	0,0161	0,0263	8,65	5,92
			valori calcolati secondo Brühl	
Stirolo	0,0258	0,0429	1,64	0,57
Alcool cinnamico	0,0220	0,0395	3,43	1,03
Anetolo	0,0257	0,0429	4,95	1,99
Naftalina	0,0297	—	4,04	1,91
Dimetilnaftalina	0,0288	—	5,13	2,09
α Naftolo	0,0296	—	5,25	2,09
Metil α naftolo .	0,0285	—	5,52	2,43
Propil α naftolo.	0,0264	—	6,22	2,52

A questa obiezione che distruggeva tutto il sistema di difesa del Brühl egli non rispose, e dallo insieme delle sue altre Memorie sull'argomento sembrerebbe quasi che egli volesse mostrare di supporre che si tratti di differenze tanto piccole da non doverne tener calcolo.

Io mi sono proposto di esaminare se realmente nella maggior parte dei casi si verifica ciò che era stato ammesso dal prof. Nasini cioè che, quando al nucleo fondamentale benzolico o naftolico si aggiungono delle catene laterali sature sia direttamente saldandosi carbonio a carbonio sia per l'intermezzo dell'ossigeno fenico, aumenta il potere rifrangente, e per conseguenza si fa più grande il disaccordo tra i valori calcolati secondo il Brühl e quelli trovati, e nel medesimo tempo il potere dispersivo diminuisce. Tale cosa mi è sembrata interessante non solo come contributo allo studio delle relazioni tra il potere rifrangente ed il potere dispersivo delle sostanze organiche, ma anche perchè credetti possibile, scegliendo opportunamente i composti da studiarsi, di dimostrare in modo evidente che vi sono delle combinazioni aventi potere dispersivo più piccolo di quello dello alcool cinnamico e che pur nondimeno si allontanano moltissimo dalle regole del prof. Brühl, e che queste combinazioni si possono avere a piacere prevedendosi fino a un certo punto a priori quale sarà il loro potere rifrangente e dispersivo. Come si vede dalla tabella più sopra riportata il potere rifrangente degli idrocarburi derivati dal benzolo cresce andando dal benzolo al cimolo ed il potere dispersivo diminuisce, lo stesso avviene per i fenoli e lo stesso per gli idrocarburi naftolici e per i naftoli.

Io pensai di preparare dei composti, specialmente degli eteri fenolici e naftolici in cui il gruppo saturo collegato con l'ossigeno fenico fosse, più che possibile, ricco in carbonio. In tal modo credetti possibile di ottenere degli eteri fenolici e naftolici di una dispersione minore di quella dell'alcool cinnamico e di un potere rifrangente tale che il disaccordo tra le regole del Brühl e i risultati esperimentali fosse del tutto evidente, come poteva supporsi specialmente considerando le variazioni progressive dei poteri rifrangenti e dispersivi tra l'α naftolo e i suoi eteri metilici e propilici.

Dei fenoli scelsi il timolo il quale, per avere più catene laterali sature, già di per sè ha una dispersione assai piccola e nondimeno soddisfa poco alle regole del Brühl; l'eugenolo il quale contiene oltre che un ossimetile anche il gruppo allilico unito al nucleo aromatico, ma non per l'atomo di carbonio non saturo, e la resorcina potendosi a questa come a fenolo biatomico attaccare due gruppi saturi. Dei naftoli poi scelsi l'α ed il β naftolo.

Aveva intenzione di preparare gli eteri cetilici, ma pur troppo non mi fu possibile di ottenerli e dovetti limitarmi allo studio di quelli amilici.

Studiai poi anche un idrocarburo aromatico con due catene laterali sature e precisamente il diisoamilbenzolo. Alcuni dei composti furono da me ottenuti per la prima volta; altri erano già stati preparati da altri sperimentatori, ma non si avevano su di essi che dati incompleti ed erronei.

Modo di esperimentare e calcolo dei resultati.

Determinai gli angoli di rifrazione col metodo delle deviazioni minime e calcolai gli indici mediante la formula:

$$\mu = \frac{\operatorname{sen} \frac{\alpha + \varphi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\varrho}{2}}$$

dove α è l'angolo di deviazione minima e φ è l'angolo rifrangente del prisma.

L'apparecchio che adoperai nelle mie ricerche è uno spettrometro di Hildebrand e Schramm di Freiberg. Ogni grado del cerchio graduato è diviso in dodici parti, ciascuna delle quali naturalmente vale cinque minuti; per le letture vi sono due indici che si osservano mediante microscopi e questi indici sono fatti così: tutto l'indice occupa una divisione del cerchio, quindi cinque minuti, ed è diviso in dieci parti, ciascuna parte vale per conseguenza 30″ e poichè per il modo speciale con cui sono praticati i segni corrispondenti alle divisioni, sia sopra il cerchio graduato che sopra l'indice, è facile apprezzare la decima parte di una divisione dell'indice, così ne segue che le letture possono farsi con l'approssimazione di 3″. Il prisma per i liquidi fu costruito da Fuess di Berlino; è di vetro trasparente ed è chiuso da due lastre di vetro a faccie perfettamente parallele che sono fissate per semplice aderenza. Per misurare la temperatura mi servii di un piccolo termometro diviso in quinti di grado; l'asta smerigliata di questo termometro chiude esattamente il foro praticato nella parte superiore del prisma. Fu determinato sempre in ogni esperienza l'angolo del prisma che è di circa 60°, come pure la deviazione dovuta al prisma vuoto.

Le misure furono fatte alla temperatura dell'ambiente in una stanza in cui la temperatura durante il giorno rimaneva costante. Il prisma contenente il liquido fu lasciato per un certo tempo sul tavolinetto di ebanite dello spettrometro e le determinazioni si eseguirono soltanto quando la temperatura si manteneva assolutamente costante.

Gli indici di rifrazione furono sempre determinati rispetto alle righe α β γ dell'idrogeno ed alle righe del litio, sodio e tallio. Adoperai un sostegno speciale immaginato dal prof. Landolt e costruito dal dott. Münke di Berlino, il quale permette all'osservatore, senza muoversi dal posto, mediante un sistema semplicissimo di rotazione, di porre davanti alla fessura del collimatore o il tubo di Geissler a idrogeno o una lampadina a gas in cui si produce la fiamma del sodio, o del litio, o del tallio.

Le lampadine sono tre, ma possono ridursi a due giacchè non vi è nessuno inconveniente ad arroventare nella fiamma una perla di carbonato di sodio e di litio, invece che adoperare due perle e due lampade distinte.

I pesi specifici furono determinati per ogni composto alle stesse temperature alle quali si misurarono gli indici di rifrazione. Mi servii o di picnometri usuali a collo strettissimo o di picnometri di Sprengel: per calcolare le densità rispetto all'acqua a 4° e per la riduzione al vuoto adoperai la formula

$$d_4^t = \frac{F}{W}(Q - \delta) + \delta$$

dove F è il peso del liquido nel picnometro alla temperatura t, W è il peso corrispondente dell'acqua alla stessa temperatura, Q è la densità dell'acqua a t, e δ è la densità media dell'aria.

Per calcolare i poteri rifrangenti specifici e molecolari adoperai sempre l'indice di rifrazione relativo alla riga α dell'idrogeno, calcolai tanto i valori che si riferiscono alla formula di Landolt e Gladstone $\frac{n-1}{d}$ quanto gli altri relativi alla formula di Lorentz e Lorenz $\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$. La dispersione l'ho calcolata con la formula di Gladstone, cioè ho preso come sua misura il quoziente della differenza fra gli indici estremi di una sostanza per il peso specifico alla stessa temperatura. È sulla dispersione calcolata in tal modo che il Brühl ed il Nasini fondarono le loro considerazioni.

Però ho dato anche i valori della dispersione secondo i recenti studi del Ketteler; il Ketteler ha stabilito delle formule per la dispersione le quali oltre allo avere una base teorica hanno poi il vantaggio di essere indipendenti dalla densità del mezzo; e questo è un vantaggio perchè realmente la densità non è in rapporto diretto colla dispersione; talvolta adoperando la formula sopra rammentata di Gladstone, delle sostanze che in realtà hanno un grande potere dispersivo, figurano come se lo avessero piccolissimo; così ad esempio la bromonaftalina. Le formule proposte dal Ketteler ([1]) sono le seguenti:

$$\frac{\mu_n{}^2-1}{\mu_m{}^2-1}$$

dove n è un raggio più rifratto di m, od in altri termini $\mu_n > \mu_m$; come pure

$$\frac{\mu_n{}^2-\mu_m{}^2}{\mu_n{}^2-1}.$$

Le due formule non sono essenzialmente diverse, l'una deriva da una semplice trasformazione dell'altra. Abbiamo infatti:

$$\frac{\mu_n{}^2-1}{\mu_m{}^2-1}=\frac{1}{1-\frac{\mu_n{}^2-\mu_m{}^2}{\mu_{n2}-1}}.$$

Per calcolare i poteri rifrangenti molecolari secondo le regole di Landolt e Brühl ho adottato le loro costanti che si trovano riunite nel seguente specchietto:

	$\frac{\mu_\alpha-1}{d}$	$\frac{\mu_\alpha{}^2-1}{(\mu_\alpha{}^2+2)d}$
Carbonio C	5,0	2,48
Idrogeno . . . . H	1,3	1,04
Ossigeno alcoolico . . . . . . O′	2,8	1,58
» aldeidico . . . . . . O″	3,4	2,34
Cloro Cl	9,8	6,02
Aumento per ogni doppio legame	2,4	1,78

([1]) Ketteler, *Theoretische Optik gegründet auf das Bessel- Sallmeierische Princip.* Braunschweig, 1885, p. 106.

Materiale delle osservazioni.

Tutti i composti di cui determinai gli indici di rifrazione erano purissimi; non determinai che composti di cui già era stata fatta l'analisi.

Nelle determinazioni del punto di ebollizione si adoperarono termometri verificati, il termometro o stava immerso nel vapore o se la colonna sporgeva fuori si fece la correzione mediante la formula di Thorpe (1).

$$T = t + 0{,}000143\, n\, (t - t')$$

dove T è la temperatura corretta, t quella osservata, t' la temperatura media, ed n la lunghezza in gradi della colonna sporgente.

Non sempre mi fu possibile determinare la densità di vapore delle sostanze da me studiate, giacchè quasi tutte non solo bollono a temperature elevatissime, ma si decompongono anche più o meno parzialmente: di una sola, cioè del diisoamilbenzolo potei eseguire la determinazione col metodo di V. Meyer, delle altre solo per alcune mi riuscì di eseguirle col metodo di Hofmann modificato dal prof. Brühl. La modificazione del Brühl consiste nell'adoperare una canna di tale lunghezza e larghezza da aversi un vuoto di circa 200 cc. il che permette di determinare nel vapore d'acqua la densità del vapore di sostanze che bollono sopra ai 250°. Inoltre seguendo il metodo di Brühl, poichè si deve riscaldare la canna prima di mettere la sostanza nelle identiche condizioni in cui si deve poi riscaldare quando la sostanza è stata introdotta, è sempre possibile, pure di fare le due esperienze una di seguito all'altra di non tener conto nè della piccola quantità di aria che può essere rimasta nella canna, nè della tensione del vapore di mercurio, nè del diverso riscaldamento delle diverse parti dell'apparecchio.

La densità fu calcolata mediante la formula

$$D = \frac{P}{A} \text{ ed } A = \frac{V\,(1 + kt)\, 0{,}0012932\, B}{(1 + 0{,}00367\, t)\, 760}$$

dove P rappresenta il peso della sostanza impiegata, A un egual volume d'aria alle stesse condizioni di temperatura e pressione, V il volume del vapore, k il coefficiente di dilatazione del vetro, t la temperatura alla quale fu fatta la esperienza e B la pressione alla quale è stata determinata la densità di vapore. Nel caso che la temperatura esterna e la pressione non abbiano variato nell'intervallo tra la prova in bianco e la prova definitiva il che è sempre possibile, come ho detto, facendola una subito dopo l'altra,

$$B = \frac{b - b'}{1 + 0{,}000181\, T}$$

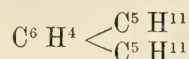
dove b è l'altezza della colonna di mercurio nella canna scaldata alla temperatura di T prima di introdurre la sostanza e b' è la stessa altezza a T dopo che la sostanza è stata intromessa.

Ho creduto anche opportuno di determinare i punti di congelamento delle soluzioni benzoliche dei composti da me studiati.

(1) Landolt und Börnstein, *Tabellen* pag. 172.

Solo per il diisoamilbenzolo non potei eseguire le determinazioni perchè non aveva abbastanza prodotto a mia disposizione. Il metodo seguìto è essenzialmente quello di Raoult e che venne minutamente descritto dal Paternò e dal Nasini nelle loro Memorie; ho anzi adoperato gli stessi apparecchi. La concentrazione e, conseguentemente i coefficienti di abbassamento e gli abbassamenti molecolari li ho calcolati in due modi, nel modo sin qui seguìto dalla maggior parte degli sperimentatori e proposto da Raoult cioè calcolando la quantità di sostanza che si trova unita a 100 gr. di solvente; oppure nel modo proposto dall'Arrhenius e dal Beckmann (1) cioè calcolando la quantità di sostanza che si trova in 100 cc. di soluzione, il quale modo di valutare la concentrazione sarebbe più conforme alle teorie fondamentali di Van't Hoff.

Diisoamilbenzolo.

$$C^6\,H^4 < \begin{matrix} C^5\,H^{11} \\ C^5\,H^{11} \end{matrix}$$

Questo composto fu preparato col metodo di Friedel e Crafts seguendo le prescrizioni date da Austin che lo ottenne per la prima volta.

In un apparecchio a riflusso si posero 350 cc. di benzolo purissimo che si mescolarono con 50 gr. di cloruro di alluminio anidro; su questa mescolanza si fecero agire, aggiungendoli a piccole porzioni, 250 cc. di cloruro di amile proveniente dall'alcool amilico che bolle a 131°,6. L'apparecchio fu tenuto alla temperatura di 150° per due giorni, in tal modo si ottenne amilbenzolo in quantità notevole e solo una piccola quantità di diisoamilbenzolo. Trattando di nuovo nel solito modo la mescolanza con cloruro di alluminio e cloruro di amile si ebbe diisoamilbenzolo che si purificò per distillazione.

Il prodotto da me ottenuto è un olio limpido, incoloro, bolle tra i 253°,7 e i 264°,2 (temperatura corretta) alla pressione corretta di 747 mm.

Austin ottenne anche egli un prodotto che non bolliva a temperatura costante, però tanto il prodotto che bolliva tra i 260°-265° quanto quello che bolliva tra i 265°-270° gli dettero all'analisi gli stessi risultati concordanti col valore teoretico calcolato.

Il diisoamilbenzolo da me studiato è probabilmente una mescolanza di diversi isomeri che nella reazione si possono formare. Austin ammette che il diisoamilbenzolo che aveva fra le mani fosse costituito quasi totalmente dal composto meta, fondandosi sul lavoro relativo ai xiloli di Ador e Rilliet (2) che dal toluene e cloruro di metile col processo di Friedel e Craft ottennero quasi esclusivamente metaxilolo. Ma come è noto Jacobsen (3) ottenne invece in prevalenza ortoxilolo; quindi la deduzione di Austin è tutt'altro che giustificata.

Io sto occupandomi in questo momento di stabilire quale è realmente dei tre isomeri quello che si produce a preferenza.

(1) Arrhenius, Zeitschrift für physikalische Chemie. T. II, p. 493; Beckmann, idem, p. 736.

(2) Bull. de la Société chimique. T. XXXI, p. 244, anno 1879.

(3) Ber. Berl. T. XVIII, p. 342, anno 1885.

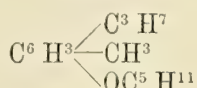
Il composto da me preparato dette all'analisi elementare i seguenti risultati:
I. gr. 0,3358 di sostanza dettero gr. 1,0830 di CO^2 e gr. 0,3543 di H^2O
II. » 0,2161 » » 0,6960 di CO^2 e » 0,2274 di H^2O
il che corrisponde per 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{16}H^{26}$
	I.	II.	
C	87,95	87,83	88,07
H	11,72	11,69	11,92

La densità di vapore fu determinata col metodo di V. Meyer e dette i seguenti risultati:

		Densità di vapore aria = 1	
Sostanza	gr. 0,1400		
Gas	cc. 15,30		
t	= 12,35	trovato	calcolato per $C^{16}H^{26}$
B	= 748,5	7,64	7,55

Amiltimolo.

$$C^6H^3\begin{cases} C^3H^7 \\ CH^3 \\ OC^5H^{11} \end{cases}$$

L'etere amilico del timolo era stato ottenuto da A. Engelhardt e P. Latschinoff [1] i quali lo descrissero come un liquido oleoso che bolle, decomponendosi, tra i 238° e i 243°. Per prepararlo io feci reagire in un apparecchio a ricadere e sotto la pressione di una colonna di mercurio alta 20 cm. quantità molecolari di ioduro di amile e di composto potassico del timolo aggiungendo alcool amilico per facilitare la reazione. Scaldai a riflusso per alcuni giorni, quindi distillai l'alcool amilico e l'eccesso di ioduro di amile, agitai il liquido rimanente con una soluzione debole di soda per togliere del timolo inalterato nel caso che ve ne fosse rimasto, e purificai poi l'etere per ripetute distillazioni nel vuoto. Ottenni così un liquido incoloro di odore di timo che bolle tra i 242° e i 243° (termometro nel vapore) alla pressione corretta di 746,51 mm. Bollendo si decompone, ma leggermente.

All'analisi elementare ha dati i risultati seguenti:
I. gr. 0,1684 di sostanza dettero gr. 0,5023 di CO^2 e gr. 0,1678 di H^2O
II. » 0,2657 » » 0,7919 di CO^2 » 0,2645 di H^2O
III. » 0,3640 » » 1,0850 di CO^2 » 0,3588 di H^2O

E riferendosi in 100 parti:

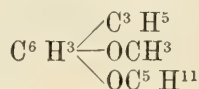
	trovato			calcolato per $C^{15}H^{24}O$
	I.	II.	III.	
C	81,34	81,28	81,29	81,81
H	11,07	11,05	10,95	10,90

[1] Bull. de la Société chimique. T. XII, p. 148, anno 1869.

La densità di vapore col metodo di Hofmann modificato dal Brühl ha dato i seguenti risultati. Pel riscaldamento si adoperò vapore di anilina.

Peso della sostanza	gr.	0,0275
Volume del vapore	cc.	191,285
Valore di B		18,589
Temp. eboll. anilina		182°,9
Densità trovata aria = 1		7,57
" calcolata "		7,62

Amil Eugenolo.

$$C^6 H^3 \begin{cases} C^3 H^5 \\ OCH^3 \\ OC^5 H^{11} \end{cases}$$

L'etere amilico dell'eugenolo fu preparato da Cahours [1] e da lui descritto come un liquido di colore d'ambra, il cui punto di ebollizione era situato tra i 283° ed i 285° ed il cui peso specifico era 0,976 a 16° e che aveva odore di garofano. Io l'ho preparato in modo perfettamente analogo a quello tenuto per l'amil timolo. È un liquido incoloro, di odore di garofano, ed il cui punto di ebollizione è situato tra i 300,6 e i 301,7 (temperatura corretta) alla pressione corretta di 746,51 mm. Si decompone parzialmente bollendo.

All'analisi elementare dette i seguenti risultati:

Gr. 0,2691 di sostanza dettero gr. 0,7593 di CO^2 e gr. 0,2325 di $H^2 O$.

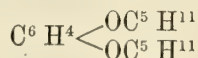
Ciò corrisponde per 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{15} H^{22} O^2$
C	76,95	76,92
H	9,59	9,40

La densità di vapore determinata col metodo di Hofmann-Brühl nei vapori di nitrobenzolo ha dato i resultati seguenti:

Peso della sostanza	gr.	0,0229
Volume del vapore	cc.	226,623
Valore di B		12,33
Temp. eboll. nitrobenzolo		210°
Densità trovata per l'aria = 1		8,17
" calcolata "		8,11

Diamil resorcina.

$$C^6 H^4 < \begin{matrix} OC^5 H^{11} \\ OC^5 H^{11} \end{matrix}$$

Questa sostanza è stata preparata da me per la prima volta. Il metodo è lo stesso che per gli eteri precedenti.

[1] Compt. rend. 84, p. 151 e 1195, anno 1877.

Soltanto trattandosi di un composto solido e ben cristallizzato lo si purificò cristallizzandolo dall'acqua in cui si scioglie bene a caldo, mentre vi è poco solubile a freddo. Fonde a 47°.

All'analisi elementare ha dato i seguenti risultati:

I. gr. 0,2968 di sostanza dettero gr. 0,8346 di CO^2 e gr. 0,2816 di H^2O
II. „ 0,2737 „ „ 0,7724 di CO^2 „ 0,2608 di H^2O

Il che corrisponde per 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{16}H^{26}O^2$
	I.	II.	
C	76,68	76,70	76,80
H	10,54	10,57	10,40

Trattandosi di un composto solido e che fonde anche a temperatura relativamente elevata l'indice di rifrazione non si potè determinare direttamente, ma dovetti contentarmi di ricavarlo dai dati fornitimi da una soluzione benzolica.

Amil α naftolo.

$C_{10}H_7.O.C_5H_{11}$

Anche questa sostanza è stata ottenuta da me per la prima volta. Il metodo di preparazione è essenzialmente quello tenuto per gli altri eteri. Si presenta come un liquido che per ripetute distillazioni nel vuoto si può avere incoloro: ma che si colora con grande facilità se resta esposto alla luce; dapprima diviene giallo, poi rosso-cupo. Ha odore spiacevole, bolle decomponendosi tra i 317° e i 319° (temp. corretta) alla pressione corretta di 741,9 mm.

All'analisi elementare ha dato i risultati seguenti:

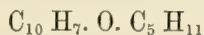
I. gr. 0,2062 di sostanza dettero gr. 0,6347 di CO^2 e gr. 0,1630 di H^2O.
II. „ 0,3455 „ „ 1,0636 di CO^2 „ 0,2672 di H^2O.
III. „ 0,2970 „ „ 0,9135 di CO^2 „ 0,2303 di H^2O.

Il che corrisponde per 100 parti:

	trovato			calcolato per $C^{15}H^{18}O$
	I.	II.	III.	
C	83,89	83,95	83,88	84,11
H	8,77	8,59	8,61	8,41

Di questo composto non si potè determinare l'indice di rifrazione rispetto alla riga $H\gamma$ atteso il suo forte potere assorbente.

Amil β naftolo.

$C_{10}H_7.O.C_5H_{11}$

È stato ottenuto da me per la prima volta nel solito modo. È un liquido un po' colorato in giallo che si altera alla luce ed all'aria con facilità anche maggiore che il corrispondente composto dell'α-naftolo. Ha odore assai spiacevole e bolle, decomponendosi, tra i 323° e i 326° (temperatura corretta) alla pressione corretta di 759,3 mm.

All'analisi elementare ha dato i risultati seguenti:

I. gr. 0,4650 di sostanza dettero gr. 1,4316 di CO^2 e gr. 0,3570 di H^2O.
II. " 0,3705 " " 1,1377 di CO^2 " 0,2803 di H^2O.

Il che corrisponde per 100 parti:

	trovato		calcolato per $C^{15}H^{28}O$
	I.	II.	
C	83,96	83,74	84,11
H	8,53	8,40	8,41

Nelle tabelle poste in fine di questa Memoria sono riunite tutte le esperienze da me fatte, sia sopra il potere rifrangente delle sostanze sopra descritte, sia sopra i punti di congelamento delle loro soluzioni benzoliche.

Tabella N. 1.

Nella tabella n. 1 sono riportati i resultati diretti delle esperienze cioè le densità e gli indici di rifrazione delle sostanze alle diverse temperature. Per la diamilresorcina ho riportato la concentrazione della soluzione benzolica e gli indici di rifrazione relativi a questa soluzione.

Gli indici di rifrazione del benzolo da me adoperato alla temperatura di 10°,1 sono i seguenti:

$\mu_\alpha = 1{,}50210$ $\mu_\beta = 1{,}51911$ $\mu_\gamma = 1{,}52970$

La densità alla temperatura di 11° era $d_4^{11} = 0{,}88877$.

Tabella N. 2.

Nella tabella n. 2 sono riportati tutti i valori relativi ai poteri rifrangenti specifici e molecolari, sia rispetto alla formula $\frac{n_\alpha - 1}{d}$, sia rispetto a quella $\frac{n_\alpha^2 - 1}{(n_\alpha^2 + 2)\, d}$. Accanto ai numeri che esprimono i poteri rifrangenti molecolari trovati sono quelli calcolati in base alle teorie di Landolt e Brühl; nelle colonne successive si hanno le differenze tra i valori rispettivi. Per la dispersione vengono dati i valori secondo Gladstone e quelli secondo Ketteler.

Tabella N. 3.

In questa tabella sono tutti i dati che si riferiscono ai punti di congelamento delle soluzioni benzoliche delle sostanze da me studiate.

CONCLUSIONE

Esaminando la tabella n. 2 mi sembra che si possa concludere che ciò che aveva ammesso il prof. Nasini si verifica con tutta esattezza; cioè, che al contrario di quello che sostiene il prof. Brühl, spesso per serie intiere di corpi si ha il fatto che per successive modificazioni nella composizione il potere rifrangente aumenta e il potere dispersivo diminuisce. Diminuisce il potere dispersivo e il disaccordo tra i poteri rifrangenti molecolari trovati e quelli calcolati si fa più grande.

Il diisoamilbenzolo è, fra tutti, il composto che si comporterebbe in un modo più anormale almeno sino ad un certo punto. Prendendo in esame come base dei confronti la formula $\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d}$ giacchè non per tutti i composti studiati dal prof. Nasini e da me si ha il valore $\frac{\mu_\gamma - \mu_\alpha}{d}$ o nel caso particolare anche i valori $\frac{\mu_\gamma - \mu_\alpha}{d}$, si vede che il diisoamilbenzolo ha un potere dispersivo assai minore di quello del cimolo e nondimeno il disaccordo tra i valori trovati per il potere rifrangente e quelli calcolati non è maggiore che pel cimolo; ad ogni modo però vi è molto meno accordo pel diisoamilbenzolo che ha un potere dispersivo così basso di quello che ve ne sia pel benzolo che disperde assai di più.

Venendo poi agli eteri è facile vedere come essi confermano nel modo il più completo quanto aveva sostenuto il Nasini e nel tempo stesso quanto io aveva supposto nel cominciare il lavoro. L'etere amilico del timolo ha un potere dispersivo assai minore di quello del timolo, ma mentre per il timolo la differenza tra il valore calcolato e il trovato era di 1,19 (formula n) e di 0,19 (formula n^2), pel suo etere amilico si hanno invece differenze di 2,7 e 1,11 differenze presso a poco equivalenti al valore di un doppio legame. Di più il potere dispersivo supera di pochissimo quello dell'alcool cinnamico, cosicchè ad esso le regole del Brühl dovrebbero potersi applicare.

Per l'amil eugenolo poi si ha addirittura un potere dispersivo piccolissimo, minore di quello dei derivati del benzolo a catena laterale satura eppure le differenze tra i valori calcolati ed i trovati equivalgono ad una volta e mezzo il valore di un doppio legame con la formola n, ed a quello di un doppio legame per la formola n^2; e lo stesso è a dirsi per la diamil resorcina. Per ambedue questi composti, secondo il Brühl le sue regole si potrebbero applicare con sicurezza; applicandole bisognerebbe modificare la loro formola che è, come è noto, stabilita con tutta certezza chimica.

Ed anche gli eteri amilici dei due naftoli hanno un potere dispersivo assai più piccolo di quello del naftolo e degli eteri omologhi inferiori, e nondimeno le divergenze tra i valori calcolati e i trovati si sono rese sempre più grandi. Si nota, anzi, una regolarità nella diminuzione del potere dispersivo andando dal naftolo al suo etere amilico, e nello accrescimento del potere rifrangente: si potrebbe anzi con tutta probabilità prevedere quale sarà il composto della serie omologa per cui si avrà un

potere dispersivo minore di quello dell'alcool cinnamico ed un potere rifrangente molecolare maggiore di quello calcolato per due o più doppî legami anche per la formola n^2. Del resto poi è adesso dimostrato, come era già stato sostenuto dal Nasini, che la formola n^2 non è da preferirsi affatto alla formula n, nè per considerazioni teoriche nè per considerazioni pratiche [1].

Mi sembra quindi di poter concludere:

Che realmente per serie intiere si possono introdurre modificazioni tali nella composizione delle sostanze da fare aumentare il potere rifrangente e nel tempo stesso diminuire il potere dispersivo; sì l'aumento dell'uno che la diminuzione dell'altro offrono una certa regolarità quando si comparano sostanze strettamente omologhe.

Notisi bene che con questo non intendo enunciare nessuna legge; mi limito a constatare un fatto; che in alcuni casi come p. es. nella serie dei naftoli si verifica con abbastanza regolarità.

Stando così le cose non si può affatto ammettere che sia la dispersione una influenza perturbatrice come la vorrebbe il Brühl, e nemmeno si può ammettere che le regole da lui date si verifichino per composti aventi dispersioni minori di quella dell'alcool cinnamico giacchè io ho potuto prevedere l'esistenza di composti per cui si sarebbe avuta dispersione minore e disaccordo completo e questi composti ho potuto realmente preparare.

Riguardo agli abbassamenti molecolari del punto di congelamento delle soluzioni benzoliche degli eteri da me preparati è da notarsi come si abbiano in generale dei numeri che accennano ad una parziale decomposizione delle sostanze da me studiate; questo sta in relazione col modo col quale si comportano per l'azione del calore. Ho già avuto occasione di dire che tutti questi eteri si decompongono più o meno all'ebollizione cosicchè quando si vogliono purificare conviene distillarli nel vuoto. È però notevole il fatto che mentre l'etere amilico del timolo è quello che meno facilmente si decompone per l'azione del calore e gli altri, specialmente gli amil naftoli di più, dai punti di congelamento al contrario si dedurrebbe che, sopratutto in soluzione, si decompone di più l'etere del timolo e meno degli altri quelli dei due naftoli che dànno valori presso che normali; vero è che questi due eteri hanno un punto d'ebollizione assai più elevato di quello degli altri.

È pure da osservarsi che il disaccordo tra i valori calcolati ed i trovati per gli abbassamenti molecolari è molto più grande calcolando la concentrazione secondo Arrhenius e Beckmann che non secondo Raoult.

Questo lavoro è stato eseguito sotto la direzione del prof. Nasini al quale porgo i miei ringraziamenti per avermi iniziato in questi studî di chimica fisica.

[1] Vedi a questo proposito il recente lavoro di Zehnder. Wiedemann's Annalen. 1888.

TABELLA NUM. 1.

NOME DELLE SOSTANZE	Formula	Peso molecolare	Temperatura	Peso specifico d^t_4	μ_{Li}	μ_α	μ_{Na}	μ_{Tl}	μ_β	μ_γ
Diamil Benzina .	$C^6H^4 \begin{matrix} C^5H^{11} \\ C^5H^{11} \end{matrix}$	218	15,2	0,87446	1,49230	1,49317	1,49673	1,50069	1,50587	1,51397
Amil Timolo . .	$C^6H^3 \begin{matrix} C^3H^7 \\ CH^3 \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	220	14,15	0,90346	1,48778	1,48831	1,49230	1,49633	1,50174	1,51019
Amil Eugenolo .	$C^6H^3 \begin{matrix} C^3H^5 \\ OCH^3 \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	234	14,8	0,97291	1,50786	1,50856	1,51284	1,51775	1,52386	1,52990
Diamil Resorcina	$C^6H^4 \begin{matrix} OC^5H^{11} \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	250	10,1	Soluzione nel Benzolo 0,89459	1,50047	1,50136	1,50601	1,51118	1,51801	1,52832
Amil α Naftolo .	$C^{10}H^7\ OC^5H^{11}$	214	14,2	1,00689	1,56288	1,56404	1,57049	1,57806	1,58808	
Amil β Naftolo .	$C^{10}H^7\ OC^5H^{11}$	214	12	1,01555	1,56915	1,57032	1,57679	1,58452	1,59485	—

Nome delle sostanze	Formula	Peso molecolare	Temperatura	$\frac{\mu_\alpha - 1}{d}$	$P\frac{\mu_\alpha - 1}{p}$	R_α	Differenze
Diamil Benzina . .	$C^6H^4 \begin{matrix} C^5H^{11} \\ C^5H^{11} \end{matrix}$	218	15,2	0,56397	122,9	121	1,9
Amil Timolo	$C^6H^3 \begin{matrix} C^3H^7 \\ CH^3 \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	220	14,15	0,54048	118,90	116,2	2,7
Amil Eugenolo. . .	$C^6H^3 \begin{matrix} C^3H^5 \\ OCH^3 \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	234	14,80	0,52272	122,32	118,8	3,52
Diamil Resorcina .	$C^6H^4 \begin{matrix} OC^5H^{11} \\ OC^5H^{11} \end{matrix}$	250	10,1	0,52220	130,55	126,6	3,95
Amil α Naftolo . .	$C^{10}H^7—OC^5H^{11}$	214	14,2	0,56020	119,88	113,2	6,68
Amil β Naftolo . .	$C^{10}H^7—OC^5H^{11}$	214	12	0,56158	120,18	113,2	6,90

R_α	Differenze	$\frac{\mu_\gamma - \mu_{1i}}{d}$	$\frac{\mu_\beta - \mu_{1i}}{d}$	$\frac{\mu_\gamma - \mu_\alpha}{d}$	$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d}$	$\frac{\mu_\gamma^2 - \mu_{1i}^2}{\mu_\gamma^2 - 1}$	$\frac{\mu_\gamma^2 - 1}{\mu_\alpha^2 - 1}$	$\frac{\mu_\beta^2 - \mu_\alpha^2}{\mu_\beta^2 - 1}$	$\frac{\mu_\beta^2 - 1}{\mu_\alpha^2 - 1}$
72,06	0,4	0,02478	—	0,02378	0,01452	0,05042	1,05087	0,03005	1,03098
69,08	1,11	0,02484	—	0,02422	0,01486	0,05245	1,05399	0,03198	1,03303
70,36	1,40	0,02265	—	0,02193	0,01572	0,04998	1,05083	0,03508	1,03635
75,22	1,67	—	—	0,02309	0,01383	—	—	—	—
66,40	2,73	—	0,02503	—	0,02387	—	—	0,04980	1,05241
66,40	2,76	—	0,02531	—	0,02415	—	—	0,05031	1,05297

T[illegible] 2.

Nome delle sostanze	Formula	Peso molecolare	Temperatura	$\frac{\mu_\alpha - 1}{d}$	$P\frac{\mu_\alpha - 1}{p}$	R_α	Differenze	$P\frac{\mu_\gamma^2 - 1}{(\mu_\gamma^2 + 2)d}$	R_α	Differenze	$\frac{\mu_\gamma - \mu_{Li}}{d}$	$\frac{\mu_\beta - \mu_{Li}}{d}$	$\frac{\mu_\gamma - \mu_\alpha}{d}$	$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d}$	$\frac{\mu_\gamma^2 - \mu_{Li}^2}{\mu_\gamma^2 - 1}$	$\frac{\mu_\gamma^2 - 1}{\mu_\alpha^2 - 1}$	$\frac{\mu_\beta^2 - \mu_\alpha^2}{\mu_\beta^2 - 1}$	$\frac{\mu_\beta^2 - 1}{\mu_\alpha^2 - 1}$
Diamil Benzina . .	$C^6H^4 \begin{smallmatrix} C^5H^{11} \\ C^5H^{11} \end{smallmatrix}$	218	15,2	0,56397	122,9	121	1,9	0,33[illegible]2,46	72,06	0,4	0,02478	—	0,02378	0,01452	0,05042	1,05087	0,03005	1,03098
Amil Timolo	$C^6H^3 \begin{smallmatrix} C^3H^7 \\ CH^3 \\ OC^5H^{11} \end{smallmatrix}$	220	14,15	0,54048	118,90	116,2	2,7	0,319[illegible]0,19	69,08	1,11	0,02484	—	0,02422	0,01486	0,05245	1,05399	0,03198	1,03303
Amil Eugenolo. . .	$C^6H^3 \begin{smallmatrix} C^3H^5 \\ OCH^3 \\ OC^5H^{11} \end{smallmatrix}$	234	14,80	0,52272	122,32	118,8	3,52	0,30[illegible],76	70,36	1,40	0,02265	—	0,02193	0,01572	0,04998	1,05083	0,03508	1,03635
Diamil Resorcina .	$C^6H^4 \begin{smallmatrix} OC^5H^{11} \\ OC^5H^{11} \end{smallmatrix}$	250	10,1	0,52220	130,55	126,6	3,95	0,30[illegible],88	75,22	1,67	—	—	0,02309	0,01383	—	—	—	—
Amil α Naftolo . .	$C^{10}H^7—OC^5H^{11}$	214	14,2	0,56020	119,88	113,2	6,68	0,32[illegible],13	66,40	2,73	—	0,02503	—	0,02387	—	—	0,04980	1,05241
Amil β Naftolo . .	$C^{10}H^7—OC^5H^{11}$	214	12	0,56158	120,18	113,2	6,90	0,32[illegible],17	66,40	2,76	—	0,02531	—	0,02415	—	—	0,05031	1,05297

Tabella Num. 3.

Nome delle sostanze	Formula	Peso molecolare	Solvente	Concentrazione secondo Raoult	Concentrazione secondo Arrhenius e Beckmann	Abbassamento	Coefficiente di abbassamento secondo Raoult	Coefficiente di abbassamento secondo Arrhenius e Beckmann	Abbassamento molecolare secondo Raoult	Abbassamento molecolare secondo Arrhenius e Beckmann
Amil Timolo . .	$C^6H^3 \; C^3H^7 \; CH^3 \; OC^5H^{11}$	220	Benzolo	11,976	9,462	3,22	0,2688	0,3403	59,136	74,866
				5,188	4,238	1,44	0,2775	0,3263	61,050	71,785
				2,245	1,933	0,64	0,2851	0,3311	62,715	72,840
Amil Eugenolo .	$C^6H^3 \; C^3H^5 \; OCH^3 \; OC^5H^{11}$	234	»	4,900	4,131	1,11	0,2265	0,2687	53,001	62,880
				3,090	2,647	0,74	0,2394	0,2796	56,043	65,422
Diamil Resorcina	$C^6H^4 \; OC^5H^{11} \; OC^5H^{11}$	250	»	2,172	1,869	0,47	0,2164	0,2514	54,097	62,850
Amil α Naftolo .	$C^{10}H^7 \; OC^5H^{11}$	214	»	3,636	3,104	0,87	0,2392	0,2805	51,211	60,427
				1,981	1,714	0,50	0,2574	0,2916	54,014	62,403
Amil β Naftolo .	$C^{10}H^7 \; OC^5H^{11}$	214	»	6,023	5,039	1,427	0,2360	0,2832	50,504	60,605
				3,080	2,606	0,77	0,2500	0,2954	53,500	63,216

RELAZIONE

letta dal Socio R. Felici relatore, a nome anche del Socio A. Roiti, nella seduta del 7 aprile 1889, sopra la Memoria presentata dal dott. E. Salvioni, intitolata: *Di una nuova costruzione dell' ohm legale.*

« La Commissione, incaricata dall'ill. Presidente della r. Accademia dei Lincei, di esaminare se il lavoro del dott. E. Salvioni, intitolato: *Di una nuova costruzione dell'ohm legale*, fosse meritevole dell'inserzione negli Atti di questa Accademia, trova che questo lavoro è molto bene eseguito e ben condotto sia per la parte teorica che per la esperimentale, e perciò meritevolissimo di essere inserito negli Atti dell'Accademia. A confortare tale parere la Commissione comunica all'Accademia la seguente Relazione intorno al lavoro medesimo.

« La costruzione dell'*ohm legale* consiste, com'è noto, nel calibrare un cannello di vetro per modo che, riempito poi di mercurio, presenta a zero gradi la medesima resistenza che presenterebbe un cilindro di mercurio avente la lunghezza di 106 centimetri e la sezione retta di un millimetro quadrato.

« I cannelli di vetro non sono mai rettilinei, non hanno sezione costante, e di più non vi si può guidar dentro la corrente per modo che le due sezioni rette estreme sieno superficie equipotenziali.

« Quanto alla prima correzione il dott. Salvioni dimostra che riesce più sicura se si fa mediante misure geometriche e poi si calcola, piuttosto che raddrizzare i cannelli scaldandoli, come usò Benoit.

« Pur lasciando alla correzione per la resistenza di diramazione il significato teorico datole dal calcolo di Maxwell e di Lord Rayleigh nel quale si suppone che il cannello termini in due masse di mercurio infinitamente grandi, il dott. Salvioni ammette, con gli altri, che essa si faccia ritenendo la lunghezza del tubo aumentata di 0,82 volte la somma dei raggi delle sue sezioni estreme.

« La correzione, resa necessaria dall'incostanza della sezione che presentano tutti i cannelli di vetro, è stata fatta finora da tutti imaginando di decomporre la colonna di mercurio in tante colonnine, ed assegnando a queste una determinata forma geometrica. Alcuni le hanno supposte cilindriche, altri coniche: e con ciò hanno dato origine ad una controversia nella quale è attribuita, secondo il dott. Salvioni, un'importanza esagerata al diverso modo di considerare le colonnine, giacchè il carattere di maggiore generalità che presenta a priori la seconda ipotesi, non ha in pratica valore alcuno, essendo ben più importante che definire la forma delle colonnine, il ricercare sino a qual punto, in una data ipotesi, convenga spingere la decomposizione della colonna totale.

« Il Salvioni ha poi scelto un metodo di calibrazione che è indipendente da siffatte ipotesi arbitrarie. Egli rappresenta graficamente l'espressione $\int \frac{dl}{\sigma(l)}$, che ha la resistenza d'una colonna di lunghezza l misurata sull'asse vero della tubulatura, e la sezione $\sigma(l)$. Costruisce due curve, una che rappresenti il valore di σ, e l'altra il valore di $\frac{1}{\sigma}$. Traccia la prima con le solite calibrazioni, cioè misurando per mezzo di un metro campione e di un catetometro usato da comparatore, le lunghezze che una data massa di mercurio assume se si sposta entro il tubo, e considerando che il valore di $\int \sigma(l) dl$ rimane costante.

« Le curve così ottenute dal Salvioni per due cannelli, buonissimi, e che esprimono fedelissimamente le osservazioni fatte al comparatore, mostrano che quei cannelli per certi tratti di una diecina di centimetri hanno sezioni variabile uniformemente, ma presentano poi qua e là dei bruschi rigonfiamenti o delle strozzature. Le due calibrazioni indipendenti, fatte per ciascun tubo, riuscirono fra loro concordanti in sommo grado.

« La seconda curva, rappresentatrice di $\frac{1}{\sigma}$, è stata dedotta per punti dalla prima: e le quadrature necessarie per ricavare da questa la resistenza del tratto di colonna compreso fra due punti, come le quadrature della prima curva σ, che danno il volume del tratto medesimo, furono condotte dal Salvioni in modo tale da assicurare lo stesso grado di approssimazione ch'egli aveva raggiunto nelle osservazioni al comparatore.

« Dopo queste determinazioni il dott. Salvioni ha accorciato alquanto i cannelli per escludere le incertezze inevitabili nella calibrazione delle parti estreme: indi ha misurato le lunghezze dei cannelli così tagliati, ma lasciati di proposito più lunghi del dovere, ed usando tutte le cautele necessarie, ne ha dedotto la capacità dalla massa di mercurio necessaria a riempirli. Coi risultati di queste misure e coll'aiuto delle curve ha poi calcolato le posizioni nelle quali doveva ritagliare i cannelli perchè, pieni di mercurio a 0°, riproducessero con molta approssimazione l'ohm legale diminuito della così detta resistenza di diramazione. Tagliati definitivamente i cannelli in base a tale calcolo, ne ha misurato la nuova lunghezza e la nuova capacità: e nel calcolo finale della resistenza dei cannelli ha dato lo stesso peso ad entrambe le serie di misure, avendo ridotto le prime alle ultime con l'aiuto delle curve.

« Le misure di massa hanno presentato varie difficoltà, fra cui la principale era di definire la temperatura alla quale si trovava la colonna di mercurio quando il cannello era tenuto nel ghiaccio ma in comunicazione con due recipienti pieni di mercurio e lasciati alla temperatura della stanza. Questa difficoltà, che poi fa sentire la sua influenza nelle misurazioni elettriche, è stata pel Salvioni oggetto di uno studio paziente e perspicace, studio che lo ha condotto a dichiarare come le divergenze fra le unità di mercurio dei varî autori siano in gran parte dovute a due circostanze che non erano state notate, e cioè che il regime di temperatura si stabilisce molto più lentamente di quanto si ammettesse d'ordinario, e che, al regíme, la temperatura non è costante per tutta la lungezza, ma distribuita secondo la legge precisata da

Fourier, per cui, nelle condizioni delle esperienze, risultava in media di circa 0°,2 superiore allo zero.

« Tenuto il conto più scrupoloso di tutte le circostanze che poterono influire sulle misure di lunghezza e di massa, ed analizzato il loro grado di precisione, il dott. Salvioni dichiara che il suo primo cannello deve presentare a 0° la resistenza di 0,999792 ohm legali, ed il secondo di 0,999954, con un errore di qualche centomillesimo.

« Termina poi la prima parte del suo lavoro rispondendo alla questione posta in precedenza fino a qual punto convenga spingere la decomposizione della colonna di mercurio in colonnine supposte cilindriche: e dimostra che, per aver esatto il centomillesimo, gli sarebbe bastato decomporre il men buono de' suoi cannelli in 10 parti.

« Dedica la seconda parte alle misure elettriche, e in primo luogo confronta simultaneamente fra loro i suoi due cannelli, una unità britannica già studiata da Glazebrook, e una copia in mercurio dell'ohm legale di Benoit: ed in secondo luogo confronta fra loro la stessa unità britannica, una unità normale di Siemens, già studiata da Frölich, e una copia in argentana dell'unità di mercurio costruita dallo Strecker. Questi ultimi confronti furono eseguiti con metodo diretto, i primi con metodo di sostituzione e mediante una resistenza ausiliaria, perchè in essi il Salvioni adoperava i contatti ideati da Benoit. Tali contatti ci allontanano dal caso teorico nel quale si calcola la resistenza di diramazione, e però richiedono delle cautele particolari, senza di cui si può commettere un errore di circa un decimillesimo.

« Nei confronti fatti a 0° il Salvioni teneva nel ghiaccio, non i soli cannelli, ma anche i palloncini entro i quali erano innestati: ed alla trascuranza di questa precauzione egli ascrive il valore elevato che assegna Lord Rayleigh all'unità di mercurio espressa in unità britanniche ed il valore basso che il medesimo dà per il coefficiente di temperatura nelle resistenze di mercurio. Il coefficiente di temperatura determinato dal Salvioni è maggiore di quello dato generalmente, ed in ciò egli si trova d'accordo col solo Strecker.

« Da questi confronti elettrici risulta fra le altre cose, in pieno accordo con le previsioni, una differenza di 0,000169 fra il secondo ed il primo cannello del Salvioni. Risulta poi che, supponendo inalterata la copia in mercurio di Benoit, l'ohm legale di Salvioni sarebbe minore per 0,00054 di quello di Benoit. Supponendo invece che dal 1883 sia rimasta inalterata la copia dell'unità britannica, sarebbe un ohm di Benoit uguale a 1,01172 B. A. U.; mentre Benoit lo dà per 1,01096 B. A. U. E ciò mostra o che è diminuita quella copia inglese, o che è aumentata la copia del Benoit.

« Il Salvioni fa molti altri ravvicinamenti, ma stima prematura ogni conclusione, perchè non trova abbastanza giustificata la fiducia nelle unità di mercurio costruite di recente: ed infatti, esaminando e raggruppando le notizie sulle varie riproduzioni dell'unità Siemens, eseguite nello stabilimento di Siemens ed Halske, egli nota pel primo che tutti i cannelli di vetro stati studiati in epoche differenti hanno, senza eccezione, mostrato una diminuzione di capacità analogamente ai recipienti termometrici.

« *N. B.* La Memoria del Salvioni era già stata presentata alla r. Accademia de' Lincei, quando il prof. Roiti ha ricevuto comunicazione dai signori Siemens ed

Halske, e dal prof. Glazebrook delle misure che gentilmente essi hanno voluto istituire sull'unità Siemens e sull'unità britannica possedute dall'Istituto di studî superiori in Firenze ed usate dal Salvioni ne' suoi confronti.

« Da tali misure risulterebbe che l'unità Siemens ha subíto un aumento di 0,00119, mantenendo la correzione $2r$ per le diramazioni, come usavano Siemens ed Halske nel 1883; e l'unità britannica ha subíto una diminuzione così piccola che si può dire inalterata rispetto ai campioni di Cambridge. E se si ritiene che quei campioni si sieno mantenuti costanti, un metro di mercurio avente la sezione d'un millimetro quadrato, alla temperatura di 0° verrebbe espresso in unità britanniche dai seguenti numeri:

(1883)	Secondo Lord Rayleigh	1^m Hg.	= 0,95412
(1888)	» Glazebrook e Fitzpatrick.	»	= 0,95352
(1888)	» Salvioni.	»	= 0,95375

« E quest'ultimo numero potrà ancora subire qualche leggiera modificazione a causa dell'incertezza intorno al valore da attribuire al coefficiente di temperatura per la copia dell'unità britannica, perchè Glazebrook ha fatto i suoi confronti a 12°,8 mentre il Salvioni esperimentava intorno ai 20.

« Invece il confronto fatto ora da Siemens ed Halske, nel quale è stata adottata per le diramazioni la nuova correzione $1,6r$ invece di $2r$, porterebbe a conchiudere che un metro di mercurio di Salvioni fosse uguale a 0^m,99950 di Siemens ed Halske.

« L'ohm legale costruito dal Salvioni assegnerebbe dunque al metro di mercurio un valore compreso fra quello di Glazebrook e quello di Siemens ».

Di una nuova costruzione dell'ohm legale.
Memoria del dott. ENRICO SALVIONI.

(Con una tavola)

Nel novembre del 1886, il professore Antonio Roiti, direttore della Scuola di fisica dell'Istituto di studî superiori in Firenze, mi affidava l'incarico di una nuova costruzione dell'unità legale di resistenza elettrica definita dal Congresso di Parigi (¹). Questo lavoro, che ha formato per molti mesi l'oggetto principale delle mie occupazioni nell'Istituto, sotto la sorveglianza del professor Roiti, era ultimato sino dal giugno dello scorso anno: se non che, le cospicue variazioni di resistenza subíte, dal 1884 in qua, da alcune delle unità campioni custodite nell'Istituto non permettendomi di conoscere, per allora, il risultato definitivo delle mie misure in termini delle unità Britannica e Siemens, ho ritardato la pubblicazione di questo resoconto. Nell'accingermi ora a pubblicarlo, mi incombe anzitutto il dovere di esprimere pubblicamente la mia più viva riconoscenza al professor Roiti che, con consigli e suggerimenti, volle di molto facilitare il mio compito.

Un lavoro, affatto simile al mio, è, come è noto, già stato fatto da Lord Rayleigh (²), da Benoit (³), da Strecker (⁴), da Lorenz (⁵), da Kohlrausch (⁶) e da altri (⁷). I quali

(¹) Conférence internationale pour la détermination des unités électriques, deuxième Session. Procès-verbaux, pag. 15. — Journ. de Phys. 2ª ser., III T., 1884, pag. 229.

(²) Lord Rayleigh and Sidgwik, *On the specific Resistance of mercury*. Phil. Trans. of the roy. Soc. part I, 1883.

(³) Mascart, de Nerville et Benoit, *Expériences pour la détermination de l'Ohm*. Journ. de Phys. ser. 2ª, T. III, pag. 236. — Benoit, *Construction des Étalons prototypes de résistance électrique du Ministère des postes et télégraphes*, Paris, Gautier-Villars, 1885.

(⁴) Strecker, *Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Quecksilbereinheit*. Abh. der bay. Ak. der Wiss. II Cl., XV Bd., II Abt., 1885.

(⁵) Lorenz, *Bestimmung der electrischen Widerstände von Quecksilbersäulen in absoluten electromagnetischen Maasse*. Wied. Ann. Bd. XXV, 1885.

(⁶) F. Kohlrousch, *Ueber den absoluten elektrischen Leitungswiderstand des Quecksilbers*. Abh. k. bayer. Ak. 1888.

(⁷) Siemens, *Proposal for a new reproducible Standard Measure of Resistance to Galvanic Currents*. Phil. Mag. vol. 21, pag. 25, 1861 (Pogg. Ann. 1860, Bd. 110); Pogg. Ann. Bd. 113, pag. 94, 1861. — Sabine, *On a new Determination of the Mercury Unit of Electrical Resistance in Dr. Siemens's Laboratory*. Phil. Mag., 1863, vol. 25, pag. 161. — Siemens, *On the Question of the Unit of Electrical Resistance*. Phil. Mag. vol. 31, pag. 325.— Dehms, *Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Widerstands-Einheit*. Pogg. Ann. Bd. 136, 1869, pag. 260. — Siemens und Halske, *Reproduction de l'unité de résistance à mercure et relation des systèmes des mesures électriques en usage dans l'établissement de Siemens et Halske;* Elekt. Zeitsch., 1882.

erano stati condotti alla costruzione di prototipi in mercurio, dalla opportunità di esprimere in unità di mercurio, le misure assolute per la determinazione dell'ohm. Le divergenze fra i risultati di queste costruzioni (Parte II, n. 19) sono al più di otto su diecimila circa, esclusa però la determinazione di Siemens, la quale dà per l'unità di mercurio una resistenza alquanto minore della media, se, come devesi e come ha fatto Strecker, si tien conto esatto della resistenza di diramazione, che da Siemens è valutata in modo inesatto. Se si ha in vista il fine di quelle determinazioni, l'accordo può dirsi soddisfacente, perchè nelle misure assolute le divergenze sorpassarono il quattro per mille [1]. Ma se invece si considera la questione dei campioni prototipi, indipendentemente da ogni altra, il che è ben ragionevole dopo la convenzione di Parigi, e se si riflette alla approssimazione che, anche senza grandi difficoltà, si può generalmente raggiungere, sia nelle misure di lunghezza e di massa, sia nei confronti elettrici, si può desiderare che l'accordo sussista almeno sino all'uno su diecimila. In tale concetto trova ragione di opportunità l'incarico che a me è stato affidato.

Seguendo Benoit, divido la esposizione in due parti: la prima si riferisce allo studio geometrico dei cannelli, la seconda è riserbata alle misure elettriche.

PARTE PRIMA

Studio geometrico dei cannelli.

1. La costruzione di campioni prototipi in mercurio consiste nell'esprimere la resistenza di una data colonna di mercurio, in termini della resistenza che avrebbe una colonna ideale dello stesso liquido che soddisfacesse alle tre condizioni seguenti:

1ª avesse un asse rettilineo di data lunghezza,

2ª avesse una sezione data e costante in ogni punto dell'asse,

3ª fosse inserita direttamente nel circuito della corrente, per modo che le sue sezioni piane terminali riuscissero superficie equipotenziali.

Se, come qui, si vuole il prototipo espresso in unità legale, allora, conforme alla definizione del Congresso, si deve alla colonna ideale assegnare la lunghezza di 106 centimetri e la sezione di un millimetro quadrato, quando si trovi alla temperatura di 0° C. Sulla forma della sezione la definizione non si esprime esplicitamente, ma è ben sottinteso che sia prossimamente circolare o almeno che si mantenga simile a sè stessa. Se, a racchiudere ed isolare il mercurio, si adoperano dei cannelli di vetro, quest'ultima condizione si può tenere per soddisfatta, ove appena i cannelli sieno di struttura regolare; ma non così le prime tre: e a ciò si rimedia, determinando oltre alla lunghezza e alla capacità del tubo, anche le correzioni relative:

I. alla curvatura del tubo,

II. alla variabilità del suo calibro,

III. alla resistenza di diramazione, secondo la maniera nella quale si vorrà poi inserire il campione nel circuito della corrente. Queste tre correzioni costituiscono nella costruzione del campione una parte certo necessaria ed alcune volte delicata:

[1] Journ. de Phys. l. c. pag. 240.

convien però notare sin d'ora che, *per cannelli di vetro anche mediocri, le correzioni sono sempre relativamente piccole* e che perciò non convien dare alla diversità del modo in cui si può tenerne conto, una importanza soverchia. Così le dispute sorte recentemente ([1]) intorno al calcolo della correzione del calibro, per quanto ingegnose, appariscono sproporzionate alla importanza che essa può avere nei limiti delle divergenze osservate fra i differenti prototipi costruiti sino ad oggi ([2]).

Correzione relativa alla curvatura dell'asse del tubo.

2. Supponiamo che una colonna di mercurio limitata da una superficie cilindrica e da due sezioni rette di questa, sia attraversata da un flusso elettrico e che le condizioni sieno tali da rendere quella una superficie di flusso e queste superficie equipotenziali. Per fissare le idee, si può supporre che la prima sia formata di materia perfettamente coibente e le ultime di materia perfettamente conduttrice. Allora, se σ è la sezione (in centimetri) costante della colonna e L la distanza (in centimetri) fra punti omologhi presi sulle sezioni terminali, la resistenza della colonna (in ohm legali) è data da

$$R = \frac{10^{-4}}{1.06} \frac{L}{\sigma} \quad [1]$$

Supponiamo che la superficie coibente, pur conservando una retta-asse, presenti una sezione σ variabile nei successivi punti di questa retta; allora la resistenza può esprimersi con

$$R = \frac{10^{-4}}{1.06} \int \frac{dL}{\sigma} + \varepsilon \quad ([3])$$

chiamando dL la lunghezza dell'elemento d'asse intercetto fra due sezioni infinitamente vicine e con ε una quantità sempre positiva, la cui presenza è dovuta al fatto che allora una sezione retta qualunque non è più superficie equipotenziale, ed il cui valore dipende anche dai valori che, nei punti successivi dell'asse, ha la $\frac{d^2\sigma}{dL^2}$, e cioè dalla rapidità con cui varia la sezione. Quando questa variazione non si faccia troppo rapidamente, e questo è il caso che si presenta, usando di cannelli di vetro di struttura non al tutto irregolare, allora il termine ε è assolutamente inapprezzabile e può ritenersi come espressione rigorosa la

$$R = \frac{10^{-4}}{1.06} \int \frac{dL}{\sigma} \quad [2]$$

Ma supponiamo che la linea caratterizzata dal congiungere i punti centrali delle sezioni, non sia retta; ed allora è ben chiaro che, almeno se questa curvatura non è molto grande, l'espressione [2] rimane, entro gli stessi limiti, rigorosa, a patto che la L si misuri su questa curva e la sezione σ normalmente ad essa in ogni punto. I cannelli di vetro, quali escono dalle fabbriche, presentano sempre una curvatura

([1]) Siemens, Elek. Zeitsch. genn. 1887. — Guillaume, Lum. El. giugno 1887, Lum. El. febbraio 1888. — Weinstein, Elek. Zeitsch. genn. 1888.

([2]) È noto che la critica mossa da Weinstein ai metodi di Benoit, si ridurrebbe a pochi centomillesimi.

([3]) V. Maxwell, *Treat. on Elec. a. Magn.* Vol. I, Art. 308.

più o meno accentuata; ma non è difficile trovarne di quelli che abbiano una curvatura piana; in questo caso l'asse del tubo può assimilarsi, con tutta l'approssimazione desiderabile, ad una spezzata piana di segmenti rettilinei, diversamente inclinati sulla retta che congiunge i punti centrali delle sezioni esterne, e, molto spesso, a due semplici segmenti uguali ed ugualmente inclinati. In quest'ultimo caso la lunghezza dL misurata sul vero asse e la corrispondente dL' misurata sulla retta che congiunge gli estremi, stanno fra loro in un rapporto che è costante in ogni punto del tubo ed uguale al coseno dell'angolo di inclinazione. Per formarci un'idea della grandezza di questa correzione, mettiamoci in questo caso e supponiamo di raccogliere in un coefficiente $1+\lambda$ la correzione del calibro. Allora chiamando con V la capacità del tubo, con L la sua vera lunghezza, con L' la lunghezza apparente, la resistenza vera R è

$$R = \frac{10^{-4}}{1.06}(1+\lambda)\frac{L^2}{V}$$

mentre la resistenza R' che si calcolerebbe, trascurando la correzione per la curvatura, è

$$R^1 = \frac{10^{-4}}{1.06}(1+\lambda)\frac{L'^2}{V}$$

Ora è

$$L^2 = L'^2 + 4x^2$$

se x è la distanza che ha dall'asse fittizio il punto centrale dell'asse vero: di più il coefficiente $1+\lambda$ è identicamente lo stesso nelle due espressioni, perchè nel calcolarlo è indifferente sostituire alle vere lunghezze della colonnina che serve nelle calibrazioni, quantità ad esse proporzionali. Onde è

$$R = R'\left(1 + \frac{4x^2}{L'^2}\right);$$

la correzione relativa è dunque quella di $\frac{4x^2}{L'^2}$ rispetto all'unità. Se la x si suppone di mezzo centimetro, nel qual caso il tubo presenta una curvatura ben accentuata, la correzione è di 1 su 10000. Così, concedendo anche che si commettesse nel determinarla un errore del 10 per 100, che è certo di molto superiore al vero, l'incertezza nella resistenza non oltrepasserebbe il centomillesimo. Del resto è facile disporre di cannelli d'una curvatura molto meno sentita (n. 5). Penso quindi che l'applicazione di questa correzione sia preferibile ad un preventivo raddrizzamento dei tubi, come fa Benoit (1): operazione che ha l'inconveniente di introdurre maggiori irregolarità nel calibro. Se queste si riferissero semplicemente ad una maggiore variabilità nella area della sezione, non sarebbe gran danno; ma, se io mi fo un'idea esatta del processo di questa operazione, potrebbero le nuove irregolarità consistere in torsioni parziali intorno alle generatrici della superficie esterna: nel qual caso l'asse vero della tubulatura interna sarebbe più lungo dell'asse apparente; in altre parole il raddrizzamento può essere illusorio, perchè il raddrizzamento praticabile si riferisce non all'asse della tubulatura interna, bensì all'asse della superficie esterna, per modo che

(1) Benoit, l. c. pag. 7.

bisognerebbe, a vero rigore, procedere ad un esame del primo. Per di più si noti che il raddrizzamento potrebbe nuocere, togliendo la similitudine fra le sezioni.

Correzione relativa alla variabilità della sezione.

3. Questa è inclusa nella espressione [2]

$$R = \frac{10^{-4}}{1.06} \int \frac{dL}{\sigma}$$

dove ora dL designa l'arco d'asse (curvilineo) intercetto fra due sezioni piane ad esso normali e fra loro infinitamente vicine. Se lo studio di σ si fa, come per i termometri, misurando le lunghezze che una colonnina di mercurio va prendendo, mentre si sposta entro il tubo, allora l'esperienza non dà che espressioni della forma

$$V = \int \sigma \, dL \quad (a)$$

dove sono noti V e i valori limiti. Se quindi *a priori* si potesse assegnare una forma determinata alla funzione σ, si avrebbe della R l'espressione esatta, disponendo di tante espressioni (a), quanti sono i perimetri. Ma su un tratto lungo, questo non è possibile, senza introdurre un numero grande di costanti, che renderebbero il calcolo intralciato: così tutti decompongono il tubo in tubetti elementari e calcolano la resistenza di ciascuno di questi. Ben si capisce allora che, se la suddivisione è spinta oltre sufficientemente, l'assegnare a ciascuno di questi tubetti elementari e cioè alla funzione σ, nei singoli intervalli, una forma piuttostochè un'altra, riesce di importanza affatto secondaria. Sarebbe senza interesse riassumere i varî modi nei quali il calcolo è stato condotto dai diversi autori; ma importa rammentare, che la differenza sostanziale sta appunto nella diversa forma geometrica che essi assegnano a questi tratti elementari. Siemens [1] e Strecker li suppongono tronchi di cono e così anche preferirebbe Weinstein; Benoit, Rayleigh e Lorenz li considerano come cilindrici. Nel calcolo quest'ultima ipotesi sta nell'ammettere che per ciascun tubetto elementare la reciproca della sezione media sia uguale al valor medio della reciproca della sezione e questo equivale a ritenere che i tubetti sieno effettivamente cilindrici. Infatti, se σ è una funzione che in un dato intervallo si mantiene positiva, il valore medio di $\frac{1}{\sigma}$ nell'intervallo è sempre maggiore della reciproca del valore medio di σ, eccetto il caso, in cui σ è costante nell'intervallo, nel qual caso si ha l'uguaglianza.

Teoricamente si sarebbe perciò inclinati ad attribuire alla ipotesi di Strecker che non esclude quella di Benoit, un maggior rigore che a questa: ma in pratica si deve por mente che entrambe sono affatto arbitrarie e che il calibro nei cannelli è sempre (anche nei migliori) irregolare e bruscamente variabile, per modo che, in tratti lunghi, entrambe le ipotesi sono lontanissime dalla realtà, e in tratti brevi, questa, come qualsiasi altra fondata sulla continuità, sono del pari approssimate, non in virtù della forma supposta, ma in grazia alla piccola variazione della sezione in essi. Mi permetterò inoltre di osservare che ciò che interessa è di studiare non già

(1) Così è generalmente ammesso (Elek. Zeits. 1887), non però mai esplicitamente; ma nelle riproduzioni dell'unità Siemens (Siemens, Sabine, Dehms ll. cc.) che sono a mia cognizione, il tubo è considerato come un unico tronco conico, non come una serie di tronchi.

quale forma debbasi preferire per un tubetto elementare, sì bene sino a qual punto si debba spingere in generale la decomposizione per ottenere quella approssimazione che si ha di mira. Così ha proceduto Benoit, quando per il più irregolare dei suoi tubi trovò che dalla decomposizione in 21 parti uguali passando a quelle in 25 e 42, il calcolo dà a meno di un centomillesimo la stessa resistenza (1). Il metodo che io ho seguíto, indipendente da ogni ipotesi arbitraria sulla forma, permette, come si vedrà, di farci un'idea non solo dell'errore che si commette relativo a due decomposizioni finite, ma dell'errore relativo ad una suddivisione in parti infinitesime; e si vedrà (n. 13) che il risultato è, su questo punto, in pieno accordo colle conclusioni di Benoit.

Correzione relativa alla resistenza di diramazione.

4. Come ho ricordato, la formola [2] suppone che le sezioni terminali del cannello sieno formate di materia perfettamente conduttrice: a questa condizione Matthiessen aveva tentato approssimarsi, stabilendo le comunicazioni con elettrodi di rame chiudenti il tubo: ma allora la difficoltà di un buon contatto tra il rame ed il vetro tutto intorno all'orificio è, come osserva Rayleigh, un inconveniente grave. Così tutti poi preferirono, come (1861) prima di Matthiessen aveva già fatto Siemens, prendere le comunicazioni da larghi vasi pieni di mercurio, entro i quali si fan tuffare le estremità del cannello, e mettere in conto la resistenza introdotta. Questo, come è ben noto, si può fare, supponendo la lunghezza del cannello aumentata della quantità $a\,(r_1 + r_2)$ dove a è una costante e r_1, r_2 sono i raggi delle sezioni terminali. Alla costante a Siemens attribuì il valore $\frac{1}{2}$ dietro un calcolo teorico che non è rigoroso (2), e lo mantenne, per quanto io sappia, nelle successive riproduzioni, per ragioni di opportunità facili a comprendere. Ora è ammesso, con divergenze di poco momento, per a il valore 0.82, sul quale si accordano tanto il calcolo teorico di Lord Rayleigh riprodotto da Maxwell (3), quanto le prove sperimentali di Mascart, Benoit e de Nerville (4) e quelle del signor Kreichgauer fatte nel laboratorio di Kohlrausch (5). Ho quindi assunto quest'ultimo valore, stabilendo però di attribuirgli il significato ben definito, datogli dal calcolo di Rayleigh, il quale suppone che il cannello termini in una massa di mercurio di dimensioni infinitamente grandi. Questa condizione è soddisfatta con sufficiente approssimazione, quando, come fecero Rayleigh, Strecker e Lorenz, le comunicazioni si prendano con grossi elettrodi di rame amalgamato, immersi nei recipienti terminali e vicini molto all'estremità del cannello. Ma se si usano dei contatti proposti da Benoit (6), i quali presentano una resistenza specifica grande e una piccola

(1) Benoit, l. c. pag. 42.

(2) Siemens, Phil. Mag. 25, 1861, l. c., pag. 34; vedi anche Sabine, Phil. Mag. 25, 1863, l. c. pag. 167.

(3) Maxwell, *Elec. and Magn.* Vol. II, 2ª ed. pag. 396.

(4) Mascart, Benoit et de Nerville, l. c. pag. 237.

(5) Kohlrausch, l. c. pag. 25.

(6) Benoit, l. c. pag. 69; vedi anche Glazebrook, *A Comparison of the standard* ecc. Phil. Mag. Vol. 20, 1885, p. 345.

superficie di contatto, allora la resistenza reale di diramazione non è più la resistenza teorica: di questo si terrà conto nei confronti dei cannelli coi campioni di resistenza d'uso più comune (Parte II, n. 19).

Metodo seguito nel calcolo della resistenza dei cannelli.

5. Il metodo che ho seguìto per il calcolo della resistenza dei miei cannelli, coll'intento di escludere il più possibile ogni ipotesi *a priori* sulla forma interna del tubo (n. 3) riposa sulla costruzione di due curve. L'una rappresenta l'area della sezione del cannello in corrispondenza a ciascun punto dell'asse ed è costruita in base alle solite calibrazioni; l'altra rappresenta il valore che, in ciascun punto dell'asse, ha l'inversa della sezione ed è dedotta per punti dalla prima. Come in queste costruzioni abbia evitato di incorrere in petizioni di principio e assicurato quel grado di approssimazione che mi proponevo dirò poi: ora vediamo come, costruite queste curve, ho calcolato sia i punti nei quali dovevo tagliare il cannello per avere prossimamente l'unità legale, sia la resistenza del cannello tagliato.

Si chiamino:

x, la coordinata (ascissa nelle curve) di quel punto dell'asse del tubo che ad una temperatura normale t, ha da un punto fisso segnato sull'asse, una distanza che vien giudicata uguale ad x, comparandola, a quella temperatura, col metro campione, per mezzo del catetometro. Dirò subito che per t ho assunto la temperatura di 25° C, che è la temperatura media alla quale furono fatte le calibrazioni;

L, funzione di x, la *vera distanza* che il punto di coordinata x ha dal punto di coordinata $x = 0$, a zero gradi, misurata questa distanza lungo l'asse (curvilineo) del tubo ed espressa in centimetri normali;

$\sigma(x)$, la sezione che il cannello ha, a zero gradi, nel punto di coordinata x, espressa in centimetri quadrati;

$y(x)$, la ordinata della prima curva spettante ad x e quindi proporzionale a $\sigma(x)$ e si ponga $y(x) = k\sigma(x)$, cosicchè k è una costante che resterà a determinare;

$y_1(x)$, la ordinata della seconda curva spettante ad x e quindi proporzionale a $\dfrac{1}{\sigma(x)}$ e a $\dfrac{1}{y(x)}$ e si ponga $y_1(x) = \dfrac{h}{y(x)}$, dove h è una costante che si introduce solamente per comodo del disegno e di cui si fissa il valore *a priori*;

V_0, il volume interno del tubo a 0° C, limitato dalle due sezioni piane terminali $x = x_0$ e $x = x_1$ ed espresso in centimetri cubici;

R_0, la resistenza, espressa in ohm legali, del tratto di tubo compreso fra due sezioni $x = x_a$ e $x = x_b$, pieno di mercurio e a 0° C ed inclusa la resistenza di diramazione, che chiamerò ϱ espressa in ohm legali, se venisse tagliato in quei due punti;

γ il coefficiente di dilatazione lineare del vetro del tubo ($= 10^{-9}.\{7141 + 8.5\,t\}$) (vedi N. 6);

ϑ il coefficiente di dilatazione lineare del metro campione ($= 10^{-7}.185$) (vedi n. 6), la sua temperatura essendo di 0° C.

Avrò:

$$V_0 = \int_{x_0}^{x_1} \sigma(x) \frac{dL}{dx} dx = \frac{1}{k} \int_{x_0}^{x_1} y \frac{dL}{dx} dx$$

e:

$$1.06 \times 10^4 R_0 = \int_{x_a}^{x_b} \frac{1}{\sigma(x)} \frac{dL}{dx} dx + \varrho = \frac{k}{h} \int_{x_a}^{x_b} y_1 \frac{dL}{dx} dx + \varrho .$$

I parametri della $L(x)$ dipendono dai coefficienti ϑ, γ, dalla temperatura t e dalla curvatura dell'asse del tubo. Ma se, come abbiam detto si può supporre con grande approssimazione (n. 2), si assimila l'asse del tubo a due rette ugualmente inclinate di α sulla retta che ne unisce le estremità è

$$L \cos\alpha \, (1 + \gamma t) = x \, (1 + \vartheta t)$$

onde, ponendo

$$\lambda = \frac{1 + \vartheta t}{\cos\alpha \, (1 + \gamma t)}, \quad A = \int_{x_0}^{x_1} y dx, \quad H = \int_{x_a}^{x_b} y_1 dx,$$

le due prime equazioni diventano

$$V_0 = \frac{\lambda}{k} A, \quad R_0 = \frac{10^{-4}}{1.06} \frac{\lambda k}{h} H + \varrho . \qquad [3]$$

Se r_a, r_b sono i raggi delle sezioni σ_a, σ_b nei punti $x = x_a$, $x = x_b$, la resistenza teorica di diramazione è

$$\varrho = 0.82 \left\{ \frac{r_a}{\sigma_a} + \frac{r_b}{\sigma_b} \right\} \frac{10^{-4}}{1.06}$$

che, introducendovi le coordinate y_a, y_b di questi punti, si scrive

$$\varrho = 0.82 \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{y_a} + \sqrt{y_b}}{\sqrt{y_a y_b}} \frac{10^{-4}}{1.06} . \qquad [4]$$

Le quantità non ancora note nell'espressione [3] di R_0 sono le y_a, y_b, H, A, $\cos\alpha$ e k.

Le y_a, y_b si leggono immediatamente sulla curva I^a, con una approssimazione sempre esuberante.

Le A, H si possono decomporre scrivendo:

$A = (x_1 - x_0) \times$ valore medio di y fra x_0 e x_1

$H = (x_b - x_a) \times$ valore medio di y_1 fra x_a e x_b.

Le $(x_1 - x_0)$, $(x_b - x_a)$ si hanno misurando le distanze fra i punti estremi del cannello; i valori medî di y, y_1 si hanno invece dalle curve; e sono le ordinate dei punti nei quali, conducendo una retta parallela all'asse delle ascisse, questa intercetta sopra e sotto aree uguali. Siccome però sarebbe difficile condurre una tal retta su tutta la lunghezza con esattezza sufficiente, così ho letto sulle curve i valori medî di y e y_1, in successivi intervalli di un centimetro, servendomi di una lastrina di vetro, sulla quale era tracciato un rettangolo avente un lato di un centimetro e che facevo scorrere sulla curva nel modo che è ovvio. Se indichiamo con y_r, y'_r i valori medî di y e y_1 nell'intervallo da $x = r - 1$ a $x = r$ e supponiamo, per es., $x_0 = 0.2$, $x_1 = 107.6$ si calcola:

$A = \sum_{1}^{108} y_r - 0.2$ valore medio di y fra 0.0 e $0.2 - 0.4$ valore medio di y fra 107.6 e 108.

Il valore di $\cos\alpha$, per cannelli che non hanno una curvatura molto sentita, si determina, con approssimazione sufficiente (vedi n. 2), misurando la saetta h di curvatura, cioè la distanza che ha dalla retta congiungente i centri delle sezioni terminali il punto dell'asse che ne è più discosto. Se l è la distanza dei due centri delle sezioni terminali, è

$$\cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4h^2}} .$$

Per il tubo n. 1, precedentemente raddrizzato si ritenne $\cos\alpha = 1$; per il tubo n. 2 che non lo era stato, si misurò come media approssimata $h = 0.3$ e ponendo $l = 100$, si ottenne $\cos^2\alpha = 0.999964$.

Infine il valore di k si determina misurando V_0: se P è la massa del mercurio che riempie a 0°C il cannello e δ ($= 13.5956$) la densità a 0°C del mercurio, si ha $\frac{P}{\delta} = V_0$ e quindi

$$k = \frac{\delta \lambda A}{P} .$$

Nella [3] ponendo $R_0 = 1$ si ha

$$H = 1.06 \times 10^4 \frac{h}{\lambda k} (1 - \varrho)$$

colla quale ho determinato le coordinate dei punti in cui ciascun cannello si doveva tagliare, perchè riproducesse molto prossimamente l'ohm legale. Stabilito per es., che l'una estremità fosse definita da $x = 0$, si cominciò col determinare s in modo che fosse

$$\sum_{r=1}^{r=s} y'_r < H < \sum_{r=1}^{r=s+1} y'_r ,$$

poi si lessero sulla curva i valori medî della y_1 negli intervalli successivamente compresi da $x = s{,}0$; $x = s{,}1$; $x = s{,}2$ ... che indicherò con $y'_{s,1}$, $y'_{s,2}$ .... e si determinò p in modo che fosse

$$\sum_1^p y'_{r,p} < H - \sum_1^s y'_r < \sum_1^{p+1} y'_{r,p+1} .$$

La coordinata dell'altra estremità che si cerca viene allora espressa in cifre da $x = r, pq$, indicando col simbolo q la serie delle cifre che si ottengono dividendo

$$H - \sum_1^s y'_r - \sum_1^p y'_{r,p}$$

per il valore di $y_{r,p+1}$.

In base a questo calcolo preventivo si taglia il cannello, poi si misurano le coordinate definitive; la resistenza del cannello così tagliato si potrebbe, senza nuove pesate, calcolare colla formola [3]. Invece ho stimato bene fare una nuova serie di pesate, a cannello definitivamente tagliato e calcolare la resistenza, riducendo anche le prime a questo caso, come segue. Se P' è la nuova massa ottenuta e A' è il nuovo valore di $\int y dx$, dev'essere $P' = P \frac{A'}{A}$ e questa serve da formola di riduzione.

Chiamiamo x_0, x_1 le coordinate definitive e H′ il valore di $\int y_1 dx$; possiamo allora scrivere l'equazione [3] sotto la forma più significativa

$$R_0 = \frac{10^{-4}}{1.06}\left(\frac{1+\vartheta t}{1+\gamma t}\right)^2 (x_1 - x_0)^2 \frac{\delta}{P'} \frac{A' H'}{h(x_1 - x_0)^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \varrho .$$

Osserviamo infatti che $(x_1 - x_0)\dfrac{1+\vartheta t}{1+\gamma t}$ non è altro che la lunghezza rettilinea del cannello a zero gradi, e $\dfrac{\delta}{P_1}$ il suo volume a zero gradi che indico con V e che quindi il termine $\dfrac{10^{-4}}{1.06}\left(\dfrac{1+\vartheta t}{1+\gamma t}\right)^2 (x_1 - x_0)^2 \dfrac{\delta}{P'}$ è la resistenza che avrebbe il cannello supposto cilindrico e rettilineo; $\dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$ è il coefficiente di correzione per la curvatura, epperò $\dfrac{A' H'}{h(x_1 - x_0)^2}$ è il coefficiente di correzione per il calibro. Sopprimendo ora per semplicità gli apici e ponendo

$$L = (x_1 - x_0)\frac{1+\vartheta t}{1+\gamma t} \qquad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \nu$$

$$\frac{AH}{h(x_1 - x_0)^2} = \mu \qquad \frac{\delta}{P} = V$$

la resistenza del cannello assume l'espressione ben chiara

$$R_0 = \frac{10^{-4}}{1.06} \mu \nu \frac{L^2}{V} + \varrho .$$

6. I primi cannelli di cui avevo intrapreso e già alquanto avanzato lo studio erano di vetro tedesco; ma la cattiva qualità del vetro non mi permise di ultimarne lo studio. Il professor Roiti, nulla mai risparmiando per mettermi nelle condizioni migliori, volle di ciò interessare il sig. René Benoit, dottor aggiunto al Bureau internazionale di pesi e misure a Sèvres. E il sig. Benoit rispose, mettendo a disposizione dell'Istituto di Firenze un numero considerevole di cannelli, che egli stesso prescelse, dietro una calibrazione approssimativa, fra quelli che gli erano rimasti dopo il suo ben noto lavoro del 1881. Di questa nuova benemerenza del sig. Benoit verso l'Istituto di Firenze, il prof. Roiti vuole che pubblicamente lo ringrazii a suo nome; nell'adempiere al gradito incarico, mi sia lecito aggiungere anche i miei ringraziamenti personali più sinceri e più vivi.

Tutti questi cannelli sono di vetro verde, duro e poco fusibile: una parte di essi erano stati raddrizzati, per ufficio del sig. Benoit, dal sig. Tonnelot, il noto costruttore di termometri: e fra questi ho scelto il cannello segnato col n. 1. Agli altri era stata lasciata la loro curvatura, in alcuni abbastanza sensibile e fra essi fu scelto il cannello segnato col n. 2. Questi cannelli, oltre la buona qualità del vetro che li rende maneggievoli e adatti all'uso che ne volevo fare, presentavano anche il grande vantaggio di possedere un coefficiente di dilatazione ben noto, perchè già determinato da Benoit (1).

(1) Benoit, l. c. pag. 47.

Su ciascun cannello si cominciò col segnare, in vicinanza ad una estremità, una terna di leggiere intaccature, distanti circa $^1/_2$ millimetro l'una dall'altra; al punto centrale dell'intaccatura intermedia corrisponde il punto dell'asse cui ho assegnato la coordinata $x=0$. Oltre a questa, due altre terne furono incise su ciascun tubo, per comodo delle misure, per facilitare le verifiche e infine per premunirmi in caso di rottura. I punti dell'asse caratterizzati nello stesso modo chiamerò punti *1* (verso il mezzo del tubo) e *2* (all'altra estremità).

7. Le misure di lunghezza, sia per le calibrazioni, sia per la determinazione delle coordinate delle estremità, furono fatte col mezzo di un catetometro e d'un metro campione.

Il catetometro porta un microscopio, a forte ingrandimento, con reticolo a micrometro ed è stato sempre adoperato a guisa di comparatore.

Il metro campione è della Società ginevrina, e porta il n. 6. Questo metro oltrechè dalla Società ginevrina, era stato studiato e confrontato col metro degli archivî di Roma, dal prof. Pisati, nel 1883. Esso si può ritenere esatto alla temperatura di 0° C. Per coefficiente di dilatazione ho assunto 185.10^{-7}, media dei valori dati dal Pisati e dalla Società ginevrina. Al prof. Pisati è dovuta la verificazione dei primi 20 centimetri di questo metro.

Regolato il catetometro, il cannello di vetro veniva fissato verticalmente su un'asta di legno ben solida, tenuto però alquanto discosto dal legno e protetto, insieme ad un termometro, da strisce di cartone. A circa 45° dal cannello era pure verticalmente sospeso il metro campione, entro il suo manicotto, il cui braccio di ferro era sorretto da un'asta di ferro murata. Un congegno di viti di cui è munito il manicotto permette il perfetto regolamento del metro; e un'altra vite in una snodatura del braccio permette di muovere opportunamente tutta la sospensione. Il metro veniva avvicinato o allontanato dal catetometro, sino a che, regolato il microscopio in modo da veder netta nel campo l'immagine di un filo d'ottone collocato superiormente, per un piccolo tratto, entro la tubulatura del cannello, del pari netta risultasse l'immagine delle divisioni del metro, girando di circa 45°, l'asta del catetometro.

Le altezze dei punti di riferimento e dei punti da esplorare, venivano così riportate direttamente, di volta in volta, sul metro: su questo i millimetri si leggono immediatamente, le frazioni di millimetro si computano, leggendo le divisioni del disco del micrometro:

1° quando il filo mobile del reticolo collima colla immagine della divisione millimetrica che nel campo comparisce immediatamente più bassa del filo fisso;

2° quando si sovrappone al filo fisso;

3° quando coincide colla immagine della divisione millimetrica susseguente, e ammettendo in questo breve tratto calibra la vite micrometrica.

La distanza $\varDelta$ così letta, senza altre correzioni, fra il punto zero e un altro punto del cannello alla temperatura t normale delle calibrazioni, è la coordinata x del punto (vedi n. 5). Se la lettura è fatta invece alla temperatura t', allora dalla $\varDelta$ si calcola x colla formola

$$x=\frac{(1+\vartheta t')\,(1+\gamma t)}{(1+\gamma t)\;(1+\vartheta t)}\varDelta$$

che si cava dalle due (n. 5, formola a)

$$L \cos\alpha (1 + \gamma t) = x (1 + \vartheta t)$$
$$L \cos\alpha (1 + \gamma t') = x (1 + \vartheta t') .$$

8. Nelle calibrazioni il tubo lavato con acqua distillata, poi con acido nitrico e infine nuovamente con acqua distillata e asciugato, veniva ad una estremità masticiato entro un ramo di un corto e largo tubo b ad U, dove era stato soffiato un palloncino, mentre nell'altro ramo era masticiato un grosso tubo di vetro capillare c, lungo circa 40^{cm} e comunicante, per mezzo di un tubo di caucciù d, con un ampio bicchiere A: quest'ultimo era fissato su un corsojo mobile lungo una guida verticale. Si comincia allora col versare, per la estremità a del cannello del mercurio ben pulito sino a riempire il tubo b e l'appendice capillare c: poi si versa nel bicchiere tanto mercurio da riempire tutto il tubo di caucciù e per buona metà il bicchiere A, spostando opportunamente su e giù il corsojo per escludere l'aria: infine una colonnina di mercurio si introduce per a nel cannello, dopo aver alzato convenientemente il livello, spostando A. L'introduzione di questa colonnina separata dal resto del mercurio, e l'assegnarle una voluta lunghezza riesce una operazione comodissima. Questa colonnina che si sposta a piacere nel tubo, alzando o abbassando il bicchiere, serve alla calibrazione: l'immobilità di essa durante il tempo necessario per le letture corrispondenti alle sue estremità è perfetta; anche stringendo ad arte il tubo di gomma, la colonnina non si sposta sensibilmente, la sezione del bicchiere A essendo ben 4000 volte quella del cannello.

Fig. 1.

Per ciascuno dei due tubi si sono fatte due calibrazioni indipendenti, cioè con colonnine differenti e dopo aver pulito e asciugati ogni volta gli annessi e il cannello. È inutile aggiungere che le misure consistevano nel determinare, come precedentemente ho detto, le coordinate delle estremità della colonnina; nelle misure si pigliava sempre la base del menisco per linea di mira.

Costruzione delle curve.

9. Supponiamo che tali coordinate in corrispondenza a diverse posizioni della colonnina sieno a, a_1; b, b_1; c, c_1.... cosicchè si avrà:

$$\int_a^{a_1} \sigma(x)\, dx = \int_b^{b_1} \sigma(x)\, dx = \int_c^{c_1} \sigma(x)\, dx = \cdots\cdots = \text{cost.}$$

o anche:

$$\int_a^{a_1} y(x)\,dx = \int_b^{b_1} y(x)\,dx = \int_c^{c_1} y(x)\,dx = \cdots\cdots = \text{cost.}$$

e qui alla costante si può assegnare un valore ad arbitrio, essendo in essa implicita la k che resta a determinare.

Segniamo sull'asse delle ascisse questi intervalli e su di essi costruiamo dei rettangoli i cui secondi lati sieno

$$\frac{\text{cost.}}{a_1 - a}, \quad \frac{\text{cost.}}{b_1 - b}, \quad \frac{\text{cost.}}{c_1 - c}, \ldots.$$

che hanno la cost. per area comune. È chiaro allora che, dovendo la curva $y = y(x)$ intercettare coll'asse delle x e colle coppie di rette parallele $x = (a, a_1)$, $x = (b, b_1)$,... aree rispettivamente uguali a quei rettangoli, essa si potrà costruire approssimatamente, tracciando una curva che intercetti dai rettangoli sopra e sotto aree uguali, come si mostra nel disegno (v. tav. lit.). Il grado dell'approssimazione, supposta fatta con esattezza la costruzione, dipende dal numero dei rettangoli; ma è a notarsi che con questa costruzione si usufruiscono tutte e sole le osservazioni fatte e queste si sfruttano completamente: in altre parole questa costruzione è perfettamente equivalente al sistema delle osservazioni: nulla si esclude e nulla si introduce sulla forma interna del tubo, salvo il criterio direttore di non aggiungere irregolarità a quelle imposte dalle osservazioni; e che perciò, se con altro metodo si venisse ad assegnare, con maggiore determinazione, la sezione nei singoli punti del cannello, si deve concludere che nel metodo è necessariamente implicita qualche ipotesi arbitraria estranea alle osservazioni fatte.

Se i rettangoli si sovrappongono l'uno sull'altro, come nel caso nostro, coll'occhio un po' esercitato, si riesce facilmente a tracciare una simile curva. L'errore poi nell'apprezzamento delle aree è tanto più piccolo, quanto più grande è la scala assunta; pigliando questa opportunamente, e dopo aver costruita la curva, verificando su di essa l'uguaglianza degli integrali, col calcolare l'area per ciascun intervallo (n. 5) e opportunamente correggendo, se è il caso, si arriva a tutta l'approssimazione desiderabile.

Le curve $y = y(x)$ furono così tracciate su fogli di buona carta millimetrata della larghezza di circa 120^{cm}, su un' altezza di 80. Un ingrandimento nella direzione delle x è inutile, perchè le misure di lunghezza si hanno direttamente colle osservazioni: l'asse delle x rappresenta quindi al naturale l'asse del tubo. Interessa invece una grande approssimazione nella direzione delle y: questa fu ottenuta, spostando l'asse delle x a tale distanza fuori del foglio, che l'altezza del foglio bastasse a rappresentare la differenza fra la massima e la minima sezione; il che si fa comodamente attribuendo opportuni valori alla costante che è in arbitrio, e assumendo il millimetro per unità nella direzione delle y. Così per il tubo n. 1, un millimetro sul foglio rappresenta in valore relativo $\frac{1}{8500}$ della sezione e per il tubo n. 2 $\frac{1}{17000}$.

Le curve y costruite colla 1ª calibrazione vengono poi controllate e modificate colla 2ª, fatta con una colonnina di diversa lunghezza. Nell'applicare i risultati di questa sulla curva, si hanno altrettante equazioni simili alle precedenti, ma in esse

la costante non è più in arbitrio; essa invece si determina come media dei valori che la curva y, costruita in base alla prima calibrazione, dà, dove è più esente da incertezze per il suo andamento regolare, per gli integrali $\int y dx$ estesi agli intervalli corrispondenti alla 2ª calibrazione. Calcolata la costante, si costruiscono i rettangoli e con essi una nuova curva, come precedentemente; e delle due curve, che così si hanno, si traccia, centimetro per centimetro, la curva media che si assume per definitiva. Le curve y così costruite dimostrano che la sezione interna dei cannelli, anche molto buoni, come sono i miei due e specialmente il n. 2 che non era stato sottoposto alla operazione del raddrizzamento (vedi n. 2), è sempre irregolarissima. In alcuni tratti, anche di parecchi centimetri, essa varia quasi proporzionalmente, in altri, anche brevi, presenta bruschi allargamenti o restringimenti. Che queste irregolarità non sieno dovuti agli errori di osservazione, è messo fuori di dubbio dal fatto che sono imposti ugualmente da calibrazioni indipendenti; notisi che fra la 1ª calibrazione e la 2ª i tubi erano lavati, e che dall'una all'altra si spostava anche il metro.

Tavola I.

1ª calibrazione del cannello n. 1. - 5-10 agosto 1887. - Temperatura media 24°.6.

Numero d'ordine delle osservazioni	Coordinata x_1 della base della colonnina	Coordinata x_2 della sommità	$x_2 - x_1$
24ª	— 4.1775	+ 2.4261	6.6036
23ª	+ 1.6192	8.2347	6.6155
22ª	5.5928	12.1912	6.5984
21ª	8.1725	14.7489	6.5764
19ª	10.1200	16.7269	6.6069
18ª	12.6654	19.3242	6.6588
20ª	17.0660	23.6846	6.6176
16ª	18.8107	25.3911	6.5804
15ª	25.3219	31.8165	6.4946
14ª	29.8601	36.2714	6.4113
13ª	32.4887	38.8421	6.3534
12ª	36.5747	42.8995	6.3248
11ª	40.3368	46.6975	6.3607
10ª	45.7527	52.1829	6.4302
9ª	49.5335	56.0280	6.4945
8ª	53.4112	59.8910	6.4798
7ª	59.7076	66.3108	6.6032
26ª	71.6298	78.2815	6.6517
27ª	75.5786	82.2621	6.6835
6ª	79.0218	85.7936	6.7718
5ª	83.6964	90.4715	6.7751
4ª	88.9269	95.6449	6.7180
3ª	93.5133	100.1844	6.6711
2ª	97.5283	104.1430	6.6147
1ª	100.4913	107.0296	6.5383

TAVOLA II.

2ª calibrazione del cannello n. 1. - 3-7 settembre 1887. - Temperatura media 25°.4.

Numero d'ordine delle osservazioni	Coordinata x_1 della base della colonnina	Coordinata x_2 della sommità	$x_2 - x_1$
1ª	— 2.0321	+ 3.8938	5.9329
3ª	+ 6.1001	11.9915	5.8914
4ª	9.5818	15.4752	5.8934
2ª	15.2012	21.1697	5.9685
5ª	20.8276	26.6757	5.8481
7ª	24.3093	30.1195	5.8102
6ª	25.9259	31.7280	5.8021
8ª	28.0644	33.8403	5.7759
9ª	31.6332	37.3403	5.7071
10ª	35.4011	41.0580	5.6569
11ª	39.8581	45.5415	5.6834
12ª	44.2513	49.9626	5.7113
13ª	47.4907	53.2712	5.7805
14ª	49.8570	55.6691	5.8121
15ª	52.8565	58.6473	5.7908
16ª	57.7197	63.5699	5.8502
17ª	61.4068	67.3341	5.9273
18ª	64.6831	70.6473	5.9642
19ª	69.0134	74.9888	5.9754
20ª	73.3496	79.3194	5.9698
21ª	77.3723	83.3930	6.0207
22ª	81.1781	87.2352	6.0571
23ª	84.0016	90.0570	6.0554
24ª	87.6518	93.6956	6.0438
25ª	91.3138	97.3007	5.9869
26ª	94.9323	100.8874	5.9551
27ª	98.7707	104.6496	5.8789

Temperatura media delle calibrazioni $t = 25°$.

TAVOLA III.

1ª calibrazione del cannello n. 2. - 13-22 agosto 1887. - Temperatura media 24°.

Numero d'ordine delle osservazioni	Coordinata x_1 della base della colonnina	Coordinata x_2 della sommità	$x_2 - x_1$
17ª	+ 0.2609	+ 5.6462	5.3853
16ª	4.8871	10.2560	5.3689
15ª	7.5202	12.8532	5.3330
14ª	10.6678	16.0532	5.3854
13ª	11.9730	17.3578	5.3848
12ª	14.4742	19.9065	5.4323
11ª	18.2425	23.7194	5.4769

TAVOLA III.

1ª calibrazione del cannello n. 2. - 13-22 agosto 1887. - Temperatura media 24°.

Numero d'ordine delle osservazioni	Coordinata x_1 della base della colonnina	Coordinata x_2 della sommità	$x_2 - x_1$
10ª	21.4237	26.9182	5.4945
9ª	25.5043	31.0055	5.5012
8ª	27.6137	33.0961	5.4824
7ª	30.6862	36.1331	5.4469
6ª	33.6034	39.0446	5.4412
5ª	38.4194	43.8847	5.4653
4ª	41.4765	46.9574	5.4809
3ª	44.1905	49.6573	5.4668
2ª	46.5277	51.9813	5.4536
18ª	48.2172	53.6781	5.4609
1ª	49.2436	54.6785	5.4349
19ª	50.4778	55.9197	5.4519
20ª	52.5197	57.9672	5.4475
21ª	54.7407	60.1599	5.4192
22ª	57.6247	62.9947	5.3700
23ª	59.3341	64.6972	5.3631
24ª	61.5596	66.9278	5.3682
25ª	63.3800	68.7778	5.3978
26ª	65.2235	70.6771	5.4536
27ª	67.9597	73.4341	5.4944
28ª	69.9734	75.4734	5.5000
29ª	72.8162	78.3020	5.4858
30ª	75.6086	81.1345	5.5259
31ª	78.4859	84.0419	5.5560
32ª	81.8616	87.4361	5.5745
33ª	83.3815	88.9479	5.5664
34ª	84.5513	90.1104	5.5591
35ª	86.1840	91.7490	5.5650
36ª	88.4722	94.0359	5.5637
37ª	92.5819	98.0803	5.4984
38ª	95.1579	100.6321	5.4742
39ª	97.7584	103.2201	5.4617
40ª	99.7765	105.2199	5.4434
41ª	102.5723	108.0249	5.4526
42ª	105.9571	111.4428	5.5057

Tavola IV.

2ª calibrazione del cannello n. 2. - 30 agosto e 2 settembre 1887.
Temperatura media 25°.

Numero d'ordine delle osservazioni	Coordinata x_1 della base della colonnina	Coordinata x_2 della sommità	$x_2 - x_1$
1ª	+ 0.1850	+ 5.8930	5.7080
2ª	4.3248	10.0019	5.6771
3ª	8.5675	14.1986	5.6311
5ª	16.9182	22.7015	5.7833
6ª	21.1649	26.9729	5.8080
7ª	25.0871	30.9057	5.8186
8ª	28.2698	34.0571	5.7873
9ª	32.3531	38.1021	5.7490
10ª	36.0896	41.8572	5.7676
11ª	39.4049	45.1871	5.7822
12ª	42.5723	48.3592	5.7869
13ª	46.4756	52.2424	5.7668
14ª	50.1121	55.8567	5.7446
15ª	53.5246	59.2585	5.7339
16ª	57.3816	63.0573	5.6757
17ª	61.4667	67.1376	5.6709
18ª	64.9739	70.7178	5.7439
19ª	68.3021	74.1081	5.8060
20ª	72.0649	77.8458	5.7809
21ª	74.4557	80.2662	5.8105
22ª	78.1817	84.0299	5.8482
23ª	89.8357	95.6916	5.8559
24ª	93.7701	99.5643	5.7942
25ª	98.3068	104.0649	5.7581

Tavola V.

r	y_r (1° calcolo)	y_r (2° calcolo)	r	y_r (1° calcolo)	y_r (2° calcolo)
1	8434.3	8434.0	11	8531.9	8532.2
2	8436.5	8436.5	12	8537.0	8536.9
3	8445.8	8445.9	13	8532.1	8532.1
4	8454.2	8454.4	14	8510.5	8510.8
5	8460.0	8460.2	15	8462.2	8461.0
6	8464.7	8464.8	16	8400.0	8400.5
7	8469.2	8469.5	17	8361.1	8361.7
8	8476.6	8476.3	18	8355.0	8355.0
9	8487.3	8487.8	19	8360.6	8360.8
10	8511.0	8512.0	20	8394.0	8393.2
	$\int_0^{10} = 84639.6$	84641.4		$\int_{10}^{20} = 84444.4$	84444.2

Segue la TAVOLA V.

r	y_r (1° calcolo)	y_r (2° calcolo)	r	y_r (1° calcolo)	y_r (2° calcolo)
21	8489.0	8489.5	31	8653.0	8652.8
22	8533.0	8533.8	32	8663.8	8663.5
23	8546.5	8546.7	33	8689.1	8689.9
24	8558.9	8559.1	34	8742.5	8743.5
25	8581.2	8581.8	35	8809.0	8808.5
26	8594.5	8594.6	36	8831.0	8831.0
27	8598.0	8597.6	37	8843.0	8843.0
28	8609.1	8609.1	38	8852.8	8852.5
29	8629.9	8629.9	39	8859.0	8859.0
30	8643.0	8642.3	40	8861.8	8862.0
	$\int_{20}^{30} \doteq 85783.1$	85784.4		$\int_{30}^{40} = 87805.0$	87805.7

Qui riporto, per darne una idea, queste curve per i due cannelli (vedi tavola litografata) ma siccome furono ridotte nella scala di un decimo, così stimo di riferire, nelle sue dimensioni vere, una porzione di curva, coi rettangoli che hanno servito a costruirla, per il tratto da $x = -1$ a $x = 25$ del cannello n. 1: i rettangoli che corrispondono alla prima calibrazione sono disegnati con rette continue, quelli che si riferiscono alla seconda sono disegnati con rette punteggiate. Inoltre nelle tavole I, II, III, IV do i risultati delle calibrazioni; e infine nella tavola V riferisco i valori delle aree $y_r = \int_{r-1}^{r} y\,dx$ da $r = 1$ a $r = 40$, di centimetro in centimetro, ottenuti in due calcoli distinti, per il cannello n. 1, a fine di dare un concetto della approssimazione raggiunta in calcoli simili.

Misure assolute di lunghezza.

10. Ultimate le calibrazioni, costruite e verificate le curve, da ciascuno dei due tubi si tagliarono due tratti terminali, dove la calibrazione e quindi le curve non possono dare che risultati alquanto incerti. Le estremità, prima colla lima, poi con carta smerigliata finissima tesa su una lastrina di rame e inumidita d'essenza di trementina, furono lavorate a forma di tronco di cono, curando sopratutto che le basi riuscissero ben levigate, ben piane e normali all'asse, e che non fossero intaccati gli orli interni della tubulatura. Si procedette quindi, per ciascun tubo, ad una prima serie di misure, per determinare le coordinate (vedi n. 5) delle sezioni estreme del tubo così ridotto; queste furono condotte nel modo che sopra si è detto per le calibrazioni, ma si sono moltiplicate le verifiche, spostando ora il tubo, ora il metro e girando il tubo: nella tubulatura si teneva sospeso un breve tratto di filo di ottone ben terso; così la linea terminale spiccava nitidissima nel campo del microscopio. Le coordinate terminali che ne risultarono e i rispettivi valori di $A = \int_{x_0}^{x_1} y\,dx$ sono per il cannello n. 1:

$$x_0 = -6.8203 \quad , \quad x_1 = +106.9154 \quad , \quad A = 968364.8 \pm 5$$

per il cannello n. 2:

$$x_0 = -0.8576 \quad , \quad x_1 = +110.9573 \quad , \quad A = 1884962 \pm 15.$$

Poi si intraprese una serie di pesate, per determinare, come fu detto, le coordinate dei punti in prossimità dei quali dovevo tagliare i tubi. Delle pesate darò conto più innanzi. Tagliati allora due nuovi tratti alle estremità, e raggiunta con successivi ritocchi, quella approssimazione che mi parve sufficiente (1 decimo di millimetro) per il fine che aveva e lavorate le estremità, come sopra ho detto, feci una nuova serie di misure per determinare le estremità definitive del cannello così tagliato e i corrispondenti valori di A che dirò A′. Da queste misure si dedussero, per il cannello n. 1

$x_a = -3{,}0019 \qquad x_b = +103.7382 \qquad A' = 908587.0 \quad ; \quad H = 903207$

e per il cannello n. 2

$x_a = -0.1502 \qquad x_b = +109.2060 \qquad A' = 1843445. \qquad H = 1118393.$

A questa seconda serie fa riscontro una nuova serie di pesate, come ora dirò. Servirà come saggio dell'approssimazione avuta la tavola VI, nella quale ho raccolto la prima serie di misure per il cannello n. 1.

TAVOLA VI.

Cannello n. 1. - 22 settembre 1887. - Temperatura media del metro 21°.82.
Temperatura media del cannello 21°.90.

		Lettura sul metro	Lettura del micrometro			Lettura definitiva sul metro
			prima posizione	seconda posizione	terza posizione	cm
I	estremità 2	4.4	32.60	38.30	53.70	4.43304
	punto 1	56.6	29.30		50.20	56.64302
si sposta il metro						
II	estremità 2	3.7	28.80		49.30	3.74626
	punto 1	55.9	26.30		47.70	55.95604
si sposta il cannello						
III	estremità 2	2.5	26.10		47.20	2.55758
	punto 1	54.7	23.40		44.50	54.77033
si sposta il cannello						
IV	estremità 2	2.7	24.00		44.90	2.76835
	punto 1	54.9	21.80		42.90	54.97788
si capovolge il cannello						
V	estremità 2	55.5	25.70		46.90	55.55935
	punto 1	3.3	28.00		49.20	3.34851
si sposta il metro						
VI	estremità 2	3.0	30.80		52.00	3.03532
	punto 1	55.2	29.40		50.20	55.24272

Da queste osservazioni si ha

	cm		
distanza osservata direttamente alla temperatura media di 21°.86	52.20998	I	— 0.00007
	52.20978	II	— 0.00027
	52.21275	III	+ 0.00270
	52.20953	IV	— 0.00052
	52.21084	V	+ 0.00079
	52.20740	VI	— 0.00265
media	52.21005		

coordinata dell'estremità 1 - coordinata del punto 1 = 52.20839.

Segue la Tavola VI.

Cannello n. 1. - 22 settembre 1887. - Temperatura media del metro 21°.45
Temperatura media del cannello 20°.75

		Lettura sul metro	Lettura del micrometro prima posizione	seconda posizione	terza posizione	Lettura definitiva sul metro cm
VII	estremità 0	98.9	esatto	38.30	esatto	98.90000
	punto 1	37.3	23.90		44.90	37.36854
si sposta il metro						
VIII	estremità 0	98.6	18.20		39.35	98.69487
	punto 1	37.1	24.65		45.50	37.16525
si sposta il cannello ed il metro						
IX	estremità 0	97.5	36.10		56.65	97.51071
	punto 0	90.6	18.90		40.25	90.69060
si sposta il tubo						
X	estremità 0	98.8	25.90		47.30	98.85791
	punto 0	92.0	30.50		51.70	92.03674
	punto 1	37.3	31.90		52.80	37.33059

distanza osservata direttamente fra l'estremità 0 e il punto 1

61c.53146 VII
61c.52962 VIII
61c.52732 X
media 61c.52947

distanza osservata direttamente fra il punto 0 e l'estremità 0

6c.82011
6c.82117
media 6c.82064

onde coordinate del punto 1 61,52748
dell'estremità 0 6,82042

e

$$x_0 = -6.8204$$
$$x_1 = 106.9154.$$

Misure di massa.

11. Queste costituiscono la parte più incerta d'un simile lavoro, per la difficoltà di definire con esattezza:

1° la parte del tubo realmente occupata dal mercurio,

2° la temperatura del mercurio che riempie il tubo. Si aggiunga poi che, le masse di mercurio che si devono misurare essendo piuttosto piccole, gli errori anche delle semplici pesate portano un' influenza già sensibile.

La prima difficoltà sta in ciò che, se il tubo non si riempie per intero, intervengono le correzioni di capillarità non assegnabili rigorosamente; se si fa l'opposto, schiacciando i menischi con opportuni turatori alle estremità del cannello, la cosa non riesce in modo perfetto, come già da altri fu notato. Nelle condizioni nelle quali mi trovavo, ho creduto bene però di attenermi a questo secondo processo, ingegnandomi di rendere il riempimento e la chiusura più perfetti che fosse possibile,

A tal uopo disposi di due turatori simili a quello che è indicato dalla fig. 2: entro la estremità di un tubo cilindrico di vetro di circa 2^{cm} di diametro è fissata una madrevite in ferro entro la quale ingrana una asticina a vite che porta un dischetto *d*, ben tornito e girevole liberamente, pure in ferro. Dopo i primi tentativi per chiudere il tubo, ho poi aggiunto un dischetto *c* di vetro e, fra il disco *c* e il disco *d*, un altro di gomma: quest'ultimo permettendo al vetro di adattarsi alla base del tubo, tali turatori funzionano abbastanza bene.

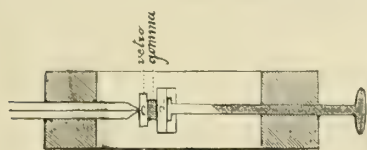
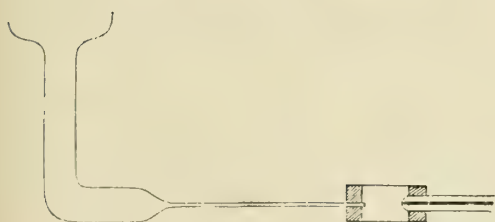



Fig. 2.

Fig. 3.

Per riempire il tubo di mercurio, ad una delle estremità, per es. a destra, si applicava un turatore, senza avvicinare il dischetto e l'altra (fig. 3) si inseriva, con sughero, entro un tratto di tubo di vetro di circa 1^{cm} di sezione, nel quale era impegnato un cannellino della sezione di circa un ventesimo di millimetro, saldato ad un terzo tubo piuttosto largo e piegato ad angolo retto. In quest'ultimo si versava il mercurio; quando, dopo dieci o quindici minuti, il mercurio cominciava ad effluire a destra, si chiudeva da questa parte, avvicinando il disco nel turatore. Volendo raccogliere il mercurio, si cominciava coll' inclinare in basso leggermente la parte a destra, si toglievano le comunicazioni a sinistra, vi si applicava l'altro turatore, schiacciando il menisco: poi inclinavo il tubo inversamente: discostando e poi riaccostando il turatore a destra, m'accertavo che da questa parte il riempimento fosse buono e ripetevo lo stesso esame a sinistra: infine sostituivo al turatore un tubetto ricettore di vetro, nel quale il mercurio veniva spinto, inclinando opportunamente il cannello e soffiandovi dall'estremità a destra una debole corrente d'aria secca.

La seconda difficoltà si presenta nel determinare la temperatura del mercurio entro il cannello, quando questo si tiene nel ghiaccio e cioè ad una temperatura che, in generale, è molto inferiore a quella dell'ambiente: ed è dovuta alla circostanza che le due estremità si tengono sporgenti nell'aria, per le opportune manovre, anzi, una almeno di esse, in comunicazione con una massa di mercurio pure lasciata alla temperatura della stanza. Questa stessa difficoltà si incontra di nuovo nelle misure elettriche, nelle quali influisce molto più sensibilmente, tendendo però ad introdurre nelle misure stesse un errore che agisce nel senso inverso sui risultati finali. Perciò stimo necessario insistere alquanto su questo punto. Supponiamo di circondare di ghiaccio il cannello pieno di mercurio, lasciando sporgere nell'aria ambiente le due estremità, che, per metterci nel caso delle misure elettriche, supporremo innestate entro due vasi di vetro tenuti nell'aria e pieni pure di mercurio. La temperatura della colonna liquida nei varî punti del cannello andrà abbassandosi, ma sempre più lentamente; e dopo un tempo, della cui durata per ora non ci curiamo, raggiungerà il così detto regime. Ora è chiaro che, raggiunto anche il regime, la temperatura della colonna di mercurio, non può essere la stessa in tutti i punti del cannello. È questo infatti il caso d'un

filo metallico, in un mezzo tenuto a zero gradi, e le cui sezioni sono mantenute ad una temperatura costante: epperò la temperatura varierà di sezione in sezione, con una legge che sarà prossimamente rappresentata da una funzione esponenziale della forma

$$t = \frac{T}{2}(e^{-hx} + e^{+hx})$$

indicando con T, h due costanti che dipendono dalle conduttività interna ed esterna, e con t la temperatura alla quale, per approssimazione, si possono supporre tutti i punti che si trovano alla distanza x dalla sezione centrale. Ne viene che la temperatura andrà aumentando man mano dal mezzo del tubo, dove avrà il valor minimo T, verso le estremità dove acquisterà il valor massimo $\frac{T}{2}(e^{-hl} + e^{+hl})$, se $2l$ è la lunghezza del tubo. Quest'ultima temperatura essendo maggiore di zero, è $T > 0$; epperò, non solo nei tratti estremi sporgenti dal ghiaccio, ma in qualsiasi punto del cannello, la temperatura è più alta di zero. Si tratta di vedere se l'errore che si commetterebbe, attribuendo alla colonna di mercurio la temperatura di 0°C, sia o no trascurabile.

La questione fu risolta per via elettrica: e le esperienze fatte, delle quali renderò conto più innanzi (n. 18), hanno mostrato, senza alcun dubbio, che l'errore non è trascurabile: risultò infatti da esse che la temperatura media della colonna di mercurio può essere di due decimi di grado superiore allo zero.

Sin qui si è supposto che il regime, nelle temperature, fosse raggiunto; ma non è facile assegnare la durata di tempo a ciò necessaria. Una serie di misure di massa fatte con tale intento, mostrerebbe che il regime si stabilisce molto più lentamente di quel che si ammetta d'ordinario. In queste misure preliminari il cannello, pieno di mercurio, era tenuto orizzontale, nel ghiaccio, per durate differenti: da una parte comunicava con un recipiente pure pieno di mercurio e dall'altra era chiuso; la temperatura della stanza era di circa 25°C; misurando la massa del mercurio che riempiva il tubo ho ottenuto

15.5843 gr	dopo	10 m
15.5899	"	20
15.5994	"	40
15.6040	"	90
15.6053	"	240.

Dalla curva della figura 4, costruita riportando come ascisse i tempi e come ordinate gli aumenti della massa, risalta bene come diminuisse man mano la temperatura, accostandosi assai lentamente al regime.

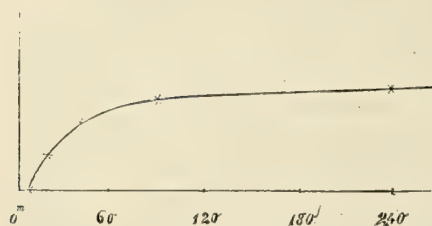



Fig. 4.

Dietro questi risultati, e la considerazione che, tenendo le comunicazioni nel ghiaccio, si potrebbero introdurre errori d'altro genere (umidità entro il cannello), ho stimato prudente di tenere i cannelli ripieni di mercurio, anzichè nel ghiaccio, nell'aria o nell'acqua alla temperatura dell'ambiente; questa era facile mantenere pressochè costante

per una durata anche di 24 ore. Alcune volte, operando il riempimento quando la temperatura dell'ambiente era più bassa e vuotando il tubo quando era più alta, ho evitato di mantenere le comunicazioni. Le temperature erano lette su due buoni termometri a mercurio graduati in decimi, ed ho stimato superfluo farne il confronto col termometro ad aria. Le misure furono eseguite, usando d'una buona bilancia di Deleuil e con tutte le cure indicate diffusamente da Benoit; il mercurio, raccolto in piccola capsuletta di porcellana, veniva, poco innanzi le misure, leggermente scaldato. Ciò non ostante non potei ottenere un accordo, fra le varie osservazioni, uguale a quello avuto nelle misure di lunghezza e ciò per imperfezioni inevitabili nei riempimenti e per qualche incertezza nella temperatura. Quindi, per raggiungere un'approssimazione sufficiente, ho dovuto moltiplicare le osservazioni, e qui noto che ho tenuto conto di tutte indistintamente, anche di quelle che più si scostavano dalla media. Esse sono riferite in disteso nella tavola VII; per maggior chiarezza rammenterò brevemente l'ordine seguito nello studio di ciascun cannello.

I. Si è calibrato il tubo; colla calibrazione si è costruita la curva $y(x)$, e da questa dedotta la curva $y_1(x)$.

II. Si sono tagliati due brevi tratti alle estremità e, col tubo così tagliato, si sono misurate le coordinate x_0, x_1 delle estremità, che servono al calcolo di $A = \int y\, dx$ e si determinò la massa P_0 del mercurio che riempiva il cannello a 0°C. Siccome però il riempimento si faceva, come dissi, a t^0, così, se si indica con P_t la massa direttamente osservata, P_0 si calcola colla formola

$$P_0 = \frac{1 + \alpha t}{1 + 3\gamma t} \frac{1 - \frac{a}{d}}{1 - \frac{a}{d_1}} P_t$$

dove:

a = peso d'un centimetro cubo d'aria = 0.001293,
d = densità dei pesi = 8.3,
d_1 = densità del mercurio = 13.6,
α = coefficiente medio di dilatazione cubica del mercurio fra 0°C e 100°C = 0.00018216 (Bur. Int.), perchè adopero il termometro a mercurio
γ = coefficiente di dilatazione lineare del vetro = $10^{-9}(7141 + 8.5\,t)$.

III. Con questi dati, taglio definitivamente il tubo e ripeto le misure di lunghezza e di massa. Nel prospetto sono riferiti i nuovi valori di $A' = \int y\, dx$, e delle coordinate delle nuove estremità; i pesi direttamente osservati sono anche in questa 2ª serie indicati con P_t; con P'_0 le masse ridotte a zero colla formola data sopra. Infine nella 1ª serie sono indicati con P'_0 i valori calcolati ponendo $P'_0 = P_0 \frac{A'}{A}$, che hanno (vedi n. 5) lo stesso significato che P'_0 nella 2ª serie di misure.

TAVOLA VII.

Tubo n. 1.

1ª serie, $x_0 = -6.8203$, $x_1 = +106.9147$, A = 968365

	t	P_t	P_0	P'_0
14 sett. 87	21°.59	15.5543	15.6071	14.6437
14 " "	21.80	15.5520	15.6053	14.6420
16 " "	21.98	15.5531	15.6069	14.6435
27 " "	18.60	15.5606	15.6060	14.6426
27 " "	16.80	15.5657	15.6066	14.6432
			media =	14.64300

2ª serie, $x_0 = -3.0019$, $x_1 = +103.7382$, A′ = 908587

5 marzo 88	10°.57	14.6185		14.6424
5 " "	10.76	14.6180		14.6423
5 " "	10.85	14.6182		14.6427
6 " "	10.40	14.6193		14.6427
6 " "	10.60	14.6187		14.6426
			media =	14.64254
			media delle medie =	14.64277

Tubo n. 2.

1ª serie, $x_0 = -0.8576$, $x_1 = +110.9573$, A = 1884962

12 genn. 88	9°.49	15.6875	15.7104	15.3644
13 " "	8.95	15.6873	15.7089	15.3629
14 " "	9.42	15.6886	15.7113	15.3653
15 " "	8.80	15.6894	15.7106	15.3646
			media	15.36430

2ª serie, $x_0 = -0.1502$, $x_1 = +109.2060$, A′ = 1843445

1 marzo 88	9°.00	15.3428		15.3640
2 " "	12.00	15.3364		15.3650
3 " "	11.40	15.3362		15.3633
4 " "	10.40	15.3387		15.3634
			media =	15.36392
			media delle medie =	15.36411.

Resistenza dei cannelli.

12. Non resta ora che a calcolare la resistenza di ciascun cannello il che si fa ricorrendo alla formola [3] del n. 5, ponendo in essa per il tubo n. 1

$$A = 908587 \quad , \quad P = 14.64277 \quad , \quad H = 903207 \quad , \quad l = 25$$
$$h = 72 \times 10^6 \quad , \quad y_a = 8490 \quad , \quad y_b = 8568 \quad , \quad \cos^2 \alpha = 1$$

e si ottiene

$$\mu = 1.00038 \quad , \quad \varrho = 0.000868^{\omega} \quad , \quad R_0 = 0.999792^{\omega}$$

e per il cannello n. 2

$$A = 1843445 \quad , \quad P = 15.36411 \quad , \quad H = 1118393 \quad , \quad t = 25$$

$$\log h = 8.2364597 \quad , \quad y_a = 16807 \quad , \quad y_b = 17111 \quad , \quad \cos^2 \alpha = 0.999964$$

e si ottiene

$$\mu = 1.00018 \quad , \quad \varrho = 0.000856^{\omega} \quad , \quad R_0 = 0.999954.$$

da queste n. 2 — n. 1 = 0.000162.

Grado di approssimazione assegnabile a questi valori.

13. Gli errori che affettano in modo differente il valor finale dei due prototipi sono quelli che risguardano:

1° le misure di lunghezza nella calibrazione,
2° la costruzione della curva $y = y(x)$,
3° la costruzione della curva $y = y_1(x)$,
4° il calcolo del valor medio di $y(x)$, cioè di $\dfrac{A}{x_1 - x_0}$,
5° il calcolo analogo di $y_1(x)$,
6° le misure assolute di lunghezza,
7° le misure di massa.

1°) Le colonnine che servono nella calibrazione essendo in media di 5 o 6 centimetri, se si suppone un errore di 5 centesimi di millimetro nel misurarne le lunghezze, questo rappresenta all'incirca l'1 per 1000. Ora, per il tubo n. 1, la lunghezza massima di esse si scosta dalla lunghezza media, meno di $\frac{1}{20}$ in valor relativo. Il suddetto errore è dunque minore di $\dfrac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{20}}$ cioè di un cinquantesimo della correzione che si vuol fare: ora, per lo stesso cannello questa importa (n. 12) meno di $\frac{5}{10000}$ in valor relativo sulla R_0, epperò l'errore sarebbe al più di $\frac{1}{50} \cdot \frac{5}{10000} = \frac{1}{100000}$.
Ma è poi da notare che per ogni tubo si sono fatte due calibrazioni indipendenti, con circa 50 osservazioni, e che ogni errore che modifichi la curva y, mantenendola simile a sè stessa non influisce, e infine che in gran parte questi errori dovranno compensarsi. Si può dunque dire, con tutta certezza che errori di questo genere non influiscono *neppure sul centomillesimo* del risultato definitivo.

2°) Gli errori nella costruzione della curva $y = y(x)$ non hanno importanza maggiore dei precedenti, perchè se, come ho fatto, si verifica la costanza degli integrali $\int_a^{a_1} y\,dx$, $\int_b^{b_1} y\,dx$ ... per ciascuna calibrazione, si vede che l'errore relativo è precisamente dello stesso ordine di grandezze dell'errore che si può commettere nel misurare le lunghezze delle colonnine. A questi errori è dunque applicabile lo stesso discorso; si possono quindi trascurare pure *senza intaccare il centomillesimo.*

3°) Nel foglio potendosi senza errore apprezzare il quinto di divisione, ogni coordinata y_1 è esatta certo a meno di $\frac{1}{40000}$ per il tubo n. 1 e di $\frac{1}{80000}$ per il tubo n. 2. Si noti che per la costruzione della y_1 si sono calcolati e segnati sul foglio più di 150 valori y_1. Errori così piccoli già per ciascuno separatamente devono certo compensarsi sino al punto *da non dare errore oltre il centomillesimo.* Si avverta poi che qui non hanno influenza le inesattezze delle divisioni millimetriche del foglio, le quali influiscono solo nel tracciare ad occhio la curva y ma restano incluse negli errori che risultano dalle verifiche degli $\int_a^{a_1} y\,dx$, $\int_b^{b_1} y\,dx$ ... di cui si disse sopra.

4°) e 5°) In quanto agli errori nel calcolo delle y, y_1 medie si vede nel fatto da due calcoli successivi che *al più toccano anch'essi il centomillesimo.*

6°) Nelle misure assolute di lunghezza (serva ad es. la tavola VI) i valori medî assunti sono molto probabilmente esatti a meno di un centomillesimo essi pure: infatti due misure non differiscono mai più di due centomillesimi e per ogni determinazione ho fatto almeno quattro misure, talora spostando il cannello, talora il metro.

7°) Infine la media assunta nelle misure di massa porta un errore, a mio credere, non maggiore di 3 o 4 su centomila; nel quale sono implicite le inesattezze delle temperature (vedi n. 12). Dopo un tale esame è ragionevole quindi aspettarci che le divergenze nei confronti elettrici debbano essere al più di 4 centomillesimi: nel fatto si vedrà che l'accordo riuscì anche maggiore (vedi parte II, n. 19).

Gli errori costanti che affettano nello stesso modo i due prototipi e che provengono dalle inesattezze del metro e dal suo coefficiente di dilatazione sono d'ordine inferiore ai precedenti; restano dunque a carico le sole inesattezze inerenti alle costanti assunte e perciò comuni a tutte le costruzioni di prototipi; prescindendo cioè dal coefficiente di dilatazione del vetro che ha sempre una importanza secondaria, restano le indeterminazioni della densità del mercurio e del suo coefficiente di dilatazione. Queste influiscono al più su due o tre centomillesimi.

Concludendo, io sono convinto di aver raggiunta in questa costruzione la approssimazione almeno di un mezzo decimillesimo e cioè con sovrabbondanza, quella che mi era proposta.

14. Chiuderò questa prima parte col rispondere ad una questione posta nel n. 3: sino a qual punto convenga spingere la decomposizione di un tubo in tubetti elementari, volendo calcolarne la resistenza colla ipotesi che ciascuno di questi sia cilindrico.

Esaminiamo dunque il tubo n. 1, che è il meno calibro e pel quale la legge secondo cui varia la sezione è espressa con molta approssimazione dalla curva $y(x)$.

Coi valori degli integrali $y_k = \int_{k-1}^{k} y\,dx$, già calcolati di centimetro in centimetro si possono calcolare quantità proporzionali ai valori R_n che risulterebbero per la resistenza della porzione di cannello compresa fra $x=0$ e $x=100$, decomponendolo in n parti supposte cilindriche. E infatti chiamando ε una costante opportuna, si ha

$$\varepsilon\, R_n = \sum_{r=1}^{r=n} \frac{\frac{100}{n}}{\text{medio valore di } y \text{ nell'} r^{mo} \text{ intervallo}}$$

mentre la vera resistenza R_∞, salvo l'errore di circa $^1/_2$ centomillesimo da cui può essere affetto (n. 12) il valore di $\int_0^{100} y_1\, dx$ ponendolo, come risulta dai calcoli, uguale a 846072, è data da

$$\varepsilon R_\infty = \int_0^{100} \frac{dx}{y} = \frac{1}{h} \int_0^{100} y_1\, dx$$

per cui

$$R_n = R_\infty \frac{10^4 . h}{n^2 \int_0^{100} y^1\, dx} \sum \frac{1}{s_r}$$

chiamando s_r la somma dei $\frac{100}{n}$ valori degli integrali y_k che si riferiscono a ciascun intervallo, e cioè ponendo

$$s_r = \sum y_k$$

dove k ha i valori

$$\frac{100\,(r-1)}{n}\,,\ \frac{100\,(r-1)}{n}+1\,,\ \frac{100\,(r-1)}{n}+2\,,\ \ldots\ \frac{100\,r}{n}\,.$$

Eseguendo i calcoli si trova:

n	R_n
1	0.99958
2	0.99972
5	0.99998
10	1.00000
20	1.00000
. . . . . .	. . . . . .
. . . . . .	. . . . . .
∞	1.00000.

Questi risultati mostrano che, se avessi tenuto il metodo di Benoit, mi sarebbe bastato decomporre il cannello in 10 parti per avere esatto il centomillesimo e quindi non trovo giustificate le critiche mossegli da Siemens e da Weinstein.

PARTE SECONDA

Misure elettriche.

15. Ultimato lo studio geometrico dei cannelli, questi furono lavati prima con acqua distillata, poi con acido nitrico e nuovamente con molta acqua distillata; indi asciugati con correnti d'aria secca e riscaldata leggermente. Pei recipienti terminali ho preferito la forma sferica: così l'estremità di ciascun cannello fu inserita entro un palloncino di vetro, attraverso ad una tubulatura saldata lateralmente ad esso. I quattro palloncini erano affatto simili fra loro, con collo alto circa 10^{cm} ed un diametro medio di 6^{cm}: le sezioni estreme dei cannelli occupavano a un dipresso entro i palloncini le posizioni dei centri.

I cannelli furono montati su un sostegno comune, consistente essenzialmente in una canna d'ottone con quattro sostegni scorrevoli su di essa e che vi si fissano con viti. Ognuno di questi stringe superiormente il collo d'un palloncino e inferiormente porta un anello d'ottone destinato a sorreggerne il fondo. Due piccoli sostegni molleggianti, fissati nel mezzo della canna, impediscono che si deformi la curvatura dei cannelli. I palloncini così rimangono sostenuti, quasi totalmente liberi nell'ambiente.

I cannelli così montati furono collocati entro una cassa di zinco a doppia parete e con doppio coperchio: lo spazio fra le due pareti e i due coperchi è riempiuto di ovatta. Nei coperchi sono praticati quattro fori per i colli dei palloncini che sporgono per circa 1^{cm} dalla cassa e due per i termometri: sull'esterno poi sono fissati invariabilmente quattro bicchierini di porcellana che furono riempiti di mercurio per le comunicazioni. Queste si fanno come indica la figura 5, in modo da introdurre sempre gli stessi fili di rame, uno stesso numero di pozzetti e infine gli stessi contatti terminali coi palloncini dei prototipi e coi pozzetti.

Questi contatti furono costruiti secondo il tipo adottato da Benoit [1], per evitare sia la variabilità del contatto cogli elettrodi di platino, sia la diffusione del rame nel mercurio dei cannelli che produce, come è noto, un rapido decremento nella loro resistenza.

16. I confronti elettrici furono eseguiti col ponte di Siemens e Halske la cui descrizione è data da Siemens e Halske [2]. Il filo è di platino iridiato e teso in linea retta, in due tratti paralleli e protetto da uno schermaglio metallico a fori: il contatto mobile è costituito da un piccolo rullo di platino che si può alzare o abbassare sul filo, con una piccola leva; il pezzo che lo porta scorre su una guida sulla quale è tracciata una divisione in millimetri. Un commutatore a mercurio permette di invertire fra di loro le resistenze che si confrontano. L'apparecchio posseduto dall'istituto e del quale mi sono servito porta il n. 2976; il suo funzionamento è perfetto sotto ogni rapporto: la lunghezza elettrica del filo espressa in millimetri medî della scala fra 10 millimetri a destra e 10 millimetri a sinistra, dal punto zero, è di 2765.

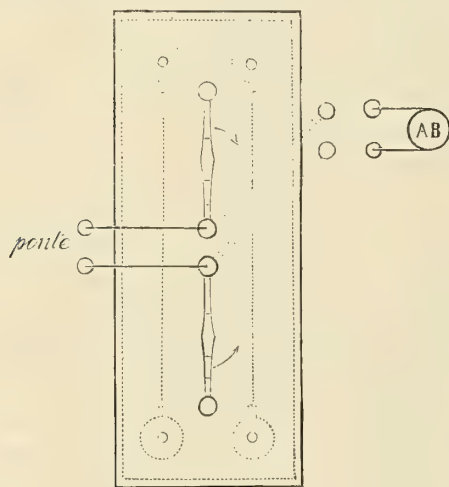



Fig. 5.

Nella diagonale del ponte che mette capo al pezzo mobile del commutatore è inserito un galvanometro di Siemens e Halske, coi rocchetti in quantità, ma la resistenza di 350 ohm era sufficiente per evitare le perturbazioni termoelettriche. La corrente essendo data da un piccolo elemento Daniell, come sempre si fece nei confronti, uno spostamento d'un decimo di millimetro del corsoio dà una deviazione da 10 a 15^{mm}

(1) Benoit, l. c. pag. 69; cf. Glazebrook l. c. pag. 345.
(2) Siemens e Halske, l. c. pag. 8.

sulla scala portata dal cannocchiale, a circa 4 metri dallo specchio. La sensibilità del galvanometro era quindi alquanto prevalente su quella del ponte che può dare per sicuro solo il cinquantesimo di millimetro. Nel ramo del galvanometro era inserito un interruttore a mercurio e un altro nel ramo della pila che venivano chiusi, questo prima e quello immediatamente dopo, da un unico tasto. Nelle misure si usufruivano correnti di brevissima durata, di 8^s a 10^s: la corrente veniva pure di volta in volta invertita e rimaneva interrotta per un minuto almeno fra un'osservazione e l'altra.

Il confronto fra due resistenze A e B, poste nei due rami del ponte, si fa con due osservazioni successive corrispondenti alle due posizioni del commutatore. Se l è la lunghezza elettrica del filo in millimetri medî della scala nel tratto di cui si sposta il contatto e se la prima posiz. del commutatore è quella per cui si ha

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{filo a sinistra}}{\text{filo a destra}}$$

allora, indicando con s la lettura fatta verso sinistra (col relativo segno $\pm$) sulla scala a partire da un punto (lo zero della scala, ma che non importa sia o no il punto medio) nella prima posizione del commutatore, con d la lettura fatta a destra analogamente nella seconda posizione e con l_1, l_2 le lunghezze elettriche a sinistra e a destra del punto zero, si hanno le uguaglianze

$$\frac{A}{B} = \frac{l_1 - s}{l_2 + s} \quad , \quad \frac{A}{B} = \frac{l_2 - d}{l_1 + d}$$

che dànno

$$\frac{A}{B} = \frac{l - (s + d)}{l + (s + d)} .$$

17. Prima di passare ai confronti, riferirò le esperienze accennate nel n. 11, fatte per decidere se, tenendo i cannelli nel ghiaccio, ma lasciando sporgere nell'aria ambiente i vasi nei quali sono inserite le estremità, si possa o no con sufficiente approssimazione supporre a zero gradi la colonna di mercurio. Il dubbio riceve una conferma dall'osservazione che mi pare notevole, che lord Rayleigh trova fra tutti il più alto valore per l'ohm legale, e il più basso per il coefficiente di temperatura del mercurio; viceversa Strecker trova per l'ohm legale il valor più basso e pel coefficiente di temperatura il valor più alto: Benoit e Lorenz dànno tanto per l'ohm legale, quanto per il coefficiente di temperatura valori intermedî: tutto questo infatti si può spiegare, *ammettendo un errore di temperatura nelle misure fatte, tenendo i cannelli nel ghiaccio.* Per decidere la questione, mi valsi di una unità di mercurio, grossolanamente uguale ad un ohm legale, costruita molti mesi prima, con questo intento, saldando alle estremità di un cannello di circa 106^{cm} di lunghezza e *1 mmq.* di sezione, e ripiegato a serpentino, due tratti di tubo della lunghezza di circa 7^{cm} e del diametro di circa 3^{cm}. Questo cannello fu riempiuto di mercurio, nel vuoto, con tutte le precauzioni, come se si trattasse d'una unità campione. Collocatolo in un vaso di vetro, lo circondai di ghiaccio finemente pesto e ne confrontai la resistenza, con una resistenza in argentana che nel corso di questa relazione chiamerò B e della quale m'era noto esattamente il coefficiente di temperatura, ora tenendo entro il ghiaccio anche i tubi

terminali, ora soltanto i cannelli. Le resistenze erano state messe in modo che nella prima posizione del commutatore si aveva

$$\frac{\text{unità Hg}}{\text{B}} = \frac{\text{filo a sinistra}}{\text{filo a destra}}.$$

Stimo opportuno di riportar qui tutta la serie delle osservazioni:

Commutatore	Temperatura di B	Tubi terminali	Tempo	$-s$	$-d$	$-(s+d)$
1ª	24°.20	sporgenti nell'aria	11^m	—	63.20	125.52
2ª	24.20	"	17	62.32	—	
2ª	24.20	"	26	62.31	—	125.51
1ª	24.21	"	30	—	63.20	
1ª	24.22	"	38	—	63.21	125.52
2ª	24.22	"	42	62.31	—	
		immersi nel ghiaccio	45	—	—	
2ª	24.26	"	51	62.15	—	125.25
1ª	24.27	"	53	—	63.10	
1ª	24.29	"	57	—	63.10	125.26
2ª	24.29	"	59	62.16	—	
2ª	24.30	"	$1^h.6^m$	62.18	—	125.27
1ª	24.30	"	1. 8	—	63.09	
		nuovamente scoperti	1.12	—	—	
1ª	24.38	sporgenti nell'aria	1.22	—	63.10	125.30
2ª	24.38	"	1.25	62.20	—	
2ª	24.38	"	1.35	62.30	—	125.52
1ª	24.38	"	1.38	—	63.22	
1ª	24.38	"	1.44	—	63.21	125.50
2ª	24.38	"	1.48	62.29	—	
		nuovamente immersi	1.50	—	—	
2ª	24.38	"	1.53	62.18	—	125.28
1ª	24.38	"	1.56	—	63.10	
2ª	24.38	"	2. 0	62.16	—	125.26
1ª	24.38	"	2. 4	—	63.10	

Da queste osservazioni si conclude che la resistenza del cannello era di

1.09510 B quando si lasciavano sporgenti nell'aria i tubi terminali,

e di 1.09491 B quando si tenevano essi pure immersi nel ghiaccio.

La differenza è di 0.00019, cioè di quasi *2* decimillesimi, differenza che corrisponde all'ammettere, che, quando i tratti terminali sono nell'aria ambiente (24°C circa) e il cannello nel ghiaccio, la temperatura media del mercurio del cannello sia di 0°.2, anzichè di 0°.0.

Ma lord Rayleigh accenna al dubbio che, se i recipienti terminali si tengono nel ghiaccio, il vapor d'acqua che si condensa sul vetro dà luogo ad una derivazione della corrente; per cui la resistenza riesce apparentemente diminuita. Per toglier di mezzo questo dubbio, ho introdotto nel cannello una colonnina d'aria di circa 1^{cm}, cosicchè fosse

interrotta la comunicazione metallica tra i due vasi terminali e circondati di ghiaccio, come precedentemente, cannello e vasi, misurai, col ponte d' Elliott, la resistenza fra questi. Per quanto ad arte mi ingegnassi di favorire il condensamento del vapore sulle pareti, anche interne, dei vasi estremi, alitandovi sopra, la resistenza fu trovata sempre compresa fra 200000 e 300000 ohm. Questa esperienza dimostra che, anche nelle peggiori condizioni, la derivazione sulle pareti del vetro o per il ghiaccio non influisce neppure sul centomillesimo. Per contrario *rimane invece accertato, che, lasciando sporgenti nell'aria i vasi terminali, si può commettere un errore di 2 decimillesimi*, anche se il regime delle temperature è raggiunto.

Ora si deve notare che lord Rayleigh teneva fuori del ghiaccio anche le parti estreme del cannello il che qui non si fa, e che in tutte queste osservazioni non si sono mai smossi i contatti entro i recipienti: che, se questo invece si fa, l'equilibrio delle pressioni del mercurio essendo turbato, al mercurio del tubo si sostituisce quello dei recipienti che si trova a temperatura più bassa, e l'errore deve diventare più rilevante. Si aggiunga a ciò quanto si è trovato nelle misure di massa, relativamente al lentissimo stabilirsi del regime, quando i vasi terminali sono nell'aria, e non si troverà improbabile che le misure di Rayleigh, fatte a zero gradi, possano per tutte queste ragioni, essere affette da un errore di *4* o *5* decimillesimi e anche più.

Coefficiente di temperatura del mercurio.

18. La determinazione di questo coefficiente essendo intimamente connessa colla questione ora risolta, darò subito i risultati finali delle misure fatte a tale intento, rimandando al n. seguente i particolari. Dopo quanto fu detto sarebbe quasi inutile avvertire che in tutte le misure che si riferiscono alla temperatura di 0°, cannelli e palloncini erano stati insieme circondati di ghiaccio. Aggiungerò che i palloncini erano per di più isolati, con caucciù, dai sostegni metallici e che sulla parte del collo dei palloncini che sporgeva dalla cassa di zinco non ho mai potuto riscontrare il ben che minimo velo di umidità condensata.

I cannelli furono riempiti due volte: la prima volta alla pressione atmosferica, con mercurio distillato nel vuoto mediante l'apparecchio di Weinhold ([1]) unito alla tromba di Springel; la seconda volta nel vuoto e con mercurio direttamente proveniente dalla miniera. Ho trovato:

primo riempimento:

1.	n. 1 a	17°.00 =	1.007205	B 19°.64		1.	n. 2 a	17°.00 =	1.007366	B 19°.64
2.	" a	0° =	0.991884	"		2.	" a	0° =	0.991999	"
3.	" a	18°.42 =	1.008395	"		3.	" a	18°.42 =	1.008586	"

secondo riempimento:

4.	n. 1 a	20°.05 =	1.009814	B 19°.64		4.	n. 2 a	20°.05 =	1.009983	B 19°.64
5.	- a	0° =	0.991774	"		5.	" a	0° =	0.991990	"

([1]) Rep. Exp. Phis. 1879.

Queste uguaglianze dànno per il coefficiente apparente (cioè compresa la dilatazione del vetro) di temperatura

	Cannello n. 1	Cannello n. 2
(1. 2)	0.0009086	0.0009112
(2. 3)	0.0009037	0.0009077
(4. 5)	0.0009072	0.0009047
media =	0.0009065	0.0009079

Si ha dunque come media 0.000907 fra 0° e 20°.

Questo valore coincide esattamente con quello dato da Strecker (l. c. pag. 40). È invece alquanto maggiore dei valori dati dagli altri: la formola di Benoit

$$\sigma_t = 1 + 0.0008649\, t + 0.00000112\, t^2$$

darebbe per coefficiente medio fra 0° e 20° 0.000887: quella di Siemens

$$\sigma_t = 1 + 0.00085223\, t + 0.000001356\, t^2$$

dà, fra 0° e 20°, 0.000879; Siemens però nel 1861, con misure fra 0° e 18°.5, trovò 0.000900: Rayleigh e Sidgwick (l. c. pag. 185) dànno fra, 0° e 13°, 0.000861; Lorenz dà 0.000901 fra 0° e 27°.32 e 0.000916 fra 8°.32 e 35°.31.

La formola di riduzione di Benoit sopra ricordata è annessa ad una copia in mercurio dal medesimo stata offerta all' istituto di Firenze e che era a mia disposizione grazie alla liberalità del prof. Roiti; sperimentando su di essa trovai

	0.0008984 fra 0° e 19°.36
	0.0009010 fra 0° e 23°.40
media =	0.0008992

18. *Unità campioni.* — Le unità campioni possedute dall' istituto e che mi furono affidate dal prof. Roiti per questo studio, sono:

a) L'unità d' Elliott n. 95 (ΦL n.° 50), confrontata coll'unità dell'Associazione Britannica da R. T. Glazebrook (21 novembre 1883) e trovata uguale a

0.99977 B. A a 15°.3
0.99813 B. A a 10°.1

coefficiente medio di temperatura = 0.00031.

b) Una copia, in mercurio, di Benoit, confrontata da lui medesimo ripetutamente (luglio, agosto e settembre 1885) colla sua copia n. 3, la quale era stata (1884, 1885) confrontata e riconfrontata direttamente coi suoi tubi prototipi. A questa copia portante il n. 70 Benoit assegna a zero gradi il valore di $0^{\omega}.99991$.

c) Una copia in argentana, portante il n. 20, di Strecker, a cui Strecker (10 marzo 1884) assegna il valore di

1.00130 unità di mercurio a 10°
1.0053 " " a 16°

dietro confronti coi suoi tubi n. 1, n. 2, n. 5, e il coefficiente di temperatura 0.000655 a 10°.

d) Una resistenza normale di Siemens e Halske, segnata $1'_{**}$, che, secondo Frölich, aveva nel 1883 la resistenza di 1.00014 unità Siemens a 20° col coefficiente 0.00036.

Le *a*), *c*), *d*) erano poi state nel 1885, per incarico del prof. Roiti, confrontate fra di loro dal dottor Heydweiller, il quale in base ai valori sopra dati aveva concluso [1]

1 unità B. A = 1.04862 unità Siemens

1 unità B. A = 1.04859 unità Strecker.

Ora i confronti da me istituiti e ripetuti colle più scrupolose precauzioni, provano che alcune almeno di queste resistenze dal 1884 ad oggi, nel quale spazio di tempo non furono mai usate, hanno subíto notevoli alterazioni.

Rispetto alla n. 95 d' Elliott, l'unità n. 20 di Strecker mostra un aumento di circa 7 decimillesimi, e l'unità $1'_{**}$ di Siemens un aumento di circa 17 decimillesimi.

Che le resistenze di filo vadano col tempo aumentando di resistenza, è ormai un fatto ben noto [2]. Le unità di mercurio in cannelli di vetro, se hanno su di esse il vantaggio della riproducibilità, non presentano però una assoluta garanzia di permanenza [3]. È ben vero che Benoit, riconfrontando la sua copia n. 3, coi suoi prototipi dopo nove mesi, trovò gli stessi valori relativi, ma è ben naturale che per tubi che datano da una stessa epoca gli aumenti progressivi di resistenza, se hanno luogo, avvengano nello stesso modo.

Per decidere della costanza non v' ha spediente più sicuro che una riprova delle dimensioni, come fu fatto nel laboratorio di Siemens per i tubi n. 3, n. 5, n. 7, n. 8 (1859-63) di Siemens: le differenze rilevate per questi campioni erano, per l'approssimazione che allora si voleva, di poco momento, ma diventano ora molto significanti. Il peso del mercurio che riempiva a 0° il tubo n. 3 era nella prima riproduzione (l. c. 1861, pag. 30) di g^r 24,457 e nella terza di g^r 24,449; e per il tubo n. 5 nella prima si era trovato g^r 70,057 e nella terza g^r 70,008; entrambi i tubi hanno quindi presentato una diminuzione di volume. Infine, per tutti quattro i tubi, il calcolo della resistenza, fatto in base alle dimensioni, ha fornito valori di mano in mano crescenti nelle successive riproduzioni, come si vede nel prospetto seguente che tolgo dalla Memoria di Siemens (1886, Phil. Mag. l. c. pag. 332; Sabine, l. c. pag. 167).

Tubo	1859	1860	1863
3	555.87	555.99	556.05
5	193.56	193.73	193.73
7	—	1917.32	1917.56
8	—	2600.57	2601.46

19. *Confronti fra i prototipi n. 1, n. 2, l'unità n. 70 di Benoît e la n. 95 di Elliott.*— In questi confronti ho usato dei contatti terminali a mercurio e quindi ho proceduto per sostituzione, confrontando colla B i quattro campioni che venivano l'un dopo l'altro inseriti nello stesso ramo del ponte, cogli stessi contatti terminali, gli stessi fili di rame per le comunicazioni e gli stessi pozzetti di mercurio.

[1] Roiti, Nuovo Cimento, 3ª serie, t. XV, pag. 112.

[2] Vedi in ispecial modo: Himstedt, *Nachtrag zu einer Ohmbestimmung*. Wied. Ann. Bd 31, Heft 4, 1887. — Vedi anche Kohlrausch, l. c. pag. 32 e segg.

[3] Cr. Guillaume, *La mesure des températures par les procédés électriques*. Lum. El. 2 giugno 1888.

La B è in filo di argentana di grande resistenza specifica ed è montata nel modo ideato da Strecker; gli elettrodi di rame sono però alquanto più grossi (5^{mm} di diametro). Dell'argentana, di cui è formata, venne in precedenza e separatamente studiato il coefficiente di temperatura; a tal fine una spiralina, con due grossi elettrodi di rame, fu successivamente confrontata, immersa liberamente in bagni prima d'acqua poi d'olio differentemente scaldati. Fra 15° e 20° il coefficiente è di 0.00031 per grado. La B è, come si vedrà, prossimamente, un ohm legale. Per quanto semplice sia il metodo per sè, non è in pratica privo di difficoltà; e queste provengono dall'uso dei contatti terminali a mercurio, i quali come ho già accennato (Parte I, n. 4), hanno l'inconveniente di allontanarci alquanto dalle condizioni teoriche, sotto le quali si calcola per i cannelli la resistenza di diramazione. Supponiamo che uno di questi contatti sia immerso in uno dei palloncini come mostra la fig. 6 in quarto di scala, e cioè in modo che fra la sezione terminale del cannello e l'orlo della superficie conduttrice che il contatto presenta al mercurio del palloncino corra una distanza di circa 2^{cm}. Non siamo qui certo nel caso teorico; perchè nel caso teorico si immagina che le linee di flusso dal cannello divergano all'infinito, mentre qui convergono sul contatto. Oltre la resistenza teorica ρ, messa già in conto nel calcolo della resistenza del cannello, e oltre a quella propria del contatto, v'è a considerare quella del mezzo di comunicazione che non si può assegnare *a priori* e che dipende sia dalla distanza dell'orlo del contatto dall'estremità del tubo, sia dalle dimensioni del primo, sia dalle dimensioni del palloncino. Se poi la distanza si diminuisce, portando l'orlo del contatto sulla estremità del cannello, allora le linee di flusso convergono subito sul contatto. Se questa resistenza in più della teorica sia o no trascurabile non credo sia facile decidere *a priori*. Nel confronto di due cannelli, l'inconveniente non ha influenza, purchè, come è naturale, confrontandoli per sostituzione, si usino degli stessi contatti, immersi nello stesso modo entro i palloncini; le differenze accessorie si eliminano per differenza. Ma quando si vuole, collo stesso metodo di sostituzione, confrontare con una colonna di mercurio, una resistenza di filo alla quale si devono applicare gli stessi contatti, sorge la difficoltà di riprodurre quivi le stesse resistenze addizionali. Se nei bicchieri (4^{cm} di diametro) dove pescano i contatti, si immergono senz'altra attenzione, gli elettrodi di rame generalmente molto grossi dell'unità di filo, si può commettere un errore, che, secondo le mie esperienze, arriva sino a un decimillesimo; e ciò proviene dal fatto che, se gli elettrodi si tuffano di molto entro i bicchieri, cosicchè presentino, in essi, al mercurio una grande superficie di contatto, questa per la grande conduttività specifica del rame rispetto al mercurio, riesce pressochè equipotenziale e il mezzo (mercurio) presenta una resistenza trascurabile: questa può invece diventare sensibile, se gli elettrodi si tuffano di poco entro il bicchiere. La questione è così ridotta ad assegnare le posizioni che devono avere gli elettrodi di rame e i contatti a mercurio entro i bicchieri, perchè la resistenza del mezzo così introdotta compensi esattamente quella addizionale (cioè oltre la ρ teorica) che si verifica nei palloncini, quando i contatti sono in una determinata posizione entro essi. Questo ho fatto nel

Fig. 6.

modo seguente. Ho fissato che i contatti nei palloncini si immergessero sempre a un modo e precisamente come mostra la fig. 6; e ho confrontato:

1° il tubo n. 1 coi due contatti a mercurio così disposti e le resistenze accessorie;

2° il tubo n. 1 colle stesse resistenze accessorie, ma sostituendo ai contatti di mercurio due elettrodi di rame (6^{mm} di diametro) amalgamati per un tratto di 6^{c} e disposti come mostra la fig. 7, col che si realizzano molto prossimamente le condizioni teoriche;

Fig. 7.

3° l'unità Britannica coi contatti a mercurio in posizione ben determinata, e coi suoi elettrodi a profondità variabile nei bicchieri, più le resistenze accessorie;

4° la stessa unità coi contatti di rame della fig. 7 e i suoi elettrodi nei bicchieri in contatto coi primi.

Chiamando:

$(\text{n. }1+\varrho)$, la resistenza della colonna di mercurio n. 1 insieme colla resistenza teorica degli estremi;

ϱ', la resistenza addizionale dovuta alla imperfetta realizzazione del caso teorico, coi contatti a mercurio nei palloncini;

ϱ'', la resistenza addizionale analoga coi contatti a mercurio nei bicchieri, e cogli elettrodi della unità britannica nella posizione dell'osservazione 3ª;

ε, ε_1, rispettivamente le resistenze proprie dei contatti a mercurio, dei contatti di rame;

φ, le resistenze accessorie che si mantengono in tutte le osservazioni;

le quattro osservazioni dànno rispettivamente:

$$(\text{n. }1+\varrho)+\varrho'+\varepsilon+\varphi=n_1\,\text{B}$$
$$(\text{n. }1+\varrho)+\varepsilon_1+\varphi=n_2\,\text{B}$$
$$(\text{A.B})+\varepsilon+\varrho''+\varphi=n_3\,\text{B}$$
$$(\text{A.B})+\varepsilon_1+\varphi=n_4\,\text{B}$$

delle quali uguaglianze, le prime due e le ultime due dànno rispettivamente:

$$\varrho'+\varepsilon-\varepsilon_1=(n_1-n_2)\,\text{B}$$
$$\varrho''+\varepsilon-\varepsilon_1=(n_3-n_4)\,\text{B}$$

dalle quali:

$$\varrho'-\varrho''=(n_1-n_2+n_4-n_3)\,\text{B}.$$

Con successive osservazioni variai la profondità di cui al 3°, fino a rendere nullo il secondo termine; ed allora la resistenza ϱ'' introdotta doveva essere uguale alla ϱ'. La posizione così fissata, fu mantenuta ogni volta che si confrontarono i due cannelli colla unità di Elliott.

Una cautela simile fu trovata necessaria anche confrontando coi miei cannelli l'unità di mercurio di Benoit; nell'uso di questa, volendomi in tutto attenere alle prescrizioni di Benoit, i soliti contatti a mercurio furono immersi entro i vasi terminali, all'altezza indicata da Benoit; così facendosi, alla resistenza propria della unità debbonsi considerare come aggiunte nel rame del ponte le sole resistenze proprie dei contatti, degli annessi fissi e pozzetti, il cui complesso denoterò con α' che è di parecchi centomillesimi inferiore ad $\alpha=\varphi+\varrho'+\varepsilon\cdot=\alpha'+\varrho'$.

Ciò premesso, ecco per maggior chiarezza lo schema delle osservazioni.

In un ramo del ponte si tiene la B, nell'altro ramo si pongono successivamente oltre le solite resistenze:

1° il prototipo n. 1 coi contatti a mercurio, alla profondità fissata, nei palloncini;

2° il prototipo n. 2 nel modo precedente;

3° l'unità n. 70 di Benoit, coi contatti a mercurio immersi come prescrive Benoit;

4° l'unità n. 95 di Elliott cogli stessi contatti a mercurio, nella posizione fissata precedentemente, in modo che $\varrho' - \varrho''$ fosse zero;

5° la stessa coi contatti a mercurio, ma cogli elettrodi tuffati di molto (3[c]) entro i bicchieri e vicinissimi ai primi;

6° la stessa, direttamente ai pozzetti del ponte, cioè senza i contatti a mercurio.

Queste osservazioni dànno rispettivamente:

$$\text{n. } 1 + \alpha = n_1 B \qquad \text{n. } 2 + \alpha = n_2 B \qquad \text{n. } 70 + \alpha' = n_3 B$$
$$\text{n. } 95 + \alpha = n_4 B \qquad \text{n. } 95 + \alpha' = n_5 B \qquad \text{n. } 95 = n_6 B$$

dalle quali per differenza si hanno i valori

$$\alpha = (n_4 - n_6) B \qquad \text{n. } 1 = (n_1 - n_4 + n_6) B \qquad \text{n. } 70 = (n_3 - n_5 + n_6) B$$
$$\alpha' \quad (n_5 - n_6) B \qquad \text{n. } 2 = (n_2 - n_4 + n_6) B \qquad \text{n. } 95 = n_6 B\,.$$

Nella tavola seguente ho raccolto le deduzioni di tutti i confronti, esprimendo in termine della B, presa a 20°, le resistenze delle quattro unità; in essa le resistenze dei miei cannelli sono ridotte a 0° col mio coefficiente 0.000907, quella della copia di Benoit è pure ridotta a 0° col coefficiente da me determinato per essa 0.0008992; quella dell'unità di Elliott è ridotta a 20° col coefficiente di Glazebrook 0.00031. Le osservazioni fatte realmente a 0° sono segnate con asterisco, tutte le altre furono fatte a temperature comprese fra 17° e 20°.

	n. 1	n. 2	n. 70 di Benoit	n. 95 d'Elliott
	*0.991773	*0.991888	*0.992386	0.98220
	*0.991663	*0.991892	0.992372	0.98217
	0.991799	0.991958	*0.992368	0.98215
	0.991713	0.991902	0.992396	0.98215
	0.991688	0.991879		0.98219
media	0.991723	0.991892	0.992380	0.98217

Da questo prospetto si deduce:

1° n. 2 — n. 1 = 0.000169; ora la differenza assegnata fra i due prototipi dal calcolo delle dimensioni era (n. 12) n. 2 — n. 1 = 0.000162. Questa coincidenza così rigorosa deve, è vero, considerarsi come fortuita, perchè l'errore medio di cui sono affetti i confronti tra i due prototopi è di quasi 0.00003; ma vale certo a provare che l'approssimazione preveduta nella prima parte di questo lavoro, fu raggiunta effettivamente. Una serie preliminare di confronti fra i due cannelli, nelle quali però le resistenze accessorie non erano ancor ben sistemate, aveva dato n. 2 — n. 1 = 0.00014.

2° attribuendo alla copia di Benoit il valore assegnatole da Benoit nel 1885 e cioè, ponendo n. 70 a 0° = 0.99991 ohm legali di Benoit, si ottiene:

1 ohm legale di Benoit =	1.000545[ω]	col n. 1
	1.000536	col n. 2
media	1.00054	

Il mio ohm legale sarebbe quindi di 5 decimillesimi più piccolo, e se si ammette che la copia n. 70 non siasi alterata e si attribuisce all'ohm legale di Benoit il valore 1.01096 U.A.B determinato da Benoit, Mascart e de Nerville, si avrebbe coi miei tubi

1 ohm legale = 1.01041 U.A.B

che sarebbe il valor più basso sin qui trovato, ma però abbastanza vicino a quelli trovati da Strecker e da Kohlrausch;

3° assegnando invece alla 95 d'Elliott il valore datole da Glazebrook nel 1883 e cioè ponendo n. 95 a 20° = 1.00122 U. A. B, e supponendola inalterata si avrebbe

1 ohm legale = 1.01117 U. A. B

4° infine comparando fra loro le unità d'Elliott e Benoit si avrebbe

1 ohm legale di Benoit = 1.01172 U. A. B;

che, se si confronta colla

1 ohm legale di Benoit = 1.01096 U. A. B

mostra che una almeno delle due resistenze n. 95 d'Elliott, n. 70 di Benoit ha subíto una variazione dall'epoca in cui vennero confrontate colle unità originali.

Nel seguente prospetto riassumo i varî valori ottenuti per l'ohm legale dai diversi autori:

Costruttori			Confrontatori
Benoit	1.01096	U. A. B	Benoit e Nerville
Benoit	1.01069	"	Glazebrook
Rayleigh e Sidgwik	1.01137	"	Rayleigh e Sidgwik
Strecker	1.01054	"	Strecker
Strecker	1.01088	"	Roiti
Strecker	1.01137	"	Glazebrook
Lorenz	1.01117 (1)	"	Lorenz
Kohlrausch	1.01058	"	Kohlrausch

20. *Confronti diretti fra le n. 20 di Strecker, n. 95 d'Elliott, $1'_{**}$ di Siemens.* — L'unità di Siemens era tenuta nell'acqua, quelle di Strecker e d'Elliott nell'aria, ma protetti entro scatole di legno: la massima cura si è usata perchè la temperatura

(1) Mi permetto di rilevare qui un errore nel quale è incorso R. T. Glazebrook, nel prospetto da lui dato, a pag. 350 della Memoria citata, dove pare che il risultato di Lorenz coincida con quello di Rayleigh. L'errore proviene probabilmente dall'aver creduto che l'uguaglianza

1S.E = 0.95411 A.B

data da Lorenz a pag. 14 (l. c.) si riferisse all'unità di Siemens costruita da Lorenz, mentre, per quanto risulta dal contesto, si riferisce all'unità Siemens indicata con Dec. 82, N 2713 da lui posseduta, unità che pare abbia pure subìto un aumento di resistenza dal 1883 al 1885. Il valore dato qui nel prospetto risulta, prendendo in considerazione tanto il N 1, quanto il N 2 di Lorenz ed è calcolato coi segg. dati (Lorenz, l. c. pag. 14 e segg.):

Cannello N 1 di Lorenz = 1.26927 Un. Hg (dalla calibrazione)
" = 1,26899 S. E. (da confronto)
1 S.E = 0.95411 B. A (confronto N 2173 Siem. con N 54 BA)

Cannello N 2 di Lorenz = 7.43243 S. E.
" = 7.43349 Un. Hg (dalla calibrazione)
1 S.E = 0.95411 B.A.

dell'ambiente non variasse che di qualche decimo di grado per lo spazio di molte ore, e non si facevano le misure se non quando la temperatura dell'ambiente differiva di meno che un decimo di grado da quella indicata dai termometri delle unità. Nelle tavole che seguono do i lavori trovati per i rapporti $\frac{\text{1 ohm leg. Strecker}}{\text{1 unità Britannica}}$, $\frac{\text{1 ohm leg. Strecker}}{\text{1 unità Siemens}}$, $\frac{\text{1 unità Britannica}}{\text{1 unità Siemens}}$, che risultarono dai confronti diretti, ammessi i valori dati nei certificati e sopra riportati, e le temperature alle quali furono fatti i confronti:

	temp. 20 Strecker	temp. 95 Elliott	$\frac{\text{1 ohm leg. Strecker}}{\text{1 unità Britannica}}$
3 maggio 88	18.28	17.86	1.01184
"	18.05	17.95	1.01190
5 "	17.00	17.00	1.01172
"	17.00	17.00	1.01166
9 "	17.20	17.52	1.01148
"	17.74	17.69	1.01139
"	17.65	18.00	1.01144
10 "	18.10	18.57	1.01154
11 "	17.36	17.65	1.01149
12 "	17.85	18.30	1.01153
13 "	17.75	18.30	1.01143
		media =	1.01158

mentre nel 1884 era = 1.01088

	temp. $1'_{**}$ Siemens	temp. n. 20 Strecker	$\frac{\text{1 ohm leg. Strecker}}{\text{1 unità Siemens}}$
4 maggio	17.40	17.60	1.05910
5 "	17.00	16.97	1.05900
5 "	17.10	16.97	1.05907
7 "	16.72	17.20	1.05880
13 "	17.89	17.75	1.05890
29 "	20.00	20.16	1.05902
		media =	1.05898

mentre nel 1884 era 1.06003

	temp. $1'_{**}$ Siemens	temp. n. 95 Elliott	$\frac{\text{1 unità Britannica}}{\text{1 unità Siemens}}$
4 maggio	17.80	17.80	1.04674
" "	17.90	17.90	1.04678
5 "	17.05	17.00	1,04680
" "	17.00	17.10	1.04674
6 "	17.19	17.27	1.04689
7 "	16.70	16.94	1.04681
9 "	18.17	18.20	1.04693
10 "	17.89	18.09	1.04695
13 "	18.45	18.50	1.04693
		media =	1.04684

mentre nel 1884 si era trovato 1.04862.

Un' osservazione singolare è a farsi su queste misure: ed è che mentre i singoli confronti colla B sia dell'unità d'Elliott, sia della copia di Benoit sono concordanti sin quasi al centomillesimo, i confronti fra le unità di Siemens e di Strecker colle unità d'Elliott dànno divergenze notevolissime. Queste accennerebbero ad una diminuzione progressiva delle n. 20 di Strecker e della $1'_{**}$ di Siemens ed in particolare della prima: per quanto io abbia esaminato le cause possibili d'errore (temperatura, sensibilità del ponte, imperfetta amalgamazione degli elettrodi, forze elettromotrici termoelettriche e via via) non sono riuscito con queste a spiegare un tal decrescimento. Sarei pertanto inclinato a credere in un decrescimento reale delle resistenze; mi venne così l'idea analoga a quella che, in ordine di fatti alquanto differente, fu enunciata dal prof. Roiti, come probabile sin dal 1885; che cioè *tali resistenze, nel lungo riposo aumentate, vengano man mano, per l'azione della corrente, riacquistando in parte il loro primitivo valore* (1).

Guidato da tale idea, istituii delle esperienze con una unità, in argentana, costruita nel 1883, nell'Istituto e portante il n. 1. Questa unità non era mai stata usata da quell'epoca in poi: la confrontai colla $1'_{**}$ di Siemens, poi la feci attraversare da una corrente minore di un deci-ampère, per circa 15^m e la riconfrontai colla $1'_{**}$, prevedendo di trovarla diminuita; ma il risultato fu puramente negativo. Più tardi il prof. Roiti, trovando tale idea probabile, mi consigliò di prolungare almeno per 24^h l'azione della corrente: ripresi quindi le esperienze seguendo il suo consiglio; è ben sottinteso che si avevano tutte le necessarie cautele per la temperatura. Cominciai collo stabilire nuovamente il valore di $\frac{\text{n. } 1}{1'_{**}}$; e ottenni in una prima serie

$$\text{n. } 1_{19^\circ.45} = 1.008044 \ 1'_{**\,19^\circ.59}$$

e in una seconda, fatte le riduzioni

$$\text{n. } 1_{19^\circ.45} = 1.008061 \ 1'_{**\,19^\circ.59}$$

Assumerò per media 1.008052.

Lasciai, la notte, la n. 1 chiusa con un elemento Daniell ed una resistenza addizionale, e rimisurai il giorno dopo, e così nei dì successivi. Ecco i risultati: nella seconda colonna do i valori di $\frac{\text{n. } 1}{1'_{**}}$ ridotti alle temperature dette sopra, nella terza e quarta le temperature alle quali furono fatti i confronti

	$\frac{\text{n. } 1}{1'_{**}}$	temp. n. 1	temp. $1'_{**}$
17 maggio	1.008052	19°.45	19.59
18 "	1.008047	20.71	20.43
19 "	1.007997	20.93	20.89
20 "	1.007934	21.14	21.53
21 "	1.007959	20.17	20.04

Queste osservazioni indurrebbero a ritenere abbastanza fondata l'idea sopradetta; le differenze sono però piccole e si potevano spiegare con indeterminazioni nei

(1) Roiti, l. c. pag.

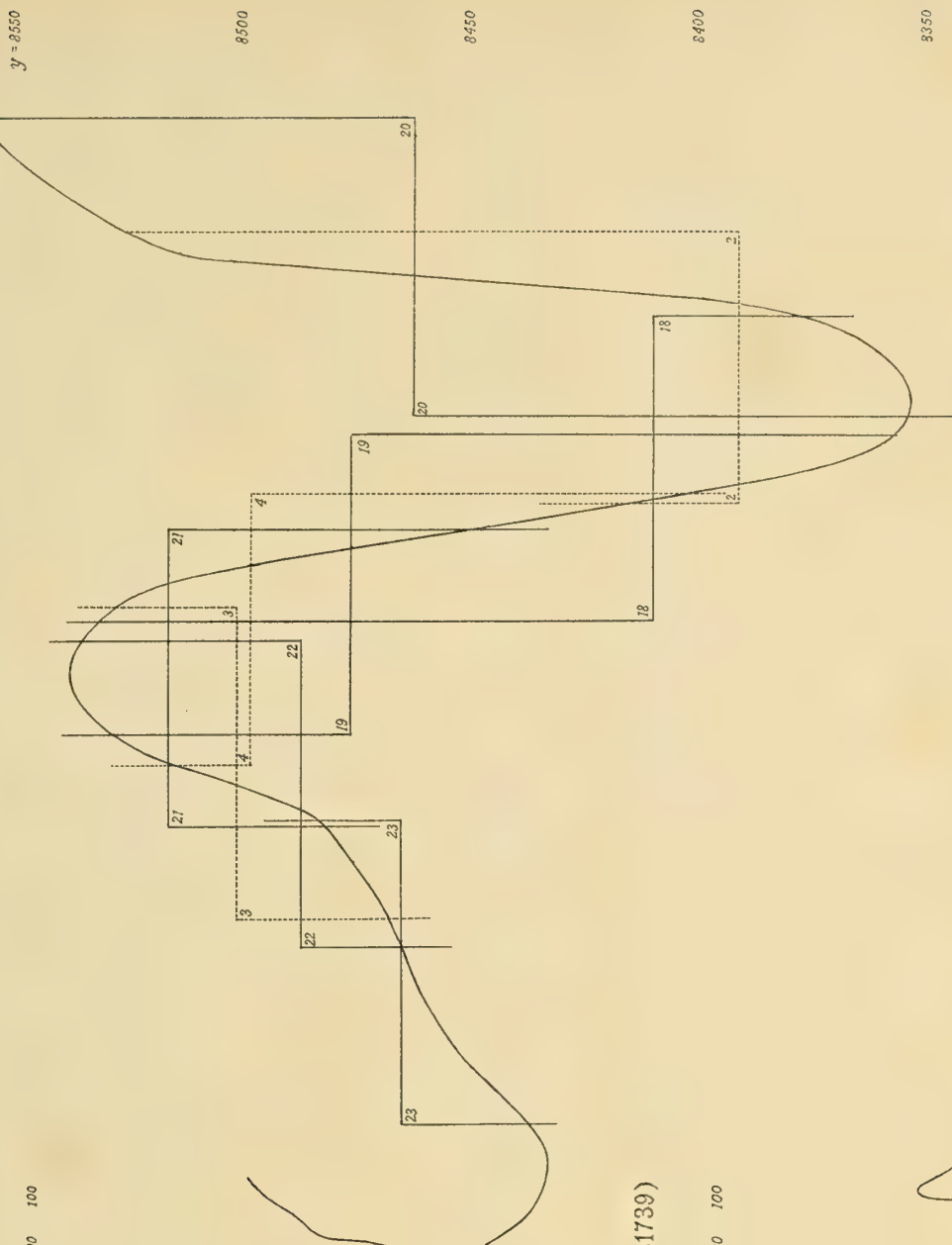
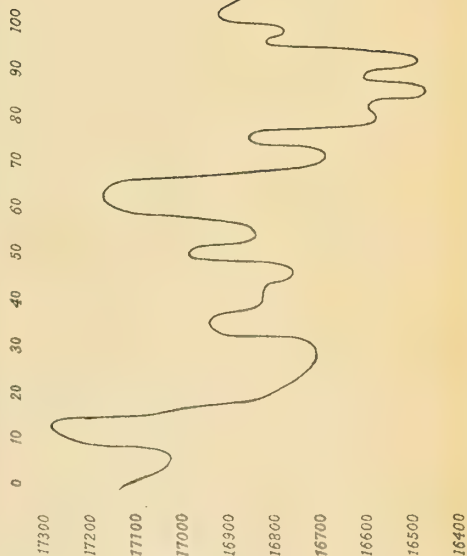
coefficienti di temperatura e nelle temperature stesse: desideroso di rendere sempre più sensibili questi decrescimenti, continuai nei giorni seguenti la prova.

22 maggio	1.008004	20°.69	20°.70
23 "	1.007963	20.09	20.22
" "	1.007972	20.18	20.74
24 "	1.007967	19.84	19.74
" "	1.007967	19.56	19.84

La questione rimane quindi su questo punto affatto insoluta. Ciò che rimane di ben certo è che queste unità di filo si sono alterate, col tempo, molto sensibilmente. Già fin d'ora R. T. Glazebrook, F. Kohlrausch, e O. Frölich, aderendo al desiderio espresso loro dal prof. Roiti, si sono gentilmente incaricati di riconfrontare l'unità d'Elliott, l'unità Strecker, e l'unità Siemens, colle unità originali; spero quindi di poter fra non molto colmare le lacune che rimangono nel presente lavoro. Nel chiudere esprimerò l'opinione che le divergenze fra i valori dei varî ohm legali non sieno da ricercarsi nelle costruzioni, ma nei confronti elettrici e sieno dovuti in gran parte:

1° ad errori di temperatura quando i cannelli son tenuti nel ghiaccio;

2° alle variazioni cui vanno sottoposte col tempo le resistenze campioni in filo metallico.

N. B. Questo lavoro era da molti mesi compiuto, quando ebbi notizia di una recentissima pubblicazione di Glazebrook, nella quale è fatto alle misure di Lord Rayleigh, in parte, l'appunto che si fa qui. Le esperienze di Glazebrook su questo proposito differiscono però dalle mie in questo che egli come Rayleigh, nelle misure a zero, tiene nel ghiaccio solo i cannelli e non i recipienti terminali. Onde Glazebrook si limita a notare che nelle esperienze di Lord Rayleigh non era raggiunto il regime di temperatura; oltre a questo io ho invece osservato che, anche raggiunto il regime, il mercurio nei cannelli non è a 0° e ho dimostrato, che, supponendolo a 0° si commette un errore di circa 2 decimillesimi. Questa seconda parte dell'osservazione si applicherebbe del pari alle misure di Glazebrook. Ora, se si fa questa correzione, l'ohm legale di Glazebrook viene esattamente a coincidere coll'Ohm legale di Strecker, e il coefficiente apparente di temperatura del mercurio a 10° dato da Glazebrook = 0.000876 diventerebbe 0.000896, cioè si accosterebbe a quello di Strecker (0.000901 a 10°), di Lorenz (0.000901 fra 0° e 27°) e infine a quello che risulta come media dalle mie osservazioni (0.000907 fra 0° e 20°). I valori molto più bassi trovati da Rayleigh (0.000861), Benoit (0.000877), ultimamente da Siemens (0.000865) e da Glazebrook nel 1885 (0.000861) si possono spiegare nello stesso modo.

Lit. Bruno e Salomone, Roma

Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1888.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 7 aprile 1889.

(Con una tavola).

Ho l'onore di presentare a questa R. Accademia l'effemeride e la relativa statistica idrometrica del fiume Tevere pel decorso anno 1888, settimo del settimo periodo decennale delle osservazioni quotidiane dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume.

La Memoria che ho l'onore di presentare è conforme a quelle degli anni precedenti. Comprende quindi il registro dell'altezza del pelo d'acqua del Tevere osservato al mezzodì di ciascun giorno del detto anno, tanto all'idrometro posto presso Orte (cioè prima della confluenza dell'Aniene), quanto all'idrometro di Ripetta; e cioè dopo la detta confluenza.

Contiene similmente l'effemeride e la statistica idrometrica dell'Aniene durante il detto anno 1888, ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume osservato quotidianamente all'idrometro posto alla origine dei cunicoli del Monte Catillo presso Tivoli. Finalmente, come nei precedenti anni, alle suddette effemeridi vanno unite le rappresentazioni grafiche, o diagrammi, delle altezze in esse registrate.

Seguitando, come di consueto. a considerare il Tevere in *stato di magra* fino a che il pelo d'acqua all'idrometro di Ripetta non raggiunge l'altezza di metri 6; che dai 6 metri in avanti debba ritenersi in *stato ordinario* finchè non raggiunge gli 8 metri; che a partire dagli 8 metri sino a che raggiunge i metri 12 debba considerarsi in *stato d'intumescenza*; e che dai 12 metri in su si trovi in *stato di vera e minacciosa piena,* lo spoglio dell'effemeride che presento ci dimostra qualmente nell'anno 1888 il Tevere *corse in magra* per 81 giorni; si mantenne in *stato ordinario* per giorni 226; fu *intumescente* durante 52 giorni, e *corse in piena minacciosa* per giorni 7.

Se dunque l'anno 1888 non è da annoverarsi fra quelli in cui il Tevere fu oltremodo abbondante di acque, non può e non deve classificarsi fra quelli in cui la portata del Tevere fu scarsa.

Infatti sebbene il Tevere abbia corso in magra per quasi $^2/_9$ e siasi mantenuto in stato ordinario per oltre $^3/_5$ dell'anno, fu però intumescente per $^1/_7$ dell'anno stesso,

e le due piene del febbraio e del marzo, se non raggiunsero altezze affatto straordinarie, furono di durata abbastanza lunga.

Inoltre l'altezza media del pelo d'acqua nell'intero anno 1888, misurata all'idrometro di Ripetta risultò di metri 6,947, e nei 77 anni di osservazioni fu superata soltanto 13 volte; e cioè negli anni 1847, 1846, 1827, 1859, 1875, 1837, 1885, 1879, 1860, 1838, 1853, 1855 e 1884; le cui altezze medie furono rispettivamente di metri 6,971; 6,975; 6,990; 7,009; 7,026; 7,036; 7,060; 7,377; 7,407; 7,449; 7,601; 7,629; 7,638.

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1888.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	2,28	1,66	2,40	2,78	1,96	1,65	2,31	1,04	1,06	1,26	1,18	1,72
2	2,20	1,65	2,35	2,50	1,90	1,62	1,72	1,04	1,06	1,18	1,18	2.96
3	2,87	1,63	2,27	2,29	1,78	1,59	1,56	1,04	1,06	1,16	1,38	2,27
4	2,72	1,63	2,14	2,25	1,70	1,56	1,40	1,04	1,06	1,14	1,22	2,00
5	2,55	1,95	2,00	2,20	1,90	1,55	1,33	1,04	1,06	1,13	1,87	1,78
6	2,38	2,19	1,98	2,57	1,76	1,54	1,30	1,04	1,06	1,70	1,73	1,72
7	2,28	2,54	1,94	2,40	1,75	1,52	1,25	1,04	1,06	1,60	1,64	1,70
8	2,60	2,36	1,92	2,28	1,75	1,47	1,21	1,04	1,06	2,48	1,58	1,66
9	2,85	2,20	1,88	2,00	1,74	1,45	1,16	1,04	1,06	2,65	1,53	1,62
10	2,86	2,20	1,80	2,30	1,73	1,45	1,10	1,04	1,05	2,06	1,53	1,54
11	2,44	1,98	1,78	2,48	1,71	1,72	1,10	1,04	1,05	1,86	2,18	1,48
12	2,24	1,85	1,89	2,62	1,70	1,56	1,10	1,04	1,04	1,86	1,87	1,38
13	2,04	1,76	2,80	2,35	1,70	1,47	1,10	1,04	1,04	1,73	1,72	1,33
14	1,92	1,74	2,56	2,06	1,70	1,45	1,10	1,03	1,04	1,65	1,67	1,30
15	1,77	1,84	2,62	1,88	1,70	1,45	1,10	1,03	1,04	1,60	1,63	1,27
16	1,74	3,00	2,65	1,75	1,70	1,44	1,10	1,03	1,04	2,20	1,58	1,23
17	1,71	2,68	3,28	1,75	1,68	1,44	1,09	1,03	1,04	2,20	1,55	1,22
18	1,70	2,47	6,64	1,75	1,65	1,43	1,09	1,03	1,20	1,90	1,54	1,20
19	1,70	2,55	6,72	1,75	1,72	1,43	1,22	1,24	1,10	1,70	1,52	1,30
20	1,70	4,90	3,90	1,75	1,69	1,42	1,32	1,36	1,08	1,62	1,50	1,20
21	1,69	5,92	5,26	2,70	1,66	1,42	1,24	1,16	1,08	1,52	1,50	1,20
22	1,68	3,90	5,87	2,68	1,64	1,42	1,21	1,07	1,08	1,45	1,50	2,55
23	1,68	3,78	3,90	2,22	1,78	1,60	1,15	1,07	1,08	1,33	1,50	2,25
24	1,68	3,50	3,75	2,00	1.70	1,45	1,12	1,07	1,08	1,30	1,49	2,75
25	1,68	3.17	3,26	1,90	1,67	1,60	1,10	1,06	1,28	1,26	1,48	1,78
26	1,68	3,75	2,86	1,73	1,64	1,48	1.08	1,06	1,98	1,23	1,47	1,73
27	1,68	3,15	2,68	3,10	1,60	1,41	1,06	1,16	1,86	1,21	1,46	1,72
28	1,68	3,18	2,58	2,62	1,60	1,38	1,06	1,10	1,72	1,20	1,45	1,92
29	1,68	2,75	2,40	2,27	1,74	1,38	1,06	1,06	1,54	1,18	1,45	1,75
30	1,67		2,45	2,06	1,70	1,90	1,06	1,06	1,40	1,18	1,44	1,70
31	1,67		2,40		1,78		1,06	1,06		1,18		1,66
Sommata	63,02	77,88	92,93	66,99	53,43	45,25	37,86	33,20	36,36	48,72	46,74	52,89
Media	2,03	2,68	3,00	2,23	1,72	1,51	1,22	1,07	1,21	1,57	1,56	1,71
Massima	2,87	5,92	6,72	3,10	1,96	1,90	2,31	1,36	1,98	2,65	2,18	2,96
Minima	1,67	1,63	1,78	1,75	1,60	1,38	1,06	1,03	1,04	1,13	1,18	1,20
Differenza	1,20	4,29	4,94	2,35	0,36	0,52	1,25	0,33	0,94	1,52	1,00	1,76

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all' idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1888.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	8,54	7,04	8,54	9,12	7,36	6,97	6,28	5,98	5,98	5,92	5,89	6,11
2	8,04	6,87	8,34	8,45	7,18	6,80	6,79	5,98	5,94	5,91	5,88	7,94
3	8,15	6,66	8,27	8,22	7,21	6,30	6,41	5 95	5,93	5,95	6,14	7,35
4	9,05	6,41	8,05	8,01	7,15	6,62	6,43	5,95	5,91	5,93	6,55	6,49
5	8,41	6,55	8,24	7,95	7,12	6,58	6,32	5,99	5,90	5,93	6,77	6,25
6	8,24	7,10	7,82	8,37	7,28	6,52	6,25	5,97	5,90	6,21	6,35	6,18
7	7,98	7,14	7,73	8,33	7,09	6,51	6,21	6,02	5,89	6,46	6,19	6,11
8	8,26	7,36	7,64	8,15	7,00	6,47	6,18	6,02	5,87	6,22	6,19	6,07
9	8,30	7,04	7,61	7,82	6,93	6,45	6,17	6,01	5,86	7,33	6,24	6,03
10	8,24	6,90	7,47	7,88	6,90	6,44	6,16	5,97	5,86	6,75	6,37	5,99
11	7,90	6,86	7,43	7,87	6,84	6,46	6,15	5,95	5,86	6,67	6,78	5,96
12	7,69	6,78	7,74	8,36	6,80	7,10	6,15	5,94	5,86	6,64	6,88	5,96
13	7,54	6,71	7,84	8,24	6,81	6,69	6,12	5,93	5,86	6,25	6,50	5,97
14	7,42	6,72	8,68	7,90	6,85	6,59	6,11	5,91	5,86	6,13	6,32	5,95
15	7,26	6,93	8,02	7,72	6,78	6,49	6,10	5,90	5,85	6,26	6,33	5,90
16	7,11	7,93	8,79	7,47	6,75	6,44	6,08	5,89	5,88	6,24	6,20	5,88
17	7,04	9,10	9,74	7,43	6,71	6,40	6,06	5,89	5,85	7,07	6,18	5,90
18	6,96	8,54	12,28	7,38	6,72	6,39	6,06	5,89	6,05	6,59	6,10	5,89
19	6,89	8,70	13,41	7,33	6,81	6,38	6,07	5,86	6,20	6,33	6,06	5,88
20	6,81	10,34	13,72	7,30	6,57	6,38	6,44	5,84	6,31	6,19	6,27	5,84
21	6,75	12,74	11,93	8,27	6,78	6,36	6,78	6,07	6,05	6,07	6,15	5,84
22	6,75	12,91	13,04	9,00	6,76	6,54	6,26	5,96	6,06	6,05	6,08	5,94
23	6,65	11,38	12,71	8,12	6,88	6,51	6,10	5,93	6,00	6,02	6,03	7,29
24	6,67	10,38	11,35	7,74	7,05	6,44	6,09	5,93	5,98	5,99	5,99	7,52
25	6,65	10,23	9,93	7,56	6,79	6,50	6,08	5,92	5,95	5,97	5,97	6,55
26	6,62	11,04	9,24	7,43	6,66	6,59	6,05	5,89	6,03	5,95	5,96	6,55
27	6,60	10,37	8,86	7,29	6,62	6,49	6,03	5,94	6,45	5,92	5,96	6,35
28	6,58	9,70	8,65	8,65	6,59	6,34	6,01	5,97	6,07	5,91	5,94	6,35
29	6,57	9,50	8,45	8,05	6,83	6,32	6,00	6,19	6,06	5,90	5,93	6,65
30	6,56		8,41	7,53	7,35	6,29	5,99	6,10	5,95	5,90	5,93	6,37
31	7,45		8,68		7,28		5,98	6,02		5,90		6,22
Sommata	229,68	245,93	288,61	238,94	214,45	195,36	191,91	184,76	179,22	192,56	186,13	195,28
Media	7,41	8,48	9,31	7,91	6,92	6,05	6,19	5,96	5,97	6,21	6,20	6,30
Massima	9,05	12,91	13,72	9,12	7,36	7,10	6,79	6,19	6,45	7,33	6,88	7,94
Minima	6,56	6,41	7,43	7.29	6,57	6,29	5,98	5,84	5,85	5,90	5,88	5,84
Differenza	2,49	6,50	6,29	1,83	0,79	0,81	0,81	0,35	0,60	1,43	1,00	2,10

Effemeride dell'Aniene, ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1888.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,20	2,10	1,90	2,10	2,00	2,00	1,60	1,50	1,55	1,55	1,55	1,50
2	1,55	1,90	1,90	2,00	2,00	1,95	1,60	1,50	1,55	1,55	1,55	1,50
3	1,90	1,70	1,80	2,00	2,05	1,90	1,60	1,50	1,55	1,55	1,60	1,50
4	1,80	1,60	1,95	2,00	2,00	1,85	1,60	1,50	1,50	1,55	1,60	1,50
5	1,70	1,60	2,00	2,00	2,05	1,80	1,60	1,55	1,50	1,55	1,60	1,50
6	1,55	1,55	1,90	2,00	2,00	1,80	1,60	1,55	1,50	1,55	1,65	1,50
7	1,50	1,50	1,80	2,10	1,90	1,80	1,60	1,55	1,50	1,60	1,65	1,50
8	1,40	1,50	1,80	2,20	1,90	1,80	1,60	1,55	1,50	1,60	1,65	1,50
9	1,30	1,50	1,70	2,10	1,90	1,75	1,60	1,55	1,50	1,60	1,90	1,50
10	1,30	1,50	1,60	2,00	1,90	1,70	1,60	1,55	1,50	1,60	2,00	1,50
11	1,20	1,50	1,55	1,90	1,90	1,70	1,60	1,55	1,50	1,60	2,10	1,50
12	1,20	1,60	2,10	1,90	1,90	1,90	1,60	1,55	1,50	1,60	1,75	1,50
13	1,20	1,60	1,90	1,85	1,90	1,90	1,55	1,55	1,50	1,65	1,65	1,50
14	1,20	1,60	2,05	1,80	2,00	1,90	1,55	1,55	1,50	1,65	1,65	1,50
15	1,20	1,60	1,15	1,70	2,00	1,80	1,55	1,55	1,50	1,65	1,60	1,50
16	1,20	2,70	2,70	1,90	2,00	1,80	1,55	1,55	1,55	1,65	1,60	1,50
17	1,20	2,20	2,80	2,10	2,00	1,75	1,55	1,55	1,55	1,65	1,60	1,50
18	1,10	2,00	2,60	2,85	2,00	1,70	1,55	1,55	1,55	1,65	1,60	1,50
19	1,10	1,90	2,60	2,30	1,90	1,70	1,55	1,55	1,55	1,65	1,60	1,50
20	1,10	2,45	2,35	2,10	1,85	1,65	1,55	1,55	1,55	1,60	1,55	1,50
21	1,70	2,70	2,10	2,00	2,00	1,60	1,50	1,55	1,55	1,60	1,55	1,55
22	1,70	2,50	2,10	2,00	2,00	1,60	1,50	1,55	1,55	1,60	1,55	1,60
23	1,70	2,60	2,10	1,95	2,10	1,60	1,50	1,55	1,60	1,55	1,55	1,55
24	1,60	2,20	2,15	2,15	1,90	1,60	1,50	1,55	1.60	1,55	1,55	1,50
25	1,60	2,40	2,10	2,15	1,90	1,60	1,50	1,55	1,60	1,55	1,55	1,60
26	1,60	2,15	1,95	2,15	1,90	1,60	1,50	1,55	1,60	1,55	1,55	1,60
27	1,60	2,40	1,90	2,15	1,90	1,60	1,50	1,55	1,55	1,50	1,55	1,60
28	1,60	2,15	1,80	2,10	1,85	1,60	1,50	1,55	1,55	1,50	1,50	1,55
29	1,60	2,00	2,10	2,00	2,30	1,60	1,50	1,55	1,55	1,50	1,50	1,55
30	1,60		2,35	2,00	2,40	1,60	1,50	1,55	1,55	1,50	1,50	1,55
31	2,20		2,50		2,10		1,50	1,55		1,50		1,55
Sommata	45,90	56,70	63,30	61,55	61,50	52,15	48,10	47,85	46,10	48,95	48,80	47,20
Media	1,48	1,96	2,04	2,05	1,98	1,74	1,55	1,54	1,54	1,58	1,63	1,52
Massima	2,20	2,70	2,80	2,85	2,40	2,00	1,60	1,55	1,60	1,65	2,10	1,60
Minima	1,10	1,50	1,15	1,70	1,85	1,60	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50
Differenza	1,10	1,20	1,65	1,15	0,55	0,40	0,10	0,05	0,10	0,15	0,60	0,10

Anno 1888.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	63,02	2,03	2,87	1,67	1,20
Febbraio	77,88	2,68	5,92	1,63	4,29
Marzo	92,93	3,00	6,72	1,78	4,94
Aprile	66,99	2,23	3,10	1,75	2,35
Maggio	53,43	1,72	1,96	1,60	0,36
Giugno	45,25	1,51	1,90	1,38	0,52
Luglio	37,86	1,22	2,31	1,06	1,25
Agosto	33,20	1,07	1,36	1,03	0,33
Settembre	36,36	1,21	1,98	1,04	0,94
Ottobre	48,72	1,57	2,65	1,13	1,52
Novembre	46,74	1,56	2,18	1,18	1,00
Dicembre	52,89	1,71	2,96	1,20	1,76
	655,27				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{655,27}{366} = 1,7904.$

Altezza massima dell' intero anno met. lin. 6,72 } differenza massima 5,69.
» minima » » 1,03 }

Anno 1888.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	229,68	7,41	9,05	6,56	2,49
Febbraio	245,93	8,48	12,91	6,41	6,50
Marzo	288,61	9,31	13,72	7,43	6,29
Aprile	238,94	7,91	9,12	7,29	1,83
Maggio	214,45	6,92	7,36	6,57	0,79
Giugno	195,36	6,05	7,10	6,29	0,81
Luglio	191,91	6,19	6,79	5,98	0,35
Agosto	184,76	5,96	6,19	5,84	0,60
Settembre	179,22	5,97	6,45	5,85	1,43
Ottobre	192,56	6,21	7,33	5,90	1,00
Novembre	186,13	6,20	6,88	5,88	2,10
Dicembre	195,28	6,30	7,94	5,84	
	2542,83				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2542,83}{366} = 6,9474.$

Altezza massima dell' intero anno met. lin. 13,72 } differenza massima 7,88.
» minima » » 5,84 }

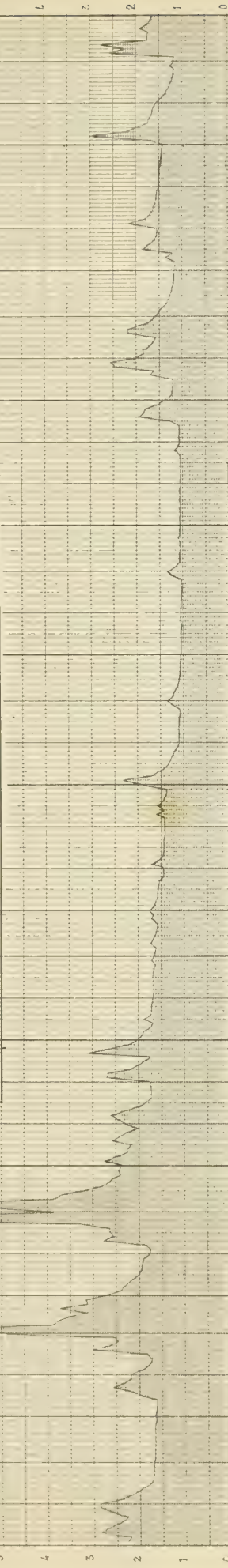
Anno 1888.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata	Media	Massima	Minima	
	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.
Gennaio	45,90	1,48	2,20	1,10	1,10
Febbraio	56,70	1,96	2,70	1,50	1,20
Marzo	63,30	2,04	2,80	1,15	1,65
Aprile	61,55	2,05	2,85	1,70	1,15
Maggio	61,50	1,98	2,40	1,85	0,55
Giugno	52,15	1,74	2,00	1,60	0,40
Luglio	48,10	1,55	1,60	1,50	0,10
Agosto	47,85	1,54	1,55	1,50	0,05
Settembre	46,10	1,54	1,60	1,50	0,10
Ottobre	48,95	1,58	1,65	1,50	0,15
Novembre	48,80	1,63	2,10	1,50	0,60
Dicembre	47,20	1,52	1,60	1,50	0,10
	628,10				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{628.10}{366} = 1,7161.$

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 2,85 } differenza massima 1,75.
» minima » » 1,10 }

RELAZIONE

letta a nome del Socio Schiaparelli, relatore, e del Socio Ferrero, nella seduta del 5 maggio 1889, sulla Memoria del prof. Enrico Pucci, intitolata: *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche.*

« Avendo esaminato il lavoro del prof. Enrico Pucci, portante il titolo: *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche,* ci è sembrato di vedere in esso una nuova ed interessante estensione delle ricerche fatte da altri anteriormente sul medesimo argomento, e crediamo quindi possa utilmente esser pubblicato negli Atti della nostra Accademia ».

Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche.
Memoria del prof. ENRICO PUCCI

1. Nella Memoria del prof. Schiaparelli intitolata: *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche* (¹) sono dedotte le formule che risolvono il seguente problema:

Data una serie di ordinate equidistanti

$$y_1 , y_2 , y_3 , \cdots y_n , y_{n+1} , y_{n+2} , \cdots y_{2n} ,$$

trovare una combinazione di m ordinate consecutive, tale che il suo valore rappresenti l'ordinata corrispondente all'argomento medio, esattamente quando le ordinate sono esattamente conosciute, o colla maggior precisione possibile, quando le ordinate sono soggette ad errori accidentali.

Però queste formule si fondano sull'ipotesi che tutte le ordinate sieno state misurate colla stessa precisione, lo che in generale non avviene; ed invero la misura diretta dell'argomento o della funzione riesce quasi sempre di difficoltà molto diversa nei diversi momenti fisici, e molto maggiore nei momenti fisici estremi, che di solito si ottengono esagerando le condizioni normali del fenomeno. Per farsi una chiara idea di questo fatto basta pensare a ciò che avviene in un caso concreto, per esempio nella ricerca della dilatazione di una spranga metallica, nel qual caso le ordinate y si ottengono per mezzo di un comparatore, paragonando a temperature molto diverse le lunghezze attuali della spranga colla lunghezza di un prototipo tenuto a temperatura costante, o dentro i limiti di temperatura in cui pel prototipo si può far uso delle sue dilatazioni in precedenza studiate, e le ascisse sono le temperature interne della spranga. Ora le temperature estreme essendo di solito ottenute artificialmente non possono essere regolarmente mantenute nè accertate, giacchè le irradiazioni delle pareti dell'ambiente, la oscillazione della sorgente frigorifica o calorifica, la presenza dell'operatore e molte altre circostanze tendono ad alterarle di continuo e tanto più quanto più distano dalla temperatura normale media.

Neppur l'altra ipotesi sulla equidistanza dei valori di y può essere sperimentalmente verificata: per ultimo le formule del prof. Schiaparelli si riferiscono al caso più semplice di una sola variabile.

(¹) V. Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1867.

Generalizzando il metodo del prof. Schiaparelli mi propongo di stabilire, in alcune note successive, formule più comprensive ed indipendenti da qualsiasi limitazione.

2. Sieno

$$y_{-n}, y_{-n+1}, \dots y_{-3}, y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2, \dots y_n$$

$(2n+1)$ ordinate sperimentali equidistanti, che si debbono combinare per ricavare il valore più probabile di y_0; indichiamo con

$$y = \mathrm{F}\,(y_{-n}, y_{-n+1}, \dots y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, \dots y_n)$$

la funzione combinatoria, e consideriamo il fenomeno

$$\eta_{-n}, \eta_{-n+1}, \eta_{-n+2}, \dots \eta_{-2}, \eta_{-1}, \eta_0, \eta_1, \eta_2, \dots \eta_n$$

analogo al fenomeno y, essendo le η delle quantità sperimentali, corrispondenti alle stesse ascisse che individuano le y, e misurate ciascuna colla stessa precisione della y che le corrisponde. Indicando con y'_0, η'_0 i valori più probabili di y_0, η_0 si dovrà avere in generale

$$\eta'_0 = \mathrm{F}\,(\eta_{-n}, \eta_{-n+1}, \eta_{-n+2}, \dots \eta_{-1}, \eta_0, \eta_1, \dots \eta_n),$$

$$y'_0 + k\eta'_0 = \mathrm{F}\,(y_{-n} + k\eta_{-n}, y_{-n+1} + k\eta_{-n+1}, \dots y_{-1} + k\eta_{-1}, y_0 + k\eta_0, \dots y_n + k\eta_n),$$

qualunque sia k purchè finito; perciò sarà [1]

$$y'_0 = \alpha_{-n}\, y_{-n} + \alpha_{-n+1}\, y_{-n+1} + \dots + \alpha_0\, y_0 + \alpha_1\, y_1 + \dots + \alpha_n\, y_n, \tag{1}$$

ove le quantità α rappresentano dei coefficienti costanti. In questo caso non si ha per altro l'uguaglianza dei coefficienti α equidistanti per posizione dal termine di mezzo $\alpha_0\, y_0$, giacchè l'inversione della curva sperimentale

$$y = f(x)$$

non corrisponde a un fenomeno analogo a quello della curva diretta.

Esprimendo nella (1) le varie ordinate sperimentali in funzione di y_0 per mezzo dello sviluppo

$$y_m = y_0 + m\,\Delta x \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 + \frac{m^2}{1.2}\,\Delta x^2 \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)_0 + \dots$$

si deducono le condizioni alle quali debbono soddisfare gli α perchè y'_0, a meno delle quantità dell'ordine che si suppone trascurabile, e che deve in ogni caso esser minore del $(2n+1)^{\text{mo}}$, coincida con y_0 pel caso ideale di misure scevre da errore di osservazione: tali condizioni sono:

$$(2)\quad \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots \alpha_n + \alpha_{-1} + \alpha_{-2} + \dots + \alpha_{-n} = 1 = \sum_{-n}^{+n} \alpha_k \\ 1\,\alpha_1 + 2\,\alpha_2 + \dots n\,\alpha_n - 1\,\alpha_{-1} - 2\,\alpha_{-2} - \dots - n\,\alpha_{-n} = 0 = \sum_{-n}^{+n} (k\,\alpha_k) \\ 1^2\alpha_1 + 2^2\alpha_2 + \dots n^2\alpha_n + 1^2\alpha_{-1} + 2^2\alpha_{-2} + \dots + n^2\alpha_{-n} = 0 = \sum_{-n}^{+n} (k^2\alpha_k) \\ 1^3\alpha_1 + 2^3\alpha_2 + \dots n^3\alpha_n - 1^3\alpha_{-1} - 2^3\alpha_{-2} - \dots - n^3\alpha_{-n} = 0 = \sum_{-n}^{+n} (k^3\alpha_k) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

[1] V. memoria citata.

Sieno p_{-n}, p_{-n+1}, ... p_{-1}, p_0, p_1, ... p_n rispettivamente i pesi delle ordinate sperimentali y; indicando con m l'errore medio corrispondente all'unità di peso, e con m_y l'errore medio della determinazione di y'_0 fatta per mezzo della formula perequatoria (1) si avrà

$$m_y = m\sqrt{\frac{\alpha_0^2}{p_0}+\frac{\alpha_1^2}{p_1}+\frac{\alpha_2^2}{p_2}+\ldots+\frac{\alpha^2_{-1}}{p_{-1}}+\frac{\alpha^2_{-2}}{p_{-2}}+\ldots} = m\sqrt{\left[\frac{\alpha^2}{p}\right]},$$

e questa espressione conduce a porre, subordinatamente alle condizioni rigorose (2),

$$\left[\frac{\alpha\,.\,d\alpha}{p}\right]=0 \tag{3}$$

per la condizione del massimo di precisione in y'_0.

Sia ancora $N < 2n$ il numero delle condizioni rigorose che conviene ritenere: introducendo in calcolo gli N correlativi I, II, III ... si ottengono facilmente le equazioni correlate [1]

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha_0}{p_0} &= \mathrm{I}\\
\frac{\alpha_1}{p_1} &= \mathrm{I} + 1\,\mathrm{II} + 1^2\,\mathrm{III} + 1^3\,\mathrm{IV} + 1^4\,\mathrm{V} + \ldots\\
\frac{\alpha_2}{p_2} &= \mathrm{I} + 2\,\mathrm{II} + 2^2\,\mathrm{III} + 2^3\,\mathrm{IV} + 2^4\,\mathrm{V} + \ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\frac{\alpha_{-1}}{p_{-1}} &= \mathrm{I} - 1\,\mathrm{II} + 1^2\,\mathrm{III} - 1^3\,\mathrm{IV} + 1^4\,\mathrm{V} + \ldots\\
\frac{\alpha_{-2}}{p_{-2}} &= \mathrm{I} - 2\,\mathrm{II} + 2^2\,\mathrm{III} - 2^3\,\mathrm{IV} + 2^4\,\mathrm{V} + \ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

e in generale

$$\frac{\alpha_k}{p_k} = \mathrm{I} + k\,\mathrm{II} + k^2\,\mathrm{III} + k^3\,\mathrm{IV} + k^4\mathrm{V} + \ldots, \tag{4}$$

dalla quale formula si potrebbero calcolare tutte le ausiliarie α di perequazione, quando fossero conosciuti i correlativi.

Per costituire le equazioni normali correlanti è da seguire il metodo usuale, che consiste nell'esprimere, mediante la (4), in funzione dei correlativi le condizioni (2). Se si pone:

$$\left\{\begin{aligned}
\Sigma_1 &= [\ p_k] = p_0 + p_1 + p_2 + \ldots + p_{-1} + p_{-2} + \ldots\\
\Sigma_2 &= [k\,p_k] = 1\,p_1 + 2\,p_2 + \ldots - 1\,p_{-1} - 2\,p_{-2} - \ldots\\
\Sigma_3 &= [k^2 p_k] = 1^2 p_1 + 2^2 p_2 + \ldots + 1^2 p_{-1} + 2^2 p_{-2} + \ldots\\
\Sigma_4 &= [k^3 p_k] = 1^3 p_1 + 2^3 p_2 + \ldots - 1^3 p_{-1} - 2^3 p_{-2} - \ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right. \tag{5}$$

[1] Siccome a questo punto il problema si identifica a quello che dà origine al calcolo di compensazione delle osservazioni, introduciamo i simboli e il frasario adottato nella teoria dei minimi quadrati.

si ottiene

$$(6)\quad \begin{cases} \mathrm{I}\,\Sigma_1 + \mathrm{II}\,\Sigma_2 + \mathrm{III}\,\Sigma_3 + \ldots - 1 = 0 \\ \mathrm{I}\,\Sigma_2 + \mathrm{II}\,\Sigma_3 + \mathrm{III}\,\Sigma_4 + \ldots\ldots = 0 \\ \mathrm{I}\,\Sigma_3 + \mathrm{II}\,\Sigma_4 + \mathrm{III}\,\Sigma_5 + \ldots\ldots = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

e queste equazioni risolute danno i correlativi.

3. Vogliamo dimostrare che le formule (1), (4), (5), (6), che risolvono il problema della perequazione parabolica di un ordine qualunque pel caso di una funzione di una sola variabile, comprendono quelle date nella citata Memoria del prof. Schiaparelli pel caso in cui le ordinate y si suppongano misurate tutte con ugual precisione. Poniamo infatti

$$p_0 = p_1 = p_2 = \ldots = p_{-1} = p_{-2} = \ldots = 1\,;$$

le (5) daranno

$$\begin{aligned} &\Sigma_1 = 2n + 1 \\ &\Sigma_2 = \Sigma_4 = \Sigma_6 = \ldots\ldots\ldots = 0 \\ &\Sigma_3 = 2\,(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2) = 2\mathrm{S}_2 \\ &\Sigma_5 = 2\,(1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4) = 2\mathrm{S}_4 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

e per le (6) si otterrà il seguente doppio sistema di equazioni normali:

$$\begin{array}{llllllr} (2n+1)\,\mathrm{I} & & +\,2\mathrm{S}_2\,\mathrm{III} & & +\,2\mathrm{S}_4\mathrm{V} + \ldots & & -1 = 0\,, \\ & 2\mathrm{S}_2\,\mathrm{II} & & +\,2\mathrm{S}_4\,\mathrm{IV} & & +\,2\mathrm{S}_6\,\mathrm{VI} + \ldots & = 0\,, \\ 2\mathrm{S}_2\,\mathrm{I} & & +\,2\mathrm{S}_4\,\mathrm{III} & & +\,2\mathrm{S}_6\mathrm{V} & & = 0\,, \\ & 2\mathrm{S}_4\,\mathrm{II} & & +\,2\mathrm{S}_6\,\mathrm{IV} & & +\,2\mathrm{S}_8\,\mathrm{VI} & = 0\,. \\ \ldots & & & & & & \ldots \end{array}$$

Queste si scindono in due gruppi indipendenti, dei quali l'uno dimostra che si deve aver contemporaneamente

$$\mathrm{II} = \mathrm{IV} = \mathrm{VI} = \ldots = 0\,,$$

e l'altro si identifica al sistema delle equazioni normali correlanti, indicato dal prof. Schiaparelli. La forma generale (4) si cangia poi nella seguente

$$\alpha_k = \alpha_{-k} = \mathrm{I} + k^2\,\mathrm{III} + k^4\,\mathrm{V} + \ldots$$

e resta così dimostrato rigorosamente il teorema intuito dal prof. Schiaparelli, e da lui ammesso quasi come evidente, che la serie degli y essendo invertibile, si deve avere in generale

$$\alpha_k = \alpha_{-k}\,.$$

4. Cerchiamo ancora l'espressione generale dell'errore medio m_y del resultato y'_0 perequato parabolicamente fino a un ordine qualunque per mezzo della (1). Perciò osserviamo che, rappresentando con p_y il peso di y'_0, si ha

$$\frac{1}{p_y} = \frac{\alpha_0^2}{p_0} + \frac{\alpha_1^2}{p_1} + \frac{\alpha_2^2}{p_2} + \ldots + \frac{\alpha^2_{-1}}{p_{-1}} + \frac{\alpha^2_{-2}}{p_{-2}} + \ldots = \left[\frac{\alpha\alpha}{p}\right],$$

d'onde, sostituendo agli α i loro valori tolti dalla forma correlata (4), si ottiene:

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_y} = \mathrm{I}\ &\{ \mathrm{I}\,\Sigma_1 + \mathrm{II}\,\Sigma_2 + \mathrm{III}\,\Sigma_3 + \ldots \} + \\ + \mathrm{II}\ &\{ \mathrm{I}\,\Sigma_2 + \mathrm{II}\,\Sigma_3 + \mathrm{III}\,\Sigma_4 + \ldots \} + \\ + \mathrm{III}\ &\{ \mathrm{I}\,\Sigma_3 + \mathrm{II}\,\Sigma_4 + \mathrm{III}\,\Sigma_5 + \ldots \} + \\ + \ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,\end{aligned}$$

e quindi, tenendo conto delle equazioni correlanti (6):

$$\frac{1}{p_y} = \mathrm{I} \qquad m_y = m\sqrt{\mathrm{I}} = m\sqrt{\frac{\alpha_0}{p_0}}\,. \tag{7}$$

Se indichiamo con m_0 l'errore medio di y_0 sarà dunque, come nel caso più semplice considerato dal prof. Schiaparelli,

$$m_y = m_0\sqrt{\alpha_0}\,, \tag{8}$$

e possiamo concludere in generale che nella perequazione parabolica di un ordine qualunque, fatta tenendo conto dei pesi, l'errore medio del risultato è eguale al prodotto dell'errore medio dell'ordinata di mezzo per la radice del coefficiente di perequazione corrispondente.

5. Sul numero delle ordinate da introdurre nella forma perequatoria (1) è necessario notare che esso deve esser maggiore del numero dei correlativi, ossia del numero delle equazioni di condizione (2) diminuito di un unità, altrimenti, non essendo espressa analiticamente la condizione della coesistenza di tali equazioni, queste potrebbero includere un assurdo, e non vi sarebbe, in ogni modo, indeterminazione da togliere per mezzo della (3) relativa al massimo di precisione del risultato. Considerando la quistione in tutta la sua generalità il numero dei correlativi, *a priori*, resta per altro indeterminato, dipendendo dal numero dei termini di uno sviluppo in serie che, essendo maggiori della cosiddetta precisione assoluta, si tratta di annullare colla condizione (2).

Se però dalla considerazione della curva sperimentale risulta che la funzione y nell'intervallo che comprende le ordinate da combinare in un unico risultato, si può esprimere con una parabola di ordine nullo (y = costante), o di 1° ordine (retta), o di 2do, di 3zo ecc. i correlativi da tenere saranno rispettivamente uno, due, tre, quattro ecc. e il numero $2n$ dovrà esser rispettivamente maggiore di 2, 4, 6 ecc. Nel caso della perequazione di ordine nullo si ha la sola correlante

$$\mathrm{I}\,[p] = 1\,,$$

e quindi

$$\alpha_k = \frac{p_k}{[p]}\,,$$

dimodochè la funzione perequatoria si riduce alla media aritmetica fatta tenendo conto dei pesi, e il peso medio del risultato è $[p]$, come era di prevedere.

6. Se nella forma perequatoria generale

$$y' = [\alpha y]\,,$$

facendo uso della (4), si esprimono le ausiliarie α in funzione dei correlativi, e si pone

$$(9)\quad \begin{cases} Y_1 = \ [p_k\,y_k] = p_0 y_0 + \ p_1\,y_1 + \ p_2\,y_2 + \dots + \ p_{-1}\,y_{-1} + \ p_{-2}\,y_{-2} + \dots, \\ Y_2 = [k\ p_k\,y_k] = \quad 1\,p_1\,y_1 + 2\,p_2\,y_2 + \dots - 1\,p_{-1}\,y_{-1} - 2\,p_{-2}\,y_{-2} + \dots, \\ Y_3 = [k^2\,p_k\,y_k] = \quad 1^2 p_1\,y_1 + 2^2 p_2\,y_2 + \dots + 1^2 p_{-1}\,y_{-1} + 2^2 p_{-2}\,y_{-2} + \dots, \\ Y_4 = [k^3\,p_k\,y_k] = \quad 1^3 p_1\,y_1 + 2^3 p_2\,y_2 + \dots - 1^3 p_{-1}\,y_{-1} - 2^3 p_{-2}\,y_{-2} + \dots, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \end{cases}$$

si ottiene in generale:

$$(10)\qquad y = \mathrm{I}\,Y_1 + \mathrm{II}\,Y_2 + \mathrm{III}\,Y_3 + \cdots,$$

ove le quantità $Y_1, Y_2, Y_3 \dots$ rappresentano delle somme del tutto analoghe alle $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3 \dots$ (vedi formule (5)). Sebbene la (10) sia meno incomoda della (1) pel calcolo di y, giacchè risparmia il calcolo delle singole ausiliarie α, si riduce a forma molto più conveniente col noto metodo di eliminazione successiva, impiegato di continuo nella teoria dei minimi quadrati. Osserviamo infatti che, deducendo dalla prima delle correlanti (6) il valore del correlativo I, sostituendo nelle altre e nella (10), e ponendo in generale, colle solite notazioni Gaussiane,

$$(11)\quad \begin{cases} [\Sigma_{m.n}\,.\,1] = \Sigma_{m+n-1} - \dfrac{\Sigma_m \Sigma_n}{\Sigma_1}, \\ [\Sigma_n\,.\,1] \ = \dfrac{\Sigma_n}{\Sigma_1}, \\ [Y_k\,.\,1] \ = Y_k - \dfrac{Y_1 \Sigma_k}{\Sigma_1}, \end{cases}$$

si trova

$$(12)\quad \begin{cases} [\Sigma_{2.2}\,1]\,\mathrm{II} + [\Sigma_{2.3}\,1]\,\mathrm{III} + \cdots + [\Sigma_2\,1] = 0, \\ [\Sigma_{2.3}\,1]\,\mathrm{II} + [\Sigma_{3.3}\,1]\,\mathrm{III} + \cdots + [\Sigma_3\,1] = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$(13)\qquad y = \frac{Y_1}{\Sigma_1} + \mathrm{II}\,[Y_2\,.\,1] + \mathrm{III}\,[Y_3\,.\,1] + \mathrm{IV}\,[Y_4\,.\,1] + \cdots.$$

Quest' ultima, astrazion fatta dal termine in Y_1, è, rispetto alle ridotte del 1° ordine (12) quello che la (10) è rispetto alle equazioni normali (6): si può quindi ripetere lo stesso procedimento sopra indicato per eliminare il correlativo II, e così, introducendo le altre notazioni

$$(14)\quad \begin{cases} [\Sigma_{m.n}\,2] = [\Sigma_{m.n}\,1] - \dfrac{[\Sigma_{2.m}\,1]\,[\Sigma_{2.n}\,1]}{[\Sigma_{2.2}\,1]}, \\ [\Sigma_n\,2] \ = [\Sigma_n\,1] \ - \dfrac{[\Sigma_2\,1]\,[\Sigma_{2.n}\,1]}{[\Sigma_{2.2}\,1]}, \\ [Y_n\,2] \ = [Y_n\,1] \ - \dfrac{[Y_2\,1]\,[\Sigma_{2.n}\,1]}{[\Sigma_{2.2}\,1]}, \end{cases}$$

troveremo:

$$\mathrm{III}\,[\Sigma_{3.3}\,2] + \mathrm{IV}\,[\Sigma_{3.4}\,2] + \cdots + [\Sigma_3\,2] = 0$$
$$\mathrm{III}\,[\Sigma_{3.4}\,2] + \mathrm{IV}\,[\Sigma_{4.4}\,2] + \cdots + [\Sigma_4\,2] = 0$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$y = \frac{Y_1}{\Sigma_1} - \frac{[Y_2\,1]\,[\Sigma_2\,1]}{[\Sigma_{2.2}\,1]} + \mathrm{III}\,[Y_3\,2] + \mathrm{IV}\,[Y_4\,2] + \cdots.$$

Eliminando in modo analogo tutti i correlativi, si trova finalmente

$$(15) \qquad y = \frac{Y_1}{\Sigma_1} - \frac{[Y_2\, 1][\Sigma_2\, 1]}{[\Sigma_{2.2}\, 1]} - \frac{[Y_3\, 2][\Sigma_3\, 2]}{[\Sigma_{3.3}\, 2]} - \frac{[Y_4\, 3][\Sigma_4\, 3]}{[\Sigma_{4.4}\, 3]} - \cdots,$$

che è la formula più conveniente e generale cercata.

7. La formula (15) è molto importante perchè in essa i termini successivi corrispondono alle perequazioni dei varii ordini, ossia a perequazioni fatte assimilando successivamente l'arco di curva sperimentale compreso fra le ordinate estreme y_n, y_{-n} a parabole di ordine nullo, di 1°, di 2°, di 3° ordine; cosicchè il 1° termine equivale alla perequazione di una costante fisica, la somma dei primi due alla perequazione lineare, la somma dei primi tre alla perequazione parabolica propriamente detta, e così via discorrendo. I termini della (15) sono dunque delle successive approssimazioni, e siccome ciascuno di essi può esser calcolato indipendentemente dalle quantità che entrano a comporre quelli che lo seguono, si può spingere successivamente l'approssimazione per gradi senza spreco di calcoli, fino al limite di precisione che il genere di misura adottato comporta, limite che risulta immediatamente dall'errore probabile del resultato, calcolato nel modo che ora andremo ad indicare.

8. Se si costituiscono le risolventi relative alle equazioni normali (6) si trova

$$\begin{aligned}
I = \frac{1}{\Sigma_1} - II[\Sigma_2\, 1] - III[\Sigma_3\, 1] - IV[\Sigma_4\, 1] - \cdots,\\
II[\Sigma_{2.2}\, 1] + III[\Sigma_{2.3}\, 1] + IV[\Sigma_{2.4}\, 1] + \cdots + [\Sigma_2\, 1] = 0,\\
III[\Sigma_{3.3}\, 2] + IV[\Sigma_{3.4}\, 2] + \cdots + [\Sigma_3\, 2] = 0,\\
\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

ed eliminando successivamente dalla prima di queste i correlativi per mezzo delle altre si ottiene facilmente:

$$(16) \qquad \frac{1}{p_y} = I = \frac{1}{\Sigma_1} + \frac{[\Sigma_2\, 1]^2}{[\Sigma_{2.2}\, 1]} + \frac{[\Sigma_3\, 2]^2}{[\Sigma_{3.3}\, 2]} + \frac{[\Sigma_4\, 3]^2}{[\Sigma_{4.4}\, 3]} + \cdots$$

che è una formula analoga alla (15), e che si calcola semplicissimamente, quasi senza aumento di fatica, contemporaneamente al valore più probabile y perequato.

Dalla (16) risulta un teorema interessante della perequazione, che si può formulare come segue: *il peso di un'ordinata perequata diminuisce con notevole rapidità col crescere dell'ordine della parabola a cui conviene assimilare il fenomeno dentro l'intervallo perequatorio scelto.* Per avere il risultato di massima precisione sarà quindi utile in molti casi limitare il numero delle ordinate comprese nel suddetto intervallo per potere abbassare il grado della parabola perequante.

9. Le formule (15) e (16), che risolvono in generale il problema della perequazione a due variabili, presentano una certa complicazione di calcolo che le renderebbe inapplicabili nel caso di una lunga serie di valori da perequare. Osserviamo per altro che per ciascun sistema di pesi i coefficienti che vi compariscono divengono delle costanti le quali possono essere calcolate a priori: ora nella massima parte delle quistioni fisiche o di filosofia naturale, i pesi delle osservazioni non sono assegnabili a

priori con tanto rigore da non render sempre, nell'intervallo di ogni singola perequazione, paragonabile la legge del loro andamento con qualche legge aritmetica molto semplice, come sarebbe ad esempio la legge lineare con cui si succedono i numeri naturali, o quella delle loro inverse, o la serie dei quadrati ecc. In pratica si possono quindi assegnare a priori delle formule perequatorie di semplice calcolazione e che bastino per la massima parte dei problemi che si presentano nello studio sperimentale delle leggi della natura.

Ed ecco i resultati che ho calcolati pel caso della perequazione di 7 ordinate in alcune ipotesi qui sotto rispettivamente indicate, e per parabole di 4° ordine inclusivamente.

1° Per pesi eguali all'unità

$$\begin{array}{l|l|l|l} [Y_2 1]=Y_2 & [Y_3 2]=[Y_3 1] & [Y_4 3]=[Y_4 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3] \\ [Y_3 1]=Y_3-4Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7[Y_2 1] & [Y_5 3]=[Y_5 2]-\frac{67}{7}[Y_3 2] & \\ [Y_4 1]=Y_4 & [Y_5 2]=[Y_5 1] & & \\ [Y_5 1]=Y_5-28Y_1 & & & \end{array}$$

$$y=\frac{Y_1}{7}-\frac{1}{21}[Y_3 2]+0{,}022727\,[Y_5 3]\,,$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}14286+0{,}19048+0{,}23377\,.$$

2° Per $p_{-3}=1$, $p_{-2}=2$, $p_{-1}=3$, $p_0=4$, $p_1=5$, $p_2=6$, $p_3=7$,

$$\begin{array}{l|l|l|l} [Y_2 1]=Y_2-Y_1 & [Y_3 2]=[Y_3 1]-[Y_2 1] & [Y_4 3]=[Y_4 2]-\frac{6}{7}[Y_3 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3]- \\ [Y_3 1]=Y_3-4Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7[Y_2 1] & & \quad -\frac{2}{3}[Y_4 3] \\ [Y_4 1]=Y_4-7Y_1 & [Y_5 2]=[Y_5 1]-\frac{67}{7}[Y_2 1] & [Y_5 3]=[Y_5 2]-\frac{67}{7}[Y_3 2] & \\ [Y_5 1]=Y_5-28Y_1 & & & \end{array}$$

$$y=\frac{Y_1}{28}-\frac{[Y_2 1]}{84}-\frac{[Y_3 2]}{84}+0{,}00379\,[Y_4 3]+0{,}00568\,[Y_5 4]\,,$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}03571+0{,}01190+0{,}03571+0{,}00974+0{,}04870\,.$$

3° Per $p_{-3}=1$, $p_{-2}=0{,}5$, $p_{-1}=0{,}33$, $p_0=0{,}25$, $p_1=0{,}20$, $p_2=0{,}17$, $p_3=0{,}14$

$$\begin{array}{l|l|} [Y_2 1]=Y_2+1{,}301158Y_1 & [Y_3 2]=[Y_3 1]+0{,}9315695[Y_2 1] \\ [Y_3 1]=Y_3-5{,}200771Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7{,}679930\;[Y_2 1] \\ [Y_4 1]=Y_4+10{,}03475Y_1 & [Y_5 2]=[Y_5 1]+9{,}343111\;[Y_2 1] \\ [Y_5 1]=Y_5-39{,}99613Y_1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{|l|l} [Y_4 3]=[Y_4 2]+0{,}7603342[Y_3 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3]+0{,}58188[Y_4 3] \\ [Y_5 3]=[Y_5 2]-10{,}00524\;[Y_3 2] & \end{array}$$

$$y=\frac{Y_1}{2{,}59}+0{,}1432189[Y_2 1]-0{,}1554949[Y_3 2]-0{,}0474830[Y_4 3]+0{,}08185[Y_5 4]$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}38610+0{,}18635+0{,}62021+0{,}14201+0{,}84535\,.$$

Il calcolo delle ausiliarie $Y_1, Y_2, Y_3 \ldots, [Y_2 1], [Y_3 1] \ldots$ ecc. si fa poi speditamente abbastanza, se si ha la previdenza di perequare le differenze fra le ordinate e il loro valore medio, anzichè le ordinate stesse.

10. Della perequazione di una funzione di più variabili ci occuperemo partitamente in un'altra nota: qui vogliamo però dare le formule della perequazione di una funzione z di due variabili, pel caso più semplice in cui la superficie

$$z = z(x, y),$$

nel campo corrispondente alle ascisse

$$y_{-n}, y_{-n+1}, y_{-n+2} \ldots y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2 \ldots y_n,$$
$$x_{-n}, x_{-n+1}, \ldots \ldots x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2 \ldots x_n,$$

può essere assimilata ad una superficie parabolica del 3° ordine, e le osservazioni delle ordinate sono per ipotesi tutte della stessa precisione. In tal caso conviene evidentemente scegliere lo stesso numero di ascisse nei due sensi y, x, per limitare il campo di ogni singola perequazione, perchè altrimenti il valore perequato di z non riuscirebbe determinato con egual precisione rispetto ai due enti x, y, dai quali dipende. Supporremo inoltre che l'intervallo fra due ascisse consecutive dello stesso genere sia una costante, per modo che, considerando la funzione z come l'ordinata di una superficie, il campo del piano xy, al quale si estende la perequazione rimanga suddiviso in numero $(2n)^2$ di quadrati elementari aventi per lato l'intervallo

$$\Delta x = \Delta y.$$

Notiamo per altro che le formule seguenti sono valide anche pel caso di una suddivisione in rettangoli. Finalmente supporremo, come sempre, che la funzione z sia finita e continua e che ammetta tutte le derivate finite e continue.

Indicando con h e k due numeri intieri positivi o negativi, si avrà in generale

$$(17)\left\{\begin{aligned} z &= z(x + h\Delta x, y + k\Delta y) = z_{x,y} + h\Delta x\frac{\partial z}{\partial x} + k\Delta y\frac{\partial z}{\partial y} + \\ &+ \frac{1}{1.2}\left\{h^2\Delta x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2hk\Delta x\Delta y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} + k^2\Delta y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\} + \\ &+ \frac{1}{1.2.3}\left\{h^3\Delta x^3\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + 3h^2k\Delta x^2\Delta y\frac{\partial^3 z}{\partial x^2\partial y} + 3hk^2\Delta x\Delta y^2\frac{\partial^3 z}{\partial x\partial y^2} + k^3\Delta y^3\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}\right\} + \\ &+ \frac{1}{1.2.3.4}\left\{h^4\Delta x^4\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + 4h^3k\Delta x^3\Delta y\frac{\partial^4 z}{\partial x^3\partial y} + 6h^2k^2\Delta x^2\Delta y^2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2\partial y^2} + \right. \\ &\left. + 4hk^3\Delta x\Delta y^3\frac{\partial^4 z}{\partial x\partial y^3} + k^4\Delta y^4\frac{\partial^4 z}{\partial y^4}\right\} + 5^{\circ}\text{ ordine.}\end{aligned}\right.$$

Rappresentando ancora con Z la media aritmetica dei $(2n+1)^2$ valori sperimentali di z corrispondenti ai diversi punti del piano x, y dati dalla combinazione di una qualunque delle $(2n+1)$ ascisse x con una qualunque delle $(2n+1)$ ascisse y considerate, sarà

$$(18) \qquad Z = \frac{1}{(2n+1)^2}\sum_{h=-n}^{h=+n}\sum_{k=-n}^{k=+n} z_{h,k},$$

e quindi, facendo uso dello sviluppo (17), si otterrà facilmente:

$$(2n+1)^2 Z = (2n+1)^2 z_{x,y} + (2n+1)\,\Delta x \frac{\partial z}{\partial x}\sum_{-n}^{+n} h + (2n+1)\,\Delta y \frac{\partial z}{\partial y}\sum_{-n}^{+n} k +$$

$$+\frac{1}{1.2}\left\{(2n+1)\,\Delta x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\sum_{-n}^{+n} h^2 + 2\,\Delta x\,\Delta y \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}\sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k + (2n+1)\,\Delta y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\sum_{-n}^{+n} k^2\right\} +$$

$$+\frac{1}{1.2.3}\left\{(2n+1)\,\Delta x^3 \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}\sum_{-n}^{+n} h^3 + 3\,\Delta x^2 \Delta y \frac{\partial^3 z}{\partial x^2\,\partial y}\sum_{-n}^{+n} h^2 \sum_{-n}^{+n} k +\right.$$

$$\left.+ 3\,\Delta x\,\Delta y^2 \frac{\partial^3 z}{\partial x\,\partial y^2}\sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k^2 + (2n+1)\,\Delta y^3 \frac{\partial^3 z}{\partial y^3}\sum_{-n}^{+n} k^3\right\} +$$

$$+\frac{1}{1.2.3.4}\left\{(2n+1)\,\Delta x^4 \frac{\partial^4 z}{\partial x^4}\sum_{-n}^{+n} h^4 + 4\,\Delta x^3 \Delta y \frac{\partial^4 z}{\partial x^3\,\partial y}\sum_{-n}^{+n} h^3 \sum_{-n}^{+n} k +\right.$$

$$\left.+ 6\Delta x^2 \Delta y^2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2\,\partial y^2}\sum_{-n}^{+n} h^2 \sum_{-n}^{+n} k^2 + 4\Delta x\,\Delta y^3 \frac{\partial^4 z}{\partial x\, d y^3}\sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k^3 + (2n+1)\,\Delta y^4 \frac{\partial^4 z}{\partial y^4}\sum_{-n}^{+n} k^4\right\} + 5^{\circ}\,\text{ordine.}$$

Si ha per altro

$$\sum_{-n}^{+n} h = \sum_{-n}^{+n} k = \sum_{-n}^{+n} h^3 = \sum_{-n}^{+n} k^3 = \sum_{-n}^{+n} h^5 = \sum_{-n}^{+n} k^5 = \ldots = 0$$

$$\sum_{-n}^{+n} h^2 = \sum_{-n}^{+n} k^2 = 2\,(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2) = 2\,S_2$$

$$\sum_{-n}^{+n} h^4 = \sum_{-n}^{+n} k^4 = 2\,(1^4 + 2^4 + \ldots + n^4) = 2\,S_4$$

e perciò possiamo scrivere semplicemente:

$$(19)\quad \begin{cases} (2n+1)^2 Z = (2n+1)^2 z_{x,y} + (2n+1)\,S_2\left(\Delta x^2 \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \Delta y^2 \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) + \\ + \dfrac{1}{12}\left((2n+1)S_4 \Delta x^4 \dfrac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 12 S_2 S_2 \Delta x^2 \Delta y^2 \dfrac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + (2n+1) S_4 \Delta y^4 \dfrac{\partial^4 z}{\partial y^4}\right) + 6^{\circ}\,\text{ordine.} \end{cases}$$

11. Teoreticamente parlando questa formula risolve già il problema della perequazione parabolica di un ordine qualunque per una funzione di due variabili, osservata in punti discreti equidistanti colla stessa precisione, giacchè i valori delle derivate $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^4 z}{\partial x^4}$ ecc., le quali nella (19) si riferiscono al punto x, y medio, possono esser dedotti sperimentalmente con sufficiente approssimazione, per mezzo delle note formule interpolatrici, estese alle funzioni di due variabili. Ma in pratica il calcolo di queste derivate per tutti i punti da perequare riuscirebbe intollerabilmente laborioso, e anche piuttosto incerto a causa degli errori di osservazione. Conviene quindi seguire un altro metodo, analogo a quello indicato dal prof. Schiaparelli pel caso di una funzione di una sola variabile. Perciò osserviamo che, a meno delle quantità di 4° ordine, si ha:

$$z_{x_n, y_n} + z_{x_n, y_{-n}} + z_{x_{-n}, y_n} + z_{x_{-n}, y_{-n}} = 4\,z_{x,y} + 2\,n^2\left(\Delta x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \Delta y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right),$$

e quindi, se poniamo per semplicità di notazione,

$$z_{n,n} + z_{n,-n} + z_{-n,n} + z_{-n,-n} = z_{4n}\,,$$

la (19) si riduce a

$$z = \mathrm{Z} - \frac{\mathrm{S}_2}{2\,n^2\,(2\,n+1)}(z_{4n} - 4\,z_0) + 4^{\circ}\text{ ordine}\,,$$

ed, esprimendo S_2 in funzione di n per mezzo della nota relazione

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2\,n+1)}{6}\,,$$

si avrà

$$z = \mathrm{Z} - \frac{n+1}{12\,.\,n}\,\{\, z_{4n} - 4\,z_0 \,\} + 4^{\circ}\text{ ordine}\,,$$

ove nel secondo membro z_{4n} e z_0 indicano dei valori che non sono conosciuti se non approssimativamente dalle osservazioni fatte. Però la formula (19) mostra come gli z veri, astrazion fatta dagli errori di osservazione, non differiscono dagli z perequati linearmente se non per quantità del 2° ordine, quindi a meno del 4° ordine si può porre finalmente

$$(20)\qquad z = \mathrm{Z} - \frac{n+1}{3\,n}\left\{\frac{\mathrm{Z}_{4n}}{4} - \mathrm{Z}\right\},$$

che è la formula di perequazione che volevamo stabilire.

12. Non sarebbe difficile estendere la (20) al caso della perequazione di una funzione di un numero qualunque di variabili: per esempio pel caso di tre variabili si troverebbe che è ancora applicabile la formula (20) stessa, quando al valore di $\frac{z_n}{4}$ si sostituisca la media dei valori che prende z agli otto vertici del cubo, al quale corrisponde il campo perequatorio rispetto alle tre variabili. Ma piuttosto cercherò qui ancora il peso che si deve attribuire al valore z perequato per mezzo della (20); peso che si deduce subito dalla nota formula generale

$$(21)\qquad \frac{1}{p_t} = \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2}{p_x} + \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2}{p_y} + \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2}{p_z} + \ldots$$

nella quale $x, y, z, \ldots$ rappresentano le osservazioni indipendenti, ossia, nel caso nostro, le ordinate osservate. Se si sostituiscono alle Z perequate i loro valori in funzione delle z, e si introduce il simbolo Σ_k per indicare la somma di k ordinate indipendenti, alla (20) può esser data la forma simbolica

$$(2n+1)^2\,z = \left(1 + \frac{n+1}{3n} - \frac{4\,(n+1)}{12.n}\right)\Sigma_1 + \left(1 + \frac{n+1}{3n} - \frac{2\,(n+1)}{12n}\right)\Sigma_{4n} - $$
$$- \frac{2\,(n+1)}{12n}\Sigma_{4n} + \left(1 + \frac{n+1}{3n} - \frac{n+1}{12n}\right)\Sigma_{4n^2} - \frac{n+1}{12n}\Sigma_{12n^2}\,,$$

da cui

$$z=\frac{1}{(2n+1)^2}\left\{\Sigma_1+\frac{7n+1}{6n}\Sigma_{4n}-\frac{n+1}{6n}\Sigma_{4n}+\frac{5n+1}{4n}\Sigma_{4n^2}-\frac{n+1}{12n}\Sigma_{12n^2}\right\},$$

ove Σ_1, Σ_{4n}, Σ_{4n}, Σ_{4n^2}, Σ_{12n^2} rappresentano delle quantità indipendentemente osservate coi pesi $1, \frac{1}{4n}, \frac{1}{4n}, \frac{1}{4n^2}, \frac{1}{12n^2}$. Si avrà pertanto

$$\frac{1}{p_z}=\frac{1}{(2n+1)^4}\left\{1+\frac{(7n+1)^2}{9n}+\frac{(n+1)^2}{9n}+\frac{(5n+1)^2}{4}+\frac{(n+1)^2}{12}\right\}=\frac{57n^3+74n^2+28n+2}{9n(2n+1)^4}.$$

In questo genere di calcoli il peso è sempre cercato e determinato con una precisione assai grossolana, e d'altra parte il numero n non è minore di 2; si può quindi porre con sufficiente approssimazione in ogni caso

$$\frac{1}{p}=\frac{57n^2+74n+28}{9\,(2n+1)^4}$$

e nella maggior parte dei casi, e per $n>3$,

$$\frac{1}{p}=\frac{6\,(n+1)^2}{(2n+1)^4}.$$

RELAZIONE

letta dal Socio TRINCHESE, relatore, a nome anche del Socio TODARO nella seduta del 5 maggio 1889 sulla Memoria del dott. WLADIMIRO SCHIMKEWITSCH intitolata: *Sur les Pantopodes, recueillis par M. le lieutenant G. Chierchia pendant le voyage de la Corvette « Vettor Pisani » en 1882-1885.*

« Questa Memoria nella quale sono descritte e rappresentate in nitide figure alcune nuove specie di Pantopodi raccolti presso la costa dell'America meridionale dal tenente di vascello sig. Gaetano Chierchia, è un notevole contributo alla conoscenza delle forme di questi animali e della loro distribuzione geografica. Il lavoro essendo assai ben condotto, la vostra Commissione lo crede degno di essere pubblicato negli Atti dell'Accademia insieme alla tavola che lo illustra ».

Sur les Pantopodes, recueillis par M. le lieutenant G. Chierchia pendant le voyage de la Corvette : « Vettor Pisani » en 1882-1885

par WLADIMIR SCHIMKEWITSCH.

Tous les Pantopodes, recueillis pendant le voyage du « Vettor Pisani », ont été trouvés près de la côte de l'Amérique du Sud :

Près des îles Abrolhos (1882) à une profondeur de 43 m. on a trouvé : *Phoxichilus charybdaeus* Dohrn 1 spécimen ♀ ; *Pallenopsis fluminensis* Kr. (sp.) 1 sp. ♂ ; sur la plante natante *Tanystylum Dohrnii* n. sp. 3 spécimens ♂.

Près du cap de las Vergenes (Capo Vergini) (1882, X) : sur le Macrocystis on trouve un spécimen ♂ du *Nymphon gracile* Leach.

Dans le détroit de Magellan (1882) on trouve une femelle non maturée du *Pallenopsis fluminensis* Kr.

Près des îles Chonas à une profondeur de 10 m. se trouvent: *Tanystylum Chierchiae* n. sp. 1 spécimen ♂ ; *Ammothea Wilsoni* n. sp. 2 femelles adultes, 1 mâle adulte et de nombreux spécimens non maturés (14) ; 1 spécimen ♀ non maturé de *Phoxichilidium* sp.

Près de Porto Lagunas à une profondeur de 10 m. se trouvent: *Phoxichilidium longicolle* Dohrn 1 spécimen ♀ ; *Ammothea Wilsoni* n. sp. 1 spécimen ♀.

Dans le golfe de Panama (1884, II) on trouve 1 spécimen ♀ du *Tanystylum calicirostre* n. sp.

Tanystylum Dohrnii n. sp. (figs. 1, 2, 3 et 4).

Hab. près des îles Abrolhos.

3 spécimens ♂ ; longueur du corps (incl. rostrum) = 1, 2 mm. ; longueur de l'appendice IV-VII 3 mm.

Le corps arrondi (fig. 1), clypéiforme, privé d'épines et de poils.

Les excroissances latérales (figs. 1 et 2) sont réunies entr'elles, et chacune porte sur le bord antérieur et sur le bord postérieur un tubercule arrondi, qui s'appose au tubercule de l'excroissance voisine. Le tubercule antérieur est plus grand et pourvu d'une faible épine. Le bord antérieur de l'excroissance pour l'appendice IV et le bord postérieur de celle pour l'appendice VII sont privés de tubercules.

La trompe (fig. 1), dont la longueur est presque égale à celle du corps proprement dit (incl. les excroissances latérales postérieures), est conique, et présente des

faibles élargissements dans la partie antérieure et au milieu. Le squelette interne de la trompe forme deux faibles gonflements au niveau de ces élargissements.

Le bord antérieur du *segment oculifère* forme un collet au-dessus de la base de la trompe, qui s'attache sur la face inférieure du segment.

Le tubercule oculifère (fig. 1), placé près du bord antérieur du segment, est bas, arrondi; les yeux sont bien développés et assez éloignés entr'eux.

L'abdomen est dirigé vers le haut, cylindro-conique. Sa longueur est très-variable. La longueur de l'abdomen d'un spécimen est presque égale à celle du corps proprement dit, excl. les excroissances latérales postérieures. La partie postérieure de l'abdomen porte sur la face dorsale — une paire sur les bords latéraux — trois paires d'épines minces.

Les appendices de la I paire (fig. 1) présentent deux tubercules allongés, arrondis sur l'extrémité antérieure, où on aperçoit une épine.

Les appendices de la II paire (fig. 1) sont 6-articulaires, presque de la même longueur que la trompe (incl. sa partie basale, placée au-dessous du segment oculifère). Le premier article est très-court, presque arrondi, privé d'épines; le second est un peu plus long que le premier et porte une épine extérieure; le troisième est arrondi, privé d'épines; le quatrième est très-long, plus long que les trois premiers articles ensemble, et présente dans sa partie antérieure un rétrécissement léger et un gonflement terminal; sur sa partie basale on aperçoit deux épines, dont l'extérieure est plus longue; on voit quelques épines sur le bord distal de cet article; le cinquième article est un peu plus long que le second et plus élargi dans sa partie basale; il forme une saillie interne pourvue d'épines, et porte des épines sur la face extérieure; le sixième article est presque de la même longueur que le cinquième, et porte de nombreuses épines sur la face extérieure et sur le bord antérieur; il est de même largeur que la partie terminale, rétrécie, du cinquième article et courbé vers l'intérieur.

Les appendices de la III paire (fig. 3) sont 10-articulaires, et la largeur de leurs articles va en diminuant vers l'extrémité distale. Le premier article est très-court, plus large que long; le second et le troisième sont une fois et demie aussi longs que le premier; le quatrième et le cinquième sont les plus longs, deux fois aussi longs que le premier; le sixième est presque de la même longueur que le premier et porte plusieurs épines sur le bord extérieur; le septième est plus court que le sixième, et porte une épine sur le bord extérieur et une saillie allongée avec plusieurs épines sur le bord intérieur; le huitième est un peu plus court que le septième, et présente trois épines sur le bord distal; le neuvième et le dixième sont presque de la même longueur que le huitième; le neuvième porte une épine sur le bord extérieur; sur le bout distal du dixième article on aperçoit deux épines courbées, caractéristiques pour le genre *Tanystylum*. Entre le quatrième et cinquième article on aperçoit une courbure en avant, entre le huitième et le neuvième une courbure en arrière.

Les appendices de la IV à la VII paire (figs. 2 et 4) sont plus que deux fois aussi longs que le corps entier, robustes et épineux. Le premier article est court, plus élargi vers le bout distal, et porte sur le bord supérieur distal trois tubercules munis chacun d'une épine; les tubercules latéraux sont coniques, le tubercule du milieu est arrondi; au milieu du bord inférieur on voit un petit tubercule conique, privé d'épines;

le second article est de la même longueur que le premier, et porte sur le bord extérieur (postérieur) deux tubercules coniques, dont le proximal est pourvu d'une épine et le distal de deux épines; sur l'angle antérieur on voit un tubercule conique avec une épine, et sur l'angle postérieur deux épines, dont la proximale est plus faible; le troisième article est presque de la même longueur que le second, et porte sur l'angle postérieur 4 épines, sur l'angle antérieur une épine, et quelques épines très-petites sur la face inférieure.

Le quatrième article, dont la longueur est égale à celle des trois premiers articles, présente sur la face supérieure, dans la moitié distale, trois protubérances épineuses, dont celle qui occupe le bord distal est la plus grande et porte le tube excréteur des glandes (Kittdrüsen) propre aux mâles des Pantopodes. Au milieu du bord inférieur de l'article on voit la quatrième protubérance. Les épines de la protubérance supérieure distale sont plus nombreuses et plus grandes. Le bord inféro-distal porte une faible épine.

Le cinquième article est un peu plus long que le quatrième, présente une faible courbure dans sa partie basale et porte sur le bord supérieur 4 protubérances épineuses, dont la seconde et quatrième (qui occupe le bord distal) sont plus développées et plus épineuses; on voit quelques épines sur les faces extérieure, intérieure et inférieure de l'article et sur les angles distals.

Le sixième article est de la même longueur que le quatrième, et porte sur le bord supérieur trois protubérances, dont la proximale est la plus faible et moins épineuse, et celle du milieu la plus grande et plus épineuse. Le bord distal ne présente aucune protubérance, mais sur les angles distals on aperçoit des épines qui sont très-nombreuses sur l'angle intérieur.

Le septième article est le plus court de tous, et porte sur la face inférieure une grande épine courbée et plusieurs petites.

L'article tarsal est peu courbé et porte sur le bord supérieur des épines minces, qui sont les plus nombreuses sur l'angle terminal. Sur la plante du tarse on voit trois épines basilaires (Basaldornen), courbées en avant, 5-6 épines plus petites et une paire d'aiguilles devant le crochet. Le long de cette rangée médiane d'épines sont placées deux rangées de petits poils.

Les crochets secondaires n'atteignent que la moitié du crochet principal, médiocrement courbé.

Les excroissances de l'intestin pénètrent dans le septième article.

Tanystylum calicirostre n. sp. (figs. 5, 6 et 7).

Hab. Golfe de Panama.

1 spécimen ♀; longueur totale du corps 1,5 mm.; longueur de l'appendice IV-VII — 3,3.

Le corps (fig. 5) privé d'épines; la forme générale comme chez l'espèce précédente.

Les excroissances latérales (fig. 5), réunies entr'elles, portent chacune un petit tubercule arrondi placé près de l'angle antéro-extérieur.

La trompe (fig. 5), dont la longueur est presque égale à celle du corps, excl. les excroissances postérieures, se présente sous forme d'un calice renversé, et attaché par sa partie large à la face inférieure du segment oculifère. Le squelette interne s'élargit dans la partie postérieure de la trompe.

Le bord antérieur du *segment oculifère*, qui est relativement plus large que celui de l'espèce précédente, forme un collet semblable au-dessus de la base de la trompe.

Le tubercule oculifère, placé dans la partie postérieure du segment, est d'une hauteur médiocre. Les yeux sont rapprochés entre'eux.

La longueur de l'*abdomen* (fig. 5) présente deux fois la longueur des excroissances latérales postérieures; la forme de l'abdomen est cylindro-conique avec un faible rétrécissement dans la partie basale; sur la face dorsale on aperçoit trois paires d'épines, et sur les bords latéraux de la partie postérieure deux paires.

Les appendices de la I paire présentent deux tubercules aplatis presque rectangulaires, privés d'épines et très-éloignés l'un de l'autre.

Les appendices de la II paire (fig. 5) sont 6-articulaires.

Le cinquième article se trouve au niveau du sommet de la trompe. Le premier est court; le second est presque deux fois aussi long que le premier, et porte une épine sur l'angle antéro-extérieur; le troisième est de la même longueur que le second et porte trois épines au milieu; le quatrième est aussi court que le premier et porte trois épines; le cinquième est un peu plus long que le quatrième, et porte sur la partie intérieure saillante plusieurs épines: le sixième est de la même longueur que le second ou le troisième, faiblement courbé, et porte dans la partie terminale de nombreuses épines.

Les appendices de la III paire (fig. 6) sont 10-articulaires et présentent une courbure entre le quatrième et cinquième article. Les trois premiers articles sont courts, le quatrième et cinquième sont les plus longs, chacun deux fois aussi long que le second; le sixième, septième, huitième et neuvième sont courts, ovalaires; le dixième est le plus court et le plus étroit de tous et porte deux épines courbées; le neuvième en porte une. Les articles cinquième, septième et huitième portent chacun une faible épine.

Les appendices de la IV à la VII paire (fig. 7) sont plus que deux fois aussi longs que le corps entier, robustes, médiocrement épineux. Les articles quatrième et cinquième de la quatrième et cinquième paire sont plus longs que ceux de la sixième et septième, et présentent chacun une courbure en forme de *S*; la courbure des arti cles correspondants de la sixième paire est plus faible; les mêmes articles de la septième paire sont plus courts que ceux de la sixième et ne présentent aucune courbure.

Les trois premiers articles sont presque de la même longueur; le premier porte sur le bord distal deux épines latérales et une épine médiane placées sur les petits tubercules; le second article porte un tubercule extérieur avec quelques épines faibles, une faible épine intérieure et une inférieure; le quatrième article de la septième paire est un peu plus long que le second et le troisième pris ensemble, et porte de nombreuses épines sur le bord distal supérieur et quelques épines au milieu de la face supérieure. Sur

l'article cinquième au lieu de 4 protubérances, bien développées chez le *T. Dohrnii*, on n'enaperçoit que deux (seconde et quatrième), très-faibles, mais épineuses; au lieu de la première (basale) et troisième protubérance, on ne voit que deux faibles épines. Sur la face supérieure du sixième article on voit trois protubérances épineuses, mais la protubérance basale parfois (sur les pattes postérieures) n'est pas marquée. Le sixième article est le plus long de tous; le septième est le plus court; les épines des septième et huitième articles (tarsus) présentent presque la même disposition que le *T. Dohrnii*; le tarsus porte trois épines basilaires et 4-6 plus petites épines.

Les crochets secondaires mesurent un peu plus que la moitié de la longueur du crochet principal.

Tanystylum Chierchiae n. sp. (figs. 8, 9, 10 et 11).

Hab. près des Chonos.

1 spécimen ♂; longueur totale du corps 1,6 mm.; longueur de l'appendice VI et VII — 3½ et 4 mm.

Le corps comme chez les formes précédentes.

Les excroissances latérales (fig. 8), réunies entr'elles, portent chacune une épine sur le bord antérieur, et un tubercule muni de 2 ou 1 épine sur le bord postérieur. Les excroissances postérieures sont privées de tubercules.

La trompe (fig. 8), attachée au bord antérieur du segment oculifère, est conique et un peu plus courte que le corps proprement dit.

Le segment oculifère (fig. 8) ne forme pas le collet caractéristique pour les deux espèces précédentes, mais porte deux épines au-dessus de la base du second appendice.

Le tubercule oculifère est bas, arrondi, situé dans la partie postérieure du segment. Les yeux sont rapprochés entr'eux.

L'abdomen (fig. 8), dirigé vers le haut, est très-court, conique et porte de nombreuses épines, placées sur tout son contour.

Les appendices de la première paire (fig. 8) présentent deux tubercules coniques munis de quelques épines à leurs sommets, et soudés entr'eux par leurs bases sur la ligne médiane.

Les appendices de la seconde paire (fig. 8) sont 7-articulaires; le cinquième article se trouve au niveau du sommet de la trompe. Les articles premiers, troisième, cinquième, sixième et septième sont très-courts, les articles second et quatrième très-longs, le quatrième est plus long que le second; le second article porte au bord extérieur quelques épines, dont l'une est plus longue que les autres; le troisième porte une épine très-longue au même bord; le quatrième article est muni de nombreuses épines à la face extérieure et au bord distal; les articles 5-7 sont munis d'une rangée épaisse d'épines à leurs bords intérieurs et de quelques épines aux bords extérieurs.

Les appendices de la troisième paire (fig. 9) sont 10-articulaires. Le premier article est court; le second plus que deux fois aussi long que le premier; le troisième est de la même longueur que le second; le quatrième est un peu plus long

que le troisième, et le cinquième est le plus long de tous et porte au bord extérieur 4 très-petites épines, deux près du bout distal, deux près du bout proximal; le sixième article est presque de la même longueur que le premier, et porte 4 épines extérieures; le septième est plus court que le sixième et porte trois épines extérieures; les articles huitième et neuvième sont très-petits, ovalaires; le dixième est encore plus petit que le neuvième et porte deux épines sur le sommet; le neuvième porte une épine sur le bord intérieur. Cet appendice présente une courbure en avant entre le quatrième et cinquième article; les articles 8-10 sont recourbés en arrière.

Les appendices de la IV à la VII paire (fig. 11 et fig. 10) sont plus que deux fois aussi longs que le corps entier.

Des trois premiers articles le second est plus long que les autres; le premier article porte des épines assez longues sur les angles distals et sur le bord supérieur du bout distal; le second article porte des épines sur toute l'étendue du bord postérieur et sur l'angle antéro-distal plusieurs épines très-petites sont placées sur le bord inférieur et une épine sur l'angle supéro-distal; le troisième article porte de nombreuses épines, assez longues, sur le bord postérieur, et quelques épines courtes sur le bord antérieur; on aperçoit un faisceau d'épines assez longues sur l'angle inféro-distal; le quatrième article présente une courbure basale vers le haut, et porte sur le bord supérieur deux protubérances, dont l'une, occupant le bout distal de l'article, est munie de nombreuses épines; on voit de longues épines sur le bord antérieur et postérieur (fig. 10) et sur les angles distals, et quelques épines courtes sur le bord inférieur dans la partie proximale de l'article, un peu gonflée; le cinquième article, dont la longueur est égale à celle du quatrième, présente une faible courbure basale vers le bas, et porte quatre protubérances supérieures épineuses, dont la troisième est très-petite et ne porte qu'une seule épine; on aperçoit quelques épines entre les protubérances seconde et troisième; les bords antérieur et postérieur sont munis d'épines, comme dans l'article précédent; le sixième article est de la même longueur que le précédent et porte deux protubérances épineuses sur la face supérieure, et une série d'épines courtes sur la face inférieure; il est probable que la seconde (distale) protubérance de cet article correspond à deux protubérances réunies, que nous avons observées chez les espèces précédentes. Les bords antérieur et postérieur sont pourvus de nombreuses épines, comme dans les articles 4 et 5.

Les épines des articles septième et troisième (tarsus) sont disposées comme chez les autres espèces décrites, mais sur la plante du tarse on ne voit que trois épines basilaires, trois petites épines et une paire d'aiguilles. Les crochets secondaires mesurent $^2/_3$ de la longueur du crochet principal, relativement plus court que chez les autres espèces décrites plus haut.

Le tableau suivant démontre les différences de toutes les espèces connues du genre *Tanystylum* Miers (*Clotenia* Dohrn).

	[illegible]	[illegible]	Schimk.	Schimk.	Schimk.	Schimk. (3)
Les excroissances latérales	portent chacune une épine	sont privées d'épines et de tubercules	portent chacune deux grands tubercules arrondis. Le tubercule antérieur est plus grand et pourvu d'une faible épine	portent chacune sur le bord antérieur une épine, sur le bord postérieur un tubercule muni de 1-2 épines	portent chacune un tubercule, placé près de l'angle antérieur	sont privées d'épines et de tubercules
La trompe	conique	conique, légèrement ovalaire	conique et présente deux faibles renflements	conique	très-élargie dans sa partie proximale et très-etroite dans la partie distale	conique
Le bord antérieur du segment oculifère	ne s'avance pas au-dessus de la base de la trompe et est privé d'épines	s'avance sur la base de la trompe et est privé d'épines	forme un collet au-dessus de la trompe et est privé d'épines	ne s'avance pas au-dessus de la trompe; porte deux épines placées près de la base de l'appendice II	forme un collet au-dessus de la trompe et est privé d'épines	ne s'avance pas au-dessus de la trompe et est privé d'épines
Le tubercule oculifère	bas et arrondi; placé près du bord postérieur du segment	bas et arrondi; placé en avant de la base de la trompe	bas et arrondi; placé près du bord antérieur du segment	bas et arrondi; placé dans la partie postérieure du segment	d'une hauteur médiocre; placé dans la partie postérieure du segment	élevé, rétréci dans sa partie basale; élargi vers le sommet; placé au milieu du segment
L'abdomen	porte deux épines latérales; le bout distal n'est pas bifurqué	porte plusieurs épines, dont deux sont longues; le bout distal est bifurqué	porte quatre paires d'épines; le bout postérieur n'est pas bifurqué	porte de nombreuses épines sur tout son contour; le bout postérieur n'est pas bifurqué	porte cinq paires d'épines; le bout postérieur n'est pas bifurqué	porte quelques paires (4?) d'épines, dont l'une est plus longue; le bout postérieur n'est pas bifurqué
Les appendices de la I paire	en forme de deux tubercules, munis chacun d'une épine	en forme de deux tubercules triangulaires, munis de quelques épines	en forme de deux tubercules allongés, munis chacun d'une épine	en forme de deux tubercules soudés par leurs bases et munis de quelques épines	en forme de deux tubercules presque rectangulaires et privés d'épines	en forme de deux tubercules, courbés vers l'intérieur et privés d'épines
Les appendices de la II paire	sont 4-articulaires; le 2d article est le plus long	sont 6-articulaires; les articles 3e et 6e sont les plus longs	sont 6-articulaires, le 4e article est très-long; tous les autres articles sont courts	sont 7-articulaires; les articles 2d et 4e sont les plus longs	sont 6-articulaires; les articles 2, 3 et 6 sont plus longs que les 1, 4 et 5	sont 6-articulaires; le 6e article est très-long; les articles 1-5 sont courts
Les appendices de la III paire	les épines du 10e article ♀ sont simples; le 7e article est privé de saillie	les épines du 10e article sont bifurquées; le 7e article est privé de saillie	les épines du 10e article sont simples; le 7e article porte une saillie épineuse	les épines du 10e article ♀ sont simples; le 7e article est privé de saillie		
Le premier article des appendices IV-VII	porte quelques épines sur le bord antérieur (sur les angles distals d'après la fig. 4 pl. VIII de M. Dohrn)	porte quelques épines sur le bord distal	porte 4 tubercules (supérieur, inférieur et 2 latéraux), dont le supérieur et les latéraux sont munis d'une épine chacun	porte plusieurs épines sur les angles distals et sur le bord supérieur	porte trois petits tubercules munis d'une épine chacun	porte deux épines sur l'angle distal
L'article tarsale	porte 3 épines basilaires et 5 petites épines	porte 3 (2 ou 4) épines basilaires et 3 petites épines	porte 3 épines basilaires et 5-6 petites épines	porte trois épines basilaires et trois petites épines	porte 3 épines basilaires et 4-6 petites épines	porte 3 épines basilaires et 3 petites épines

(1) Auctoritate de M. Dohrn. — (2) D'après plusieurs spécimens de la collection de l'Université de Moscou. — (3) D'apres un spécimen d'origine inconnue, trouvé dans la collection de l'Université de Moscou. La description de cette espèce est publiée en russe.

Rem.: Quant au *Tanystylum styligerum* Miers, la description donnée par M. Miers (¹) pour cette espèce est trop courte et un peu insuffisante, mais il est très-probable que cette forme présente une espèce indépendante, comme on peut le voire d'après les différences suivantes :

1) « Abdomen postice processu longo styliforme desinitum » (?)

2) « Second pair (of appendages) apparently 5-jointed, with the first joint and the third very short, the 2^d, 4^th and 5^th longer ».

3) « Third pair 10-jointed, the first three joints very short, the 4^th and 5^th longer, the next four very short, the tenth minute, anguiform » (Comparez *T. Dohrnii*).

Ammothea Wilsoni n. sp. (ff. 16-23).

Hab. Portho Lagunas et près des îles Chonos.
Longueur totale du spécimen adulte ♀ — 3 3/4^mm.
Longueur de la trompe . . . . . 1 1/2^mm.
Longueur de l'abdomen . . . . . 1 ^mm.
Longueur de l'appendice VII . . . 8 1/2^mm.

J'ai trouvé dans la collection de la « Vettor Pisani » plusieurs spécimens de cette espèce, dont trois étaient des femelles adultes, l'autre le mâle adulte de dimensions plus petites que la femelle ; tout le reste consistait en spécimens (14) non maturés, avec les appendices I chéliformes.

Cette espèce se distingue parmi les autres Ammothées par la présence de deux tubercules coniques sur la face dorsale du corps [comp. *Ascor(r)hynchus* (*Barana*) *Castelli* Dohrn (sp.), *Ascor(r)hynchus orthor(r)hynchus* Hoek et les autres]. Leach dans sa description de l'*Ammothea carolinensis* Leach mentionne 3 pareils tubercules (²), mais les palpes (les appendices de la II paire) 9-articulaires (³) de cette espèce ne permettent pas de la confondre avec la nôtre, pourvue des palpes 8-articulaires.

Le corps (fig. 16) est arrondi, clypéiforme ; les segments sont soudés entr'eux ; entre les excroissances latérales pour les appendices V se trouve un tubercule conique, bifurqué vers le sommet et poilu chez la femelle ; chez le mâle et les femelles non maturée, ce tubercule ne présente pas la bifurcation mentionnée et est privé de poils ; le second tubercule conique chez la femelle et chez le mâle est placé entre les excroissances pour les appendices VI.

Les excroissances latérales (figs. 16 et 19) sont très-rapprochées entr'elles, mais les intervalles en forme de fentes étroites sont bien visibles chez le mâle et les spécimens non maturés. Les excroissances portent chacune trois tubercules coniques, dont l'un est placé sur l'angle antérieur et les deux sur l'angle postérieur de l'excroissance ;

(¹) Philos. Trans. v. 168. 1879, p. 213-214.

(²) *A. carolinensis*, « Corpore toto brunneo, testaceo, dorso tuberculis tribus trigonis; hab. Carolinae australiensis mari ». Zool. Miscel. v. 1, p. 33, 1814.

(³) « Palpi rostro longiores, 9-articulati, sub mandibulis inserti; articulo tertio longissimo ». Ibidem.

chacun de ces tubercules porte une épine. Chez les spécimens non maturés et chez le mâle on n'aperçoit que deux tubercules sur chaque excroissance (figs. 11 et 19).

La trompe (fig. 16), qui se dirige obliquement vers le bas, est presque de la même longueur que le corps proprement dit, ovalaire avec un rétrécissement dans la partie basale et avec le sommet coupé ; sur les bords de la trompe on aperçoit de petits poils.

Le bord antérieur *du segment oculifère* (figs. 16 et 19) porte deux protubérances coniques, situées au-dessus de la base de l'appendice II et munies de poils nombreux ; chez les spécimens non maturés au lieu de ces protubérances on voit deux tubercules coniques privés de poils.

Le tubercule oculifère (fig. 16) placé sur le bord antérieur du segment est très-allongé et mesure presque la moitié de l'article premier de l'appendice I; il se présente sous forme d'un cône allongé, dont le sommet est occupé par un autre cône très-bas. Les yeux sont placés sur la face postérieure et antérieure du tubercule, dans sa partie terminale. Chez le mâle le tubercule oculifère est un peu plus bas.

L'abdomen (fig. 16) est très-allongé, cylindro-conique, avec un rétrécissement annulaire dans la partie proximale, poilu ; porte deux paires d'épines sur les bords latéraux de la partie distale. Chez les spécimens non maturés l'abdomen ne présente pas de rétrécissement annulaire et ne porte qu'une seule paire d'épines.

Les appendices de la I paire (fig. 16) se composent de deux articles, dont le premier est cylindrique, allongé et atteint presque la demi-longueur de la trompe ; il porte trois tubercules coniques, munis d'une épine chacun ; l'un d'eux est placé au milieu de la face supérieure de l'article, deux autres sur son bord antérieur ; le second article est arrondi et porte chez le spécimen adulte un tubercule arrondi et un autre conique, faiblement courbé. Chez les spécimens non maturés (fig. 19) le second article chéliforme et les pinces sont très-finement dentelées sur leurs bords intérieurs.

Les appendices de la II paire (fig. 18) sont 8-articulaires ; la longueur des 5 prèmiers articles est égale à celle de la trompe. Le premier article est court, le second très-long et porte deux tubercules coniques, pourvus d'une épine sur le bord intérieur près du bout distal. On n'aperçoit pas de ces tubercules chez les spécimens non maturés, chez lesquels toutes les épines de ces appendices, placées immédiatement sur les parois des articles (non pas sur les tubercules), présentent une autre disposition, comme on peut le voir à la fig. 19.

Le troisième article est court et porte un tubercule muni d'une épine sur le bord intérieur. Le quatrième est aussi long que le second, et plus étroit dans la partie antérieure. Les articles 5-8 sont courts, le sixième est le plus long. Les articles 5-7 sont plus étroits dans la partie proximale et élargis vers le bout distal ; le huitième est ovalaire; tous ces articles portent plusieurs épines, assez longues, sur leurs bords extérieurs. Les épines de l'huitième article sont peu nombreuses.

Les appendices de la III paire (fig. 23) sont 10-articulaires ; le premier article est court, le second deux fois aussi long que le premier, le troisième est presque de la même longueur que le second, gonflé dans la partie distale ; le quatrième et le cinquième sont chacun 1 $^1/_2$ fois aussi longs que le second; les articles 6, 7, 8 et 9 sont à peu près de la même longueur, qui dépasse un peu celle du second

article. Le dixième article est très-court. Les articles 2-6 sont couverts de petits poils; le sixième porte sur son bord distal deux épines. Le septième article porte deux épines en forme de feuilles, le huitième trois épines pareilles, le neuvième n'en porte qu'une seule et le dixième deux. Le septième et le huitième sont armés, outre que d'épines en forme de feuilles, de quelques épines simples assez longues. Les trois premiers articles de l'appendice III du mâle sont relativement plus longs; les poils des articles 2-6 sont plus forts et courbés en arrière; les épines simples des articles 6-8 sont plus nombreuses.

Les appendices de la IV à la VII paire (figs. 16 et 17) sont plus que deux fois aussi longs que le corps (incl. la trompe et l'abdomen), robustes et couverts de petits poils. Des trois premiers articles chez la femelle c'est le troisième qui est un peu plus long que les autres, et c'est le second qui l'est chez le mâle adulte. Le premier article chez la femelle porte deux tubercules coniques, munis d'une épine; chez le mâle on en voit quatre (fig. 21), et les tubercules sont plus développés et poilus. Le second article présente les mêmes tubercules, et en même nombre chez la femelle (2) et chez le mâle (4) que l'article précédent; mais la paire proximale des tubercules du mâle est un peu plus petite que la distale.

Le troisième article est privé de tubercules. Des trois articles suivants le sixième est le plus long; la longueur du quatrième ou du cinquième est d'1 $^3/_4$^{mm}, celle du sixième de 2^{mm}.

Le quatrième article présente chez la femelle une courbure en forme de *s*, et porte un haut tubercule, accompagné d'une épine sur le bord supérieur du bout distal; chez le mâle (fig. 22) devant de ce tubercule peu développé se trouve un tube conique et court, qui présente le conduit excréteur des « Hiffdrüsen » de M. Dohrn. On aperçoit encore sur le bord distal trois paires de tubercules coniques; sur la face supérieure de la partie distale de l'article, deux paires; au milieu de la face ventrale, un seul tubercule. Tous les tubercules sont accompagnés d'une épine chacun (fig. 16).

Les articles cinquième et sixième (fig. 17) présentent dans la partie basale sur la face dorsale une faible protubérance pourvue d'un tubercule portant une épine. Le long de la face supérieure de ces articles on aperçoit trois séries de pareils tubercules. Sur le bord distal du cinquième article on en voit trois paires; sur le même bord du sixième article on ne voit que des simples épines.

Le long du bord inférieur du cinquième et du sixième article se trouve une série d'épines. Le long de leurs faces latérales on voit deux séries d'épines de chaque côté.

Chez les spécimens non maturés (fig. 20), à la place des séries latérales des tubercules supérieurs, on ne trouve que quelques épines sur l'article cinquième, et il n'én existent pas du tout sur l'article sixième. On ne voit non plus des épines latérales et inférieures sur les deux articles mentionnés chez les spécimens non maturés. Le septième article (fig. 17) est très-court et porte une épine mince supérieure et plusieurs épines coniques courbées sur la face inférieure.

Le tarsus, médiocrement courbé, porte sur la plante 3 épines basilaires, et 5-6 épines plus petites et une paire d'aiguilles devant le crochet.

Ce dernier est long, faiblement courbé et accompagné de deux crochets secondaires, qui sont beaucoup plus longs que la moitié du crochet principal.

On ne voit *d'œufs* que dans les articles quatrième, cinquième et sixième.

Les orifices génitaux du mâle (fig. 22) sont placés sur les protubérances longues et cylindriques du second article des appendices VI et VII. Ces protubérances sont couvertes de poils et portent quelques épines minces sur le sommet.

Les excroissances intestinales pénètrent jusqu'au bout de l'article sixième des appendices IV-VII et jusqu'au bout du premier article des appendices I.

L'intestin abdominal forme dans sa partie postérieure deux renflements, séparés par un rétrécissement étroit (fig. 16).

Cette forme est plus rapprochée de toutes les espèces connues à l'*Ammothea echinata* Hodge (= *A. fibulifera* Dohrn = *A. brevipes* Hodge).

Parmi les Ammothées décrites dans le dernier temps, l'*Ammothea longicollis* de M. Haswell [1] doit être rapportée au genre *Eurycyde* Schiödte (*Ascor(r)hynchus* Sars, *Barana* Dohrn, *Zetes* Kr., *Gnamptor(r)hyncus* Böhm, *Scaeor(r)hyncus* Wilson, *Parazetes?* Slöter).

Pallenopsis fluminensis Kr. sp. (figs. 29-31).

Phoxichilidium fluminense Kroyer — *Bidrag til Kundskab* etc. Natuch. Tidskr. v. 1, 1845, p. 124, Taf. I, f. 1 a-f.

Pallene fluminensis Kr. — Böhm, Monatsber. der k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1879, p. 180, Taf. 1, f. 4-4f.

Phoxichilidium fluminense Kr. — Hoek, *Rep. on the scient. results of the voy. of Challenger* 1881, p. 81-2, pl. XIV, f. 1-4.

Habitantes près de Rio de Janeiro (Kroyer), le détroit de Magellan (Böhm [2], expédition de la « Vettor Pisani ») près la côte de la Patagonie (Böhm), Bahia (« Challenger »), près des îles Abrolhos (expéd. de la « Vettor Pisani »).

Malgré quelques différences, qu'on observe en comparant les deux spécimens des collections de la « Vettor Pisani » avec les descriptions des auteurs mentionnés, je considère ces deux spécimens comme appartenant à la même espèce *P. fluminensis* Kr.

Il existe une différence considérable dans les dimensions relatives des articles de l'appendice III.

D'après Kroyer « articulus quartus quintusque (de l'appendice III) longissimi ejusdem invicem longitudinis » (loc. cit. p. 124), mais sur la fig. 1 de la pl. I de cet auteur on voit que le cinquième article est plus long que le quatrième ; je trouve la même relation entre ces articles, mais beaucoup plus prononcée chez le spécimen adulte des collections de la « Vettor Pisani » (fig. 31).

D'après Böhm au contraire : « bei dem grössten Exemplar ist das vierte, leicht angeschwollene Glied, am längsten, das fünfte dagegen etwas kürzer, etwa von der Länge der zweiten, an seinem Ende verbreiterten Gliedes » (loc. cit. s. 181-182).

[1] Proc. Linn. Soc. NS. Wales v. 9, p. 4, p. 1028-1029, pl. XVI, f. 1-4.

[2] *Expédition de S. M. S. Gazelle.*

Enfin selon la fig. 1 de la pl. XIV de M. Hoek, le cinquième article est un peu plus long que le quatrième. D'après la même figure de M. Hoek le second article des appendices IV-VII est 1 $^{1}/_{2}$ fois aussi long que le troisième, tandis que d'après Böhm le second article est « etwas doppelt so lang (als 3te) » et selon la fig. 1f. de la pl. I de Kroyer il est plus que deux fois aussi long que le troisième ; enfin chez notre spécimen le second article est presque trois fois aussi long que le troisième. Il existe une différence considérable entre l'armure des articles des appendices IV-VII de notre spécimen et celle du spécimen des collections de « Challenger ».

Le tubercule oculifère est décrit par Kroyer comme « exaltata, subcylindrica, apice conica ». M. Böhm mentionne aussi des « zugespitze Augenhöcker ». Chez notre spécimen adulte le tubercule oculifère porte une protubérance conique, pointue, placée au milieu de quatre yeux ; mais cette protubérance n'existe pas chez l'autre spécimen non maturé, et dans ce dernier cas le tubercule oculifère se présente sous la forme représentée par M. Hoek sur sa fig. 2 de la pl. XIV. Les auteurs ne font aucune mention des tubercules génitaux, que je trouve sur le second article des appendices VI et VII (fig. 30).

Spécimen adulte, trouvé dans le détroit de Magellan ♂.

Longueur du corps (excl. rostrum et abdomen, mais incl. les excroissances latérales postérieures)	5 $^{1}/_{4}$ mm
Longueur du rostre	2 $^{2}/_{4}$ mm
Longueur de l'abdomen	1 $^{3}/_{4}$ mm
Longueur du premier et du second article de l'appendice I	2 $^{1}/_{2}$ mm
Longueur de l'appendice IV	presque 28 mm
Longueur du premier article de l'appendice IV	$^{3}/_{4}$ mm
» second	2 $^{3}/_{4}$ mm
» troisième	1 mm
» quatrième	6 $^{1}/_{2}$ mm
» cinquième	6 $^{1}/_{2}$ mm
» sixième	8 mm
» septième et huitième	1 $^{3}/_{4}$ mm

La surface *du corps* est tuberculeuse ; les glandes sous-cuticulaires (Hautdrüsen) très-nombreuses sur la surface des appendices.

Les excroissances latérales (fig. 24) portent des épines sur leur bord distal.

La trompe (fig. 25), attachée sur la partie postérieure de la face ventrale du segment oculifère, est cylindrique et présente deux très-faibles élargissements : l'un au milieu, l'autre près du bout distal ; elle porte des poils.

Le segment oculifère (fig. 24), vu de la face dorsale, est ovalaire et plus large que les segments du corps ; il porte des appendices II en forme de deux petits tubercules, et les excroissances latérales pour les appendices III.

Le tubercule oculifère (fig. 24), placé près du bord antérieur du segment, est haut, cylindrique et porte une protubérance conique, pointue, placée entre les yeux antérieurs et postérieurs. Les yeux antérieurs sont un peu plus grands que les postérieurs.

L'abdomen présente (fig. 24) un élargissement considérable de la partie postérieure et porte, outre les poils, deux paires d'épines, dont la paire postérieure est plus longue.

Le premier et le second article *de la I paire d'appendices* sont soudés entr'eux; la soudure est marquée par plusieurs épines sur la face dorsale de l'appendice, et par une faible courbure de l'appendice vers le bas ; outre les poils, qui couvrent ces articles, le second article porte sur son bout distal élargi plusieurs épines.

Le troisième article, dirigé vers le bas, est ovalaire et porte de nombreux poils longs et tortueux sur son bord intérieur. Les pinces occupent une position horizontale, et leur branche mobile est un peu plus longue que l'autre.

Les appendices de la III paire (fig. 31) sont 10-articulaires : le premier article très-large et court, le second long et élargi vers le bout distal ; le troisième plus court que le second, la longueur du quatrième est égale à celle du second ; le troisième et le quatrième article forment une faible courbure en forme de *s* ; le cinquième est le plus long de tous ; les 6-10 vont en diminuant de longueur et le dixième est très-petit.

Les articles 2-4 portent des poils courts, le cinquième est armé d'épines, dirigées en arrière, le sixième porte de nombreux poils longs et tortueux, qui s'observent aussi sur le septième article. Les 7-10 portent des épines droites, dirigées en avant. Je n'ai pas aperçu d'épines, courbées en arrière, comme celles décrites par M. Hoek sur le sixième article du spécimen du « Challenger ».

Les appendices de la IV à la VII paire (figs. 30 et 28) sont longs et grêles ; plusieurs épines sont tortueuses ; sur le troisième article on aperçoit des épines plumiformes (« feingefiederte Haaren de Böhm ») ; sur le bord supérieur du bout distal du second article on observe de petites épines en massue, pourvues d'un canal central avec un élargissement terminal.

Le premier article est court et porte des épines sur le bord supérieur et inférieur du bout distal.

Le second article est presque trois fois aussi long que le troisième, qui est un peu plus long que le premier ; le second article porte deux protubérances sur la partie distale du bord supérieur et (sur les appendices VI-VII) un tubercule génital arrondi, couvert de petits poils, sur l'angle inféro-distal.

Les épines sont placées en deux séries latérales de chaque côté et s'agrandissent vers le bout distal, où elles sont plus nombreuses.

Le troisième article forme sur l'angle inféro-distale une protubérance, qui porte deux faisceaux de poils longs et tortueux. On aperçoit des épines latérales et plusieurs épines sur le bout distal. Des trois articles suivants, le quatrième et le cinquième sont de la même longueur, le sixième est le plus long. Ces trois articles, outre les épines sur leurs bords distals et les épines latérales, dont la disposition en rangées n'est pas prononcée assez nettement, portent des épines situées le long de leurs bords supérieurs.

Ces dernières épines sont très-petites sur le quatrième article ; elles sont longues et fortes sur le cinquième article, où elles sont disposées en trois groupes, dont les deux proximales sont placées sur deux faibles élévations du bord supérieur.

Les épines supérieures de l'article sixième sont longues et minces.

Le septième article porte quelques épines minces sur le bord supérieur et plusieurs épines inférieures, dont quelques-unes sont fortes et courbées.

L'article tarsale, faiblement courbé, outre les épines de la face supérieure, porte sur la plante quelques épines basilaires, plusieurs petites épines, qui vont en diminuant vers le bout distal et deux séries de petits poils disposés sur la plante le long de la série médiane.

Le crochet mesure la moitié de la longueur du tarse; *les crochets secondaires* mesurent presque $^2/_3$ de la longueur du crochet principal.

Le conduit excréteur des « Kittdrüsen », en forme d'un tube long et cylindrique, est placé au milieu du bord inférieur du quatrième article sur une faible élévation.

Je considère le spécimen non maturé, trouvé près des îles Abrolhos, comme une femelle non maturée de la même espèce, quoiqu'il existe entre ces deux spécimens la même relation qu'entre le *Pallenopsis patagonica* Hoek (sp.) et *P. patagonica* var. *elegans* Hoek (sp. et var.) (loc. cit. p. 84-86). La longueur du corps (excl. rostrum et abdomen) 7^{mm} [1].

Le corps est glabre, la cuticule est plus mince et transparente: les glandes sous-cuticulaires sont moins nombreuses.

Les intervalles entre *les excroissances latérales* sont plus larges.

Le tubercule oculifère est privé d'éminence conique, comme chez le spécimen de M. Hoen.

La trompe est plus courte ($2\ ^1/_4{}^{mm}$).

L'abdomen présente un pli circulaire dans la partie basale et armé comme chez le spécimen adulte (fig. 26).

Les épines placées au point de la soudure de l'article premier et second *de l'appendice I* sont peu nombreuses et situées en une seule rangée transversale.

Les appendices de la III paire d'un côté sont 7-articulaires, de l'autre côté 8-articulaires.

Le premier est beaucoup plus court (fig. 27).

Les appendices IV-VII (fig. 29) sont plus courts (26^{mm}); les relations des articles sont les suivantes:

Premier article	$^3/_4{}^{mm}$
Second	$2\ ^1/_4$
Troixième	$1\ ^1/_2$
Quatrième	6
Cinquième	6
Sixième.	7
Septième et huitième	$1\ ^3/_4$

Les épines de ces appendices sont plus nombreuses et plus développées; la disposition des épines latérales en séries longitudinales est bien prononcée. Le cinquième article porte sur son bord supérieur une série non interrompue d'épines de diverses longueurs.

[1] Il faut remarquer que les femelles des Pantopodes surpassent toujours les mâles en grandeur.

Phoxichilidium longicolle Dohrn.

Ph. longicolle Dohrn. Pantopoda, 1881, s. 177-180, t. XIII, f. 1-8.
Ph. pygmaeum Hodge sp. Hoek. Arch. de Zool. Expér. IX, 1881, p. 514-517, pl. XXVI et XXVII, f. 22-25.
? Pallene pygmaea Hodge, Ann. and Mag. of Nat. hist. 3 sér. février 1864, p. 116, pl. XIII, 16-17.

Hab. près de Plymouth (Spence Bate), près de la côte de Durham (Hodge), à Roscoff et à différents endroits de la côte néerlandaise (Hoek), golfe de Naples (Dohrn), Porto Lagunas (expédition de la « Vettor Pisani »).

On la trouve à une profondeur de 1,5-10 mètres.

M. Hoek suppose que *P. pygmaea* Hodge et *Ph. longicolle* de m. Dohrn « ne sont en vérité que des variations locales d'une même espèce » (loc. cit. Appendice, p. 539). Cette supposition est bien probable concernant le *Ph. longicolle* Dohrn et la forme décrite par M. Hoek, sous le nom de *Ph. pygmaeum* Hodge sp. Il en est autrement pour la forme décrite par Hodge. Le tarsus de *P. pygmaea*, dessiné sur la fig. 77, pl. XIII de cet auteur, se distingue profondément de celui de *Ph. longicolle* de M. Dohrn et du *Pg. pygmaeum* de M. Hoek; on ne voit sur la plante du tarse que 4 épines basilaires, 5 petites épines, et aucune trace de « Messerschneide », si caractéristique pour le *Ph. longicolle* et les autres.

La description donnée par M. Hodge est si insuffisante, que l'identification exacte de son *Pallene pygmaea* restera probablement impossible à jamais. C'est pourquoi je retiens le nom donné pour cette forme par M. Dohrn.

Dans la collection de la « Vettor Pisani » je ne trouve qu'un seul spécimen ♀ de cette espèce.

Longueur totale du corps 2^{mm}; longueur de l'appendice IV-6 $^1/_2{}^{mm}$.

1) Sur le bord supérieur du bout distal de chaque *excroissance* latérale on aperçoit un tubercule arrondi, privé d'épines. M. Dohrn n'en fait aucune mention en décrivant la forme napolitaine.

2) Les épines courbées, situées sur la plante du tarse, sont plus nombreuses chez nos spécimens (9 sur l'appendice IV, 10 sur l'appendice V, 11 sur l'appendice VI, et 6 sur l'appendice VII) que chez les spécimens de M. Dohrn (4-5), et le « Messerschneide » chez notre spécimen est relativement plus court: il occupe $^1/_4$ de l'étendue de la plante, tandis que chez la forme napolitaine il occupe $^1/_3$ de la plante. Le long de cette rangée médiane des épines courbées on aperçoit, chez notre spécimen, deux séries latérales d'épines minces et très-petites, dont M. Dohrn ne fait aucune mention.

3) La partie glandulaire des excroissances intestinales ne s'observe que dans le sixième article des pattes, mais la membrane propre à ces excroissances se prolonge jusqu'au bout distal du tarse (comp. gen. *Phoxichilus*).

Les excroissances intestinales du premier appendice sont facilement visibles dans les deux premiers tiers du premier article, mais leur membrane peut être observée jusqu'au sommet de l'article.

Phoxichilidium sp. (fig. 12-15).

Je ne donne aucun nom à un seul spécimen ♀ non maturé, trouvé près des îles Chonas, mais il se distingue facilement de toutes les espèces connues par la présence des rudiments des appendices II et III en forme de quatre petits tubercules. Il est impossible de décider si ces rudiments restent chez la forme adulte ou non.

La longueur totale du corps $2{,}1^{mm}$.

La longueur de l'appendice IV, $5\ ^1/_4$.

La longueur de l'appendice VII, $2{,}5^{mm}$.

Le corps (fig. 12) est allongé, assez large, et ne présente aucune division en segments; la surface du corps est tout à fait glabre.

Les excroissances latérales (fig. 12) portent chacune une épine sur leurs bords supérieurs; les excroissances de la VII paire ne sont pas soudées entr'elles.

La trompe (fig. 13) est très-courte, avec le bord antérieur arrondi et avec un rétrécissement au milieu de son étendue.

Le segment oculifère occupe presque un tiers de la longueur du corps proprement dit (excl. l'abdomen et la trompe), et est un peu plus large que le corps même. La trompe est insérée sur la face ventrale du segment oculifère, qui porte deux paires de petits tubercules: les rudiments des appendices de la II et III paire (fig. 13).

Le tubercule oculifère (fig. 12) placé près du bord antérieur du segment est bas, conique, et porte une éminence conique (chez ce spécimen on voit encore deux dents assymétriques sur le bord gauche du tubercule); les yeux sont rapprochés entr'eux et faiblement pigmentés.

L'abdomen (fig. 13) est long, cylindrique; sa partie distale est conique et porte deux paires d'épines, dont l'antérieure est plus longue; le bout postérieur de l'abdomen présente une faible échancrure.

Les appendices de la I paire (fig. 12, 14 et 15) sont bi-articulaires: la longueur du premier article, élargi et armé d'épines sur son bout distal, est presque égale à celle du segment suivant oculifère et du segment pris ensemble.

Le deuxième article est court et courbé vers le bas: il porte plusieurs épines sur les bords antérieur et intérieur. La branche extérieure des pinces est plus longue, courbée, et porte un poil sur le bord extérieur. La branche intérieure est plus courte et ne présente qu'une faible courbure sur son sommet.

Les appendices de la IV paire (fig. 12) sont plus que deux fois et demie aussi longs que le corps, les appendices de la VII paire sont un peu plus longs que le corps (incl. rostrum et abdomen).

Des trois premiers articles le second est le plus long, et le premier est le plus court et aussi long que les excroissances latérales du corps.

Tous les trois articles sont armés chacun de deux épines sur les angles distals.

Des trois articles suivants (4-6), le sixième est le plus long, le quatrième et le cinquième sont de la même longueur.

Tous les trois portent plusieurs épines sur leurs bords distals; on aperçoit au

milieu du bord inférieur du quatrième article deux très-petites épines, et une série d'épines sur le long du bord supérieur du cinquième article.

Le sixième article porte de nombreuses épines sur la face supérieure, et de petits poils sur la face inférieure.

Le septième article est muni d'une faible épine supérieure et d'une épine conique, courbée sur la face inférieure.

Le tarsus, très-faiblement courbé, est armé de quelques épines sur le bord supérieur et sur le bout distal.

Sur la plante du tarse on voit deux épines basilaires, placées sur une faible élévation, et 5 petites épines.

Le *crochet* principal est court, courbé, élargi au milieu de son étendue; les *crochets secondaires* ne mesurent que la moitié du crochet principal.

Les excroissances intestinales se prolongent jusqu'au bout du sixième article des appendices IV-VII.

Deux courtes excroissances pénètrent dans la partie basale de la trompe, mais se terminent au niveau des rudiments des appendices II (fig. 13).

Les excroissances intestinales pour les appendices I se rétrécissent vers le bout du premier article de cet appendice, pénètrent dans l'article suivant, où elles forment une courbure en forme de S et s'élargissent de nouveau vers le bout (fig. 15).

Les orifices génitaux et les œufs ne s'observent pas chez ce spécimen.

Si les femelles adultes de cette espèce conservent les rudiments de l'appendice II et III, elle présentera une intéressante forme transitoire entre le *Pallenopsis* Wilson et le *Phoxichidium* Milne-Edwards.

Phoxichilus charybdaeus Dohrn.

Dohrn, Pantopoda, s. 174-175, t. X, f. 7-13; t. X, ff. 14, 15, 21, 22; t. XI, f. 11, 14, 15.

Hab. la Méditerranée (Dohrn), et près des îles Abrolhos (exp. du « Vettor Pisani »). Spécimen ♀.

Longueur totale du corps	. . . . .	8^{mm}
» de la trompe	. . . . . .	4
» de l'appendice IV	. . .	18 $^1/_2$

Outre les différences mentionnées par M. Dohrn, notre spécimen se distingue du *Ph. vulgaris* Dohrn par les particularités suivantes:

1) Le *tubercule oculifère*, plus étroit dans la partie basale et gonflé vers le bout, se prolonge dans une éminence conique beaucoup plus courte et obtuse que celle du *Ph. vulgaris*.

2) Le segment oculifère est privé d'épines.

3) Les excroissances latérales sont privées de tubercules et d'épines, et sont plus longues que le premier article des IV-VII.

4) L'abdomen est privé de tubercules et d'épines.

5) Le tarsus porte 4-5 épines basilaires et 8 épines plus petites.

6) On observe encore quelques différences dans l'armure des articles second et troisième des appendices IV-VII.

Nymphon gracile Leach (Johnston).

N. gracile Leach, Zool. Miscel. I, 1814, p. 45, pl. XIX, f. 1.
Johnston, Mag. of Zool. and Botany I, 1836, p. 280, pl. XII, f. 9-12.
Hoek, Niederl. Arch. f. Zool. III, 1877, p. 243, pl. XV, f. 11-13.
Idem, Arch. de Zool. Expérim. IX, 1881, p. 498-501, pl. XXIII, f. 1-5.

Hab. M. Hoek dit sur ce point: « Aussi je n'hésite pas à dire que je ne sais, en pleine certitude, que deux endroits où notre espèce se trouve; c'est la côte de l'Angleterre, d'après les observations de M. Johnston, et la côte néerlandaise, d'après mes propres observations » (loc. cit. p. 501). Pendant le voyage de la « Vettor Pisani » un spécimen ♂ s'en est trouvé (sur le *Macrocystis*) près du Cap de las Vergenes (Capo Vergini).

Il ne faut pas confondre cette espèce avec le *N. gracile* de Milne-Edwards et de Grube, nommé par M. Hoek *N. gallicum* (loc. cit. 501).

Les descriptions de Leach et Johnston sont loin d'être en concordance. D'après Leach les appendices de la II paire sont 6-articulaires (v. la description du genre *Nymphum*, donnée par cet auteur d'après les observations sur le *N. gracile* et *N. femoratum*, loc. cit. p. 45).

D'après Johnston: « palpi filiform, 4-jointed; the two basal joints elongated, the others short and hispid » (loc. cit. p. 280).

Il est très-probable que M. Johnston n'ait pas aperçu les premiers articles des palpes.

La longueur totale d'un seul spécimen ♂ de la collection de la « Vettor Pisani » est de 2 $^3/_4$mm; la longueur des appendices IV-VII, 9-9$^1/_4$mm. Les pattes orifères (les appendices III) portent quatre paquets d'œufs.

Quant au nombre des épines en forme de feuilles, M. Hoek dit: « Die Zahl der Blättchen zeigte bei den verschiedenen Exemplaren kleine Schwankungen, in dem 7te, 8te, 9te und 10te Glied bei dem einen, resp. 9, 7, 7 und 7, und bei dem anderen (vielleicht ein mehr ausgewachsenes Exemplar), 11, 10, 9 und 9 Blättchen trug » (loc. cit. p. 243). Chez notre spécimen on n'aperçoit que 9, 8, 8 et 8 épines en forme de feuilles.

Le crochet principal de l'appendice IV-VII chez notre spécimen est plus court que chez le spécimen de M. Hoek.

Les excroissances intestinales pour le premier appendice forment deux petits prolongements, qui présentent probablement les rudiments des excroissances intestinales destinées pour la trompe.

EXPLICATION DE LA TABLE

Tanystylum Dohrnii n. sp.

Fig. 1. *Tanystylum Dohrnii* ♂ ; l'abdomen est détaché.
» 2. L'excroissance latérale et le 1er article de l'appendice V du même animal.
» 3. L'appendice III du même animal ♂ .
» 4. Patte-mâchoire, vue du côté extérieur (postérieur).

Tanystylum calicirostre n. sp.

Fig. 5. Animal, vu par dessus ♂ .
» 6. L'appendice III du même spécimen.
» 7. Patte-mâchoire (VII) du même spécimen.

Tanystylum Cherchiae n. sp.

Fig. 8. Animal, vu par dessus ♂.
» 9. L'appendice III du même spécimen.
» 10. Quatre premiers articles d'une patte-mâchoire, vus par dessus.
» 11. L'appendice VI (les épines latérales ne sont pas figurées).

Phoxichilidium sp. forme non maturée.

Fig. 12. Animal, vu par dessus.
» 13. Partie antérieure du corps, vue du côté ventral.
» 14. Le dernier article de l'appendice I du côté droit, vu par dessous.
» 15. Partie terminale de l'appendice I du côté gauche, vue par dessous.

Ammothea Wilsoni n. sp.

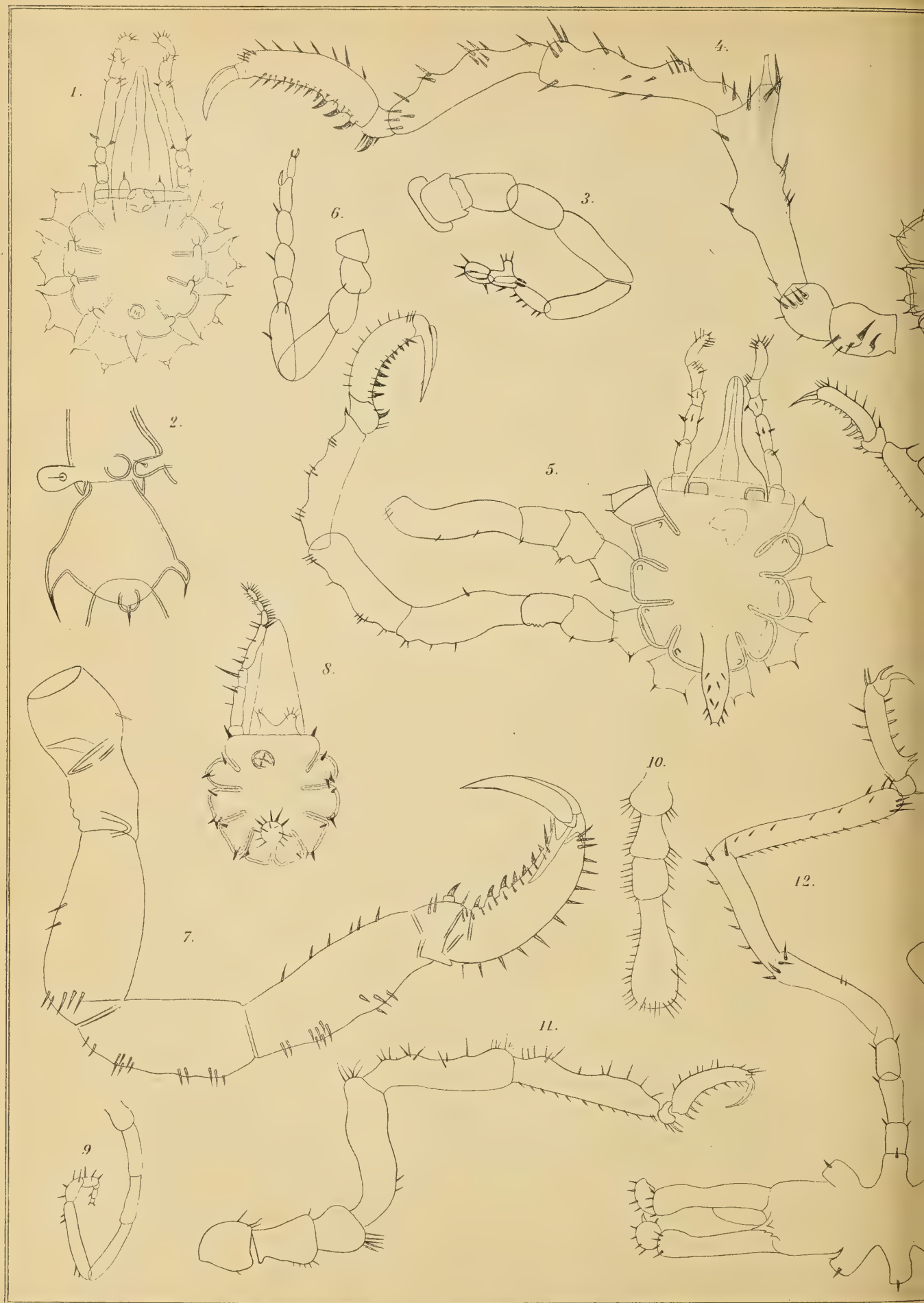
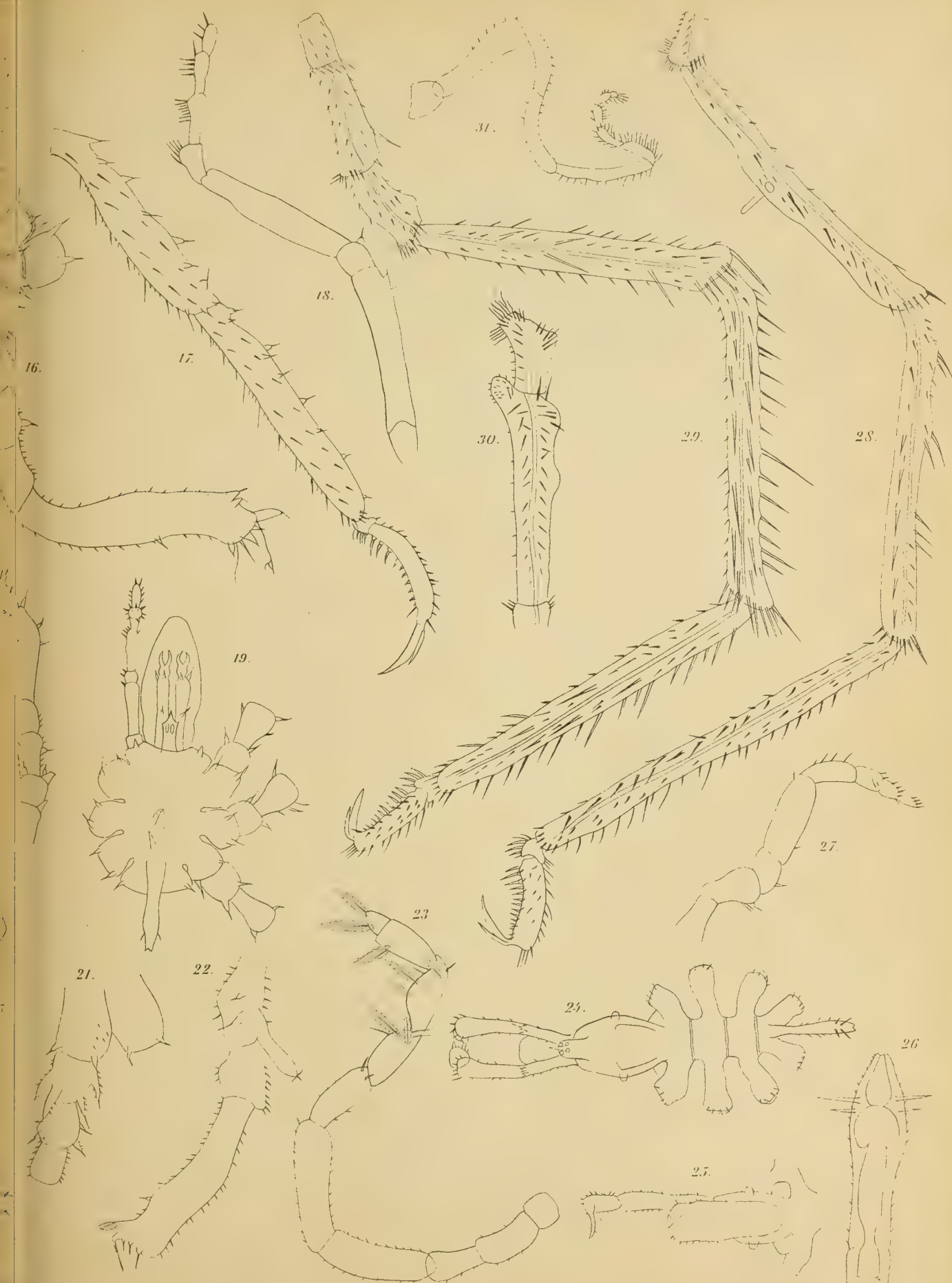
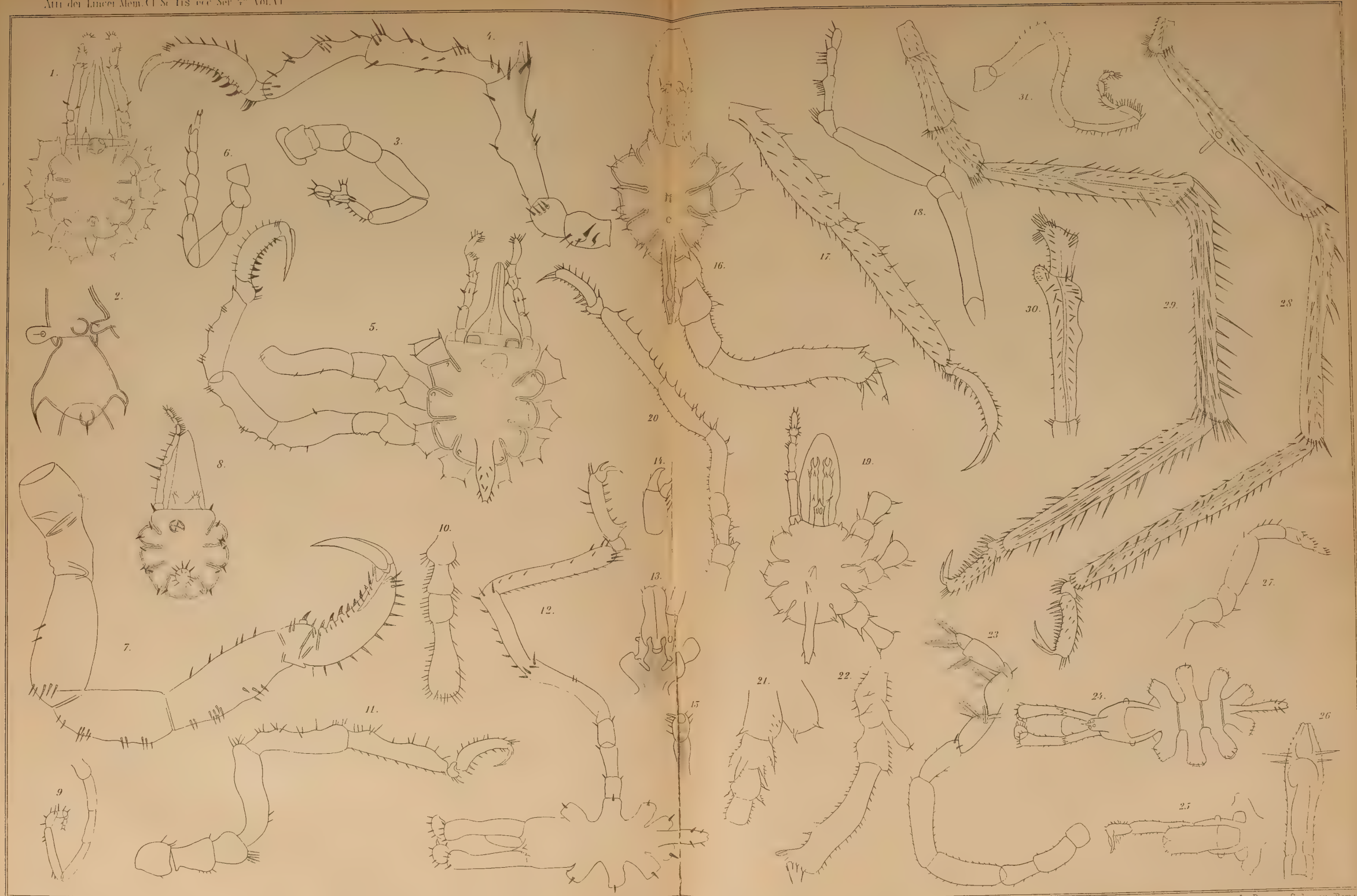
Fig. 16. Femelle adulte, vue par dessus.
» 17. Les derniers articles de l'appendice II du même spécimen.
» 18. L'appendice II du côté droit, vu par dessous (le même spécimen).
» 19. Animal non maturé vu du côté dorsal.
» 20. Patte-mâchoire d'un mâle non maturé.
» 21. Excroissance latérale et trois premiers articles d'une patte-mâchoire du mâle, vus du côté dorsal.
» 22. Les articles 2-4 de l'appendice VI du mâle.
» 23. L'appendice III d'une femelle adulte.

Pallenopsis fluminensis Kr. (sp.).

Fig. 24. Animal adulte ♂, vu du côté dorsal.
» 25. Partie antérieure du même spécimen, vue du côté ventral.
» 26. Abdomen d'un spécimen non maturé ♀.
» 27. L'appendice III d'un spécimen non maturé ♀.
» 28. Patte-mâchoire d'un spécimen adulte ♂.
» 29. Patte-mâchaire d'un spécimen non maturé ♀.
» 30. Les articles 2e et 3e d'une patte-mâchoire du spécimen adulte ♂.
» 31. L'appendice III d'un spécimen adulte ♂.

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9
10.
11.
12.

Lit Bruno e Salomone, Roma

Lit. Bruno e Salomone, Roma

RELAZIONE

letta dal Socio A. Cossa, relatore, a nome anche del Socio Cannizzaro nella seduta del 17 novembre 1889 sopra la Memoria presentata dal dott. Clemente Montemartini, intitolata: *Sulla determinazione quantitativa dell'acido borico.*

« La determinazione quantitativa del boro, specialmente nelle combinazioni complesse, è uno dei ploblemi più difficili della Chimica analitica. La letteratura chimica manca ancora di un diligente lavoro di revisione col quale siano sperimentalmente esaminati i diversi metodi proposti per la determinazione del boro. Coll'intento appunto di togliere questo difetto il dott. Montemartini ha intrapreso una lunga serie di accuratissime ricerche sperimentali i di cui risultati accompagnati da assennate osservazioni formano l'argomento della Memoria presentata all'Accademia.

« Dalle sue ricerche il Montemartini conchiude che tra tutti i metodi proposti per la determinazione del boro, quello di Gooch basato sulla eliminazione del boro allo stato di etere metilborico e sulla successiva sua fissazione sotto forma di borato di calcio, è fra tutti il più esatto e può essere applicato all'analisi di composti boriferi molto complessi, quale è a cagion d'esempio la datolite.

« Il dott. Montemartini appoggiandosi a proprie esperienze ha pure proposto delle razionali modificazioni al metodo di Gooch per renderlo adatto anche alla separazione ed alla determinazione diretta del boro dal fluoro.

« La Memoria del dott. Montemartini è pregevole, così per l'importanza dell'argomento come per il modo lodevole col quale esso fu trattato, e la Commissione pertanto propone che essa sia pubblicata negli Atti dell'Accademia ».

Sulla determinazione quantitativa dell'acido borico.

Memoria del dott. CLEMENTE MONTEMARTINI.

1. Le proprietà dell'acido borico e dei composti del boro rendono molto difficile un'esatta determinazione di quest'acido, e si può giustamente affermare che il problema della determinazione diretta dell'acido borico non ricevette una soluzione soddisfacente che in questi ultimi anni.

Tutti i borati che si possono ottenere da soluzioni per via di precipitazione, oltre ad essere non perfettamente insolubili, offrono l'inconveniente maggiore di avere una composizione variabile a seconda delle concentrazioni e delle quantità rispettive delle soluzioni messe in presenza. Si deve poi aggiungere che tali borati sono decomposti dall'acqua, la quale esportando acido borico e borati acidi, lascia come residuo dei borati basici ed alle volte persino dell'ossido che era combinato all'acido. Quasi tutti gli acidi, ed in date condizioni anche il carbonico, spostano a freddo completamente l'acido borico dalle sue combinazioni; ma da una soluzione acquosa, e molto meno se alcoolica, non si può colla semplice evaporazione sino a siccità arrivare alla determinazione dell'acido perchè i vapori acquosi ed alcoolici ne trascinano parte. Tra i sali in cui il boro entra come radicale complesso se ne trovano dei ben definiti e facili ad ottenersi, nessuno però si presta per la sua insolubilità ad un'esatta determinazione quantitativa del boro.

Per questi fatti i vecchi metodi di determinazione dell'acido borico sono tutti difettosi. Se con qualcuno di tali metodi si arriva con moltissima abilità ad eliminare una difficoltà, si inceppa in un'altra, così che se si può avere una determinazione appena discreta, essa vale solo in determinate circostanze, e nessuno dei metodi dà un procedimento di separazione generale. Pertanto quando in una sostanza si riscontrava l'acido borico, si preferiva determinarlo per differenza, come è facile convincersene esaminando i repertori del Dana [1] e del Rammelsberg [2]; si addossavano così al boro tutti gli errori dell'analisi.

In questa Memoria esporrò insieme ad uno studio critico e sperimentale dei varî metodi proposti per la determinazione dell'acido borico, alcune esperienze riguardanti la separazione degli acidi borico e fluoridrico.

2. I metodi proposti per la determinazione dell'acido borico si possono distinguere in tre gruppi: 1° metodi indiretti o per differenza; 2° metodi nei quali l'acido borico

(1) *A System of Mineralogy.* London, 1883.
(2) *Handbuch der Mineralchemie.* Leipzig, 1875.

viene separato e dosato sotto forma di un borato o di qualche altro composto; 3° metodi nei quali prima si isola l'acido borico il quale poi viene fissato con qualche speciale artifizio.

Metodi indiretti o per differenza.

3. *Metodo di Arfwedson.* — Arfwedson (1) propose un metodo indiretto generale che consiste nell'eliminare il boro sotto forma di fluoruro di boro. Egli raggiunge questo scopo aggiungendo alla sostanza da analizzare una quantità pesata di fluoruro di calcio, poscia dell'acido solforico e pesando i solfati che ne risultano. Berzelius (2) semplificò il metodo sostituendo al fluoruro di calcio dell'acido fluoridrico e scacciandolo poi con acido solforico. Secondo Rose (3) anche col riscaldamento con fluoruro d'ammonio si può eseguire l'eliminazione del boro.

Il metedo di Arfwedson seguito in moltissime analisi di minerali ed il cui uso si consiglia nei manuali d'analisi chimica di Rose e Fresenius (4) fu riproposto in questi ultimi tempi da Hefelmann (5).

Metodo di Gmelin. — In quest'altro metodo indiretto proposto da Gmelin (6) si elimina il boro convertendolo in etere borico. A tale intento si riduce la sostanza da analizzare ad una miscela di cloruri e d'acido borico che si pesa e dalla quale si scaccia quest'ultimo aggiungendo acido cloridrico ed alcool ed accendendo. Conviene notare che, operando come indica Gmelin, è impossibile avere tutto l'acido borico insieme ai cloruri. Rose poi (7) in proposito di questo metodo osservò che l'uso dell'acido solforico invece del cloridrico favorisce e completa la formazione dell'etere borico; inoltre avvertì che giova far bollire l'alcool non essendo una lenta evaporazione troppo favorevole alla totale eliminazione del boro.

Metodo di Rose. — Nei casi in cui si abbia una soluzione di acido borico isolato si può anche usare il seguente metodo indiretto proposto da Rose (8). La soluzione borica viene tirata a secco e calcinata con alcune precauzioni in presenza di una quantità pesata di carbonato di sodio e nel prodotto della calcinazione viene determinato l'acido carbonico. L'osservazione fatta dallo stesso Rose (9) che l'acido borico non sposta interamente l'acido carbonico se non quando si calcina il residuo dell'evaporazione, mostra che con questo metodo si hanno presso che tutti gli inconvenienti che si avrebbero evaporando addirittura a siccità la soluzione d'acido borico e pesando il

(1) Scheweigger's Journal. Vol. XXXVIII, pag. 1, 1823.

(2) Pogg. Ann. Vol. II, pag. 128, 1824.

(3) *Chimie analitique.* Vol. II, pag. 945. Paris, 1862.

(4) Rose, *Chimie anal.* Vol. II, pag. 944. Paris, 1862. — Fresenius, *Anleit. zur quant. chem. Analyse.* Vol. I, pag. 425. Braunschweigg, 1876.

(5) Pharm. Centralb. 1888, pag. 116. Non ebbi di questa pubblicazione che un sunto sui Jahrb für Chem. Teck, 1888, pag. 544.

(6) Pogg. Ann. Vol. IX, pag. 172, 1827.

(7) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 270, 1850.

(8) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 268, 1850.

(9) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 268, 1850.

residuo. Stromeyer ([1]) osservò che con tale procedimento si possono avere risultati mediocri solo per corpi molto ricchi in boro.

Il medoto di Rose fu modificato da Schaffgotsch ([2]). Esso trovò che l'acido borico alla temperatura della fusione può spostare tutto l'acido carbonico dai carbonati alcalini, quando per due equivalenti d'acido si impiega da uno a due equivalenti di alcali. Se pertanto si conosce approssimativamente la quantità d'acido borico si può, usando una conveniente quantità di carbonato di sodio, risparmiare la determinazione d'acido carbonico voluta dal metodo di Rose. Con questa semplificazione non si tolgono però al metodo gli inconvenienti derivanti dalla perdita per evaporazione.

Metodo di Schweizer. — Schweizer ([3]) riduce a cloruri le basi dei borati solubili nell'acido cloridrico, tira a secco e nel residuo determina il cloro.

Metodi nei quali l'acido borico viene separato e dosato sotto forma di un borato o di qualche altro composto.

4. I metodi coi quali il boro viene separato come borato od altro composto che non sia l'acido borico furono di frequente trovati difettosi dagli stessi chimici che li proposero. Gmelin ([4]) avendo tentato di precipitare il boro dal borace con acetato di bario e di pesare il precipitato ottenuto, ebbe risultati inferiori al vero anche operando in presenza di alcool. Più tardi ([5]) riconobbe di avere ritenuto il borato di bario per meno solubile di ciò che in realtà esso sia e dichiara inservibile questo metodo proponendo invece di precipitare l'acido borico combinato ai soli alcali con nitrato di piombo dopo però di avere bene neutralizzati gli alcali con acido nitrico. Gmelin nella Memoria nella quale propone questo procedimento non dà risultati numerici, promette solo di occuparsi della questione. Non so se egli od altri sia tornato sull'argomento, mi pare però che anche ammettendo il borato di piombo meno solubile del borato di bario, esso al pari di quello non può avere una composizione costante in ogni condizione di precipitazione, e questa credo sia la principale causa d'errore anche del primo metodo seguito da Gmelin.

Du Menil ([6]) precipita il boro da una soluzione nitrica, la quale deve contenere i soli alcali, mediante il nitrato d'argento, pesa questo borato e ad esso aggiunge 0,82 per cento come coefficiente di correzione che egli stabilì con apposita esperienza. Forse il caso condusse Du Menil ad un'analisi abbastanza buona di datolite perchè il borato d'argento presenta, come i borati usati da Gmelin, non sempre l'identica composizione, ed anch'esso è decomposto dall'acqua. Ed infatti Rammelsberg ([7]) dichiarò di non avere avuti risultati soddisfacenti applicando questo metodo alla determinazione dell'acido borico.

([1]) Ann. der Chem. und Pharm. Vol. C, pag. 94, 1856.
([2]) Pogg. Ann. Vol. CVII, pag. 427, 1859.
([3]) Ann. der Chem. und Pharm. Vol. LXXVI, pag. 267, 1850.
([4]) Schweigger's Journal. Vol. XV, pag. 245, 1815.
([5]) Schweigger's Journal. Vol. XXXI, pag. 299, 1821.
([6]) Schweigger's Journal. Vol. LII, pag. 364, 1828.
([7]) Pogg. Ann. Vol XLVII, pag. 169, 1839.

5. *Determinazione del boro sotto forma di fluoborato potassico.* — La facilità colla quale si può ottenere il fluoborato potassico, la sua composizione ben definita e la sua piccolissima solubilità nell'acqua e nell'acetato di potassio indussero Berzelius [1] a proporre appunto questo sale per la determinazione quantitativa del boro, introducendo così nella chimica analitica il primo metodo di determinazione diretta del boro e che fino a tre anni or sono fu anche il più esatto.

Seguendo la proposta del Berzelius se si intacca la sostanza che contiene il boro con acido fluoridrico, e si scaccia a bagno maria l'eccesso di quest'ultimo, rimangono dei fluoruri che nella maggior parte dei casi sono insolubili e dei fluoborati solubili massime in presenza di acqua acidulata con acido cloridrico. Concentrando la soluzione dei fluoborati insieme alle acque di lavatura ed aggiungendo una soluzione satura di acetato potassico, si produce un precipitato gelatinoso di fluoborato di potassio. Con alcool si separano gli acetati che in esso si sciolgono dal fluoborato potassico; questo si raccoglie su un filtro tarato, si lava con alcool, si essica a 100° e si pesa. Le basi che erano combinate all'acido borico si determinano nei fluoruri e nella soluzione alcoolica.

Operando a questo modo Rose e Weber [2] affermano di non avere avuti buoni risultati, come era da prevedersi. Infatti in primo luogo la descrizione che Berzelius [3] stesso fa di varî fluoborati, lascia intravedere che i sali di quest'acido, eccezione fatta dei sali alcalini, non sono molto stabili, e pertanto si dovrà avere una perdita di acido borico concentrando la soluzione dei fluoborati. In secondo luogo un altro errore deriva dalla supposizione della insolubilità assoluta dei fluoruri che si ottengono.

Un grave inconveniente è prodotto dall'acido fluoridrico che va impiegato in eccesso, non avendosi un mezzo per separare il fluoborato potassico dai fluoruri solubili. Per non avere fluoborato e fluoruro di potassio mescolati Rose e Weber tentarono di precipitare l'eccesso di acido fluoridrico con carbonato di calcio; furono però vani i loro tentativi, anzi dalle loro esperienze dedussero che mediante il fluoborato di potassio non si può determinare il boro quando esso è combinato colla soda o con altre basi. Dimostrarono che nel trattamento con acido fluoridrico si forma del fluoborato di sodio che non è interamente decomposto dall'acetato di potassio, e che nel trattamento successivo con carbonato di calcio, siccome è necessaria l'ebollizione per poter separare colla filtrazione il fluoruro di calcio, si forma del fluoborato di calcio che accompagna sempre quello di potassio. Con questo procedimento non si può nemmeno determinare l'acido borico di una soluzione acquosa perchè per l'aggiunta del carbonato di calcio si forma del fluoborato di calcio. Gli stessi autori non riescono con altri tentativi a separare il fluoborato potassico dal fluoruro di potassio che sempre si trovano uniti.

Anche Rammelsberg [4] nella sua prima Memoria sulle tormaline non segue questo metodo di determinazione perchè ottenne il fluoborato di potassio sempre inquinato da fluoruro e poi per le perdite causate dalla solubilità del fluoborato stesso.

(1) Pogg. Ann. Vol. II, pag. 113, 1824.
(2) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 277, 1850.
(3) Pogg. Ann. Vol. II, pag. 118 sino a 126, 1824.
(4) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 457, 1850.

6. Strameyer [1] indicò un procedimento seguendo il quale si possono col fluoborato di potassio eseguire buone determinazioni d'acido borico quando esso è combinato coi soli alcali e meglio ancora colla sola potassa. Alla soluzione della sostanza che si analizza si aggiunge idrato potassico in quantità piuttosto considerevole, poi tanto acido fluoridrico che evaporando la soluzione i vapori abbiano costantemente reazione acida. Si ottiene così una miscela di sali di sodio e potassio fra cui predominano il fluoridrato di fluoruro di potassio ed il fluoborato di potassio. Lasciando digerire con una soluzione al venti per cento di acetato di potassio, che non scioglie il fluoborato, si esportano tutti i sali eccetto quest'ultimo; esso viene raccolto su un filtro tarato, lavato prima colla soluzione di acetato di potassio, poi con alcool, essicato a 100° e pesato. Innanzi di praticare questo metodo bisogna eliminare le varie basi; i sali alcalini degli acidi presenti restano sciolti dalla soluzione di acetato potassico.

Così modificato il metodo del fluoborato può dare risultati abbastanza buoni quando nella separazione delle basi si evitino trattamenti nei quali l'acido borico possa volatilizzarsi. L'applicazione però di esso può presentare delle difficoltà dipendenti dal dover preparare acido fluoridrico affatto esente di silice; le manualità poi piuttosto complicate fanno sollevare dei dubbi sull'esattezza dei risultati.

Da mie esperienze risulta che un errore principale del metodo dipende dall'essere il fluoborato di potassio, contro l'asserzione di Stromeyer, non perfettamente insolubile nella soluzione di acetato potassico colla quale va ripetutamente trattato. Il fluoborato usato in tali esperienze fu preparato sciogliendo carbonato potassico ed acido borico puri in acido fluoridrico puro, e fu purificato con due cristallizzazioni. Ecco ciò che ottenni:

Esp. 1ª. — gr. 0.9851 di fluoborato potassico furono posti in una capsula di platino insieme a 200 c. c. di una soluzione al venti per cento di acetato di potassio e vi furono lasciati per ventiquattro ore agitando di quando in quando. Trascorso questo tempo, il contenuto della capsula fu versato su un filtro tarato posto in imbuto di platino; la capsula fu bene lavata con alcool e si continuò a versare alcool sul filtro fino a che quello che passava non lasciò più residuo per evaporazione. Il filtro col rimanente fluoborato fu essicato a 100° e ripesato. Si trovarono gr. 0.8489 di fluoborato potassico, se ne erano cioè sciolti gr. 0.1362; dunque 100 parti della soluzione di acetato potassico sciolgono a 20° (temperatura dell'esperienza) parti 0.0686 di fluoborato.

Esp. 2ª. — gr. 0.9949 dello stesso fluoborato di potassio lasciati per due giorni in contatto con 200 c. c. della stessa soluzione di acetato potassico, indi trattati come sopra, lasciarono gr. 0,8469 del sale; si erano cioè sciolti gr. 0.1480, epperò 100 parti della soluzione d'acetato sciolgono a 20° parti 0.0740 di fluoborato.

Facendo la media dei risultati di queste due esperienze si deduce che a 20° cento parti di una soluzione al venti per cento di acetato di potassio sciolgono 0,07 parti di fluoborato potassico. Per quanto piccola sia questa solubilità essa deve influire sull'analisi perchè la miscela di sali che risulta dall'evaporazione dopo l'aggiunta di acido fluoridrico deve per alcune ore essere lasciata in presenza della soluzione dell'acetato.

Riguardo poi alla lavatura del fluoborato con alcool è meglio usare alcool assoluto

[1] Ann. der Chem. und Pharm. Vol. C, pag. 82, 1856.

luto come vuole Stromeyer anzichè alcool all'85 % come consiglia Fresenius ([1]), e ciò perchè il coefficiente di solubilità di questo sale cresce colla diluizione dell'alcool. A tale proposito noto che Berzelius ([2]) affermò che questo sale si scioglie nell'alcool bollente che lo depone cristallizzato pel raffreddamento, mentre Rose ([3]) lo dice perfettamente insolubile. Per chiarire questo punto controverso lasciai del fluoborato, da me preparato, nell'alcool assoluto alla temperatura di circa 20°; non potei coll'evaporazione riscontrare traccie apprezzabili di sale, mentre evaporando alcool fatto bollire per alcuni minuti con fluoborato ebbi appena traccie di un residuo.

Sono pure discordi i dati che si posseggono sulla solubilità del fluoborato potassico nell'acqua. Secondo Berzelius ([4]) a freddo 100 parti d'acqua ne sciolgono 1,42 di sale. Stolba ([5]) crede che tale numero si debba attribuire ad un errore di stampa dovendosi leggere molto probabilmente 0,42 invece che 1,42 perchè egli trovò che a 20° si sciolgono 0,4462 parti di sale in 100 parti di acqua. Secondo mie esperienze 100 parti di acqua a 13°,5 scioglierebbero

parti 0.3366
" 0.3320

in media parti 0.3343 di sale.

Più che le difficoltà del processo analitico credo che le imperfette insolubilità accennate sieno le cause che rendono molto incerta la diretta determinazione del boro per mezzo del fluoborato di potassio. Il metodo è poi difettoso in presenza della silice perchè non si riesce ad eliminarla completamente coi trattamenti proposti e solo possibili in queste circostanze; non riuscendo questa separazione per l'aggiunta dell'acido fluoridrico si forma un fluosilicato che non conviene separare dal fluoborato coll'ebollizione nell'ammoniaca, come d'ordinario si consiglia, perchè Bodewig ([6]) dimostrò che in tale operazione il fluoborato si decompone parzialmente.

Ritengo che il metodo del fluoborato che venne poche volte seguito, non sarà d'ora innanzi praticato visti i metodi più perfetti proposti in questi ultimi anni.

7. La solubilità e la facilità con cui i borati, che si hanno per via umida, si decompongono impedendo di impiegarli per la determinazione dell'acido borico, si tentò di usare a questo scopo borati preparati per via secca che sono meno solubili (anzi si ritengono insolubili) e che l'acqua non decompone. Coi metodi proposti da Marignac e da Ditte si pesa appunto il boro sotto forma di borato di magnesio o di calcio ottenuto per via secca.

Metodo di Marignac. — Seguendo questo metodo ([7]) si concentra l'acido borico della sostanza da analizzare in una soluzione insieme a soli alcali, si neutralizzano questi con acido cloridrico, si aggiunge cloruro di magnesio in quantità tale che per ogni parte di anidride borica ve ne siano almeno due di ossido di magnesio e poi

([1]) *Anleit. zur quant. chem. Anal.* 6ª ediz., vol. I, pag. 423.
([2]) Pogg. Ann., vol. II, pag. 119, 1824.
([3]) Pogg. Ann., vol. LXXX, pag. 276, 1850.
([4]) Pogg. Ann., vol. II, pag. 119, 1824.
([5]) Chem. Cent. 1872, pag. 395.
([6]) Zeit. für anal. Chem., Vol. XXIII, pag. 143, 1884.
([7]) Zeit. für anal. Chem., Vol. I, pag. 405, 1862.

cloruro d'ammonio in quantità sufficiente da non avere precipitato coll'ammoniaca. Tirato a secco il tutto in capsula di platino rinnovando sempre l'ammoniaca, il residuo viene arroventato e trattato con acqua bollente, e la parte insolubile raccolta su un filtro e lavata. Le acque di lavatura addizionate di nuovo cloruro di magnesio e cloruro d'ammonio sono tirate a secco ed il residuo trattato nel modo indicato prima per raccogliere il boro che può passare in soluzione; quest'operazione va ripetuta almeno due volte. I vari residui costituiti da ossido e borato di magnesio e che contengono un po' di cloro allo stato di ossicloruro di magnesio, vengono riuniti e calcinati fortemente per scacciare ogni traccia di cloro, pesandoli e determinando in essi la magnesia si ha per differenza il boro.

Trattando così il borace Marignac in due esperienze ricava gr. 0.2780 e gr. 0.2779 di acido borico da gr. 0.764 di borace impiegato in ognuna di esse invece di gr. 0.280; osserva però che tale approssimazione è dovuta ad errori che si compensano perchè è inamissibile che del boro non si volatilizzi o passi in soluzione e d'altra parte non si arriva a scacciare tutto il cloro che ritiene in quantità non determinabile.

Bodewig [1] si occupò di questo metodo ponendo speciale riguardo alla precipitazione della silice. Trovò che non è possibile coi metodi permessi dalle circostanze rimuoverla affatto dal liquido in cui va dosato il boro, e che, rimane sempre nel residuo della calcinazione una quantità di cloro che per l'esattezza dei risultati non si può trascurare. Pertanto consiglia di ripetere parecchie volte la calcinazione del residuo dopo averlo umettato con acqua allo scopo di eliminare più che è possibile il cloro, e poi di determinare in un terzo del residuo la silice e la magnesia sciogliendolo nell'acido cloridrico bollente, e di dosare il cloro negli altri due terzi sciolti a freddo nell'acido nitrico concentrato. La quantità di magnesia impiegata da Bodewig è un po' superiore a quella voluta da Marignac, giacchè impiega quattordici parti di cloruro di magnesio cristallizzato per una parte di anidride borica, vale a dire circa tre parti di ossido di magnesio per una di anidride borica.

Marignac nelle sue esperienze accennò a tre cause di errore che affettano il metodo da lui proposto: volatilizzazione dell'acido borico, passaggio di esso nelle acque di lavatura, presenza di cloro nel prodotto che si pesa, ed afferma che gli errori si compensano. Bodewig nel suo lavoro dimostra come Marignac pesasse insieme all'anidride borica ed alla magnesia anche della silice, ed insegna a riparare agli errori provenienti tanto dal cloro che dalla silice. Nessuno di loro però sospettò che se la perdita per soluzione si può trascurare, quella per volatilizzazione è tale da far respingere il metodo. Gooch [2] infatti avendo messo una certa quantità di acido borico in presenza di ossido di magnesio calcinato e pesato, ed avendo aggiunto acido cloridrico in quantità sufficiente non solo per sciogliere tutto l'ossido di magnesio, ma anche per impedirne la precipitazione con un eccesso di ammoniaca, trovò, tirando a secco, calcinando fino a che non si ebbero più vapori di acido cloridrico ed infine ripesando, perdite relativamente grandi nell'anidride borica.

Nel gennaio di quest'anno (1889) Jannasch e Galb [3] pubblicarono una serie

[1] Zeit. für anal. Chem., Vol. XXIII, pag. 143, 1884.
[2] Am. chem. Journ., Vol. IX, pag. 26, 1887.
[3] Ber. der Deut. Chem. Ges., Vol. XXII, pag. 216, 1889.

di analisi di tormaline allo scopo di stabilire la formola di composizione di questo minerale. L'aver essi ritenuto questo metodo come il migliore fra quelli precedentemente proposti fa supporre che non conoscevano o dubitavano delle esperienze di Gooch.

8. Per stabilire l'inesattezza del metodo Marignac-Bodewig è importante l'accertarsi che per volatilizzazione si ha una perdita troppo forte; pensai pertanto di ripetere le accennate esperienze di Gooch.

In una capsula di platino calcinai dell'ossido di magnesio puro fino a costanza di peso, sciolsi l'ossido in tanto acido cloridrico che non ebbi un precipitato con un eccesso di ammoniaca, e nella stessa capsula aggiunsi una quantità pesata di una soluzione titolata di anidride borica ([1]). Agitato il tutto con un filo di platino che rimaneva costantemente nella capsula, evaporai aggiungendo sempre ammoniaca in guisa da avere vapori sempre ammoniacali ed usando precauzioni per non avere proiezioni. Il residuo essicato, dopo lo scacciamento del cloruro d'ammonio, fu arroventato, umettato quindi con acqua ed arroventato di nuovo ripetendo parecchie volte questa operazione. Infine si calcinò fortemente la capsula fino alla costanza di peso. Ad onta di questo il nitrato d'argento nel residuo sciolto con acido nitrico svelò la presenza del cloro. La quantità di magnesia da me impiegata è, come si può rilevare dal presente prospetto, maggiore di quella richiesta da Marignac e Bodewig:

Numero d'esperienza	MgO impiegato	B_2O_3 impiegato	$MgO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(3)	gr. 0.3749	gr. 0.1082	gr. 0.4638	gr. 0.0889	— gr. 0.0193
(4)	» 0.3688	» 0.1037	» 0.4559	» 0.0871	— » 0.0166
(5)	» 0.4213	» 0.0927	» 0.5003	» 0.0790	— » 0.0137
(6)	» 0.4225	» 0.0900	» 0.4986	» 0.0761	— » 0.0139

Tanto dalle esperienze di Gooch come da queste, risulta adunque che col metodo in questione vi deve essere una perdita considerevole per volatilizzazione; quantunque variassi la quantità di cloruro d'ammonio impiegata in ogni esperienza non posso confermare l'asserto di Gooch che un grande eccesso di sale ammoniacale attenui di molto la perdita. Non si può poi obbiettare che la calcinazione fu da me spinta a troppo elevata temperatura, perchè, come già ho accennato, avendo trovato traccie di cloro nei residui, credo di essermi tenuto nei limiti di temperatura usati da Marignac.

9. *Metodo di Ditte.* In questo metodo d'analisi si sostituisce al borato di magnesio il borato di calcio. Esso si collega col metodo di preparazione per via secca dei borati cristallizzati proposta dallo stesso Ditte ([2]). Ad una soluzione ([3]) che deve contenere solo acido borico ed alcali si aggiunge un eccesso di soluzione concentrata di cloruro di calcio, si tira a secco il tutto in un crogiuolo di platino che si riempie

([1]) Tanto qui che in tutte le esperienze in cui mi occorrono quantità pesate di anidride borica le ottengo (come Gooch) pesando porzioni di una soluzione acquosa titolata di acido borico cristallizzato. L'esattezza è così maggiore.

([2]) C. R. Vol. LXXVII, pag. 783.

([3]) Ann. de Chim. et de Phys., serie 5ª, vol. IV, pag. 549; oppure C. R. Vol. LXXX, pag. 490 e 561.

poi con una miscela a parte eguali di cloruri di sodio e di potassio. Si riscalda il crogiuolo così da fondere la massa e dopo la si tien fusa riscaldando il solo fondo del crogiuolo, non spingendo però la temperatura a segno da volatilizzare i cloruri. Il borato di calcio spugnoso, che fonde ad una temperatura più elevata dei cloruri, si dispone sul fondo del crogiuolo; i cloruri fusi lo disciolgono e lo depongono alla loro superficie in cristalli che si dispongono in forma d'anello. Ditte separa i cristalli di borato di calcio raccogliendoli su un filtro, li lava con acqua in cui sono insolubili, li stacca dal filtro e li pesa. Avendo trovato che essi hanno una composizione corrispondente alla formola CaB_2O_4 dal loro peso deduce quello dell'anidride borica.

Non conosco se vi sia qualche chimico che sia riuscito ad ottenere una determinazione quantitativa di boro seguendo il metodo di Ditte che ho sommariamente descritto. Si sa che alcuni lo tentarono ma senza riuscita ed io non fui più fortunato. Nelle prime prove avendo sul principio elevata troppo la temperatura, ottenni, come avvertì Ditte, sul fondo del crogiuolo una sfera ed anche dopo sette ore di riscaldamento non si formò un cristallo alla superficie. In quelle esperienze nelle quali regolai con tutte le cure la temperatura si ebbe alla superficie un anello non regolare, questo però era formato da cristalli piccolissimi alcuni dei quali appena appena discernibili ad occhio nudo, ed anche dopo alcune ore di riscaldamento si vedeva sul fondo del crogiuolo del borato di calcio. Avendo aggiunto per ogni tre parti di miscela di cloruri alcalini una parte di cloruro di calcio per affrettare (come dice Ditte) la cristallizzazione, non riuscii ad averla completa dopo varie ore. In due esperienze spensi la lampada dopo la formazione dell'anello, lasciai solidificare la massa e la tornai a fondere; i cristalli affondarono ed anche dopo alcune ore di riscaldamento non mi fu possibile di vedere formarsene alla superficie.

Sciogliendo poi il prodotto della fusione nell'acqua rimane solo una polvere cristallina che esaminata al microscopio non si rivelò omogenea; infatti vi si distinguevano cristallini di svariate forme fra cui predominavano quelle prismatiche molto allungate, aghiformi, e delle altre romboedriche il che fa sospettare si sia in presenza di corpi diversi. Questa mancanza di omogeneità a mio parere trova spiegazione in ciò che lo stesso Ditte (1) col suo metodo di preparazione di borati per via secca giunge a preparare tre diversi borati di calcio cristallizzati partendo da borati di calcio amorfi e trattandoli in modo quasi identico al procedimento analitico sopra descritto. Molto probabilmente nelle esperienze da me eseguite si saranno verificate condizioni favorevoli per la formazione di borati aventi composizioni differenti.

Tentai di vedere se con questa polvere cristallina che si ottiene così facilmente mi era possibile determinare l'acido borico. Nella supposizione che, anche senza la formazione dell'anello superficiale, tutto il borato di calcio si fosse cristallizzato, che esso fosse insolubile nell'acqua, si sarebbe potuto pesarlo, determinare in esso la calce ed avere per differenza il boro. Il borato di calcio però, col quale io operava, non era completamente insolubile nell'acqua, raccoltolo su un filtro non riuscii a lavarlo, le acque di lavatura davano sempre col nitrato d'argento un precipitato giallo bruno (ossido di argento) solubilissimo in acido nitrico ed ammoniaca, e coll'ossalato

(1) C. R. Vol. LXXVII, pag. 783.

d'ammonio si intorbidavano segno evidente che acido borico e calce venivano esportati dall'acqua. Questi precipitati col proseguire della lavatura non diminuivano, si ebbero anche dopo aver fatto passare tre litri d'acqua su circa due decigrammi di borati.

La solubilità trovata potrebbe essere una causa di errore pel metodo di Ditte se essa fosse dovuta a tutti i prodotti cristallizzati e non solo ad alcuni. Anche Marignac che nel proporre il suo metodo, prima di usare la magnesia aveva tentata la calce, osservò che essa vale molto poco ad impedire il passaggio del boro nelle acque di lavatura [1]. Però anche se il borato di calcio fosse completamente insolubile, anche se non si volatilizzasse del boro nella concentrazione delle soluzioni di borati alcalini e di cloruro di calcio, il metodo di determinazione quantitativa proposto da Ditte non cesserebbe d'essere un metodo affatto personale, praticabile solo da chi sappia porsi in condizioni identiche a quelle nelle quali egli eseguì le sue esperienze, o possegga un'abilità, nello esperimentare, poco comune.

Metodi nei quali prima si isola l'acido borico il quale poi viene fissato con qualche speciale artifizio.

10. Nei metodi di determinazione dell'acido borico che compresi nel terzo gruppo si determina il boro riducendolo allo stato di acido borico ed eliminando ogni sostanza che accompagna questo acido. Si arriva ad avere l'acido borico isolato in una soluzione generalmente alcoolica, essendo l'alcool liquido che per le sue proprietà solventi meglio si presta a separare l'acido dagli altri corpi. In questi metodi la soluzione alcoolica viene evaporata sola od in presenza di sostanze atte a fissare l'acido borico.

Arfwedson nell'analisi di alcuni minerali di Eisen-Grube [2] fonde il minerale con solfato acido di potassio, tratta la massa fusa con alcool bollente ed evapora a siccità la soluzione alcoolica che dovrebbe contenere il solo acido borico. Anche Grube analizzando una tormalina groenlandese [3] estrae con alcool di 90° bollente l'acido borico da una miscela di solfati, tira a secco la soluzione alcoolica, calcina in un crogiuolo di platino e pesa. E nello stesso modo procede pure Wiegmann [4] nella determinazione del boro nell'axinite di Treseburg, solo impiega alcool all'85 per cento. Inevitabilmente le perdite in acido borico che si verificano seguendo questi metodi sono certamente grandi, e se nei risultati delle analisi eseguite esse non appaiono tali, ciò deve certamente procedere dal fatto che la soluzione alcoolica avrà contenuto altre sostanze che pesate insieme all'acido borico ne avranno compensate le perdite.

Gmelin nelle sue analisi di tormaliñe [5] usando un procedimento molto analogo, diminuì le perdite che si hanno nei primi trattamenti operando su liquidi alcalini, saturò poi con acido solforico, con alcool bollente esportò l'acido borico e ne evaporò la soluzione in presenza di ammoniaca credendo così di impedire la volatilizzazione.

(1) Zeit. für anal. Chem. Vol. 1, pag. 405, 1862.
(2) Schweigg. Journ. Vol. XXII, pag. 93, 1818.
(3) Gilbert, Ann. Vol. LXV, pag. 209, 1820.
(4) Schweigg. Journ. Vol. XXXII, pag. 462, 1821.
(5) Pogg. Ann. Vol. IX, pag. 172, 1827.

Rammelsberg [1] dice di avere in alcune tormaline determinato con questo procedimento il boro.

Rose nella Memoria in cui propose e studiò il metodo del fluoborato riferì delle esperienze fatte insieme a Weber [2] per misurare la volatilità dell'acido borico in soluzione acquosa e vedere quali sostanze sieno atte a diminuirla. Essi trovarono che: l'ammoniaca non impedisce la volatilizzazione dell'acido; il cloruro, l'ossalato, il nitrato d'ammonio non la impediscono neppure, anzi col primo si ha l'inconveniente della formazione di azoturo di boro, e coll'ultimo si hanno forti proiezioni;

l'ossido ed il nitrato di piombo a nulla valgono, si hanno perdite più rilevanti col nitrato che coll'ossido;

anche il fosfato sodico tribasico in cui un atomo di sodio è facilmente spostato non impedisce le perdite;

l'acido borico non sposta l'acido carbonico dai carbonati alcalini che colla fusione, dunque essi pure in soluzione non sono atti a ritenerlo.

Nel trattato di chimica analitica del Rose [3] si propone il borace come mezzo conveniente per dosare coll'essicazione e calcinazione una soluzione d'acido borico. Questo metodo mi pare suggerito da Schaffgotsch [4] il quale però non lo consiglia se non per determinazioni preliminari avendo con esso ottenuti risultati troppo discordanti quantunque la loro media fosse buona. Stolba [5] usando tale metodo per determinare l'acqua dell'acido borico cristallizzato trova in tre esperienze 43,82 — 43,85 — — 43,74 per cento invece di 43, 55, cioè trova un errore in più, risultato che resta giustificato dalle difficoltà che s'incontrano nello scacciare l'acqua dai borati, come provò Laurent [6]. Gilbert [7] non trovando sempre applicabile questo metodo usa, per la determinazione dell'acqua dell'acido borico cristallizzato della Toscana, della calce precedentemente calcinata e pesata e che dopo ricalcina e ripesa.

11. Se si considera la debole energia di combinazione dell'acido borico a basse temperatura, l'unica via che si presentà per evaporare senza perdite una soluzione che lo contenga libero è quella di eseguire l'evaporazione in presenza di ossidi fortemente basici precedentemente pesati. Rose dimostrò che nè l'ammoniaca nè l'ossido di piombo sono a ciò sufficienti; la difficoltà poi di pesare quantità esatte di soda, di potassa o di barite mostra che nemmeno si può ricorrere ad essi. La calce e la magnesia invece per le loro proprietà si prestano entrambe meglio allo scopo desiderato. Da esperienze di confronto eseguite da Gooch [8] risulta poi che per fissare l'acido borico si deve preferire la calce alla magnesia, perchè essa non permette volatilizzazione di sorta quando vi si lasci per qualche minuto la soluzione borica in contatto prima di cominciare l'evaporazione.

(1) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 279, 1850.
(2) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 262, 1850.
(3) Chimie analytique. Vol. II, pag. 942. Paris, 1862.
(4) Pogg. Ann. Vol. CVII, p. 5.
(5) Journ. für prakt. Chem. Vol. XC, pag. 457.
(6) C. R. Vol. XXIX, 1859.
(7) Repert. für anal. Chem. 1885, pag. 375. Non vidi la Memoria originale, ma solo un sunto nei Jah. Ber. für Chemischen Technologie. 1886, pag. 363.
(8) Am. Chem. Journ. Vol. IX, pag. 23, 1887.

Però, quasi contemporaneamente a Gooch, Rosenbladt [1] pubblicò delle esperienze colle quali prova che si può impiegare la magnesia per fissare l'acido borico contenuto in una soluzione ed ottenere risultati veramente soddisfacenti. Se le esperienze di Gooch sono buone si può ad esse obbiettare che non sono eseguite nelle condizioni ordinarie di una analisi, giacchè egli operò con soluzioni acquose, mentre nelle analisi le soluzioni boriche sono alcooliche. Conviene notare che Gooch, temendo che vi fossero perdite di boro per essere la calce al pari della magnesia insolubile in liquidi alcoolici si accertò con una semplice distillazione che anche in soluzione alcoolica non si volatilizzava dell'acido borico. Siccome l'attitudine della calce a fissare l'acido borico in soluzione alcoolica non esclude che anche la magnesia sia atta in tali condizioni, massime che si potrebbe formare un borato insolubile nell'alcool ed avere così un liquido privo di boro, pensai di ripetere le esperienze di confronto tra la calce e magnesia. La ragione principale che m'indusse a ciò si è che se anche la magnesia si fosse potuta usare per fissare l'acido borico, l'impiego di essa era preferibile per la facilità con cui i suoi sali si decompongono colla calcinazione, di guisa che l'analisi non sarebbe stata disturbata dalla presenza di varî acidi.

Il modo di sperimentare da me seguito è identico a quello di Gooch. In una capsula di platino calcinai fino a costanza di peso della calce o della magnesia, dopo averle umettate con acqua, aggiunsi dell'alcool metilico e poscia una porzione pesata di soluzione titolata di acido borico. L'alcool era in quantità eguale all'acqua contenuta nella capsula, proporzione che si ha quasi sempre nelle analisi. Dopo avere essicato a bagno maria calcinai fino a costanza di peso. Nel seguente prospetto sono indicati i risultati ottenuti colla calce:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(7)	gr. 1.1981	gr. 0.1403	gr. 1.3393	gr. 0.1409	+ gr. 0.0006
(8)	» 1.1679	» 0.1389	» 1.3064	» 0.1385	— » 0.0004
(9)	» 1.1071	» 0.1465	» 1.2540	» 0.1469	+ » 0.0004

considerando la quantità relativamente grande di calce pesata in queste prove si vede che le differenze sono da attribuirsi ad errori d'esperienza.

Ecco i risultati che si ebbero colla magnesia:

Numero d'esperienza	MgO impiegato	B_2O_3 impiegato	$MgO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(10)	gr. 0.9195	gr. 0.1331	gr. 1.0370	gr. 0.1175	— gr. 0.0156
(11)	» 0.9500	» 0.1364	» 1.0647	» 0.1147	— » 0.0217
(12)	» 1.0060	» 0.1367	» 1.1235	» 0.1175	— » 0.0192

[1] Zeit. für anal. Chem. Vol. XXVI, pag. 20. 1887.

in questo caso le differenze sono troppo rilevanti per essere attribuite a soli errori d'esperienza.

Se in base a questi risultati posso confermare, come asserì Gooch, che la calce trattiene meglio della magnesia l'acido borico, non mi è però dato di affermare che con una lunga digestione anche la magnesia possa acquistare tale proprietà diventando atta all'analisi. Nelle esperienze eseguite colla magnesia prima di evaporare il liquido delle capsule lasciai passare alquanto tempo, e precisamente 16 ore nell'esperienza (10), 19 ore nella (11) e 36 nella (12), ad onta di questo le perdite sono rilevanti. Per questo riguardo i miei risultati discordano da quelli di Gooch. Egli fondandosi sul fatto che dopo aver lasciata per alcune ore la soluzione borica in presenza della magnesia e distillato il liquido non trovò colla curcuma nei prodotti della distillazione traccie di acido borico, deduce che colla digestione la magnesia ritiene l'acido. Nelle mie esperienze l'alcool pare eserciti qualche influenza perchè una diretta distillazione dopo ventiquattro ore di contatto mi convinse pel colore verde assunto dalla fiamma dell'alcool distillato che dell'acido borico era stato trasportato da esso. Dalla debolezza della tinta giudicai che solo traccie di acido borico potevano essere nell'alcool distillato, tuttavia, quantunque l'acqua trasporti meno facilmente dell'alcool l'acido borico, credo che forse con qualche reattivo più sensibile della curcuma si sarebbe potuto trovare il boro nell'acqua distillata da Gooch.

Ma ammettendo che alla temperatura a cui la distillazione si sarà fatta il borato di magnesia non si sia decomposto, ed ammettendo pure che anche nelle mie esperienze tutto l'acido borico sia rimasto combinato colla magnesia finchè si operò a bagno maria, non è lecito dedurre che dopo una lunga digestione la magnesia acquisti la facoltà di fissare l'acido borico perchè colla calcinazione le cose cambiano. Il borato di magnesio perdendo acqua perde acido borico come venne già provato da Wöhler [1] che non potè colla calcinazione determinare l'acqua nel borato che si ottiene per l'azione dell'acido borico su un eccesso di idrato di magnesia, borato che appunto si deve formare nelle esperienze in discorso. Nello stesso luogo Wöhler dichiarò che la calcinazione distrugge affatto l'affinità tra l'acido borico e l'idrato di magnesio in questo borato.

Da tutto ciò mi pare di poter conchiudere che la magnesia non è assolutamente atta a ritenere l'acido borico quando questo è in soluzione ed il prodotto dell'evaporazione della soluzione in presenza di essa deve essere portato ad alta temperatura. Se l'acido borico non si volatilizza durante l'evaporazione (cosa che pare si ottenga con una lunga digestione) si volatilizzerebbe poi durante la calcinazione.

12. Tre anni or sono si proposero quasi contemporaneamente da Rosenbladt e da Gooch due metodi nei quali l'acido borico viene separato da ogni sostanza non volatile allo stato di etere boro-metilico, raccogliendo quest'etere con un processo di distillazione. Si rende con siffatta distillazione l'antico metodo di Gmelin capace di una determinazione diretta [2]. I due metodi di Gooch e Rosenbladt, identici nel principio,

[1] Pogg. Ann. Vol. XXVIII, pag. 525, 1823.

[2] L'idea di raccogliere i prodotti volatili che si hanno coi metodi indiretti già si trova in Gmelin (Pogg. Ann., vol. IX, pag. 176, 1827) che non ebbe buoni risultati conducendo il fluoruro di boro, ottenuto nel trattamento delle sostanze boracifere con acido fluoridrico e solforico, in contatto di ammoniaca; nessuno però dopo di lui tentò tale via.

diversificano nelle modalità della formazione dell'etere e della fissazione dell'acido borico della soluzione alcoolica; queste differenze producono nel metodo di Rosenbladt tali inconvenienti da rendere molto incerte le determinazioni che con esso si eseguiscono.

Metodo di Rosenbladt. Secondo questo metodo [1] si produce l'etere borico facendo bollire la sostanza che si vuole analizzare con alcool metilico in presenza di acido solforico e raccogliendo l'alcool che distilla. La volatilizzazione del boro riesce prestamente e perfettamente, ma per quanto si operi a bassa temperatura (si riscalda il recipiente, che contiene l'alcool, sino all'ebollizione per mezzo di un bagno ad acqua) non si riesce ad impedire il trasporto di acido solforico nei prodotti della distillazione, probabilmenie sotto forma di solfato di metile. In varie esperienze che io ho fatte per provare questo metodo, il liquido che distillava diede sempre col cloruro di bario la reazione dell'acido solforico. Avendo poi in una di queste esperienze evaporato il prodotto della distillazione in presenza di una quantità pesata di calce invece che di magnesia (usata da Rosenbladt) e quindi ripesata la calce dopo averla calcinata al *rosso vivo* sino a costanza di peso, ottenni gr. 0.6720 di anidride borica invece di gr. 0.4356 che furono impiegati. Una così rilevante differenza in più va in gran parte attribuita ad acido solforico che si era fissato sulla calce e che colla calcinazione alla temperatura da me qui tenuta non si può scacciare. Trattando il prodotto calcinato con acido cloridrico diluito il liquido che si ricava dà con cloruro di bario la reazione dell'acido solforico.

Il metodo di Rosenbladt presenta un altro difetto che è causa di un errore in meno; in esso cioè si eseguisce l'evaporazione della soluzione borica in presenza della magnesia, che, come dimostrai, non è atta alla fissazione dell'acido.

Ad onta delle accennate cause di errore Rosenbladt nella sua Memoria riferisce delle determinazioni d'acido borico veramente esatte avute nelle analisi dell'acido cristallizzato, del borace, del borato di bario, della datolite, della tormalina, e di una miscela d'acido borico e feldspato. Mi pare di dover attribuire l'esattezza di tali risultati ad una compensazione tra la perdita per volatilizzazione e l'aumento in peso per acido solforico. Le mie esperienze sopra riferite dimostrano infatti che il trasporto e la volatilizzazione devono avvenire, ora secondo esperienze di Fresenius [2] il solfato di magnesio richiede una temperatura molto elevata per decomporsi, ed è probabile che Rosenbladt abbia eseguite le sue calcinazioni a temperatura non sufficientemente alta per scacciare completamente l'acido solforico. Veramente Rosenbladt prima di porre la soluzione borica in presenza della magnesia aggiunge ad essa una soluzione acquosa di carbonato d'ammonio e si potrebbe obbiettare che per una tale aggiunta si forma solfato d'ammonio volatile e si favorisce per di più la ritenzione dell'acido borico in causa della produzione di borati ammonici magnesiaci invocati pure da Marignac per giustificare il metodo d'analisi da lui proposto e che ho già esposto. Perchè l'acido solforico resti combinato all'ammoniaca e si volatilizzi sotto forma di solfato d'ammonio è necessario che il carbonato d'ammonio presente sia in quantità sufficiente per convertire tutta la magnesia libera in carbonato di magnesio. Ed allora

[1] Zeit. für anal. Chem. Vol. XXVI, pag. 20, 1887.
[2] Anleit. zur quant. chem. Anal. 6ª ediz., vol II, pag. 804.

bisognerà ammettere che l'eccesso di sali ammoniacali presenti non disturbi le combinazioni tra l'acido borico ed il magnesio, e che anzi esso favorisca la fissazione dell'acido ciò che mi pare non possa fare il carbonato d'ammonio. Per decidere tale questioni feci alcune esperienze identiche alle (10), (11), (12) salvo l'aggiunta di carbonato d'ammonio, e qui ne riporto i risultati registrando in una speciale colonna le quantità di carbonato impiegate in ognuna di esse:

Numero d'esperienza	$Mg\,O$ impiegato	$B_2\,O_3$ impiegato	$(NH_4)_2\,CO_3$	$Mg\,O+B_2\,O_3$ trovati	$B_2\,O_3$ trovato	Differenze
(13)	gr. 1.2262	gr. 0.1317	gr. 0.5	gr. 1.3263	gr. 0.1001	— gr. 0.0316
(14)	» 1.2012	» 0.1354	» 0.5	» 1.3126	» 0.1114	— » 0.0240
(15)	» 1.2192	» 0.1296	» 1.0	» 1.3187	» 0.0995	— » 0.0301
(16)	» 1.0775	» 0.1106	» 1.0	» 1.1610	» 0.0835	— » 0.0271
(17)	» 0.5465	» 0.1284	» 3.5	» 0.6388	» 0.0923	— » 0.0361
(18)	» 0.4940	» 0.1278	» 3.5	» 0.5853	» 0.0913	— » 0.0365

La perdita è sempre rilevante anche nelle due ultime esperienze in cui il sale ammoniacale fu impiegato in grande eccesso.

Adunque il metodo di Rosenbladt non può secondo me dare buoni risultati e per quel che io sappia da nessuno fu ancora impiegato.

13. *Metodo di Gooch.* Questo metodo (1) si fonda pur esso come quello precedentemente descritto sulla facile volatilizzazione del boro prodotta dall'alcool metilico. A fissare l'acido borico si usa però, invece della magnesia, la calce, e la vaporizzazione dell'alcool è fatta in presenza di acido nitrico od acetico che non presentano gli inconvenienti dell'acido solforico perchè i loro vapori che passano insieme a quelli alcoolici producono dei sali facilmente decomponibili col calore. È questo un metodo che poggia su di una base razionale e fu già sperimentato con buon esito da Whitefield (2), Penfield e Sperry (3) e Riggs (4) nelle analisi di tormaline e di altri minerali boraciferi. Siccome tra i vari metodi proposti per determinare direttamente l'acido borico quello di Gooch è l'unico che si possa ritenere preciso, credo importante di qui descrivere esperienze da me eseguite per determinarne il grado d'esattezza.

L'apparecchio da me usato è quasi identico a quello di Gooch. Come vaso distillatore mi servii, invece che di una pipetta coi tubi ripiegati, di una bolla cilindrica di vetro, della capacità di 150 cc., portante due tubi, del diametro interno di 9 mm., saldati ai suoi estremi sulla superficie laterale. Di questi tubi uno è chiuso da un tappo attraversato dal gambo di un imbuto con robinetto, l'altro, doppiamente ripiegato ad angolo retto, è fissato con un turacciuolo di sovero sul refrigerante che conservai

(1) Am. Chem. Journ. Vol. IX, pag. 23, 1887.
(2) Am. Journ. of Sc., ser. 3a, vol. XXXIV, pag. 283, 1887.
(3) Am. Journ. of Sc., ser. 3a, vol. XXXIV, pag. 221, 1887.
(4) Am. Journ. of Sc., ser. 3a, vol. XXXV, pag. 35, 1888.

verticale. La bolla descritta si può riscaldare con un piccolo bagno di paraffina, ed impedisce meglio della pipetta le proiezioni di materia nel refrigerante, dovendo il vapore da essa uscire verticalmente. Il recipiente collettore della capacità di 300 cc. e che conteneva una quantità pesata di ossido di calcio era fissato all'estremo inferiore del refrigerante con un turacciolo che non chiudeva a tenuta d'aria.

Trovai superflue tutte le precauzioni suggerite da Pemfield e Sperry (1) per l'estinzione della calce pesata; nelle mie esperienze la temperatura di calcinazione fu molto elevata, così che, come si sa, quando spruzzavo d'acqua la calce, essa non si idratava subito, ma richiedeva del tempo prima di idratarsi, tanto che potevo dopo averla bagnata, introdurla nel vaso collettore, e turare questo senza avere elevazione di temperatura.

14. Le mie prime esperienze furono eseguite attenendomi alle indicazioni di Gooch. Mescolai una quantità pesata di acido borico con un grammo di idrato di sodio puro, saturai interamente la soda con acido nitrico od acetico aggiungendone un debolissimo eccesso, introdussi il tutto nella bolla ed evaporai a siccità, tenendo la temperatura del bagno di paraffina fra i 130° e 140°. Distillai quindi sei porzioni d'alcool metilico di 12 c.c. ciascuna (2). Dopo la seconda e quarta porzione distillavo due centimetri cubici di acqua acidula quando usavo l'acido nitrico affinchè, per l'insolubilità nei nitrati nell'alcool, l'acido borico libero non rimanesse coperto da una crosta di nitrati e così sottratto all'azione dell'alcool. Mi limitavo invece ad aggiungere qualche goccia d'acido acetico alla terza e quinta porzione d'alcool quando usavo quest'ultimo acido. La calcinazione della capsula contenente la calce era fatta prima e dopo la evaporazione, sino ad avere la costanza del peso; si aveva la massima cura nel rendere per quanto era possibile identiche le condizioni delle varie pesate. Ecco i risultati delle esperienze:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(19)	gr. 1.9610	gr. 0.2650	gr. 2.2270	gr. 0.2660	+ gr. 0.0010
(20)	» 1.8733	» 0.1990	» 2.0731	» 0.1998	+ » 0.0008
(21)	» 1.9106	» 0.1945	» 2.1052	» 0.1946	+ » 0.0001
(22)	» 1.7988	» 0.2089	» 2.0086	» 0.2098	+ » 0.0009

da essi appare che le piccole differenze sono trascurabili stando entro i limiti degli errori di sperimentazione. È conveniente usare una quantità di calce minore di quella da me impiegata giacchè così si rende la pesata più facile.

Determinai pure seguendo lo stesso metodo l'acido borico contenuto nel borace

(1) Am. Journ. of Sc., ser. 3ª, vol. XXXIV, pag. 223, 1887.

(2) Ritengo, giusta i risultati di Gooch, che per volatilizzare gr. 0,2 di anidride borica, si richiedano 60 c.c. d'alcool metilico.

fuso. Ecco i numeri trovati aggiungendo alla soluzione del borace acido nitrico sino a reazione acida e procedendo come sopra, impiegando però maggior quantità d'alcool:

Numero d'esperienza	$Na_2B_4O_7$ impiegato	B_2O_3 trovato	B_2O_3 %
(23)	gr. 0.6073	gr. 0.4192	69.03
(24)	» 0.5312	» 0.3660	68.88
(25)	» 0.3777	» 0.2610	69.10

la formola del borace richiederebbe 69,13 per cento di anidride borica.

15. Volli anche provare il metodo con varie esperienze sulla datolite. La datolite impiegata è di Serra dei Zanchetti (Bologna) ed è in cristalli limpidissimi ([1]).

Siccome la datolite è intaccata dall'acido nitrico si potrebbe in essa determinare l'acido borico mettendone una porzione pesata nella bolla che serve per le distillazioni, aggiungendo dell'acido nitrico e procedendo alla distillazione. Il processo di distillazione resterebbe qui semplificato come quando si usa l'acido acetico, non occorrendo le distillazioni intermedie d'acqua per essere il nitrato di calcio, che si forma per l'azione dell'acido nitrico sulla datolite, alquanto solubile nell'alcool metilico. Ma per motivi che esporrò non conviene seguire questa via; è meglio fondere la datolite coi carbonati alcalini, attaccare il prodotto della fusione con acido acetico, e procedere alla distillazione dell'alcool nel modo sopra descritto. Ecco i risultati così ottenuti:

Numero d'esperienza	Datolite impiegata	B_2O_3 trovato	B_2O_3 %
(26)	gr. 0.4932	gr. 0.1071	21.72
(27)	» 0.5308	» 0.1160	21.85
(28)	» 0.4776	» 0.0936	21.73

La ragione che mi fece impiegare la fusione coi carbonati alcalini invece del semplice intaccamento con acido nitrico, sta in ciò che credo che la silice gelatinosa originata dall'azione dell'acido sul minerale ne impedisca la completa decomposizione, specialmente poi che bisogna evitare o fare con molte precauzioni il riscaldamento per impedire la volatilizzazione dell'acido borico facilissima da un liquido acido. I risultati delle seguenti esperienze che feci prima di usare i carbonati alcalini per

([1]) Devo alla cortesia dell'egregio professore L. Bombicci l'aver potuto disporre di circa trenta grammi di cristalli bellissimi di questo minerale; gli rinnovo qui i miei ringraziamenti.

intaccare il mi nerale, mostrano tale fatto, per essere non concordanti ed inferiori a quelli sopra trovati:

Numero d'esperienza	Datolite impiegata	B_2O_3 %	HNO_3 impiegato
(29)	gr. 0.5702	20.48	c. c. 1.5
(30)	» 0.5276	20.78	» 1.5
(31)	» 0.5113	20.04	» 2.0
(32)	» 0.5510	19.78	» 4.0
(33)	» 0.5385	19.91	» 4.0

Nell'ultima colonna sono registrate le quantità di acido nitrico impiegate in ogni esperienza; come si vede aumentai queste quantità sperando un completo intaccamento, l'errore invece si accrebbe. Le differenze in meno che qui si hanno non si possono attribuire interamente ad una incompleta decomposizione del minerale, credo che l'impiego dell'acido nitrico in queste circostanze produca un'altra causa di errore. Nelle esperienze eseguite si metteva l'acido nitrico nella bolla insieme alla datolite, e dopo alcune ore si procedeva alla distillazione; siccome si usava un eccesso di acido nitrico, questo passava sulla calce producendo nitrato di calcio. Tirata a secco la capsula, il nitrato si decompone pel calore ed i vapori nitrosi che si sviluppano in grande quantità spostano alquanto l'acido borico, come si può ricavare dal confronto dei numeri delle due ultime colonne del soprascritto prospetto, che ci mostrano come per una quantità pressochè costante di datolite si trova tanto meno acido borico quanto più acido nitrico si usa.

Quando si fa la decomposizione del minerale coi carbonati alcalini resta evitato l'inconveniente della completa decomposizione ed è facile non usare un eccesso di acido nitrico nel liberare l'acido borico. Fatta la fusione coi carbonati alcalini si può anche sopprimere l'acido nitrico ed impiegare l'acido acetico, un eccesso di quest'ultimo non è dannoso perchè i prodotti di decomposizione pel calore degli acetati non sono acidi.

16. Della datolite di Serra dei Zanchetti esistono già due analisi, una di Liveh (1) e l'altra di Brugnatelli (2). Trattandosi di un minerale che si presenta in così bei cristalli mi pare che i risultati loro differiscano un po' troppo per potermi ad essi riferire per la composizione del minerale. Pensai pertanto di rifare l'analisi col mio materiale che come notai è bellissimo. L'acqua fu determinata con calcinazione forte e prolungata come consigliano Hausmann e Stromeyer (3) e Rammelsberg (4). Il minerale fu poscia fuso coi carbonati alcalini; il prodotto della fusione trattato con acido cloridrico e determinati in esso i varî elementi coi consueti metodi. L'acido borico veniva

(1) Zeit. für Kryst. Vol. VII, pag. 574.
(2) Zeit. für Kryst. Vol. XIII, pag. 560.
(3) Pogg. Ann. Vol. XII, pag. 155, 1828.
(4) Pogg. Ann. Vol. XLVII, pag. 169, 1839.

determinato su apposite porzioni di minerale. Riporto i risultati di tre mie analisi eseguite su quantità diverse di minerale:

	Esperienza (34)	Esperienza (35)	Esperienza (36)
Acqua	5.92	5.85	5.86
Silice	36.96	36.76	36.77
Ossidi di ferro ed alluminio	0.26	0.33	0.26
Calce	35.73	35.81	35.58

determinando, secondo la media di queste esperienze, l'anidride borica per differenza si avrebbe il 21,30 per cento.

Un'altra analisi fu fatta intaccando il minerale con acido cloridrico invece che coi carbonati alcalini, ecco i risultati (il ferro e l'allumina non furono pesati):

	Esperienza (37)
Acqua	5.93
Silice	37.41
Calce	35.37

il contenuto in silice superiore ai precedenti e quello in calce inferiore offrono una prova diretta che il minerale non è completamente intaccato dall'acido cloridrico, quantunque per la separazione della silice esso sia stato a lungo riscaldato in presenza dell'acido.

17. *Separazione dell'acido borico dagli acidi cloridrico e fluoridrico.* — Il metodo di separazione dell'acido borico ora esposto è sempre valevole quando nel procedimento di distillazione non si volatilizzano sostanze che fissandosi sulla calce diano composti non riducibili col calore ad ossido di calcio. Sostanze di questo genere sarebbero l'acido cloridrico e l'acido fluoridrico i quali originerebbero cloruro e fluoruro di calcio che il calore non decompone.

Riguardo all'acido cloridrico Gooch [1] da esperienze fatte in proposito deduce che non si ha trasporto di esso eseguendo distillazioni in presenza di acido acetico se il cloro è combinato agli alcali, e che quindi si può eseguire la separazione dell'acido borico neutralizzando prima con soda e poi distillando con acido acetico. La potassa è da evitare perchè pare che un eccesso di acetato di potassio impedisca il processo

[1] Am. Chem. Journ. Vol. IX, pag. 31, 1887.

di distillazione. Trova poi meglio precipitare il cloro col nitrato d'argento e distillare direttamente, oppure precipitare l'eccesso di nitrato d'argento con soda o carbonato di sodio, acidificare con acido nitrico e distillare.

Per separare l'acido borico dal fluoridrico, Gooch consiglia di precipitare e rimuovere quest'ultimo dalla soluzione acquosa ed alcalina della sostanza da analizzare allo stato di fluoruro di calce, e poi di eseguire le solite distillazioni, giacchè ritiene che la separazione dell'acido fluoridrico con sali di calcio si possa effettuare esattamente. Da mie esperienze però risulta che la separazione in discorso non si può fare con successo seguendo il consiglio di Gooch.

Anzitutto supponendo, nelle condizioni poste, che la precipitazione dell'acido fluoridrico con un sale di calcio sia completa, si deve, se si opera come al solito, lavare una miscela di carbonato e fluoruro di calcio pel che richiedesi molt'acqua la concentrazione della quale non può tornare di vantaggio all'acido borico. Il distillare direttamente quest'acqua nella bolla richiederebbe un tempo eccessivamente lungo, impiegandosi pressochè due ore nelle esperienze (19)-(22) per distillare circa 60 c. c. d'acqua. Si potrebbe, aggiunto il sale di calcio, acidificare con acido acetico e distillare, ma allora si agirebbe in presenza di una troppo grande quantità di sali fra cui acetati e nitrati che difficilmente perdono acqua e la distillazione sarebbe impedita. Anche nel caso della rimozione del fluoruro di calcio si ha l'inconveniente della quantità grande di sali perchè si deve fare agire un eccesso di sale di calcio per ridisciogliere il borato di calcio che precipita.

A questi inconvenienti si deve aggiungere l'altro derivante dal fatto che l'acido fluoridrico non precipita completamente con un sale di calcio in presenza di acido borico e di alcali. Già le esperienze fatte da Rose e Weber (ricordate a pagina 353) per allontanare l'eccesso di acido fluoridrico col carbonato di calcio nel metodo da loro studiato del fluoborato potassico, lasciano intravedere che la separazione degli acidi fluoridrico e borico in presenza degli alcali non deve riuscire netta operando con sali di calcio. L'esperienza poi di Weber (1) in cui precipitando con nitrato di calcio una miscela di fluoruro di sodio e borace ottiene gr. 0.175 di fluoruro di calcio invece di gr. 0.305 e che egli spiega supponendo la formazione di fluoborato di sodio che col trattamento con carbonato di calcio ed acido nitrico non si decompone, mi pare appoggi tale supposizione. Tuttavia nei trattati di chimica analitica non è suggerito altro metodo per la separazione degli acidi in questione (2) e pertanto credei opportuno eseguire le seguenti esperienze.

Saturai una soluzione di acido fluoridrico puro con carbonato di potassio aggiungendone in piccolo eccesso, tirai a secco e riscaldai fino a fondere il tutto. La massa fusa fu divisa in quattro parti che subito furono pesate. Sciolsi ciascuna porzione nell'acqua ed a due aggiunsi gr. 0,8 di borace. Le quattro soluzioni furono addizionate in eguale misura di carbonato di sodio ed alla temperatura dell'ebbollizione si precipitò in esse il fluoro con una soluzione di cloruro di calcio, avendo cura di aggiungerne

(1) Pogg. Ann. Vol. LXXX. pag, 279, 1850.

(2) Fresenius, *Anleit. zur quant. chem. Anal.* 6ª ediz. vol. I, pag. 647. — H. Rose, Chim. anal. vol. II. pag. 954. Paris, 1862.

un eccesso dove era presente il borace. Il fluoruro di calcio fu separato e pesato seguendo le solite norme. Ecco i risultati ottenuti:

Numero d'esperienza	Peso della miscela $KFl+K_2CO_3$	$CaFl_2$ ottenuto	$CaFl_2$ ottenuto da 100 parti di miscela
(38)	gr. 0.7668	gr. 0.3270	42.64
(39)	» 1.0470	» 0.4484	42.83
(40)	» 0.7828	» 0.3057	39.05 con borace
(41)	» 0.7678	» 0.3210	41.81 con borace.

Si vede che nelle prime due esperienze in cui non vi era acido borico i risultati sono concordanti, cosa che non si verifica nelle due ultime che danno anche una quantità minore di fluoruro di calcio. L'acido fluoridrico è dunque ritenuto in soluzione, la perdita non raggiunge quella citata di Weber. Se però come fece Weber si opera in presenza di sola soda la perdita cresce di molto, come infatti si deduce dalle due seguenti esperienze:

Esp. (*42*). — Pesai gr. 6.3955 di soluzione di acido fluoridrico puro, saturai l'acido con carbonato di sodio impiegandone un eccesso, aggiunsi gr. 0,8 di borace e precipitai a caldo l'acido fluoridrico con cloruro di calcio in eccesso. Il fluoruro di calcio raccolto colle solite norme pesò gr. 1.7029, ogni grammo della soluzione di acido fluoridrico diede adunque gr. 0.2732 di fluoruro di calcio.

Esp. (*43*). — Gr. 6.0878 della stessa soluzione di acido fluoridrico trattati nello stesso modo, senza però l'aggiunta del borace, diedero gr. 2.3376 di fluoruro di calcio; quindi ogni grammo della soluzione diede gr. 0,3840 di fluoruro di calcio.

Confrontando i risultati qui ottenuti si vede che la perdita di acido fluoridrico in presenza di acido borico è molto rilevante. Tanto nel caso cui vi è sola soda, come quando vi è anche potassa, credo che la perdita sia dovuta alla formazione di fluoborato di sodio o potassio che tiene in soluzione l'acido fluoridrico, probabilmente la grande solubilità del sale sodico è la causa della perdita maggiore quando si opera in presenza della sola soda. Si può da queste esperienze dedurre che la separazione degli acidi borico e fluoridrico non si può effettuare nettamente mediante un sale di calcio operando in soluzioni alcaline.

Kobell [1] propose di precipitare l'acido fluoridrico in presenza di borace con carbonato di calcio dopo avere aggiunto cloruro ferrico, affermando che l'acido borico rimane in soluzione, che l'acido fluoridrico precipita. L'autore non riferisce esperienze; mi pare che l'aggiunta di cloruro ferrico non possa impedire la formazione dell'acido fluoborico e quindi il passaggio di acido fluoridrico in soluzione.

Le mie esperienze sopra riportate mostrano pure come non si possa impiegare il procedimento di Landolph [2] per la separazione dei due acidi quando siano presenti gli alcali. Ditte per questa separazione [3] dopo avere secondo il suo metodo

[1] Jour. für prakt. Chem., vol. XXXVI, pag. 305, 1845.
[2] Ber. der Deut. chem. Ges. Vol. XII, pag. 1586, 1879.
[3] Ann. de Chim. et de Phys., serie 5ª, vol. IV, pag. 556, 1874.

(riportato a pagina 357) fatto cristallizzare il borato di calcio colla miscela di cloruri, tratta le parti insolubili nell'acqua con una soluzione di nitrato d'ammonio che secondo lui scioglie il borato lasciando intatto il fluoruro di calcio. Osservo a questo riguardo che Ditte precipita in presenza di alcali e quindi secondo le esperienze fatte si formerà il fluoborato che credo non si decomponga colla fusione coi cloruri; il nitrato d'ammonio poi esercita anche una piccola azione solvente sul fluoruro di calcio, come già osservò Rose ([1]) e come potei accorgermi lasciando del fluoruro di calcio precipitato e del naturale per due giorni in presenza di una soluzione quasi satura di nitrato d'ammonio. La soluzione trattata con ossalato d'ammonio dava indizio della calce che era in quantità minore dove si usò il fluoruro naturale. Il tempo di due giorni era pure richiesto per la completa soluzione di circa mezzo grammo di borato di calcio cristallizzato ([2]).

([1]) Gmelin. Hand. der Anorg. Chem. Vol. II, pag. 407.

([2]) L'azione solvente esercitata dal nitrato d'ammonio su molti minerali e su questi borati cristallizzati di Ditte mi indusse a provare la sua azione su borati naturali; feci a questo proposito esperienze colla priceite e colla datolite.

La priceite impiegata proviene da uu campione di Panderma; gr. 0.5000 in due ore si sciolsero in 150 cc. di soluzione (satura a freddo) di nitrato d'ammonio posta su bagno maria, mentre gr. 0.2500 impiegarono 20 giorni per sciogliersi in 100 cc. della stessa soluzione (tenuta a tempetutura ordinaria).

Molto più lenta è l'azione del nitrato sulla datolite. Si prese della datolite (Serra dei Zanchetti) e la si pose su bagno maria in contatto colla soluzione di nitrato d'ammonio. Dall'aspetto fioccoso che andava assumendo la polvere del minerale si capiva che esso era lentamente intaccato. Trascorse 72 ore si raccolse su un filtro il residuo rimasto indisciolto, si determinò in esso la silice e la calce, e si determinò pure la calce nel liquido; si ebbero i seguenti risultati:

Datolite impiegata	Residuo indisciolto	Silice	Ca O del residuo	Ca O sciolta
gr. 0.7896	gr. 0.5245	gr. 0.2871	gr. 0.1415	gr. 0.1380
» 0.4259	» 0.2697	» 0.1516	» 0.0704	» 0.0791

Calcolando la quantità per cento di calce rimasta insieme alla silice e quella sciioltasi, si può avere un criterio della porzione del minerale rimasta intaccata:

Ca O % indisciolta	Ca O % sciolta	Somma
17.92	17.47	35.39
16.53	18.57	35.10

Nella prima di queste due esperienze rimase adunque intaccata quasi la metà del minerale, più della metà nella seconda.

La somma delle due porzioni di calce rappresenta il totale della calce contenuta nella datolite, tale somma, avuta riguardo ai procedimenti seguiti, corrisponde abbastanza col tenore in calce del minerale risultante dalle esperienze (34), (35), (36).

Un'azione più prolungata del nitrato d'ammonio avrebbe decomposto interamente il minerale lasciando un residuo di pura silice. Se si fanno le esperienze a temperatura ordinaria l'intaccamento è oltremodo lento.

Anche Rosenbladt nel proporre il suo metodo considera la separazione in discorso e consiglia ([1]) nel caso della presenza del fluoro di calcinare la sostanza e tenere conto della perdita nell'analisi. Non dice come si deve fare tale calcolo quando c'è dell'acqua, nè quando vi è della silice dice se la perdita va attribuita a fluoruro di silicio o fluoruro di boro. In alcuni casi poi il fluoro non si riesce a scacciarlo completamente colla calcinazione.

18. Ho creduto opportuno di fare alcune ricerche per trovare un modo di separare gli acidi borico e fluoridrico; ne riassumo qui i risultati.

Viste le esperienze di Gooch relative all'acido cloridrico ([2]) nelle quali quando quest'acido era combinato agli alcali non si aveva spostamento alcuno eseguendo la distillazione in presenza di acido acetico, pensai che, essendo in generale le calorie di formazione dei composti fluorati, e per conseguenza la loro stabilità, maggiore di quella dei corrispondenti composti clorurati, si dovesse pure ottenere una buona separazione degli acidi borico e fluoridrico, quando essi erano combinati p. es. cogli alcali, eseguendo distillazioni in presenza di acido acetico. Le seguenti esperienze furono eseguite appunto per decidere questa questione; in nulla diversificano dalle precedenti (19) a (22) eccetto nell'aggiunta di gr. 0.5 di fluoruro di potassio alla soluzione pesata di acido borico alla quale si era già unito un grammo di soda:

Numero d'esperienza	Ca O impiegato	B_2O_3 impiegato	B_2O_3+Ca O trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(44)	gr. 1.2835	gr. 0.2043	gr. 1.4810	gr. 0.1975	— gr. 0.0068
(45)	» 1.2250	» 0.2208	» 1.4357	» 0.2107	— » 0.0101
(46)	» 1.2921	» 0.2284	» 1.5066	» 0.2145	— » 0.0139

In queste esperienze si impiegarono 90 cc. d'alcool metilico; la perdita che si rileva è troppo forte per attribuirla ad inevitabili errori di esperienza, specialmente che nelle esperienze (19) ····· (22) ed in quelle di Gooch si ha sempre un errore in più. La differenza in meno che si ha credo sia dovuta a formazione di fluoborato di potassio che per l'acidità del liquido trova condizioni favorevoli di formazione e che l'acido acetico non ha energia sufficiente per disaggregare. Infatti trattando il residuo della distillazione con poca acqua rimane una piccola porzione di una sostanza insolubile in poca acqua, e che ha tutta l'apparenza del fluoborato di potassio. Nell'esperienza (46) il residuo della distillazione dopo essere stato posto in una capsula di platino, aggiuntovi dell'acetato di potassio e dell'acido fluoridrico e tirato quasi a secco, venne ripreso con poca acqua, e la materia insolubile raccolta su un filtro pesato. Si lavò prima con una soluzione di acetato potassico, poi con alcool, come indica Stromeyer, pesato il filtro dopo averlo essiccato a 100° si trovò che la sostanza pesava gr. 0.0520. In questa sostanza non si riscontrò colla potassa la silice, essa dunque non poteva essere (vista la purezza dei reagenti) che fluoborato potassico. Convertendo

([1]) Zeit. für anal. Chem. Vol. XXVI, pag. 20, 1887.

([2]) Am. Chem. Journ. Vol. IX, pag. 31, 1887.

ora il fluoborato in anidride borica si avrebbe che nella bolla erano rimasti gr. 0.0144 di essa, peso che corrisponde abbastanza bene colla perdita avutasi.

Impedendo dunque la presenza del potassio la separazione dell'acido borico dal fluoridrico per mezzo della distillazione in causa della formazione del fluoborato di potassio, corpo molto stabile, provai se questa riusciva in presenza di solo sodio. Anche in questo caso operandosi con un liquido che deve costantemente essere acido doveva formarsi del fluoborato di sodio, ma pensai che per le proprietà di questo sale diverse dal corrispondente sale potassico, e specialmente per la sua solubilità relativamente grande (superiore secondo Berzelius a quella del fluoruro di sodio), dovesse l'acido borico essere più facilmente spostato dall'acido acetico. Le seguenti esperienze però eseguite in modo identico alle precedenti salvo l'aggiunta di fluoruro di sodio invece di fluoruro di potassio alla miscela di acido borico e soda contradicono alla fatta supposizione:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO+B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(47)	gr. 1.3218	gr. 0.2029	gr. 1.5286	gr. 0.2068	+ gr. 0.0039
(48)	» 1.1322	» 0.2137	» 1.3553	» 0.2231	+ » 0.0094

Siccome queste esperienze mostrano che nelle distillazioni vi è un trasporto di materia, io cercai, nella supposizione che i sali con cui sperimentava fossero fissi, di attenuare tale trasporto impiegando per eseguire le distillazioni una bolla col collo molto lungo e ripiegato in guisa che i vapori uscenti da essa dovessero percorrere un gran cammino ascendente, cosa che allungava di molto il processo di distillazione. Tale precauzione a nulla valse, e le due esperienze seguenti, fatte in condizioni eguali alle altre due, mostrano come riuscisse vana:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO+B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(49)	gr. 1.2942	gr. 0.2131	gr. 1.5165	gr. 0.2223	+ gr. 0.0092
(50)	» 1.1779	» 0.1927	» 1.3873	» 0.2094	+ » 0.0167

ed anche queste esperienze confermano il trasporto di materia.

Tenendo dietro attentamente alle varie distillazioni mi accertai che queste differenze in più non potevano essere attribuite a proiezioni; vidi però in certi istanti come delle specie di nebbie formarsi al collo del refrigerante, nebbie che non v'era ragione di attribuire a condensazione repentina di vapori d'alcool. Un altro fatto richiamò la mia attenzione. Dopo avere evaporato il prodotto della distillazione nella capsula di platino a bagno maria, ed avere riscaldato alquanto su una semplice Bunsen, vidi che mettendo la capsula sulla lampada dello smaltatore, i bordi della fiamma

di questa si coloravano in verde giallastro, ciò che mai si osservò nelle altre esperienze. La colorazione era persistente, e solo si riusciva a diminuirne l'intensità elevando molto e per lungo tempo la temperatura. Corrispondentemente si deve notare che in queste esperienze era molto difficile l'ottenere la costanza di peso della capsula, perchè mentre nelle altre bastavano 15 minuti di calcinazione al rosso vivo per non avere più perdite in ulteriori calcinazioni, qui non si raggiungeva l'intento in 30 minuti di calcinazione al rosso bianco. Sulla lamina poi che si usava per coprire la capsula si formavano delle goccioline di una sostanza quasi vetrosa. Queste goccioline davano effervescenza con acido acetico, coloravano in giallo la fiamma, e la loro soluzione acquosa appena appena si intorbidò in alcuni casi per l'aggiunta di ossalato d'ammonio; credo fossero costituite da carbonato di sodio. Il sodio che qui si trova era stato trasportato dall'alcool nella capsula, e se si ha anche riguardo al notevole aumento in peso di questa, si vede che il trasporto dovette essere rilevante.

Provai se variando la temperatura delle distillazioni potessi in alcun modo menomarlo, ed a questo scopo eseguii la seguente esperienza con dosi di sostanze eguali alle precedenti, ma avendo cura di non superare la temperatura di 90° quando distillavo l'alcool metilico:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(51)	gr. 1.3471	gr. 0.1841	gr. 1.5283	gr. 0.1812	— gr. 0.0029

si ha in questo caso una differenza in meno.

Non si può sperare che operando a temperatura conveniente si potrà effettuare la desiderata separazione, perchè nella calcinazione della capsula che conteneva il prodotto della distillazione si ripeterono, quantunque in proporzioni diminuite, tutti i fenomeni sopra accennati. Trattando poi il residuo della distillazione con acqua, mettendo la soluzione in una capsula di platino, aggiungendo acido fluoridrico, acetato potassico e concentrando a bagno maria, si ebbe, riprendendo con poca acqua, un abbondante deposito che riconobbi essere fluoborato di potassio, molto più abbondante di quello che si ebbe nell'esperienza (46). Bisogna notare che sottomettendo ad un egual trattamento tutti i residui di distillazioni eseguite in presenza di soli sali di sodio si ebbe sempre la medesima sostanza quasi insolubile, il che mostra che ad onta del notevole aumento in peso avutosi, parte dal boro resta ancora combinato col sodio. In tutte queste esperienze il prodotto della calcinazione si sciolse completamente, quantunque lentamente nell'acido acetico diluito, il che prova l'assenza di fluoro nella calce.

Avendo in alcune esperienze raccolti i prodotti della distillazione soli ed avendo acceso l'alcool, esso sulle prime abbruciò con fiamma verde pallida che nelle ultime porzioni diventava addirittura gialla, cosa che non succedeva nelle esperienze eseguite non con soli sali di sodio. Si ha così una prova diretta del trasporto di sodio; non cercai di vedere sotto quale forma abbia luogo questo trasporto.

19. Riusciti vani questi tentativi di separazione degli acidi borico e fluoridrico in presenza degli alcali fissi per la formazione dei rispettivi fluoborati che sono molto stabili, pensai di provare se la separazione per distillazione riusciva quando gli alcali fossero eliminati. Decisi di operare in presenza di soli sali di calcio perchè primieramente il fluoborato di calcio che si può formare è meno stabile decomponendosi già, secondo Berzelius (1), per la presenza dell'acqua, ed oltre questo perchè essendo il fluoruro di calcio il fluoruro meno solubile che si conosca ed inattaccabile dall'acido acetico diluito, un grande eccesso di sale di calcio solubile (acetato p. es.) deve agevolare la disaggregazione dell'acido fluoborico.

Ridussi un grammo di ossido di calcio calcinato di recente allo stato di una poltiglia non molto densa, vi aggiunsi una porzione della soluzione titolata di acido borico e dopo due centimetri cubici di una soluzione (da 1 a 10) di acido fluoridrico; acidificai poi questa miscela che ancora aveva reazione alcalina con acido acetico. Introdussi il tutto in una delle solite bolle e distillai alla temperatura di 130°. Una prima avvertenza a cui conviene avere riguardo si è che nello spegnere la calce che si mescola cogli acidi borico e fluoridrico, non si formino dei grumi come spesso avviene, giacchè essi in un liquido che è semigelatinoso (pel fluoruro di calcio che contiene) sono difficilmente sciolti dall'acido acetico, tanto che questo può distillare prima che la calce sia interamente sciolta. Nelle aggiunte poi di acido acetico che si fanno durante le distillazioni d'alcool la soluzione completa della calce è ancora più difficile. Succede così che si ha un liquido in alcuni punti alcalino il che pregiudica la volatilizzazione dell'acido borico.

Fino dalle prime prove m'accorsi che non potevo servirmi di una bolla eguale a quelle che aveva prima usate per le enormi proiezioni che si avevano durante le distillazioni d'alcool. Perciò sostituii ad esse dei matraccini di Erlenmeyer molto lunghi, della capacità di 200 c.c., chiusi da un tappo di sovero con due fori. Per uno dei fori passava un tubo ad imbuto con robinetto, per l'altro un tubo del diametro interno di un centimetro che conduceva i vapori nel refrigerante verticale. Ad onta della lunghezza di 20 cm. del ramo orizzontale di questo tubo si ebbero ancora proiezioni; esse si ripeterono anche dando al tubo una forte inclinazione, e solo si poterono evitare non superando durante le distillazioni d'alcool la temperatura di 90° o 95°, ed adoperando un tubo col quale alla capacità contenente la miscela da distillare si sovrapponeva una bolla che valesse a trattenere le piccole proiezioni di materia.

Introducendo la miscela di acido borico, acido fluoridrico e calce nel vaso descritto, si può, sino a che si sia essicata, tenere la temperatura del bagno di paraffina verso i 135°; bisogna però lasciare raffreddare sino a 90° prima di distillare l'alcool. Per essere l'acetato di calcio alquanto solubile nell'alcool tornano inutili le distillazioni intermedie di acqua; conviene impiegare una quantità d'alcool un po superiore a quella delle esperienze (19) a (22), perchè qui l'acido borico si libera più difficilmente, ed anche acidificare ogni porzione d'alcool con acido acetico. Si deve pure guardare che la calce impiegata per la fissazione dell'acido borico sia in quantità sufficiente da neutralizzare l'acido acetico che distilla.

(1) Pogg., Ann. Vol. II, pag. 120, 1824.

Tenendo ben conto di tutte queste avvertenze si fecero le seguenti esperienze:

Numero d'esperienza	CaO impiegato	B_2O_3 impiegato	$CaO + B_2O_3$ trovati	B_2O_3 trovato	Differenze
(52)	gr. 1.5481	gr. 0.1927	gr. 1.7410	gr. 0.1929	+ gr. 0.0002
(53)	» 1.5287	» 0.1954	» 1.7253	» 0.1966	+ » 0.0023
(54)	» 1.1359	» 0.1832	» 1.3189	» 0.1830	— » 0.0002
(55)	» 1.5953	» 0.1988	» 1.7960	» 0.2007	+ » 0.0019

I risultati che si ottengono quanto a precisione non sono inferiori a quelli delle esperienze eseguite senza acido fluoridrico ed a quelli delle esperienze di Gooch fatte con acido cloridrico; se le differenze sono qui un po maggiori ciò dipende dall'essere qui più numerose le cause di errore specialmente quelle dipendenti dal dover ridurre ad ossido una quantità notevole di acetato di calcio. Queste esperienze pertanto mostrano che colla distillazione si può eseguire la separazione degli acidi borico e fluoridrico quando non vi siano alcali. Considerando le varie proprietà dei fluoborati descritti da Berzelius [1] credo di poter affermare che oltre la calce altri ossidi si prestino a tale separazione che si potrà sempre eseguire dopo l'eliminazione degli alcali.

20. Dovendosi analizzare materie contenenti il boro, il fluoro e degli alcali, per evitare le cause di errore sopra ricordate si può procedere nel modo seguente. Si elimina prima il boro allo stato di fluoruro di boro mediante l'acido solforico, si conduce questo fluoruro di boro in presenza di latte di calce, si neutralizza la calce con acido acetico e si eseguiscono le distillazioni colle precauzioni sopra indicate. Come è noto il fluoruro di boro venendo in contatto dell'acqua si decompone secondo l'equazione:

$$8\,BF_3 + 6\,H_2O = 6\,HF.BF_3 + 2\,B(OH)_3$$

e per la presenza della calce si formerà borato e fluoborato di calcio, dai quali l'acido acetico e l'eccesso di sale di calcio separano il boro. Operando così si potrà anche determinare il fluoro del composto che si studia perchè esso si troverà nel residuo della distillazione allo stato di fluoruro di calcio mescolato ad acetato e ad un po di solfato di calcio, essendo necessario riscaldare per decomporre coll'acido solforico i fluoborati alcalini. Siccome nella maggior parte dei composti che si analizzano non vi è sempre tanto fluoro sufficiente per convertire tutto il boro in fluoruro di boro, converrà distillare sull'acido solforico alcune porzioni di alcool metilico per esportare tutto il boro. Sarà conveniente eseguire questo distillazioni anche quando il fluore è sufficiente a convertire tutto il boro in fluoruro, perchè porzioni di questo gas molto denso non restino nell'apparecchio in cui si fa l'operazione. Porzione dell'acido fluoridrico della sostanza potrebbe anche, se essa contenesse silice, volatilizzarsi sotto forma di fluoruro di silicio, ma ciò non influisce sui risultati dell'analisi per ciò che riguarda il boro, perchè nelle condizioni in cui si opera il fluoruro di silicio si decomporrebbe in silice e fluoruro di calcio. In questo ultimo caso però la determinazione

[1] Pogg. Ann. Vol. II, pag. 118 a pag. 126, 1824.

diretta del fluore bisognerebbe farla sotto forma di fluoruro di silicio, e la silice determinarla a parte nel minerale.

Per attuare questo metodo d'analisi converrebbe assai una storta di platino con tubulatura, disponendo l'allunga colla sua estremità aperta a pochi millimetri dalla superficie del latte di calce, chiudendo la tubulatura con un tappo di platino durante il primo periodo dell'operazione in cui si svolge fluoruro di boro, e poi al tappo di platino sostituendo rapidamente un tappo di sovero attraversato da un imbuto munito di robinetto. Non vi è pericolo che del fluore vada perduto perchè i fluoruri di boro e di silicio hanno densità molto rilevanti e si uniscono (come pure l'acido fluoridrico) con prontezza coll'acqua e colla calce. L'allunga della storta va lavata e le acque di lavatura riunite alla calce essendosi durante l'operazione potuto decomporre del fluoruro di boro e dell'acido borico fermarsi sulle pareti di essa.

Non avendo finora a mia disposizione un apparecchio di platino quale l'ho descritto, cercai di applicare il metodo di separazione da me proposto all'analisi del fluoborato potassico impiegando una storta di vetro tubulata. In queste condizioni mi limitai a dosare il boro, essendo molto difficile e lunga una determinazione di fluore sotto forma di fluoruro di silicio, specialmente poi che non potei avere una storta di vetro piccola a sufficienza da essere sicuro sull'esattezza del procedimento di disaggregazione del fluoborato. Per questa causa nelle seguenti due esperienze vi è una differenza in meno nella dosatura del boro:

Esp. (56). - gr. 0.5413 di fluoborato di potassio, lo stesso di quello usato nelle esperienze (1) e (2), pari a gr. 0.0482 di boro, diedero gr. 0.1454 di anidride borica, pari a gr. 0.0458 di boro.

Esp. (57). - gr. 0.5168 dello stesso fluoborato di potassio, pari a gr. 0.0451 di boro, diedero gr. 0.1366 di anidride borica, pari a gr. 0.0429 di boro.

Questi risultati quantunque difettosi provano che con un apparecchio migliore il dosamento del boro si può eseguire esattamente. Non credei opportuno eseguire altre esperienze perchè, come già notai non mi fu possibile trovare storte di vetro più piccole di quella da me usata.

21. *Metodo di Morse e Burton.* — A completare l'esame critico dei metodi suggeriti per la determinazione del boro, mi rimane da esaminare quello recentemente proposto da Morse e Burton [1].

Con questo procedimento si fonde la sostanza in cui si vuole determinare l'acido borico con idrato potassico; si riprende con acqua il prodotto della fusione, si evapora il liquido separato dalle parti insolubili sino al volume di 10 a 12 c.c. Si neutralizza esattamente il liquido alcalino con acido solforico usando, come indicatore, della tropeolina OO che è noto non viene alterata dagli acidi silicico, borico e carbonico. La soluzione neutralizzata che non deve superare il volume di 20 c.c. è completamente essicata mediante solfato di rame anidro e dalla massa asciutta si estrae l'acido borico con alcool assoluto. Si pesa poi l'acido allo stato di metaborato di bario mescolando la soluzione alcoolica con una quantità nota di soluzione titolata di idrato di bario, precipitando l'eccesso di idrato di bario con una corrente di biossido di carbonio, tirando il tutto a secco in una capsula pesata di platino, e calcinando al rosso ciliegia sino a peso costante.

[1] Am. Chem. Jour. Vol. X, pag. 154, 1888.

È evidente che questo procedimento di separazione dell'acido borico riposa sulla supposizione che tutte le sostanze che l'accompagnano, siano perfettamente insolubili nell'alcool assoluto. A questo riguardo gli autori fanno notare che le sole classi di sali che possono essere di impedimento alla separazione sono i cloruri ed i sali di ferro e consigliano di eliminare questi corpi prima di eseguire la separazione, ciò che pei sali di ferro riesce facile pel trattamento coll'idrato potassico. Ma anche supponendo l'assenza o la perfetta eliminazione di queste due classi di sali, mi pare non si possa essere sicuri che l'alcool assoluto dalla miscela esporti niente altro che acido borico, massime che essa non è puramente costituita da solfati perchè l'acido solforico fu aggiunto solo fino a saturazione dell'alcale libero e di quello combinato cogli acidi silicico, borico e carbonico. Credo importante di insistere su questo punto perchè tutto ciò che viene esportato dal volume d'alcool assoluto necessario per l'intera soluzione dell'acido borico viene naturalmence pesato insieme al metaborato e carbonato di bario, e per conseguenza l'errore in più riesce quasi triplicato. Infatti con questo metodo se Q è la quantità di idrato di bario impiegata, convertita in carbonato, P il peso trovato di metaborato e carbonato di bario, la quantità cercata di acido borico è calcolata colla relazione

$$x = (P-Q) \frac{B_2O_3}{B_2O_3 - CO_2}$$

nella quale sostituendo a B_2O_3 e CO_2 i numeri che esprimono i pesi molecolari di tali anidridi, si ha:

$$x = (P-Q) . 2,70182 \quad (^1).$$

È evidente adunque che quella piccola parte di P che è dovuta alle sostanze sciolte dall'alcool, moltiplicata per 2,70182 viene calcolata come acido borico.

Sempre in causa di questo moltiplicatore si vede anche la necessità di determinare P e Q colla più scrupolosa esattezza, potendo l'errore di gr. 0.0003 nella differenza P — Q produrre un errore di circa gr. 0.0010 nel peso dell'acido borico.

Se si considera poi il valore del modo seguito nel metodo di Morse e Burton per fissare l'acido borico, si vede che la grande solubilità dell'idrato di bario relativamente a quella dell'idrato di calcio può essere di vantaggio per la fissazione, ma però questo vantaggio scompare di fronte alle difficoltà che si incontrano volendo pesare dell'ossido di bario. Tirando a secco una miscela di soluzioni di acido borico ed idrato di bario (quest'ultimo in eccedenza), e poscia calcinando, non si può così facilmente, come quando si fissa l'acido borico coll'idrato di calcio, scacciare l'acqua dall'idrato di bario, e non vi è criterio alcuno che permetta di limitare la calcinazione in guisa da avere metaborato ed idrato di bario. Il suggerimento di convertire l'eccesso di idrato di bario in carbonato oltre che agevolare le condizioni della pesata finale, toglierebbe queste difficoltà. Ma si sa che l'acido borico in presenza di un eccesso di idrato di bario non dà nè metaborato nè ortoborato bensì un borato più complesso, e sorge il dubbio se quando si fa agire il biossido di carbonio, questo limita la sua azione sull'idrato di bario non combinato, oppure può anche decomporre il borato complesso in

(1) Per i pesi atomici mi sono servito di quelli calcolati da Meyer e Seubert.

metaborato e carbonato, e se infine non esercita la sua influenza anche sul metaborato, supponendo che in quelle condizioni del metaborato si possa formare. Questi dubbi sono giustificati dalla considerazione che Rose ([1]) trovò che l'acido borico in soluzione non sposta, anche a caldo l'acido carbonico dai carbonati alcalini, e che solo lo scaccia quando tirata a secco la soluzione si arroventa il residuo; e che Schweizer ([2]) prima, e molto più recentemente Georgiewić ([3]) trovarono che l'acido carbonico può spostare interamente l'acido borico da una soluzione di borace.

Per risolvere questo dubbio pensai pertanto di eseguire alcune esperienze sopra tale modo di fissazione. Una quantità pesata della solita soluzione titolata di acido borico venne mescolata con una porzione di una soluzione di idrato di bario il cui titolo si determina ad ogni esperienza ([4]). Siccome però nelle esperienze di Morse e Burton il liquido che contiene l'acido borico e l'idrato di bario è per circa tre quarti costituito da alcool, circostanza che si potrebbe invocare a favore dell'azione limitata del biossido di carbonio sull'idrato di bario non combinato o costituente borato complesso in causa della maggiore insolubilità dei sali che si formano in liquidi alcoolici, così ad ogni esperienza aggiunsi alla soluzione d'acido borico, prima di mescolarla all'acqua di barite, tanto alcool che la miscela dei varî liquidi risultasse per circa tre quarti costituita da alcool. L'aggiunta dell'idrato di bario non produceva che una leggera opalescenza, invece si formò un'abbondante precipitazione colla corrente di biossido di carbonio. Il tutto veniva essiccato in una capsula pesata di platino e calcinato sino a peso costante al rosso incipiente. Ecco i risultati ottenuti:

Numero d'esperienza	$Ba\,CO_3$ impiegato	$B_2\,O_3$ impiegato	$Ba\,CO_3 + Ba\,B_2\,O_4$ trovati	$B_2\,O_3$ trovato	Differenze
(58)	gr. 0.9831	gr. 0.2315	gr. 1.0654	gr. 0.2224	— gr. 0.0091
(59)	» 0.9543	» 0.2186	» 1.0324	» 0.2380	+ » 0.0194
(60)	» 1.2041	» 0.1703	» 1.2614	» 0.1548	— » 0.0155
(61)	» 1.2053	» 0.1942	» 1.2657	» 0.1632	— » 0.0310
(62)	» 1.1322	» 0.1856	» 1.2051	» 0.2240	+ » 0.0384
(63)	» 1.2077	» 0.2079	» 1.2515	» 0.1183	— » 0.0886
(64)	» 1.2113	» 0.2072	» 1.2606	» 0.1602	— » 0.0470

Come si vede le differenze sono troppo grandi per poterle attribuire ad errori di esperienza, per spiegarle bisogna pensare a qualche inconveniente che affetta il metodo e credo che esso risieda nel completo spostamento dell'acido borico operato dal

([1]) Pogg. Ann. Vol. LXXX, pag. 268, 1850.
([2]) Ann. der Chem. und Pharm. Vol. LXXVI, pag. 267, 1850.
([3]) Journ. für prokt. Chem. Neu. F. Vol. XXXVIII, pag. 118, 1888.
([4]) Fu accertata la purezza dell'idrato di bario, e le determinazioni del titolo furono ad ogni volta fatte in doppio convertendo l'idrato in solfato e carbonato.

biossido di carbonio. Mi accertai che tale spostamento avvenga colle due seguenti esperienze:

Esp. (*65*). — gr. 0.1982 di anidride borica furono mescolati con una quantità di acqua di barite corrispondente a gr. 0.2585 di carbonato di bario, l'ossido di bario non era dunque sufficiente per saturare l'acido borico. Dopo avere aggiunto dell'alcool feci gorgogliare nella miscela del biossido di carbonio che produsse un'abbondante precipitazione. Tirato a secco il tutto in una capsula pesata di platino non riuscii ad avere peso costante anche dopo quattro ore di calcinazione. Nella capsula ottenni una massa vetrosa e nel suo centro una sostanza bianca, infusibile alla temperatura a cui si operava, ma che fondeva subito, dove confinava colla massa vetrosa, elevando un po' la temperatura. Introducendo nella capsula acido cloridrico diluito questa sostanza bianca dava effervescenza, e pertanto non poteva essere che carbonato di bario formatosi per l'azione del biossido di carbonio e che per la posizione acquistata durante l'evaporazione, era sfuggito all'azione dell'acido borico fuso.

Esp. (*66*). — gr. 0.2261 di acido borico furono mescolati con tanta acqua di barite corrispondente a gr. 0.2970 di carbonato di bario. Anche qui l'ossido di bario non era in quantità sufficiente per saturare l'acido borico; un trattamento pari a quello sopra descritto, eseguito su questa miscela diede luogo agli identici fenomeni.

Per dimostrare il completo spostamento dell'acido borico valgono però molto più queste due altre esperienze. Due porzioni pesate della soluzione titolata di acido borico furono mescolate con quantità misurate di soluzione di idrato di bario (impiegato questa volta in eccesso), in entrambe le miscele fu fatto gorgogliare del biossido di carbonio. Lasciate in riposo per un quarto d'ora acciocchè il precipitato si raccogliesse, il liquido fu separato per filtrazione ed il recipiente lavato solo con poche goccie d'acqua [1]. Il liquido filtrato si intorbidava immediatamente all'aria, e l'intorbidamento sempre cresceva. Nel liquido della prima esperienza l'ammoniaca produsse un abbondante precipitato che non si accrebbe per l'ulteriore aggiunta di carbonato d'ammonio; in quello della seconda esperienza si ebbe un precipitato coll'ebollizione, ed anche qui il carbonato d'ammonio non lo accrebbe. In entrambe le esperienze fu separato e pesato questo carbonato di bario, il liquido insieme alle acque di lavatura fu evaporato in presenza di una quantità pesata di ossido di calcio, il residuo calcinato fino a costanza di peso. L'aumento in peso della calce non può, per le condizioni dell'esperienza, essere dovuto che ad acido borico. Ecco i numeri trovati:

Numero d'esperienza	$BaCO_3$ impiegato	B_2O_3 impiegato	$BaCO_3$ scioltosi	B_2O_3 sciolto e fissato su CaO	Differenza fra B_2O_3 sciolto e impiegato
(67)	gr. 0.7780	gr. 0.2199	gr. 0.1933	gr. 0.2092	— gr. 0.0107
(68)	» 0.8085	» 0.1942	» 0.1844	» 0.1615	— » 0.0327

Se si pensa che il precipitato molto voluminoso prodotto dal biossido di carbonio non fu lavato, si può asserire che tutto l'acido borico è rimasto in soluzione. La

[1] Non si lava il precipitato perchè se contenesse dei borati di bario, essendo essi decomposti dall'acqua, potrebbe passare nelle acque di lavatura dell'acido borico che erroneamente si potrebbe attribuire ad acido borico messo in libertà dall'anidride carbonica.

porzione di ossido di bario, passata in soluzione insieme all'acido borico, porzione che si può desumere dai pesi riportati di carbonato di bario, è prima di tutto insufficiente per saturare l'acido borico sciolto, e secondariamente il modo di comportarsi sopra accennato della soluzione per l'aggiunta di ammoniaca e per l'ebollizione mostra come tutto il bario fosse in essa allo stato di bicarbonato. Tale asserto trova anche conferma nel corrispondere abbastanza bene i pesi trovati di carbonato di bario alla quantità di carbonato che si può sciogliere in 150 e 140 cc. (volumi rispettivi dei liquidi delle due esperienze) d'acqua satura di acido carbonico, calcolando questo carbonato colla media dei valori dati da Bineau e Lassaigne (1).

Tale è l'inconveniente a mio parere grave che presenta il metodo di Morse e Burton quando è applicato nelle condizioni nelle quali io l'ho sperimentato. Non conosco se queste condizioni, specialmente per quanto si riferisce alla temperatura, sieno identiche a quelle nelle quali operarono gli autori di questo metodo. Però è da osservare che le esperienze innanzi citate di Rose autorizzano ad ammettere che lo spostamento avvenga anche alla temperatura dell'ebollizione, ciò del resto si deduce anche dall'aver ritrovato carbonato di bario nel residuo dell'evaporazione delle due esperienze (65) e (66) fatte con un eccesso di acido borico. Finalmente ammesso anche che lo spostamento a caldo non avvenisse, le esperienze del Ditte (2) mostrano che nelle circostanze suindicate si deve formare un borato complesso invece di un metaborato come si ritiene da Morse e Buton.

Metodi volumetrici.

22. Oltre ai metodi descritti furono pure proposti per la determinazione dell'acido borico dei metodi volumetrici; essi hanno un carattere specialmente industriale e si basano sui due seguenti principi: sulla facilità con cui l'acido borico è spostato dalle sue combinazioni dagli altri acidi, e sul potere che esso ha di formare colle terre alcaline dei sali complessi solubili.

Secondo il primo principio si può, data una combinazione di acido borico solubile nell'acqua od in un acido, aggiungere ad essa tanto di questo acido titolato fino a che della tintura di tornasole bleu prenda una colorazione rosso vinosa. Così Thiercelin (3) con una soluzione titolata di acido cloridrico determina l'acido borico nella borocalcite. È molto difficile cogliere il fine della reazione e giova meglio operare in presenza di sostanze coloranti che non si alterano per l'acido borico, quale le tropeoline e gli Orange Poirrier. La presenza di carbonati e silicati impedisce la determinazione. Con questi reattivi colorati si può pure determinare l'acido borico libero contenuto in una soluzione, per mezzo di una soluzione alcalina titolata. Joly (4) prima e poi Glashan (5) applicarono tali colori.

Ho provato col metodo di Joly a determinare l'acido borico contenuto in una

(1) Gmelin. Handbuch der anorg. Chem. Vol. II, pag. 266.
(2) Ann. de Chim. et de Phys. serie 5a, vol. XXX; pag. 248, 1883.
(3) Chemic. News. 1872, pag. 36.
(4) C. R. Vol. C, pag. 103, 1883.
(5) Ber. der deut. chem. Gess. Vol. XXII, pag. 69, 1889.

soluzione di borace puro. Impiegando una soluzione titolata di acido solforico e servendomi della tropeolina OO come indicatore, in tre esperienze, fatte ciascuna su 50 c.c. dalla soluzione di borace, trovai

gr. 1.0554
" 1.0524
" 1.0532

media gr. 1.0537

di borace anidro invece di gr. 1.0569 che vi erano disciolti.

Le materie coloranti che si possono usare sono varie e Stolba [1], Gayard [2], Will. [3] ne suggerirono diverse.

Lo stesso Will [4] consiglia un metodo volumetrico basato sulla formazione di un borato complesso. Ad una soluzione di acido borico aggiunge una soluzione titolata di idrato di bario fino a che si discioglie il borato che prima si forma, lo scopo è raggiunto quando per 283 parti di acido borico si sono aggiunte 342 parti di barite. Se l'acido borico è combinato, Will lo libera prima con acido cloridrico aggiungendone fino ad arrossare il metilorange e poscia opera colla soluzione di idrato di bario. Le difficoltà che si hanno nel conservare una soluzione di barite fanno preferire i primi metodi giacchè le soluzioni di acidi si conservano abbastanza bene.

Il presente lavoro fu intrapreso per suggerimento del prof. A. Cossa, il quale mi permise di disporre largamente del materiale del laboratorio chimico della Scuola degli Ingegneri di Torino e mi fu largo dei suoi consigli.

[1] Zeit. für anal. Chem. Vol. III, pag. 493, 1864.
[2] Ber. der deut. chem. Ges. Vol. XVII, pag. 29, 1884.
[3] Ber. der deut. chem. Ges. Vol. XXI, pag. 146, 1888.
[4] Ibid.

RELAZIONE

presentata al Presidente dal Socio TODARO relatore, a nome anche del Socio A. MORIGGIA, durante le ferie accademiche del 1889, sopra la Memoria del dott. CESARE CRETY, intitolata: *Ricerche anatomiche ed istologiche sul genere Solenophorus (Creplin).*

« Il dott. Cesare Crety, nella sua Memoria sul genere *Solenophorus* (Creplin), dopo un riassunto storico-critico, descrive brevemente le particolarità esterne, e si ferma a studiare minutamente la struttura dei diversi tessuti.

« Della *cuticola* descrive minutamente i due strati, e fa la critica della descrizione che hanno dato molti autori della cuticola di alcuni cestodi.

« Descrive istologicamente la *subcuticola* tanto nelle proglottidi, quanto nello scolice: si ferma a lungo sulle numerose cellule subcuticolari a contenuto granuloso. Chiude con un cenno storico sopra la subcuticola.

« Passa in seguito a descrivere il *parenchima*, i *corpuscoli calcarei* e il *sistema muscolare*, corredandone le descrizioni di accurati cenni storici.

« Finalmente fa l'anatomia e la istologia del *sistema nervoso*, tanto dello scolice, quanto delle proglottidi, descrivendo minutamente anche i rapporti fra il sistema nervoso e la massa parenchimatosa.

« Finisce con delle considerazioni generali di ordine anatomico.

« La Memoria è illustrata da due tavole; e la Commissione propone che venga inserita negli Atti della nostra Accademia ».

Ricerche anatomiche ed istologiche sul genere Solenophorus (Creplin)

Memoria del dott. CESARE CRETY.

(Con due tavole)

INTRODUZIONE

In questi ultimi anni accurati studî eseguiti da autori diversi sulla morfologia dello scolice dei cestodi hanno dato alla scienza risultati importantissimi, in special modo la dimostrazione del sistema nervoso in questo gruppo di animali, quantunque questo sistema fosse stato intraveduto da qualche autore parecchi anni addietro.

Il boa ed i pitoni albergano frequentemente nel loro intestino i solenofori ed in cinque di essi dissecati nel Laboratorio di anatomia comparata della r. Università di Roma furono costantemente ritrovati. Lo scolice di questi parassiti è voluminoso e si presta in modo mirabile per le ricerche morfologiche.

Il Retzius ([4]), il Creplin ([6]) ed il Blainville ([5]) hanno avuto occasione di vedere questo parassita, ma il loro esame si limitò solamente alla descrizione delle parti esterne.

Il Leblond ([1]) cominciò per primo a studiarne l'interna struttura. Descrisse lo scolice con le due ventose e le aperture di queste al numero di quattro, due cioè per ciascuna ventosa una anteriore ed una posteriore. Sezionò longitudinalmente lo scolice ed osservò l'interna forma delle ventose.

Bazin ([2]) descrisse pure questo parassita rinvenuto in un Boa; esaminò la forma delle ventose e descrisse i due muscoli che, come due sfinteri, chiudono le aperture anteriori di esse.

Dujardin nella *Histoire naturelle des Helminthes* 1845, non aggiunse nulla a quanto avevano osservato i suoi predecessori.

Blanchard credè di confutare le osservazioni del Leblond e negò le aperture posteriori delle ventose; descrisse inoltre come canali digestivi i vasi longitudinali del sistema escretore, e le ventose tubulari dello scolice come prolungamento dei medesimi.

Poirier ([27]) in una prima comunicazione all'Académie des sciences nel 1878 descrisse il sistema escretore del solenoforo consistente in sei canali longitudinali, tre per ciascun margine.

Moniez ([18]) nel 1879 comunicò i risultati di alcune sue osservazioni anatomiche fatte sui solenofori e, per quanto riguarda il sistema escretore, dimostrò inesatte le osservazioni del Poirier.

Carruccio ([8]) nel 1879 descrisse una specie di solenoforo ritenuta dall'autore dubbiosamente nuova; fra le altre inesattezze, non descrisse l'apertura posteriore delle

ventose e da un esame delle figure che accompagnano la sua Memoria, appare evidente che non le abbia affatto vedute. Le altre notizie che l'autore dà sull'interna organizzazione di questo parassita a giudizio del Leuckart (9) « sind spärlich und unzureichende ».

Pavesi (10) nel 1881 illustrò un frammento di soleneforo esistente nella collezione del Museo zoologico di Pavia, mancante però dello scolice; dai caratteri che presentava e dalla specie dell'ospite, *Costrictor bivittatus*, l'autore ha potuto convincersi trattarsi del *Solenophorus megacephalus* Crep.

Nel 1882 apparve la Memoria del Roboz (21) che è una completa monografia anatomica di questo parassita; questo lavoro è notevole per l'esattezza di molte osservazioni.

Il Griesbach (16-17) in due separate pubblicazioni illustrò i diversi sistemi organici del *Solenophorus megacephalus*, eccetto gli organi genitali. Gli strani risultati a cui pervenne sono contradetti da quanto hanno osservato molti altri autori su altri cestodi ed anche dalle mie osservazioni.

Il Poirier (28) nel 1886 in una breve Nota rende conto di alcune osservazioni fatte sul sistema escretore nervoso del *Solenophorus megacephalus* e della *Duthersia expansa.*

Entrerò in più minuti particolari bibliografici e critici nelle singole parti del mio lavoro.

Descrizione del parassita.

La specie rinvenuta fu il *Solenophorus megacephalus* Creplin, il quale appartiene alla sezione dei dibotri; il suo scolice è voluminoso e presenta due ventose opponentesi una all'altra, separate da un profondo solco che fa risaltare la loro estremità libera ed arrotondata. Le due ventose corrispondono ai due lati dello strobila; la loro forma è allungata ed ovalare e può variare molto a seconda dello stato di contrazione dei diversi e potenti gruppi muscolari di cui lo scolice è fornito.

Ciascuna ventosa è provveduta di due orificî, uno anteriore alla estremità libera e l'altro posteriore; l'anteriore si presenta come una fenditura estesa trasversalmente, i cui bordi sono rigonfi e labriformi; il posteriore è rotondeggiante e corrisponde alla linea mediana dello strobila.

Se si pratica una sezione longitudinale orizzontale nel mezzo di una ventosa si potrà facilmente scorgere, anche ad occhio nudo, la sua forma (Tav. II, fig. 6). Nel mezzo presenta una dilatazione ampolliforme terminata nella parte anteriore e posteriore da due brevi canali, i quali sboccano ciascuno nelle suddescritte aperture. Lateralmente al canale anteriore scorgonsi, sul parenchima bianco grigiastro omogeneo, due macchie (*ss*) di un colore più oscuro e di forma elissoidale, che ne occupano circa l'intero spessore compreso fra la cuticola interna ed esterna della ventosa. Queste macchie corrispondono ai due sfinteri anteriori che chiudono l'apertura omonima della ventosa. Queste macchie si danno anche a vedere nel canale posteriore e corrispondono agli sfinteri posteriori.

Le due ventose sono riunite da un setto, nel quale trovansi i canali longitudinali del sistema escretore il sistema nervoso, e che possiamo considerare come un proseguimento dello strobila nello scolice. Le ventose sono lunghe mm. 3-4.

Allo scolice segue lo strobila che può avere una lunghezza varia fra cent. 25-40. I primi segmenti sono accennati da semplici rughe trasversali; nel mezzo i segmenti hanno forma di rettangoli molto allungati trasversalmente; si fanno poi quadrati. Nei segmenti maturi nel mezzo della linea mediana centrale scorgonsi due orificî, uno anteriore l'altro posteriore; l'anteriore appartiene al seno genitale e riceve lo sbocco dell'apparato maschile e femminile; il posteriore è lo sbocco dell'utero.

Nei giovani segmenti il loro margine posteriore libero si mostra rigonfio e sporgente e discende per ricoprire la più gran parte dell'anello che segue e forma la plica, la cui struttura è stata descritta dal Moniez.

Cuticola.

Nelle sezioni trasverse la cuticola risulta composta di due strati, uno esterno ed uno interno.

L'esterno è di un forte spessore ed osservato con forti ingrandimenti non mostra struttura apprezzabile; l'interno è più sottile e si colora intensamente con l'ematossilina Böhemer. I due anzidetti strati sono separati tra loro da una zona bruna; non ho osservato traccia di poricanali nè di striatura. Non di rado, nelle sezioni trasverse, la cuticola apparisce formata di un solo strato, ma come ben osserva il Moniez, ciò è soltanto un'apparenza. Osserviamo infatti una sezione obliqua della cuticola; lo strato superficiale apparisce come solcato da tante strie irregolarmente disposte e tali da simulare l'aspetto di poricanali; però non si tarda a rilevare che queste strie non sono altro che semplici screpolature della cuticola, prodotte probabilmente dalle diverse manipolazioni a cui deve sottoporsi il pezzo prima di essere sezionato oppure per desquamazione fisiologica e consecutivo rinnovamento. Di vero questi vuoti sono irregolari, non si addentrano in tutto lo spessore della cuticola ed alla superficie finiscono dilatandosi.

Anche la cuticola nelle sezioni oblique, in cui si ha il vantaggio di poterla osservare su grande superficie essendo sezionata quasi longitudinalmente, appare nel tratto suo più esterno come in via di desquamazione; è più trasparente e meno compatta degli strati più profondi (Tav. II, fig. 2 *m*), ed in molti punti apparisce finamente punteggiata e la superficie di sezione irregolare: non di rado osservansi piccoli frammenti in via di distaccarsi; si ha insomma tutta l'apparenza di una metamorfosi regressiva.

Lo strato più interno invece si vede risultare di tante fibrille, la cui direzione è trasversale (Tav. II, fig. 2 e fig. 8).

Immediatamente sotto la cuticola ed in sezioni trasverse compariscono dei punti oscuri disposti in serie regolare e nettamente limitati fra loro (Tav. II, fig. 5 *f m s*). Si colorano intensamente col carminio boracico e con l'ematossilina e sono di grandezza e forma diversa. Osservando invece una sezione obliqua questi punti oscuri appariscono allungati come una fibrilla e rappresentano le fibre muscolari sottocuticolari. La fig. 8, Tav. II, rappresenta questa disposizione.

La fig. 2, Tav. II, rappresenta una sezione longitudinale orizzontale condotta a livello della plica. La cuticola nella parte rivolta verso le cellule sottocuticolari si

presenta nettamente fibrillare *fc* con granulazioni oscure *g*; procedendo verso l'esterno le fibrille cessano di essere così nettamente visibili e soltanto ne rimangono le traccie; in vicinanza della superficie libera la cuticola si fa omogenea e di aspetto pressochè vitreo interrotto soltanto da granulazioni oscure. Le fibre muscolari hanno andamento longitudinale e sono lunghe e sottili, s'intersecano ad angolo retto con le fibrille della cuticola, verso la metà della quale cessano di essere visibili; s'inoltrano poi fra le cellule subcuticolari ed oltrepassando questo strato si possono accompagnare fino all'altro margine della proglottide; queste fibre rappresentano quei muscoletti che dal margine di ogni proglottide giovane si portano al margine inferiore con direzione pressochè longitudinale e che possiamo considerare come una emanazione dei muscoli longitudinali dello strobila.

La sezione essendo condotta nel punto ove la proglottide si introflette per formare la plica, si comprende facilmente che nella medesima sono compresi molti strati delle cellule subcuticolari trasversalmente tagliate.

Molti autori come il Sommer ed il Landois ([11]) ed il Leuckart ([12]) hanno dimostrato nella cuticola dei cestodi i poricanali, che sarebbero rappresentati da strie disposte parallelamente una all'altra ed in senso perpendicolare alla superficie del corpo.

Schiefferdecker ([13]) nella cuticola delle tenie descrive quattro strati; l'esterno è denso, omogeneo, si colora intensamente e vi si osservano le aperture dei poricanali; il secondo non avrebbe pure struttura apprezzabile. Nel terzo strato s'inseriscono le terminazioni dei muscoli dorso-ventrali, che gli danno aspetto finamente granuloso; il quarto strato è più spesso ed è formato di fibrille. Inoltre l'intera superficie del corpo sarebbe ricoperta di ciglia vibratili, che sarebbero formate di fili protoplasmatici che si staccherebbero dal tessuto sottostante alla cuticola e traverserebbero i poricanali per recarsi all'esterno. A me non è mai occorso di vedere nella cuticola del solenoforo nè poricanali nè ciglia. Anche Steudener ([14]), ha descritto simili formazioni nel *Triaenophorus* e nella *Taenia mediocannellata*, ma come ben osserva il Monticelli ([15]) (p. 134-135) « le *Härchen* e le *Cilien* di Schiefferdecker e Steudener sono state dimostrate false dal Leuckart e sono da attribuirsi a divisione dello strato superficiale della cuticola in fibrille, fatto prodotto dalla distinzione delle proglottidi ».

Nel solenoforo, secondo il Griesbach ([16]), la cuticola non sarebbe nè di natura epiteliale, nè connettiva, ma una formazione del tessuto mucoso.

Per contrario non mancano autori, ai quali non è mai riuscito vedere nella cuticola dei cestodi poricanali.

Secondo Moniez ([7]) (p. 83) la struttura della cuticola nella Ligula è lungi di essere anista ed omogenea come comparisce a prima vista, per contrario contiene una grande quantità di fibre dirette verso la periferia e che arrivano sovente fino alla superficie; vicino a queste fibre si vedono grandi elementi arrotondati e numerosi, che per il loro aspetto si fanno identificare con i corpuscoli calcarei della zona subcuticolare; le fibre inoltre della cuticola si vedono prolungarsi all'interno degli strati subcuticolari.

È evidente che le fibre descritte da questo autore sono omologhe alle fibre muscolari longitudinali della cuticola del solenoforo; però, secondo quanto osservo nei miei preparati, i corpuscoli calcarei non avrebbero alcuna parte nella formazione

della cuticola. I poricanali dunque, secondo questo stesso autore, non sono altro che queste fibre visibili nella cuticola.

O. Hamann ([19]) (p. 721) nella cuticola della *Taenia lineata* Goeze descrive tre strati, il mediano dei quali, è più spesso e mostrasi attraversato da finissime lineette parallele verticali che sono i così detti poricanali; a quanto sembra, dubita anch'egli della loro esistenza. Anche il Pintner ([20]) (p. 55) non ha trovato poricanali nei cestodi da lui osservati.

Monticelli ([15]) (p. 133) nella cuticola dello *Scolex polimorphus* descrive due strati, uno superficiale che si mostra più oscuro nei preparati colorati con carminio boracico, ed un altro più profondo e più trasparente; inoltre la cuticola è tutta rivestita di piccole appendici che hanno l'aspetto di peli, i quali sono rigidamente impiantati nella cuticola e rivolti con la punta verso l'estremità caudale dello scolice: nelle sezioni tangenziali osserva che la cuticola è finamente striata. Nel *Calliobothrium corollatum* ha osservato inoltre che, con mediocre ingrandimento, lo strato superficiale della cuticola presentava delle intaccature (Tav. 7, fig. 15) rassomiglianti perfettamente a quelle designate dallo Schiefferdecker ed alle « feinen körnigen Protoplasmafädchen » del lavoro del Sommer e Landois; nello strato medio della cuticola ha veduto una striatura irregolare che da principio credette fosse prodotta dai poricanali; adoperando però obbiettivi ad immersione omogenea si avvide che le intaccature dello strato esterno si continuavano con le striature dello strato medio, e queste non erano che vuoti canaliformi della cuticola, paralleli, ondulati ed irregolari; alcuni si arrestavano alla metà, altri alla estremità dello strato medio, altri appena intaccavano lo strato profondo; infine queste intaccature sono più larghe allo strato esterno della cuticola, precisamente come ho descritto pel solenoforo. Dalle suesposte osservazioni il Monticelli è indotto a dubitare fortemente della esistenza dei poricanali, anzi a negarli addirittura e conchiudere che le intaccature dello strato esterno e la striatura degli strati inferiori sono prodotti artificiali e non normali. Nel solenoforo non ho nemmeno osservato la striatura dello strato interno della cuticola.

Per quanto riguarda dunque la non esistenza dei poricanali le mie ricerche concordano con quelle del Moniez, Pintner, Hamann e Monticelli.

Dopo quanto si è esposto innanzi, la cuticola presenta una struttura fibrillare; le fibrille non occupano tutto il suo spessore e nello strato più superficiale non si scorgono più e questo apparisce allora omogeneo e di apparenza vitrea.

Le fibrille hanno andamento trasversale alla proglottide; sono sottili, lunghe, ondulate e delimitate fra loro nettamente; una scarsa sostanza interfibrillare omogenea serve loro di sostegno.

Perpendicolarmente alle fibrille della cuticola trovansi le fibre muscolari longitudinali; appaiono omogenee e nelle sezioni colorate con ematossilina si colorano intensamente. Che siano fibre muscolari, oltre la loro morfologia, i rapporti, la posizione, mi è anche dimostrato dal fatto che con le sostanze coloranti si comportano nello stesso modo che le fibre muscolari; hanno direzione longitudinale e leggermente obliqua perchè s'insinuano fin nella cuticola per una estremità ed in queste sezioni riescono ben visibili,

Nelle sezioni invece trasverse appaiono come punti oscuri di varia grandezza,

in quella zona compresa fra le cellule subcuticolari e la cuticola propriamente detta (Tav. II, fig. 5 *fms*). Le fibre muscolari della cuticola inseriscorsi circa alla metà del suo spessore; oltrepassato questo limite non sono più visibili.

Nelle giovani proglottidi la cuticola presenta uno spessore di mm. 0,0068. Fra la cuticola e la subcuticola trovasi compreso uno straterello di granulazioni finissime; questo strato ha un vario spessore e nelle sezioni trasverse delle proglottidi queste granulazioni circondano i punti oscuri che rappresentano i tagli delle fibre longitudinali.

Credo col Moniez che questa zona marchi il punto di trasformazione degli elementi granulosi e probabilmente anche delle estremità delle fibre longitudinali in cuticola.

Subcuticola.

In una sezione trasversa di giovane proglottide ecco quanto si osserva dello strato subcuticolare; risulta di cellule allungate poste le une vicine alle altre, come una palizzata (Tav. II, fig. 5 *Sbc*); sono molto stipate fra loro ed in qualche punto sembra che le cellule abbiano due o tre nuclei; osservando con forte ingrandimento, Jimmers oc. 2, si vede che questa apparenza è dovuta al loro gran numero; talchè alcune sono tagliate per intero, altre in parte ed in queste si contiene il nucleo, in altre poi questa non si scorge affatto; ciò che contribuisce anche a rendere questo strato difficile per la sua morfologica costituzione, è che il limite fra cellula e cellula non è ben definito e per osservarlo con sufficiente chiarezza, bisogna adoperare forti ingrandimenti.

La forma delle cellule è allungata, con una estremità rivolta verso la cuticola, più stretta, e l'altra rivolta verso il parenchima, nel quale più o meno s'insinuano, rigonfia; in alcune questa dilatazione è molto accentuata ed allora la cellula rassomiglia ad una bottiglia; il diametro longitudinale è di mm. 0,030 ed il trasverso di mm. 0,004. L'intiero strato subcuticolare ha uno spessore nelle giovani proglottidi, che varia fra mm. 0,048 e 0,079. La porzione claviforme delle cellule subcuticolari s'inoltra nel parenchima fino a raggiungere i vitellogeni, che sono contenuti nello strato corticale delle proglottidi.

Non si può dire con certezza se queste cellule formino due o pure tre strati; la ragione si è che sono molto stipate, si sovrappongono, la parte più stretta delle une si confonde con la parte slargata delle altre. Le cellule che più si addentrano nel parenchima hanno la porzione claviforme più sviluppata, mentre in quelle più vicine alla cuticola questa parte è meno accentuata; la loro direzione però si mantiene sempre perpendicolare alla cuticola.

Osserviamo le strutture di queste cellule.

Una membrana cellulare distinta non si riesce a vedere nemmeno con forti ingrandimenti; proglottidi fissate con liquidi diversi, come acido osmico, sublimato, liquido di Flemming, mi hanno dato risultati identici; credo perciò che una vera membrana cellulare non vi sia.

Il contenuto protoplasmatico è costituito esclusivamente di granuli, alquanto voluminosi, rotondeggianti, jalini nel centro ed a contorni ben definiti; si colorano

leggermente in violetto con l'ematossilina ed il loro insieme forma un bellissimo reticolo che fa risaltare la cellula da tutti gli altri elementi circostanti. Il nucleo è rotondeggiante e può trovarsi nella parte ristretta della cellula, come pure nella porzione claviforme e si colora fortemente.

La porzione più ristretta delle cellule subcuticolari trovasi vicino allo strato più interno della cellula; in questa parte della cellula non di rado si osserva che prima di terminare presenta una lieve dilatazione come un dotto escretore di una glandola unicellulare. La figura 5, Tav. II rappresenta chiaramente queste disposizioni.

Nello scolice questo strato presenta qualche lieve modificazione; il suo spessore è minore ed immediatamente sotto la cuticola si osserva uno strato di cellule disposte a palizzata e rare son quelle che s'inoltrano nel parenchima con la porzione claviforme, la quale è pochissimo sviluppata, anzi moltissime terminano assottigliandosi posteriormente con un sottile prolungamento, il quale s'inoltra nel parenchima; mentre la parte anteriore rivolta verso la cuticola si allarga, di guisa che la cellula assume la forma di un cono molto allungato: tutto ciò concorda con quanto ha osservato il Monticelli nella subcuticola dello *Scolex polimorphus* Rud.

Le cellule della subcuticola interna dello scolice non sono così allungate come quelle della cuticola esterna e delle proglottidi; hanno forma più raccolta e sono corte. Immediatamente dietro le cellule della subcuticola scorrono serrate le fibre muscolari circolari della ventosa e, perpendicolarmente a queste, le fibre radiali che si possono seguire fino fra le cellule della subcuticola interna; queste cellule, con molta probabilità, per la continuata pressione a cui sono sottoposte per parte dei muscoli circolari, hanno cambiato forma e son divenute più corte e rotondeggianti.

Nelle giovani proglottidi le cellule della subcuticola son tenute insieme da una sostanza intercellulare granulosa, che può essere abbondante o pure scarsa; in quest'ultimo caso i contorni delle cellule si distinguono con sufficiente nettezza.

Immediatamente sotto le cellule della subcuticola e procedendo verso l'interno del parenchima si osservano numerose cavità a contenuto granuloso, di forma diversissima, in generale rotondeggiante; alcune s'insinuano fra le cellule della subcuticola e terminano fra queste con una parte ristretta; sembrano come formazioni scavate nel parenchima e delimitate fra loro da un tessuto mucoso. Infatti questo, nelle sezioni attaccate al portaoggetto col metodo di Mayer e colorite con ematossilina, si colora in viola pallido, mentre le cavità a contenuto granuloso non si colorano e risaltano con sufficiente chiarezza sul fondo omogeneo; fra le singole cavità scorrono in vario senso le fibrille del tessuto connettivo e non di rado si osserva che sembrano come limitate da una vera e propria membrana a contorno più oscuro. Tale apparenza si deve al vario intreccio che formano le fibre circondandole in tutto od in parte. Il contenuto di queste cavità è finamente granuloso; niuna traccia di nucleo.

Queste formazioni sono abbondanti nello strato corticale delle giovani proglottidi e meglio si osservano nelle sezioni longitudinali dorso-ventrali; sono invece scarsissime nello scolice.

Non saprei dire quali funzioni possano avere.

Esaminiamo brevemente i risultati di altri autori, specialmente i recenti e le interpretazioni date a questo strato subcuticolare. Griesbach ([16]) nel solenoforo non

crede che le cellule subcuticolari debbano riguardarsi come una matrice nè come cellule di tessuto connettivo, ma l'intero strato sarebbe vivo protoplasma e per la funzione comparabile al corpo plasmatico di alcuni protozoi. Ritengo coll'Hamann ([19]) (p. 736) che quanto ha veduto e descritto il Griesbach, sia effetto prodotto dall'alcool sui tessuti e che tale opinione, in vista anche dei risultati del Roboz, dell'Hamann, del Moniez, Kahane ecc. e delle mie osservazioni, sia totalmente erronea.

Prima del Griesbach il Roboz ([21]) ha studiato questo medesimo parassita, nella cui subcuticola ha descritto cellule con nucleo rotondeggiante e contenuto granuloso; da queste cellule si originano prolungamenti diretti verso la cuticola e questi non di rado si uniscono con quelli delle cellule vicine e con le fibrille del tessuto connettivo che scorrono al disotto della cuticola; per altri prolungamenti queste cellule stanno in connessione con le cellule e le fibrille del tessuto connettivo fondamentale del corpo. Per quanta cura abbia messo, non mi è mai riuscito di osservare nei miei preparati i suddetti prolungamenti, anche adoperando forti obbiettivi, $^{1}/_{12}$ immer. omogenea Zeiss. Può essere che il Roboz sia stato tratto in errore dall'intricatissimo reticolo di fibrille connettive, che riscontrasi in tutto il parenchima. Come giustamente fa osservare il Moniez, anche il Sommer ed il Landois nella subcuticola del botriocefalo hanno descritto cellule a contenuto granuloso, con direzione perpendicolare alla superficie della cuticola, però non hanno veduto nettamente i limiti fra cellula e cellula, fatto ben constatato e descritto dal Moniez.

Il Kahane ([22]) nella *Taenia perfoliata*, l'Hamann nella *Taenia lineata*, il Monticelli nello *Scolex polimorphus* ed inoltre Steudener e Schiefferdecker hanno riscontrato nella subcuticola cellule aventi ad un dipresso i medesimi caratteri di quelli accennati per il solenoforo.

Salensky ([23]) nell'involucro muscolo cutaneo dell'*Amphilina*, ammette quattro strati; procedendo dall'esterno verso l'interno sono: 1° strato cuticolare, 2° strato cutaneo, 3° strato nucleare; il quarto ed ultimo sarebbe lo strato glandolare, (Drüsenschicht) e si compone di cellule glandolari, Drüsenzellen, che hanno forma clavata e trovansi con la loro estremità rigonfia fuori dello strato nucleare.

Consideriamo brevemente i risultati del Salensky. La membrana delle cellule glandulari, secondo questo autore, è così sottile, che nei preparati colorati appena è visibile. Il contenuto consta di fini e rotondi granuli. La forma delle cellule nell'estremità dilatata si mostra claviforme, mentre verso l'esterno le cellule si continuano in piccoli prolungamenti tuboliformi, i quali attraversano lo strato cutaneo e si danno a vedere come dotti escretori delle glandole. Il contenuto finamente granuloso delle cellule diminuisce molto in questo tubo, perciò riesce difficile trovare il luogo di sbocco delle glandule. L'autore, quantunque non abbia potuto seguire il dotto escretore fino alla sua estremità, pure considerando le cellule come glandule unicellulari ed il passaggio del dotto escretore attraverso lo strato cutaneo, ritiene che essi debbano sboccare alla superficie esterna del corpo. Osservazioni proprie non ho sul parassita studiato dal Salensky perciò direttamente non avrei nulla da obbiettare; non posso a meno di osservare che quanto ha descritto questo autore, relativamente allo sbocco all'esterno delle glandule unicellulari, per quanto io sappia, sarebbe una eccezione per i cestodi; esso ammette lo sbocco all'esterno di queste glandole quantunque non

l'abbia veduto direttamente. I caratteri morfologici però, eccezione fatta per il canale escretore, che questo autore assegna a questo strato concordano perfettamente con quanto ho descritto per il solenofero. L'esistenza dunque di questo strato cellulare subcuticulare, in seguito a tutte queste ricerche minuziose dei suddetti autori, mi sembra indubbia.

Queste cellule debbono riguardarsi come elementi di tessuto connettivo oppure come un epitelio? Roboz ([21]) (p. 266), l'Hamann ([19]) (p. 721), Leuckart ([12]) (p. 366), ed il Rindfleisch ([24]) (p. 139) credono trattarsi di cellule connettive. Il Kahane ([22]) al contrario lo ritiene come uno strato epiteliale. « Wenn nun also auch die directe « Abstammung dieser Zellen aus dem Ektoderm der Embryo auf histologischem Wege « erst nachzuweisen ist, so hege ich doch unmassgebliche Ansicht, dass uns sowohl « das bis jezt bekannte histologische Detail, als auch physiologische Gründe dazu « zwingen, das subcuticulare Zellenlager als Epithelschicht und die Cuticula als deren « Derivat anzusehen » (p. 195).

L'autore qui chiaramente accenna oltre alla provenienza di questo strato dall'ectoderma dell'embrione, anche alla formazione della cuticola per parte di esso. Nello stato attuale però delle nostre cognizioni non sappiamo nulla di preciso intorno alla derivazione delle cellule subcuticolari, come risulta dagli studî embriologici più recenti. Debbo però osservare che per la forma, il contenuto ed il posto che occupano e per gli altri caratteri che più innanzi ho minuziosamente descritto, le cellule della subcuticola non possono in niun modo confondersi con le cellule connettivali del parenchima, le quali presentansi differentissime da quelle, come vedremo più innanzi. Se anche un giorno sarà dimostrata la loro origine dal mesoderma, dovrà anche ammettersi che, in seguito all'adattamento, queste cellule subcuticolari abbiano subìto un differenziamento così profondo da farli assumere qualità e caratteri morfologici e fisiologici che per la loro origine non avevano. L'Hamann stesso ([19]) (p. 722) che sostiene l'origine connettivale di queste cellule dice che, osservando una sezione trasversa di proglottide sembra come se si avesse a fare con un epitelio stratificato. Questo concetto si impone sempre all'occhio dell'osservatore anche osservando con un medio ingrandimento.

In una Nota precedente ([25]) (p. 127) ho emesso l'opinione che la formazione e il rinnovamento della cuticola nell'adulto debbano attribuirsi a questo strato cellulare; ora non posso che confermare quanto ho detto precedentemente. Numerose osservazioni mi hanno dimostrato che la cuticola dei cestodi è soggetta ad un continuo sfaldamento anche in conseguenza della vita parassitaria; pochè questi animali sono continuamente immersi in una corrente di sostanze alimentari e sottoposti alle azioni chimiche dei diversi liquidi segregati dalle glandole dell'apparato digerente ed unico loro mezzo di protezione è la cuticola. D'altra parte il contenuto di queste cellule, i loro rapporti con la cuticola, la massima attività fisiologica di cui son sede, e ciò si desume in seguito alla intensa colorazione dei loro nuclei, sarebbero per me inesplicabili se non ammettessi quanto più sopra ho esposto.

Parenchima.

In sezioni longitudinali il parenchima risulta formato di un reticolo di fibrille connettivali delicatissime, che formano maglie di varia grandezza. Le fibrille hanno

una direzione prevalentemente longitudinale orizzontale e soltanto in queste sezioni il loro studio riesce relativamente facile a condizione però di adoperare obbiettivi ad immersione.

Queste fibrille sono sottili e si colorano molto bene con l'ematossilina; è preferibile colorire le sezioni attaccate sul portaoggetti col metodo di Mayer; sono ondulate in tutti i sensi e formano maglie di varia grandezza; alcune di queste si osservano come fossero occupate da una sostanza che si colora in viola pallido; qualche volta questa sostanza si presenta leggermente granulosa ed a contorni mal definiti. Questa certamente è la sostanza mucosa che si riscontra nel corpo dei cestodi e che si osserva così modificata in seguito all'azione dei liquidi conservatori. Ciò che attira di più l'attenzione dell'osservatore sono le cellule, le quali hanno forma diversa, rotonda, triangolare, pentagonale ecc. Il nucleo è voluminoso e per lo più situato nel centro della cellula; il protoplasma è ialino, trasparente e qualche volta si colora in viola pallido con l'ematossilina. I contorni delle cellule non sono facili a riconoscere a causa del contenuto protoplasmatico trasparente; dai contorni della cellula si originano prolungamenti in vario numero e direzione che possono seguirsi per breve tratto perchè si anatomizzano subito col reticolo fibrillare.

Le cellule del parenchima a forma rotonda hanno il diametro di mm. 0,0077; quelle a forma triangolare il diametro maggiore di mm. 0,017 ed il minore di mm. 0,010; quelle a forma quadrangolare di mm. 0,013. Inoltre non sono uniformemente distribuite per tutto il parenchima, ma riscontransi scarse nello strato corticale; più numerose nello strato centrale.

Nelle sezioni trasverse e dorsoventrali queste cellule non sono visibili con chiarezza in tutte le loro parti; ciò dipende perchè hanno una direzione prevalentemente longitudinale. Le figure 10 e 12 della tavola II rappresentano chiaramente le disposizioni più sopra accennate.

Queste cellule inoltre osservansi più numerose in vicinanza dei varî organi contenuti nella proglottide. Vicino alle glandole testicolari il loro insieme simula l'aspetto, quando scorgonsi molto stipate fra loro, d'un bellissimo epitelio pavimentoso; i sottili prolungamenti che si staccano dal corpo cellulare si anastomizzano fra loro e, dove le cellule sono un poco rade e lasciano uno spazio, formano un reticolo. Attorno ai nervi laterali dello strobila riscontransi anche numerose e quando nelle sezioni longitudinali orizzontali s'interrompe il nervo, nel rimanente della sezione scorgesi un lungo treno di cellule che indicano la direzione del nervo stesso (Tav. II, fig. 10 *cp'*). Se dalla zona centrale si procede verso l'esterno e verso i muscoli longitudinali, le cellule si fanno più rade ed abbonda qui il reticolo fibrillare. In vicinanza delle glandole vitellogene, che occupano lo strato corticale, le cellule del parenchima sono piuttosto scarse. Dove sono numerose è lungo il decorso dei vasi longitudinali del sistema escretore; quelle che trovansi più prossime ai vasi suddetti sono come accollate alle loro pareti, ed in una zona poco discosta cominciano già a scarseggiare; certo però che indicano con evidenza il decorso dei canali, poichè nelle sezioni longitudinali in qualche punto, dove il vaso viene tagliato obliquamente, si vedono comparire numerose cellule che si sostituiscono al vaso e che trovansi nella medesima direzione, come avviene per i nervi laterali.

Da quanto ho finora descritto si può rilevare come la divisione del corpo dei cestodi in strato corticale e strato centrale è inammessibile poichè uno si continua nell'altro senza interruzione e la struttura è la medesima; con tuttociò si continua a far uso di queste espressioni per comodità di descrizione e per indicare con maggior precisione la posizione di taluni organi, senza annetterci però alcun significato morfologico.

Nel parenchima riscontransi anche nuclei liberi circondati da un residuo di protoplasma.

Le mie osservazioni concordano in qualche punto con quelle del Roboz ([21]); egli però non ha veduto i rapporti tra le cellule ed i varî organi e la loro diversa distribuzione.

Secondo il Griesbach ([16]), nel corpo del solenoforo esiste solamente un'unica specie di sostanza connettiva e questa è il tessuto mucoso, nel quale si trovano spazî lacunari che l'un con l'altro si anastomizzano; inoltre gli organi del corpo sono circondati da membrane prive di struttura, derivate dal tessuto mucoso. Anche qui debbo ripetere ciò che ho detto insieme all'Hamann a proposito della subcuticola, che ciò che ha descritto il Griesbach si deve, con molta probabilità, all'azione dell'alcool sopra il tessuto da esso osservato.

Per maggiori schiarimenti rimando il lettore al lavoro del suddetto Griesbach ed alla critica che ne fa l'Hamann ([19]) (p. 736).

Le vedute del Sommer e Landois ([11]) (p. 44) sulla struttura del parenchima del botriocefalo differiscano molto da quanto più sopra ho esposto pel solenoforo; è formato di numerosissime e grosse cellule rotonde oppure ovalari e di una sostanza intercellulare poco abbondante; le cellule hanno un diametro di mm. 0,016 — 0,022 ed il nucleo di mm. 0,005; il protoplasma cellulare ha una consistenza gelatinosa « gallertartige Consistenz und ein trüb-moleculäres Aussehen ». La sostanza intercellulare apparisce come un prodotto di secrezione delle cellule, delle quali ne assume in parte i caratteri « Wo diese grosszellige Grundsubstanz in das subcuticulargewebe « übergeht, werden die Zellen kleiner, messen, obschon auch grössere vorkommen, hier « durchschnittlich nur 0,011 — 0,017 Mm. und lassen einen Kern nur selten mit « Deutlickeit erkennen ». La figura prima, tavola settima, del citato lavoro mostra tutti questi dettagli di struttura. Se si esamina minuziosamente detta figura si scorge facilmente che molte cellule non hanno nucleo; in altre è poco visibile e che son prive di prolungamenti; con molta probabilità dunque, come crede anche il Moniez ([18]) (p. 129), questi autori hanno descritto per cellule le maglie del tessuto connettivo fibrillare.

Due anni più tardi apparve il lavoro di Schiefferdecker sulle tenie; quest'autore ha descritto e figurato con la più grande esattezza il reticolo connettivo del parenchima e le cellule, pag. 478-69, Tav. XVI, fig. 6^a e Tav. XVIII, fig. 15.

Moniez ([18]) ha studiato e descritto il tessuto fondamentale del botriocefalo; ha riconosciuto il reticolo connettivo ed aggiunge che nei giovani anelli le cellule embrionali sono più numerose; dichiara inoltre inesatte le osservazioni del Sommer e Landois, alla quale conclusione non posso a meno di associarmi poichè anche a me riesce incomprensibile il loro modo di vedere. Si comprende facilmente che ne' punti essenziali le mie osservazioni concordano con quelle di Schiefferdecker e di Moniez.

Nel 1885 apparve il lavoro dell'Hamann ([19]) sulla *Taenia lineata*, valendosi di un materiale fissato con sublimato, che, per quanto ho potuto osservare anch'io, dà i migliori risultati « Der ganz Leib der Proglottis wird von einer Grudsubstanz gebildet, « die sich zusammensetz aus einer intercellular Substanz, Zellen und Fibrillen. Die « intecellular Substanz ist überall granulirt ». Dal fin qui esposto risulta che, la sostanza fondamentale del corpo de' cestodi risulta di tessuto connettivo il quale presenta diversi gradi di differenziamento a seconda dove si considera; nei giovani segmenti abbondano gli elementi cellulari specialmente nella zona centrale; mentre nei vecchi abbonda il reticolo fibrillare e scarseggiano invece le cellule.

Corpuscoli calcarei.

I corpuscoli calcarei non sono molto numerosi nel solenoforo specialmente nelle giovani proglottidi; nello strato corticale s'incontrano più di frequente, rari invece nello strato centrale. La forma predominante è la ovolare a parecchi strati concentrici. Nello scolice sono più numerosi e trovansi costantemente vicino allo strato delle cellule subcuticolari e, non di rado, oltre alle anzidette forme, qualcuno si presenta anche a forma di biscotto; molti presentano uno o due tubercoli alle loro estremità. I corpuscoli calcarei hanno dimensioni differenti; i più grandi si riscontrano generalmente nello scolice e misurano nel maggior diametro mm. 0,0170 e nel minore mm. 0,011 ed alcuni anche mm. 0,015. Prima di passare oltre debbo descrivere alcune speciali formazioni che si trovano nel parenchima del solenoforo. Nel limite fra lo strato corticale e lo strato centrale, in preparati colorati con l'ematossilina (metodo Mayer) ed adoperando forti obbiettivi $^1/_{12}$ immersione omogenea Zeis, vicino ai muscoli longitudinali si scorgono nel parenchima dei corpuscoli di forma rotondeggiante ed anche ovolare come fossero cellule; questi corpuscoli sono limitati da un contorno più oscuro e che si colora più intensamente; il contenuto è perfettamente omogeneo e di aspetto vitreo (Tav. II, fig. 10 e 12 *m*); alcuni contengono un corpicciuolo più piccolo e ripieno di granuli rifrangenti (Tav. I, fig. 15 *m''*, *m'*, *m*). Essi scorgonsi nettamente nelle sezioni longitudinali orizzontali; sono di grandezza molto diversa, alcuni piccoli come nuclei di cellule, altri grandi come corpuscoli calcarei; fra questi due estremi tutti i gradi di passaggio. Questi corpuscoli trovansi immersi nel parenchima ed in molti dal loro contorno si staccano sottili filamenti, che si anastomizzano con il reticolo connettivale del parenchima come fossero cellule.

Relativamente all'origine dei corpuscoli calcarei sono state emesse varie opinioni. R. Virchow ([29]) ha studiato il processo di formazione dei corpuscoli calcarei in giovanissimi echinococchi quando ancora non avevano uncini e crede che si originino per metamorfosi dalle cellule del parenchima. Sommer e Landois hanno studiato queste formazioni nel botriocefalo e confermano le opinioni di R. Virchow.

Moniez ([18]) sostiene anch'esso che i corpuscoli calcarei provengano dalle cellule fusiformi del tessuto generale del corpo. Quando una cellula deve dare origine ad un corpuscolo calcare si vede aumentare considerevolmente di volume, senza cambiar di forma, prende un aspetto vitreo ed acquista una rifrangenza speciale e non presenta più nè nucleo, nè granulazioni. Poco dopo, senza che sia compromessa la membrana d'inviluppo, si vede formarsi nell'interno della cellula, in via

di trasformazione ed a spese della più gran parte del suo contenuto, un corpo di forma più o meno sferoidale, che si distingue nettamente pel suo aspetto più denso e meno vitreo; in questa guisa apparisce il futuro corpuscolo calcare. La porzione del contenuto cellulare che non è stata impiegata nella sua formazione, viene spinta ad una delle estremità; questa diminuirà progressivamente di volume a misura che il corpuscolo calcare accentuerà i suoi caratteri, fino a che forma un tubercolo del tutto indipendente. La membrana della cellula non si distrugge, ma si continua con i tessuti vicini e forma una maglia del tessuto reticolare. Il riassorbimento della parte della cellula fusiforme che non ha preso parte nel processo di calcificazione, spiega come il corpuscolo calcare può avere una forma arrotondita. Qualche volta la cellula madre si divide in due e formansi allora due corpuscoli calcarei. Tutti questi autori, come si vede, ammettono l'origine dei corpuscoli calcarei doversi alle cellule del tessuto fondamentale.

Claparède ([50]) nei remadoti, *Distomum volvens*, ha veduto le relazioni fra corpuscoli calcarei ed i canali escretori; ha osservato inoltre che essi sono situati sulle dilatazioni terminali del sistema escretore.

Roboz ([21]) che ha osservato queste formazioni del solenoforo non ammette le vedute del Claparède e le dichiara infondate pel fatto che malgrado i finissimi tagli non è riuscito mai a vedere una connessione fra loro ed i fini rami del sistema vascolare acquifero; ed anche perchè, quando anche non si presentano, i corpuscoli calcarei, così numerosi negli strati corticali, tuttavia appariscono nello strato mediano dove non si trova traccia del sistema escretore.

L'obbiezione del Roboz non mi sembra di gran peso, imperocchè, come giustamente osserva il Fraipont ([31]) (pg. 436) nel suo bellissimo lavoro, lo studio del sistema escretore dei cestodi è abbastanza difficile avuto riguardo alla delicatezza ed alla estrema esiguità di alcune sue parti, tantochè la sua osservazione fatta semplicemente su sezioni è incompleta ed insufficiente; invece l'osservazione fatta su animali viventi è della più alta importanza. Lo stesso Fraipont soggiunge: « Aujourd'hui la « nature escrémentielle de ces corpuscules est extrêmement probable, étant donnée « leur analogie avec les éléments produits par les reins d'autres animaux inférieurs; « leur composition chimique du reste est bien connue; ils sont formés de carbonates « et renferment de la guanine ».

Griesbach ([16]) è di opinione che forse i corpuscoli calcarei si formino con l'aiuto di speciali glandole unicellulari nel sistema vascolare acquifero il quale avrebbe anche funzione renale. Poirier ([28]) ha anche veduto le terminazioni ad imbuto del sistema escretore nello scolice del solenoforo e nelle proglottidi, in vicinanza immediata de' vasi sia longitudinali che trasversali, ma non fa alcun cenno dei corpuscoli calcarei. A me non è mai riuscito di vedere con chiarezza le terminazioni ad imbuto del sistema escretore, adottando il metodo delle sezioni ed adoperando un materiale raccolto in condizioni buonissime e fissato con sublimato, acido osmico, liquido di Flemming; credo perciò che il suo studio debba farsi sul fresco.

Ho osservato però che nella generalità dei casi i corpuscoli calcarei assorbono tutte le sostanze coloranti che adopransi per colorire le sezioni, come il carmio boracico, allumico, l'ematossilina; questo fatto mi conferma che essi debbono anche

contenere una sostanza organica, come crede anche il Fraipont; il medesimo (l. c. pg. 431) ha ripetuto le osservazioni del Claparède sul *Distomum volvens* ed ha trovato che i corpuscoli calcarei sono contenuti nelle dilatazioni cieche dei rami secondarî dei grossi canali; si deve notare però che queste non costituiscono i punti d'origine del sistema escretore, poichè questi sarebbero formati dagli imbuti cigliati.

Monticelli ([15]) ha osservato che i tronchi discendenti dello *Scolex polimorphus* sono ripieni di corpuscoli calcarei e nella fig. 28, Tav. VII, del suo lavoro essi trovansi in vicinanza degli imbuti.

Da tutte queste osservazioni potrebbe concludersi, con molta probabilità di essere nel vero, circa la natura escrementizia dei corpuscoli calcarei; però occorrono ancora altre ricerche per risolvere completamente la questione, dirette specialmente sulla composizione chimica della sostanza organica contenuta nei corpuscoli calcarei.

In quanto alla loro funzione non sappiamo nulla di preciso; il Griesbach crede che essi formino una specie di corazza al corpo; però in seguito ai risultati degli ultimi lavori non mi sembra nemmeno da discutere tale opinione.

Sistema muscolare.

La struttura dello scolice è essenzialmente muscolare.

Le fibre più esterne dei muscoli longitudinali dello strobila a livello della base dello scolice si ripiegano fortemente verso l'esterno ed occupano quasi tutto lo spazio interposto fra la cuticola esterna ed interna della ventosa; la loro direzione si mantiene longitudinale e parallela al contorno esterno della ventosa.

Le fibre più interne dei medesimi muscoli longitudinali, decorrendo quasi parallelamente, si pongono fra la cuticola interna della ventosa ed il sepimento. Questi due ordini di fibre muscolari si avvolgono attorno alla ventosa formandone uno spesso strato e la percorrono fino alla estremità anteriore vicino allo sfintere omonimo. Lo spessore di questo strato muscolare longitudinale è maggiore nella parte esterna della ventosa fra le due cuticole.

I muscoli circolari sono pure molto sviluppati e trovansi vicino alla subcuticola interna della ventosa; in qualche punto presentano tale sviluppo da arrivare fino vicino alla cuticola esterna; questi sono i muscoli circolari proprî della ventosa.

L'apertura anteriore delle ventose è provveduta di uno spesso e potente strato di fibre circolari che occupano la maggior parte del tubo che termina, nella parte anteriore, la porzione mediana ed ampolliforme della ventosa. Nelle sezioni longitudinali orizzontali dello scolice, osservato con piccolo ingrandimento, apparisce come una macchia oscura elissoidale, sul fondo più chiaro del parenchima; questo muscolo può chiamarsi sfintere anteriore della ventosa. Nel tubo che anche nella parte posteriore, della porzione mediana, termina la ventosa trovasi egualmente un altro simile muscolo, che come il primo può chiamarsi sfintere posteriore.

Questi due muscoli furono veduti e descritti dal Bazinfin dal 1841 ([2]) (p. 728).

A livello dello sfintere anteriore notasi una discreta quantità di fibre radiali; nella parte mediana ed ampolliforme della ventosa le fibre radiali invece sono numerose; nel rimanente dello scolice alquanto scarse. Nel sepimento che divide le due

ventose ed in alto, fra la subcuticola ed i nervi laterali, prendono origine quattro muscoli che si dirigono obliquamente verso lo strato subcuticolare esterno e si estendono per circa due terzi del contorno della ventosa e contribuiscono alla chiusura del suo orificio anteriore; questi sono i muscoli semicircolari anteriori.

Vicino all'apice del sepimento, ed al disopra della commessura nervosa, si origina un forte fascio di fibre a direzione orizzontale che si dirige, da una parte e dall'altra, al lato interno della rispettiva ventosa e qui si termina sparpagliandosi a mo' di ventaglio; questi sono i *muscoli trasversali anteriori.*

Per tutta la sua lunghezza il sepimento che divide le due ventose, è occupato da un intricatissimo reticolo di fibre muscolari che si dirigono in tutti i sensi verso ciascuna ventosa; la loro direzione si mantiene prevalentemente parallela al maggior diametro del tramezzo.

Sistema nervoso.

Se si colorisce uno scolice di solenoforo con carminio borico e si sezioni per intero trasversalmente, il sistema nervoso si riconosce facilmente perchè assume una colorazione rosa pallida, mentre le altre parti si colorano intensamente in rosso. In tal modo si può osservare facilmente la disposizione topografica del sistema nervoso e seguirne le più sottili diramazioni; però le sole sezioni trasverse qualche volta non sono sufficienti per farci conoscere alcune disposizioni particolari ed allora bisogna praticare sezioni longitudinali orizzontali e verticali.

Nel presente studio ho fatto uso di tutte e tre le specie di sezioni.

Le figure 1-13 della tavola I rappresentano una serie di sezioni trasverse di scolice; il colore turchino indica il sistema nervoso; il nero i canali del sistema escretore. La serie delle sezioni procede dal collo verso l'apice dello scolice ed i disegni sono stati tutti eseguiti con la camera lucida di Oberhauser e l'obb. $a^{\star}$ Zeiss.

La figura 1 non fa parte della serie dello scolice, e rappresenta una sezione a livello del collo; le macchie chiare rappresentanti il sistema nervoso sono situate all'esterno dei due dotti escretori e sull'asse che ricongiunge i due margini della proglottide, nel limite fra lo strato corticale e lo strato centrale. Nei segmenti maturi è respinto verso i margini della proglottide per lo sviluppo degli organi genitali; nei giovani si trova circondato, eccetto dal lato interno, dai muscoli longitudinali.

La fig. 2 è una sezione praticata alla base dello scolice e si scorge che le macchie chiare hanno i medesimi rapporti col sistema escretore e trovasi nel sepimento che divide le due ventose, lateralmente scorgonsi i tagli dei due tubi che terminano nella parte inferiore delle ventose. Seguendo la serie delle sezioni si vede che il setto diminuisce di volume in seguito del forte sviluppo delle ventose e della loro musculatura, per conseguenza le due macchie chiare si vanno avvicinando alquanto una all'altra.

La figura 3 rappresenta una sezione a livello della parte superiore della porzione mediana ed ampolliforme della ventosa; le due macchie chiare che occupano il setto e che d'ora innanzi chiameremo i *nervi laterali principali*, si sono avvicinate ed il setto diminuito di volume; scorgesi inoltre, vicino alla cuticola interna di

ciascuna ventosa un sottile cordoncino chiaro che la circonda; lateralmente ai due nervi laterali si vedono due sottili filetti *cc*[1] che dirigonsi verso l'esterno; questi sono sottilissimi e si possono seguire per breve tratto.

La figura 4 è una sezione più in alto della precedente, il setto è di molto diminuito ed i due nervi laterali sonosi di più riavvicinati; nella ventosa destra fra la cuticola esterna e l'interna, ma più vicino a quest'ultima si scorgono grossi filamenti chiari che incompletamente tendono a circondarne la cuticola interna; nella medesima ventosa vedesi che dai grossi filamenti chiari si staccano due ramuscoli più sottili e brevi che si dirigono verso la cuticola esterna. Nella ventosa sinistra scorgesi soltanto un piccolo filamento chiaro che occupa la medesima posizione dei filamenti di destra.

La figura 5 rappresenta una sezione che segue immediatamente la precedente. Nella ventosa sinistra vedesi quel grosso filamento chiaro, posto fra la cuticola esterna e l'interna; i due nervi laterali occupano la medesima posizione; nella ventosa destra, masse chiare di grandezza diversa tendono a circondare la cuticola interna.

Nella sezione che segue la precedente vien conservata a un dipresso la medesima disposizione. La figura 6 segue immediatamente la precedente, come pure tutte le altre che seguono. Nella ventosa sinistra i filamente chiari sono al numero di quattro e disposti irregolarmente attorno alla cuticola interna della ventosa; i cordoni laterali, nel setto, si sono di più avvicinati ed in *a* esso prolungasi in un ramo sottile diretto verso la ventosa di destra; quest'ultima vedesi soltanto per metà circondata da quattro masse chiare.

Nella figura 7 i filamenti attorno a ciascuna ventosa aumentano in numero e tendono sempre più a descrivere un anello attorno alla cuticola interna; in C un sottile ramuscolo trovasi situato vicino alla cuticola esterna; nel setto i due cordoni mantengono la stessa disposizione ed in *a* un sottile ramuscolo trovasi vicino al corrispondente cordone e si dirige verso la ventosa sinistra; mentre in *b* il cordone vedesi prolungare in una sottile diramazione che va verso la ventosa destra.

Nella fig. 8 i due filamenti chiari circondano il lato esterno della cuticola interna della rispettiva ventosa; in *a* dal cordone laterale si stacca un ramoscello che si dirige verso destra.

Nella fig. 9 in *a* l'anello della ventosa sinistra si vede originare dal cordone laterale; nel setto e nello spazio interposto fra i due cordoni, vedesi comparire una macchia chiara *b* che incompletamente li riunisce; in *c* un sottile ramuscolo, vicino al cordone laterale, si dirige verso la ventosa di destra.

Nella fig. 10 i due cordoni laterali del setto sono scomparsi ed in loro luogo scorgesi una unica macchia chiara *b* che occupa tutta la parte mediana del setto; da questa porzione mediana si originano due grossi tronchi *cc'* che dirigonsi verso la ventosa destra e che sono le origini dell'anello che completamente la circonda, come abbiamo veduto nelle sezioni precedenti; a sinistra vedesi originare, nella parte superiore soltanto, un grosso tronco *d* che si dirige verso la ventosa omonima e che è il proseguimento di quello osservato nella sezione precedente; rappresenta l'altro anello che parimenti circonda la cuticola interna.

Nella fig. 11 la macchia chiara mediana *b* persiste; in *c* vedesi il complemento

dell'anello di sinistra ed un altro ramuscolo *d* che si dirige verso lo sfintere superiore della ventosa.

Nella fig. 12 la massa centrale *b* persiste ancora, ed in *c* vedesi il complemento dell'anello, per il lato esterno, della ventosa sinistra.

Nella fig. 13 rimangono soltanto traccie della massa centrale *b* delle sezioni precedenti e nel setto due brevi tronchi *dd'*.

Nelle susseguenti sezioni cessa di essere visibile il sistema nervoso.

Se si ricostruisce tutta questa serie se ne avrà la seguente disposizione topografica.

Le due macchie chiare rotondeggianti che scorgonsi nelle sezioni delle proglottidi, e che nello scolice occupano il setto, sono i *nervi laterali principali*, omologhi a quelli degli altri cestodi. Questi nervi percorrono l'intero strobila e sono situati esternamente ai due dotti del sistema escretore. Nello scolice i due nervi laterali trovansi nel setto, che separa le due ventose, e che possiamo considerare come un proseguimento dello strobila nello scolice. Percorrendo il suddetto setto i due nervi laterali vanno sempre più avvicinandosi uno all'altro, finchè incurvansi alquanto verso la linea medesima ed unisconsi mediante una commessura ispessita nel centro, ove trovansi le cellule ganglionari. Prima della commessura dai nervi laterali si stacca qualche sottile ramuscolo che può seguirsi per breve tratto e si perde subito nel setto; questi ramuscoli, *rami trasversali*, sono sottilissimi e non sempre chiaramente visibili e costanti. Nelle figure disegnate ho scelto una serie di sezioni dove scorgonsi più evidenti.

Al livello quasi della commessura, ma alquanto più in basso, prendono origine quattro grossi filamenti nervosi, due cioè per ciascun lato, i quali si dirigono all'esterno ed obliquamente verso le ventose, le circondano e si anastomizzano due a due formando attorno a ciascuna un anello completo, il quale unito a quello dell'opposto lato ed alla commessura, forma come una specie di cifra ad 8. Questi nervi per la loro posizione, dimensione ed importanza possono chiamarsi *nervi principali della ventosa*; trovansi situati all'esterno dei muscoli circolari proprî della ventosa suddetta ed immediatamente al disotto del muscolo sfintere superiore che chiude l'apertura omonima della corrispondente ventosa. Al disotto di questo grosso anello nervoso trovasene un altro sottilissimo, il quale è situato fra lo strato cellulare sottocuticolare e le fibre circolari delle ventose. L'origine di questo anello si vedrà quando si prenderanno in esame le sezioni longitudinali orizzontali. I nervi principali della ventosa lungo il loro decorso mandano qualche sottile ramuscolo che si perde subito nel parenchima.

Nella parte superiore della commessura i nervi laterali si continuano ancora un poco e terminano con due sottili filamenti nella parte superiore del setto; questi sono i *rami terminali.*

Prendiamo ora in considerazione una serie di sezioni longitudinali orizzontali.

Nelle sezioni praticate in questo senso, si scorge lateralmente alla parte anteriore della ventosa due macchie chiare, che rappresentano i tagli trasversi dei nervi principali della ventosa. Da questi nervi si vede originarsi un sottile filamento, il quale si dirige parallelamente alla cuticola interna, in vicinanza dello strato cellulare subcuticolare; percorre quasi tutta la porzione mediana ed ampolliforme della ventosa e termina nella parte posteriore. Prendono in questo modo origine, quattro e perfino cinque filamenti i quali mantengono sempre la stessa direzione.

Da uno di questi filamenti longitudinali ha origine quel sottile anello nervoso, situato al didietro dell'anello principale, la cui disposizione è la seguente. Dai nervi principali della ventosa, poco dopo la loro origine, si distaccano quattro sottili ramuscoli nervosi che si portano in dietro, indi la loro direzione da orizzontale si fa verticale, circondano la cuticola interna ed unendosi due a due formano un altro anello completo al didietro del primo.

Premesso questo rapido cenno intorno alla disposizione topografica del sistema nervoso esaminiamone la struttura ed i rapporti delle sue diverse parti.

Ganglio e commessura.

Per la struttura del sistema nervoso mi sono servito di scolici e proglottidi, fissati con sublimato ed acido osmico; in seguito sono stati coloriti con carminio borico, inclusi nella paraffina e sezionati. Quelli fissati in acido osmico, li ho inclusi nella paraffina senza colorarli, li ho sezionati ed ho attaccato le sezioni al portaoggetti col miscuglio di albumina e glicerina, secondo il metodo di Mayer, ed ho colorito le sezioni con ematossilina Böhmer; li ho poi disidratati e rischiarati con creosoto ed inclusi in balsamo del Canadà sciolto nel xilolo.

Nella commessura si deve prendere in considerazione: 1° la sua forma ed i rapporti con le parti vicine; 2° *le cellule nervose*; 3° *le fibre nervose.*

La commessura è situata nel setto e ne occupa la parte mediana; alle due estremità si trovano i nervi laterali principali, dei quali si scorge la struttura reticolare. I nervi laterali per il loro lato esterno sono in rapporto con i muscoli semicircolari anteriori. Nel mezzo la commessura è rigonfia e vi si trovano le cellule ganglionari; ai margini trovasi in rapporto con le fibre muscolari proprie del tramezzo.

La commessura ha un diametro longitudinale di 0,22 mm. ed un diametro trasverso di 0,066 mm., però ho trovato che questo diametro in qualche esemplare può anche raggiungere 0,088 mm.

Le cellule nervose trovansi nel mezzo della commessura, in quel rigonfiamento mediano; queste cellule ganglionari sono voluminose a contenuto protoplasmatico finamente granuloso che si colora in rosa ed in viola pallido; i loro contorni non scorgonsi molto facilmente e, per osservarli con sufficiente chiarezza, bisogna girare delicatamente la vite micrometrica; ritengo perciò che queste cellule siano sprovviste di membrana. Il loro maggior diametro è di 0,020 mm. ed il minore di 0,011 mm.; alcune però più allungate e più strette hanno il diametro maggiore di 0,024 mm. ed il minore di 0,006 mm.; in qualche preparato ho veduto che il grande diametro può arrivare fino a 0,030 mm. ed il minore a 0,010 mm. Dal contorno della cellula si originano uno, due e perfino tre prolungamenti. Il nucleo è pure voluminoso e rotondeggiante e contiene uno o due nucleoli e finissime granulazioni oscure (fig. 4, Tav. II).

Le cellule nervose trovansi nello spessore del rigonfiamento mediano della commessura, ma non così in gran numero come vorrebbe il Roboz. Nella parte superiore del rigonfiamento, come ho potuto vedere in qualche serie di sezioni, le cellule ganglionari trovansi circondate dagli elementi del parenchima.Queste cellule sono visibili

con chiarezza soltanto nelle sezioni trasverse; invece nelle sezioni longitudinali orizzontali e verticali non apparisce così spiccata nè la loro forma nè i loro prolungamenti, e compaiono invece come cellule rotondeggianti. Questo fatto lo spiego con la loro orientazione; le cellule infatti hanno direzione pressochè trasversa, ossia il loro maggior diametro è parallelo al diametro trasverso della commessura, come vedesi chiaramente nelle figure. È chiaro conseguentemente che sezioni praticate perpendicolarmente al diametro trasverso della commessura, oppure parallelamente a questo, non fanno vedere le cellule nella loro vera forma ed invece compaiono come elementi rotondeggianti e senza prolungamenti, come crede aver ritrovato il Kahane nella *Taenia perfoliata*, ma che il Niemic spiega anche esso il fatto con la loro orientazione ([26]) (p. 609).

La commessura nelle sezioni trasverse apparisce come una massa chiara, contenente parecchi nuclei, sugli altri tessuti che si colorano più intensamente; le fibrille hanno andamento diverso nei diversi punti della commessura e non in tutti esse sono visibili; ciò si deve attribuire alla loro sottigliezza e delicatezza ed alla difficoltà della colorazione.

Nella fig. 3, Tav. II, nel mezzo ed in alto *fb* si vedono distintamente; negli altri punti la commessura apparisce come una massa chiara finamente punteggiata in cui spiccano soltanto le cellule nervose e gli elementi del parenchima.

Da che proviene ciò? Credo che nella commessura le fibre abbiano un andamento prevalentemente arcuato dall'uno estremo all'altro e che perciò nelle sezioni trasverse non in tutti i punti riescano visibili. Potrà anche contribuire la contrazione delle parti più vicine alla commessura, che, come abbiamo veduto precedentemente, hanno struttura essenzialmente muscolare.

Quali sono i rapporti fra cellule ganglionari e fibrille nervose. Nello stato attuale delle nostre conoscenze relative ai cestodi sappiamo ben poco. Il Roboz (l. c.) crede aver veduto i prolungamenti delle cellule nervose in connessione con le fibrille, nei nervi laterali del solenoforo. Io non ho mai potuto vedere ciò distintamente, quantunque sia indotto ad ammetterlo.

Nervi delle ventose.

Dalle due estremità della commessura prendono origine quattro filamenti, due per ciascuna ventosa, i quali orizzontalmente ed obliquamente si portano all'infuori fra la cuticola esterna e l'interna, e descrivono quell'anello che più innanzi abbiamo chiamato nervo principale della ventosa.

Alla sua origine questo nervo trovasi in rapporto con i muscoli semicircolari anteriori; nel rimanente trovasi situato all'esterno dei muscoli circolari della ventosa ed immediatamente al di dietro dello sfintere anteriore. Dalla parte anteriore e posteriore di questo anello nervoso prendono origine in numero variabile sottili ramuscoli che si perdono subito nel parenchima e nei muscoli. Della presenza di questi rametti ho potuto convincermi con tagli trasversi e longitudinali verticali, specialmente con quest'ultimi. Verso la metà circa di questo anello e dalla sua parte inferiore si staccano lunghi e delicati ramuscoli, in numero variabile 4 o 5 circa, che decorrono

parallelamente alla subcuticola interna dalla porzione ampolliforme della ventosa. Questi ramuscoli, che chiameremo nervi *longitudinali della ventosa*, sono in rapporto per il loro lato esterno con le fibre muscolari longitudinali dello scolice e, per il loro lato interno, con la subcuticola.

Da uno di questi nervi ha origine l'altro anello nervoso che circonda la ventosa al di dietro dell'anello principale; questo secondo anello sottilissimo e non sempre facilmente distinguibile, potrà chiamarsi *nervo secondario della ventosa*. In questa adunque vi è un duplice ordine di nervi, alcuni con andamento orizzontale ed alcuni con andamento longitudinale. I primi sono rappresentati dai due anelli nervosi l'anteriore e il posteriore, i secondi dai nervi longitudinali della ventosa.

Nervi delle proglottidi.

Lateralmente alla commessura e nella sua parte inferiore, prendono origine i due nervi laterali principali. Nello scolice trovansi nel sepimento piuttosto ravvicinati l'uno all'altro; nelle proglottidi sono situati vicino al margine ed all'esterno dei tubi longitudinali del sistema escretore. I nervi laterali in tal modo percorrono l'intiera catena dei segmenti.

Il Carruccio ([8]) nella dubbiosa specie nuova di solenoforo, *labiatus?* descrive tre vasi longitudinali per ciascun lato della proglottide. Fin dal 1879 il Moniez, ed il Poirier nel 1886, hanno descritto soltanto due vasi per ciascun lato della proglottide; questa disposizione ho riscontrato anche io in modo evidentissimo. È chiaro dunque che l'esimio autore ha descritto per un vaso il nervo laterale; osservo però che la differenza fra questi due sistemi è facile a farsi, anche adoperando deboli ingrandimenti.

Prima di procedere oltre nella struttura del sistema nervoso è necessario accennare ai risultati del Griesbach, Roboz e Poirier, ciascuno dei quali ha dato una descrizione differente di questo sistema descritto nel medesimo parassita.

La descrizione del Roboz ([21]) è abbastanza diversa dalla mia; ammette egli che dai cordoni principali che scorrono nello scolice abbiano origine tre o quattro filamenti nervosi (*l c* fig. 9 *a*) i quali entrano nelle due ventose, scorrono sotto le cellule matrici che rivestono il lume delle ventose, si diramano in seguito in numerosi sottili filamenti i quali entrano in connessione l'un con l'altro e formano intorno all'intiero scolice una rete nervosa.

Debbo rilevare che in tutti i miei preparati, per quanta cura abbia adoperato, non mi è mai riuscito di vedere questa rete nervosa; ho trovato invece che poco prima della commessura dai nervi laterali si staccano, in numero variabile, sottili filamenti i quali possono seguirsi per breve tratto nel setto.

Il Roboz inoltre ha descritto l'anello nervoso delle ventose e la commessura, però non ha veduto i due rametti terminali, nè l'anello nervoso secondario; entra poi in molti dettagli istologici relativi alla struttura della commessura e dei nervi laterali, dei quali dettagli in seguito terrò parola.

Secondo il Griesbach ([17]) nello scolice si troverebbero quattro gangli, due nella linea mediana e due nel lato interno di ciascuna ventosa; i due gangli mediani sono riuniti da

una commessura, la quale con le sue fibre descrive una cifra a forma di 8 attorno ai due suddetti; oltracciò questi stanno in comunicazione, per mezzo di una commessura con i gangli della ventosa. I due gangli poi della ventosa sono riuniti fra loro da una potente commessura *a ponte*, la quale passa al disopra dell'altra commessura ad 8 che riunisce i due gangli mediani. Dai gangli mediani parte un potente nervo il quale sembra che circondi come un anello la corrispondente ventosa; dai gangli della ventosa si staccano molti rami che con diramazioni nel principio grosse ed infine appena percettibili, traversano tutto quanto lo scolice. I due nervi longitudinali dello strobila hanno origine dai gangli mediani.

La fig. 21, Tav. XXIII del suo lavoro mostra chiaramente la suddescritta disposizione e, se si esamina con attenzione, non si tarderà ad accorgersi delle gravi inesattezze in cui è caduto il Griesbach. I due gangli mediani situati nel sepimento, a parer mio, non sarebbero che le sezioni dei nervi laterali, i quali assumono qualche volta l'apparenza di gangli, perchè oltre alla loro struttura reticolare, come vedremo più innanzi, vi si trovano anche nuclei e cellule del parenchima. Di più il suddetto autore ha descritto per nervo, ciò che in realtà è un muscolo; nella fig. 21, del suddetto lavoro, con *n* viene rappresentato il nervo proveniente dal ganglio mediano; però per la sua posizione, la direzione ed i rapporti con i pretesi gangli mediani, ho potuto convincermi trattarsi invece dei muscoli semicircolari anteriori, innanzi descritti.

Dei gangli delle ventose e dei nervi che se ne distaccano, della commessura ad 8, dell'altra commessura a ponte, francamente debbo dire di non comprendere affatto la descrizione del Griesbach, poichè per quante ricerche abbia fatte non mi è mai riuscito di vederne qualche traccia. Adottando il modo di vedere dell'autore suddetto il sistema nervoso del solenoforo farebbe eccezione a quanto sappiamo intorno a questo medesimo argomento della *Ligula*, *Schistocephalus*, *Botriocephalus punctatus* e *latus*, con i quali presenta invece le più grandi rassomiglianze.

Il sistema nervoso del *Solenophorus megacephalus*, secondo il Poirier, si compone di due tronchi longitudinali i quali all'estremità dello scolice si rigonfiano in due gangli che comunicano fra loro per una commessura; da ciascuno di questi gangli partono due tronchi che riunendosi con quelli dell'opposto lato formano un anello completo; ciascun tronco nervoso poi presenta un rigonfiamento ganglionare prima di arrivare in direzione dello sfintere superiore della ventosa; di modo che si avrebbero oltre i due gangli principali, altri due gangli per ciascuna ventosa. Inoltre l'autore non fa niuna menzione dei rami longitudinali delle ventose e del suo anello secondario e dei rametti terminali della commessura.

Da quanto fin qui si è esposto rilevasi facilmente come le descrizioni date dal Griesbach e dal Poirier siano molto inesatte e differiscono essenzialmente dalla mia, la quale, non ostante alcune rimarchevoli divergenze, si avvicina a quella del Roboz.

Giova qui istituire qualche confronto fra il sistema nervoso del solenoforo e quello dei generi affini. Prendiamo in considerazione la disposizione di questo sistema nella *Ligula*, *Schistocephalus* e *Botriocephalus*, descritti ed illustrati nel recente lavoro del Niemic ([32]), e sulla *Dutharsia expansa* Per. descritta dal Poirier ([28]).

Nella *Ligula* consta di due cordoni, i quali nella parte anteriore del cestode si uniscono uno all'altro per mezzo di una commessura, nel cui mezzo trovansi grosse

cellule ganglionari, che rappresentano l'organo centrale. Oltre i due cordoni, dal centro si originano oltre 10-12 filamenti i quali in prossimità dell'organo centrale sono riuniti con i cordoni principali: portansi in seguito nella superficie dorsale e ventrale e circa il primo terzo della lunghezza del corpo spariscono (l. c. Tav. I, fig. 1; Tav. II, fig. 1). Nello *Schistocephalus dimorphus* si trovano due gangli laterali riuniti da una commessura mediana ed altre due commessure al di sopra di questa, una dorsale l'altra ventrale: da queste commessure prendono origine fino 18 rami, due dei quali più forti e sviluppati percorrono l'intero strobila, gli altri rami percorrono la zona centrale e la corticale e lasciansi vedere fino al 6° segmento (l. c. Tav. I, fig. 2, pg. 56).

Nei botriocefali il centro nervoso è unico e trovasi vicino alla sommità dello scolice; da esso prendono origine oltre i due cordoni laterali anche otto sottili nervi, i quali sono uniti con i cordoni principali e fra loro per deboli rami commessurali; questi rametti sono visibili soltanto nello scolice. Dal centro si staccano piccoli rami verso l'estremità dello scolice; questi sono omologhi ai nervi terminali del solenoforo.

Relativamente alle deboli commessure che riuniscono i sottili rami fra loro e con i cordoni laterali, il Niemic aggiunge ([32]) (p. 22), che « non ostante non siasi potuto seguire il loro andamento alquanto al disotto della commessura, si troverà una grande analogia fra il sistema commessurale dei botriocefali e quelli delle tenie; se si immagina tutti i rami nervosi commessurali dei botriocefali portati al medesimo livello, si ottiene una figura che presenta molta somiglianza con la commessura poligonale delle tenie ».

È evidente che i rametti nervosi secondarî che si staccano dalla commessura, nei tre suddetti elminti, e percorrono un cammino più o meno lungo, sono omologhi ai nervi principali delle ventose del solenoforo. Inoltre nella ligula e nel botriocefalo il ganglio è unico e trovasi nel mezzo della commessura.

Ma le omologie più spiccate sono con la *Duthersia expansa* Perrier ([33]), che rappresenta una forma intermedia fra i botriocefali ed i solenofori. In questo elminto il Poirier ha descritto due gangli riuniti da una commessura, che trovasi alla sommità del sepimento che separa i due botridi.

I due nervi laterali, percorrendo lo scolice sino al ganglio terminale, emettono da ciascun lato branche sempre più grosse, le quali sono omologhe ai rami laterali del solenoforo. Le ultime che si sono originate dai due gangli, riunendosi due a due, formano unitamente alla commessura una cifra ad 8, come ho descritto più innanzi nel solenoforo.

I nervi principali delle ventose del solenoforo ed i rami che da essi derivano rappresentano adunque un particolare adattamento dovuto allo sviluppo ed alla speciale organizzazione delle ventose tubulari, che il detto elminto ha di comune con la *Duthersia.* Di simili e speciali disposizioni dovute alla diversa struttura delle ventose e degli altri mezzi di fissazione dei cestodi, ne abbiamo uno splendido esempio nelle due commessure poligonali delle tenie e nell'unica dell'*Acantobothrium coronatum*, come rilevasi dai due diligenti lavori del Niemic.

Nella rimanente parte di detto sistema il solenoforo presenta grande somiglianza con la *Ligula*, *Schistocephalus* e *Bothriocephalus latus* e *punctatus* e *Duthersia.*

Sulla struttura dei nervi laterali.

Non v'ha dubbio che nelle sezioni longitudinali dei nervi compariscano qua e là cellule. Esaminiamo la struttura di queste, adoperando obiettivi ad immersione omogenea $^1/_{12}$ Zeiss (Tav. II, fig. 12 *cp*[1] *cp*[2] *cp*[3]).

La forma di queste cellule è diversa, rotondeggiante, triangolare ecc.; i contorni però di queste cellule, e questo è un carattere generale, si presentano sempre e costantemente mal definiti, talchè per osservarli con sufficiente chiarezza bisogna girare delicatamente la vite micrometrica. Ci presentano inoltre qualche prolungamento che si perde in quel delicatissimo reticolo che forma lo stroma del nervo e che senza interruzione si continua nel reticolo del parenchima, come ha osservato anche il Niemic nella *Taenia mediocannellata* ([26]) (p. 634). I prolungamenti di quelle cellule che si trovano più verso la periferia del nervo, si uniscono con le fibrille connettivali del parenchima da una parte e dall'altra con il reticolo proprio del nervo.

Il protoplasma cellulare è perfettamente ialino e trasparente; niuna traccia di granulazioni; il nucleo è grande e si colora intensamente.

I nervi non sono limitati da una guaina propria, ma trovansi invece come immersi nel parenchima generale del corpo; nella loro periferia però le cellule di questo sono molto numerose e gli formano come un astuccio. Nella serie di sezioni longitudinali orizzontali quando comincia a mancare il tessuto proprio del nervo, si sostituiscono a questo lunghi treni cellulari che ne indicano il percorso (Tav. II, fig. 10 *cp*[1]).

Queste cellule che trovansi adunque nei nervi possiamo e dobbiamo riguardarle quali cellule nervose? Il minuzioso studio fatto mi allontanerebbe dal considerarle quali elementi nervosi; la loro forma, le dimensioni, i prolungamenti, i rapporti che hanno con il reticolo proprio del nervo e quello del parenchima, la somiglianza con le cellule di questo, sono tanti criterî che mi inducono a considerarle come elementi del tessuto generale del corpo. Le cellule nervose che trovansi nel ganglio dello scolice presentano d'altra parte caratteri così differenziali da non metterne il menomo dubbio. Volendo ammettere che le cellule dei nervi longitudinali siano di natura nervosa, bisogna anche ammettere che in questo cestode vi siano due specie di cellule ganglionari, le quali presentino caratteri così differenti fra loro, la qualcosa non mi sembra nemmeno da discutere.

Il reticolo di sostegno non è molto visibile nelle sezioni longitudinali perchè ha una direzione prevalentemente trasversa.

Griesbach ha descritto e figurato cellule nervose nei nervi longitudinali; credo spiegare l'equivoco in cui è caduto, ammettendo aver egli descritto per cellule nervose le cellule del parenchima che causalmente vi si trovano.

Che il sistema nervoso de' cestodi in generale rappresenti un sistema organico poco differenziato dai tessuti nei quali si trova immerso, mi sembra potersi affermare senza alcun dubbio; il Niemic pure pensa lo stesso. Non solo questo sistema non è delimitato dai tessuti che più da vicino lo circondano, ma gli elementi di questo vi s'insinuano e vi s'inoltrano perfino, come abbiamo veduto per le cellule del parenchima.

Nelle giovani proglottidi le fibrille nervose sono sottilissime e delicatissime e si colorano poco, hanno andamento leggermente serpentino e presentano pure granulazioni oscure; si confondono facilmente con il reticolo e per quanto si facciano sottili le sezioni e si colorino con ematossilina, non è facile distinguerle nettamente.

I rapporti fra il sistema nervoso e gli elementi del parenchima si studiano agevolmente nello scolice a livello del ganglio. La commessura nervosa trovasi nel sepimento; si estende trasversalmente e ne occupa la maggior parte; rimane separata dalla cuticola per mezzo dello strato sottocuticolare e dei muscoli. Nella serie delle sezioni quando comincia ad apparire la commessura si scorgono per un buon tratto ancora, quattro o cinque sezioni, i tagli trasversi dei cordoni laterali e fra questi le cellule. Quantunque questa sia la parte principale del sistema nervoso si differenzia pochissimo dal tessuto che la circonda; nel mezzo della commessura e fra le cellule nervose (Tav. II, fig. 3 e fig. 1) osserviamo molte cellule e nuclei del parenchima; numerose fibre muscolari trovansi lateralmente alla commessura, altre penetrano nel suo interno intersecandosi fra loro sotto angoli diversi e vicino alle cellule nervose.

Nelle sezioni trasverse dei nervi principali delle ventose si scorgono molte cellule del parenchima orientate alcune nella medesima direzione delle fibrille nervose; inoltre osservasi che le fibrille del tessuto fondamentale connettivo con andamento ondulato e serpentino traversano questi nervi ad angolo retto.

Roboz descrive e figura nei nervi longitudinali dello strobila cellule nervose bipolari, con contenuto granulare che si estende nella medesima direzione del nervo. Credo che se avesse meglio approfondito la struttura del parenchima ed i suoi rapporti col sistema nervoso probabilmente non avrebbe interpretato quegli elementi per nervosi. Non posso nemmeno assentire con l'egregio autore quando asserisce che nel centro nervoso le cellule ganglionari sono così numerose da formare una massa considerevole ([21]) (p. 277). Le cellule ganglionari invece sono relativamente poco numerose e in una serie di sezioni trasverse della commessura, esse occupano circa cinque sezioni consecutive. Invece le cellule del parenchima ed i nuclei sono abbastanza numerosi; il Roboz certamente ha creduto interpretare come nervosi tutti gli elementi cellulari che incontrava.

Se si pratica una sezione trasversa alla sommità della commessura, si scorge distintamente, come nella fig. 4, Tav. II, cellule ganglionari immerse nel parenchima e non limitate dal tessuto circumambiente; le fibre muscolari veggonsi vicino alle cellule nervose commiste alle cellule del parenchima ed alle fibrille connettivali.

Pratichiamo ora una sezione trasversa nel mezzo della commessura dove le cellule nervose sono più numerose; la fig. 3, Tav. II, rappresenta una sezione condotta in questa direzione. Ai due estremi delle commessure vedonsi i tagli dei due cordoni laterali e nel mezzo della stessa le cellule ganglionari. Il Roboz descrive nella commessura due rigonfiamenti gangliformi che si troverebbero alle due estremità della medesima e dai quali si originerebbero i nervi delle ventose. Io non ho potuto constatare mai questi due rigonfiamenti, e son tratto a ritenere che l'autore chiami così le sezioni dei cordoni laterali tanto più che da essi si staccherebbero i nervi delle ventose. Le fibre muscolari circondano da tutte le parti la commessura; qualche fibra

penetra nel suo interno in varia direzione. Anche le cellule del parenchima vi si scorgono numerose e trovansi anche nelle sezioni dei cordoni laterali e nella commessura. I rapporti fra le cellule del parenchima ed il reticolo proprio della massa nervosa sono i medesimi di quelli che ha descritto per i cordoni.

Dopo questo studio minuzioso dei rapporti fra il sistema nervoso e la massa parenchimatosa del corpo può venirsi alla conclusione che questi sono i medesimi e nei cordoni laterali e nella commessura.

Dapertutto il sistema nervoso è poco differenziato dai tessuti che più da vicino lo circondano; questi s'internano nella sua massa ed in qualche caso, come all'apice della commessura, le cellule ganglionari sono del tutto circondate dagli elementi del parenchima.

Schiefferdecker ([13]) considera i cordoni nervosi della *Taenia solium* come l'organo centrale di questo sistema, perchè vi avrebbe riscontrato cellule ganglionari e fibrille unitamente ad un reticolo, il quale sarebbe formato dalla medesima sostanza congiuntiva del corpo dei cestodi.

Kahane ([22]) ha descritto nei fasci nervosi laterali e nella commessura della *Taenia perfoliata* fibre nervose e cellule ganglionari; inoltre ha veduto che sottili ramificazioni si staccano dai nervi laterali e si spandono nel tessuto delle proglottidi; i nervi inoltre non sono limitati da veruna membrana. In seguito a ciò il Kahane considera i nervi laterali come organo centrale del sistema nervoso e le ramificazioni, che partono dai cordoni laterali, per raggiungere il tessuto della proglottide, come parte periferica e chiama i cordoni laterali *ganglionäre Stränge.* Se si osserva la fig. 7 e 8, Tav. VIII, del suo bel lavoro, le quali rappresentano una sezione longitudinale orizzontale d'una proglottide, si vedrà che è rappresentato anche il taglio del nervo laterale, nel cui interno scorgonsi cellule del tessuto connettivo *fz*, e cellule ganglionari *gz*; queste hanno figura triangolare e i loro prolungamenti si spandono nel nervo, le cellule del tessuto connettivo invece hanno forma rotondeggiante. Debbo aggiungere però che in seguito a quanto ho veduto con la più grande chiarezza nel solenoforo, credo che l'esimio autore abbia preso equivoco interpretando per cellule nervose le cellule del tessuto fondamentale immerse nella massa nel nervo. È vero che molte volte tale distinzione non è facile a farsi poichè anche dalle cellule del parenchima si staccano prolungamenti protoplasmatici finamenti granulosi che si anastomizzano con il reticolo del nervo. Però non si deve obliare che il contenuto delle cellule parenchimatose è quasi sempre ialino, trasparente e privo di granulazioni; inoltre i prolungamenti di queste cellule sono sempre in numero variabile e si staccano irregolarmente dal contorno della cellula. Di più ho veduto ripetute volte che, i prolungamenti delle cellule che trovansi nell'interno del nervo si anastomizzano con i prolungamenti emessi dalle cellule del parenchima, che come ho dimostrato innanzi, trovansi numerose all'esterno dei nervi laterali.

Lang ([34]) (p. 391) non ha mai riscontrato cellule nervose nei nervi longitudinali dei tetrarinchi.

Niemic ([26]) (p. 618) non ha veduto nei cordoni longitudinali della *Taenia coenurus* cellule nervose ganglionari: invece ha riscontrato nuclei eguali a quelli del parenchima circondati da poco protoplasma; non crede che debbano considerarsi come

elementi nervosi, quantunque sia portato a supporre la loro presenza; tuttavia le sue ricerche non hanno potuto fargli scorgere cellule ganglionari nei cordoni laterali.

È facile desumere che i nuclei eguali a quelli del parenchima che trovansi nei cordoni longitudinali sono omologhi alle cellule innanzi descritte del solenoforo.

Osservazioni più interessanti ha fatto l'autore suddetto sulla struttura istologica dei cordoni nervosi dello *Schistocephalus dimorphus* ([32]) (p. 14).

Sopra sezioni trasverse ha riscontrato il delicato reticolo che contiene anche grossi nuclei. Oltracciò dai nuclei posti al bordo dei cordoni principali si originano delicati tratti plasmatici i quali s'insinuano nel cordone e qui, come una cellula gangliare, si ramificano. Anche nell'interno dei nervi ha riscontrato nuclei cellulari circondati da una piccola porzione di protoplasma, il quale in tutte le direzioni si dirama e si collega al reticolo. Aggiunge inoltre che fibre muscolari, nuclei del tessuto fondamentale, cellule da cui si originano corpuscoli calcarei strettamente si uniscono agli elementi nervosi. Si domanda in seguito come sono da considerare le cellule che si riscontrano nell'interno dei cordoni nervosi, e le cellule che trovansi al loro bordo e che mandano nell'interno un processo gangliforme.

Relativamente alla prima domanda, non è lontano dal supporle quali cellule nervose e crede aver che fare con una forma primitiva di nervo, come descrive Moniez per l'*Abothrium Gadi*. Per la seconda non crede improbabile che siano elementi del tessuto fondamentale.

Basta gettare uno sguardo alla fig. 8, Tav. II, per convincersi che anche le cellule nell'interno dei cordoni principali dello *Schistocephalus* possono identificare con quelle del tessuto fondamentale. Non dubito che se il Niemic avesse adoperato obbiettivi ad immersione omogenea, sarebbe venuto alle medesime conclusioni.

Da quanto più sopra ho esposto si rileva che la descrizione che esso dà della struttura dei nervi longitudinali dello *Schistocephalus* concorda perfettamente con le mie osservazioni sul solenoforo.

Delle diverse fasi evolutive dei cestodi che s'interpongono fra il protoscolice ed il deutoscolice sappiamo ben poco, nulla poi relativamente alla origine e provenienza del sistema nervoso. Da quanto sappiamo intorno alla sua struttura se ne potrebbe tirare la conseguenza che esso sia una derivazione del tessuto fondamentale, ossia un ulteriore differenziamento di questo; però nello stato attuale delle nostre conoscenze ciò non può ritenersi che come una lontana probabilità. Alla sola embriologia è riservato risolvere in modo definitivo tal dubbio.

Considerazioni generali sul sistema nervoso dei cestodi.

Le diverse disposizioni che osservansi nel sistema nervoso dei cestodi possono tutte ridursi ad una forma semplice e primitiva, quale la presentano l' *Amphilina*, la *Ligula*, e l'*Abothrium*, che anche per altre ragioni sono considerati come forme meno differenziate di questo gruppo di animali.

Se ben consideriamo le parti che non mancano mai e che conseguentemente dobbiamo ritenere come fisse e costanti, queste sarebbero una commessura nella parte anteriore o scolice, e due nervi laterali principali che percorrono l' intera catena dei

segmenti. In questo caso le cellule ganglionari sono sparse indifferentemente e nella commessura e lungo i nervi laterali, come ha descritto il Moniez per l'*Abothrium* (l. c. p. 171-172), e Lang per l'*Amphilina* (l. c. p. 395-396). Nella Ligula le cellule ganglionari già si mostrano accentrate nella parte mediana della commessura. In forme più evolute come il *Botriocephalus*, *Schistocephalus*, *Solenophorus* ecc. nella commessura si forma un ganglio mediano oppure due gangli laterali; da questa commessura si originano inoltre nervi per le ventose ed altri rami che discendono parallelamente ai nervi laterali, e che sono visibili nella parte anteriore soltanto dell'elminto.

Anche i fillobotri e gli antobotri ci presentano un centro unico, da cui si dipartono i due nervi laterali e quattro robusti rami per le pliche cefaliche.

I tetrarinchi, gli acantobotri e le tenie, oltre le parti fondamentali ora accennate, ci presentano speciali apparecchi per l'innervazione delle ventose e degli altri mezzi di fissazione, come la corona di uncini, le trombe ecc. Questi rappresentano un ulteriore differenziamento di parti già accennate in tipi meno evoluti e differenziati, e che si deve ascrivere alla speciale organizzazione dei mezzi di adesione dell'elminto stesso.

Il Joseph ([5]) paragona l'anello nervoso delle tenie all'anello periesofageo dei nematodi, all'anello nervoso ciliare di molte larve di vermi ed all'anello delle meduse.

In seguito a quanto ho detto di sopra simile paragone è da rifiutarsi assolutamente perchè inesatto. Inoltre il suddetto autore, nella disposizione regolarmente radiata delle ventose delle tenie e nei rami nervosi che ad esse vanno, scorge una prova della vicina parentela fra cestodi e celenterati. Non posso entrare a discutere dettagliatamente simile opinione, osservo però che un simile argomento è lungi dal convalidare una tale asserzione; poichè le tenie rappresentano forme altamente differenziate ed evolute fra i cestodi, mentre nelle forme più semplici e primitive, come l'*Amphilina*, che si avvicina molto ai trematodi, la simmetria bilaterale è evidentissima.

ELENCO DELLE MEMORIE CITATE

(1) Leblond C., *Quelques observations d'Helmintologie*. Ann. scienc. natur. Sez. 2ª, Tom. VI, pag. 289-307.

(2) Bazin, *Note sur l'Anatomie du Bothrydium Pytonis* Blain. Compt. rend. Tom. XIII, 1841, pag. 728-730.

(3) C. Blanchard, *Recherches sur l'organisation des vers*. Ann. scienc. natur. Serie 3ª, Tom. XI, pag. 118.

(4) A. Retzius, Isis 1831, pag. 1347-1350.

(5) Blainville, *Dictionnaire des sciences naturelles*. Tom. LVII, pag. 609.

(6) Creplin, *Allgemeine Encyclopedie*. Tom. XXXVIII, pag. 297.

(7) R. Moniez, *Sur quelques points d'organisation du Solinophorus megacephalus* Crep. Bullet. sc. départ. du Nord, Avril 1879, Tom. XI.

(8) A. Carruccio, *Sopra una specie forse nuova del genere Solenophorus*. Mem. Accad. Modena 1879. Tom. XIX, pag. 205-231, e Mod. 1880.

(9) R. Leuckart, Archiv für Naturgeschichte. Jahrg. XLIV, 1878.

(10) P. Pavesi, *Sopra due Elminti rari di rettili*. R. Istituto lombardo di scienze e lettere. Rendiconti. Anno 1881. Serie 2a, Vol. XIV, pag. 292.

(11) F. Sommer und L. Landois, *Ueber den Bau der geschlechtreifen Glieder von Botriocephalus latus*. Zeits. f. w. Zool. Bd. XXII, 1872, pag. 40.

(12) R. Leuckart, *Die Parasiten des Menschen*. 2e Aufl. 1881.

(13) Schiefferdecker, *Beiträge zur Kenntniss des feineren Bau der Taenien*. Jenaische Zeitschrift. Bd. VIII, pag. 459, 1874.

(14) J. Steudener, *Untersuchungen über den feineren Bau der Cestoden*. Abh. Nat. Gesell. zu Halle. Bd. XXIII, 1877.

(15) F. S. Monticelli, *Contribuzioni allo studio della fauna elmintologica del golfo di Napoli*. Ricerche sullo *Scolex polimorphus* Rud. Abdruck aus den Mitth. aus d. Z. Station zu Neapel. Bd. VIII, Heft 1, pag. 85.

(16) Griesbach, *Beiträge zur Kenntniss der Anatomie der Cestoden*. Archiv für mik. Anatomie. Bd. XXII, 1883, pag. 525.

(17) Griesbach, *Ueber das Nervensystem von Solenophorus megacephalus*, come sopra, pag. 365.

(18) R. Moniez, *Mémoires sur les cestoïdes*. Paris 1881.

(19) O. Hamann, *Taenia lineata* Goeze. *Eine Taenie mit flächenständiger Geschlechtöffnungen*. Zeits. f. w. Zool. Bd. XLII, 1885.

(20) Th. Pintner, *Untersuchungen über den Bau des Bandwurmkörpers* etc. Arb. Zool. Inst. Wien, Bd. III, 1880.

(21) Z. Roboz, *Beiträge zur Kenntniss der Cestoden*. Zeits. f. w. Zool. Bd. XXXVII, pag. 263.

(22) Z. Kahane, *Anatomie von Taenia perfoliata* G. als Beiträge zur Kenntniss der Cestoden. Zeits. f. w. Zool. Bd. XXXIV, pag. 175.

(23) W. Salensky, *Ueber den Bau und Entwickelungsgechichte der Amphilina* Wag. Zeits. f. w. Zool. Bd. XXIV, pag. 291.

(24) E. Rindfleisch, *Zur Histologie der Cestoden*. Arch. f. m. Anatomie. Bd. I, pag. 138.

(25) C. Crety, *Note morfologiche intorno al Solenophorus megacephalus* Creplin. Estratto. Bollettino della Società di naturalisti in Napoli. Serie 1a, Vol. II, 1888, pag. 124.

(26) Niemic, *Système nerveux des Tenias*. Rec. zool. Suisse. Tom. II, pag. 589.

(27) I. Poirier, *Sur l'appareil excréteur du Solenophorus meg.* Compt. r. Acad. scienc. T. LXXXVII, p. 1043.

(28) I. Poirier, *Appareil excréteur et système nerveux du Duthersia expansa et du Solenophorus meg.* Compt. rend. 22 Mars 1886.

(29) R. Wirchow, *Helminthologische Notizien*. Arch. f. path. Anatomie, 1857, pag. 82.

(30) Claparede, *Ueber die Kalkkörperchen der Trematoden und die Gattung Tetracotyl.* Zeits. f. w. Zool. Bd. IX, 1858, pag. 99.

(31) I. Fraipont, *Recherches sur l'appareil excréteur des Trematodes et des Cestodes*. Arch. Biologie belgique. Tom. I, pag. 415.

(32) Niemic, *Untersuchungen über das Nervensystem der Cestoden*. Arb. Zool. Inst. Wien. Bd. VII, pag. 1.

(33) Perrier, *Description d'un genre nouveau de Cestoïdes* (*Duthersia*). Arch. Zool. expérim. Tom. II, 1873, pag. 349.

(34) A. Lang, *Das Nervensystem der Cestoden*. Mittheil. a. d. Zool. Station Neapel. Bd. II, pag. 372.

(35) G. Joseph, *Ueber das centrale Nervensystem der Bandwürmer*. Sitzungsbericht Schls. Ges. Vaterl. Cult. 14 Novemb. 1883.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Indicazioni comuni a tutte le figure

S	Scolice	*cc*	corpuscoli calcarei
St	Strobila	*C*	Commessura nervosa
V	Ventosa	*Cg*	Cellule ganglionari
Asv	Apertura anteriore della ventosa	*Ct*	Cuticola
Aiv	id. posteriore id.	*Sbc*	Subcuticola
Nlp	Nervi laterali principali	*cs*	cellule subcuticolari
Gn	Ganglio nervoso	*fm*	fibre muscolari
Npv	Nervi principali della ventosa	*fms*	id. id. subcuticolari
Nsv	id. secondarî id.	*civ*	cuticola interna della ventosa
Nt	Nervi terminali	*cp*	cellule parenchimatose
Nlv	id. longitudinali della ventosa	*Se*	Sistema escretore.

Tav. I.

Fig. 1-13. Solenophorus megacephalus. — Serie di sezioni trasverse dello scolice rappresentanti schematicamente la disposizione del sistema nervoso.

Fig. 14. Ricostruzione schematica del sistema nervoso nello scolice.

Fig. 15. Sezione longitudinale orizzontale della zona compresa fra lo strato mediano ed il corticale. Acido osmico, ematossilina Böhmer. Oc. 1, $\frac{1}{12}$ immers. omog. Zeiss, Camera lucida Abbé.

Fig. 16. Come la figura 15.

Tav. II.

Fig. 1. Solenophorus megacephalus. — Sezione trasversa a livello della commessura. Sublimato, carminio boracico, Obb. AA Zeiss, Camera lucida Oberhauser: p = principio del nervo principale della ventosa; p^1 = porzione del suddetto.

Fig. 2. Idem. Sezione long. orizzontale di giovane proglottide a livello della plica. Sublim., carminio boracico, Obb. DD Zeiss, Oc. 1 Camera luc. Abbé: fc = fibrille della cuticola; g = granulazioni oscure; m = strato più esterno della cuticola.

Fig. 3. Sezione trasversa di scolice a livello della commessura. Sublim., Carminio boracico, Oc. 2 Obb. DD, Camera Abbé: fb = fibrille nervose; Nl = sez. del nervo longitudinale principale.

Fig. 4. Sezione trasversa di scolice superiormente alla commessura. Acido osmico, carminio boracico, Obb. DD, Oc. 2 Camera Abbé: Np = Sez. trasversa dal principio del nervo terminale.

Fig. 5. Solenophorus megacephalus. — Sez. trasversa di giovane proglottide. Sublim., ematossilina, Obb. CC, Camera Oberhauser.

Fig. 6. Idem. Scolice; sezionata per metà una delle ventose ed ingrandita circa 25 volte: ss = sfintere superiore della ventosa; si = sfintere inferiore della ventosa.

Fig. 7. Solenophorus megacephalus. — Scolice, sez. trasversa a livello dell'apice del setto. Sublim. carminio boracico, Obb. a^* Zeiss, Camera Oberhauser: *ts* = muscolo trasversale sup.; *ss* = sfintere superiore della ventosa; *sm* = muscolo semicircolare sup.; *fr* = fibre muscolari radiali.

Fig. 8. Sez. obliqua della cuticola. Acido osmico, ematossilina, Obb. J immer. ocul., 1 Camera Abbé. *fc* = fibrille della cuticola.

Fig. 9. Solenophorus megacephalus. — Sez. long. orizzontale della ventosa. Sublim., carminio borac., Obb. AA, ocul. 2, Camera Abbé. *p* = sez. trasversa del nervo princ. della ventosa; *i* = nervo longitudinale della ventosa.

Fig. 10. Idem. Sez. long. orizzontale di giovane proglottide. Sub., ematossilina, Obb. DD, ocul. 2, Camera Abbé. *rt* = reticolo fibrillare; *m* = formazioni speciali fra lo strato corticale e lo strato mediano; cp^1 = treno cellulare che si sostituisce al nervo.

Fig. 11. Idem. Sez. trasversa di scolice a livello della commessura nervosa e dei nervi principali della ventosa. Sub., carm. borac., Obb. a^*_8, Camera Oberhauser. *sm* = muscoli semicircolari; *mcv* = muscoli circolari della ventosa.

Fig. 12. Solenophorus megacephalus. — Sez. longit. orizzont. di giovane proglottide. occ. 1, Obb. $\frac{1}{12}$ immersione, omog. Camera Abbé. cp^1 = cellule immerse nel nervo laterale, *p* = suo prolungamento; p^1 = prolungamento cellulare che si anastomizza col reticolo del nervo; *rt* = reticolo del nervo; cp^2 = cellule parenchimatose al bordo del nervo laterale, *p* 5 = prolungamento che s'insinua nel nervo; cp^3 = cellula parenchimatosa al bordo del nervo con un prolungamento che si anastomizza con altro prolungamento p^4 proveniente da un'altra cellula nel mezzo del nervo laterale; *p* 3. = prolungamento fra cellula e cellula; *m* = vedi fig. 10.

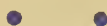
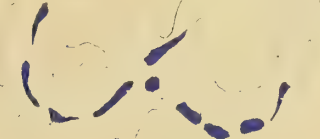
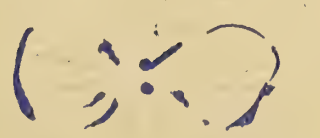
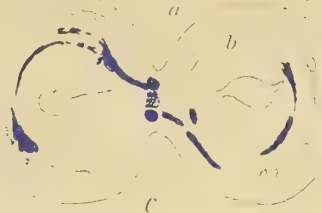
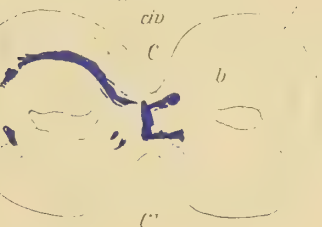
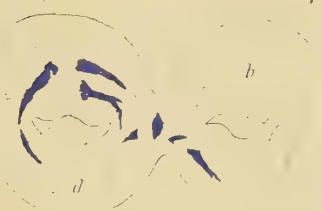
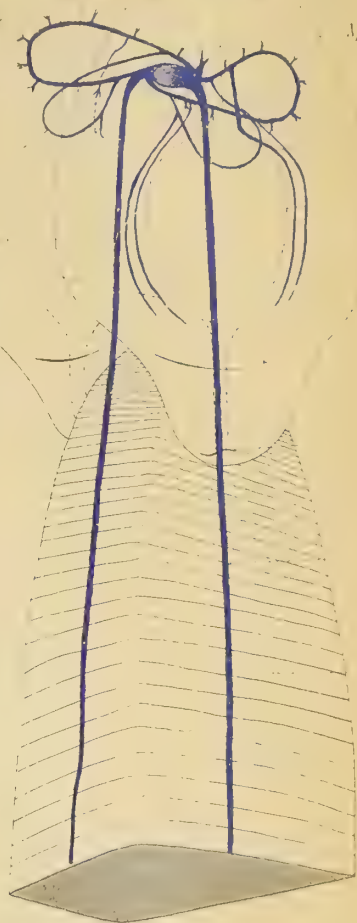
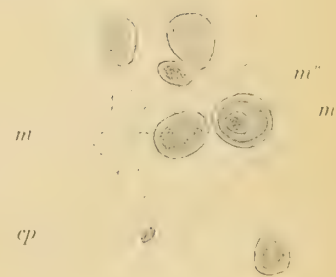
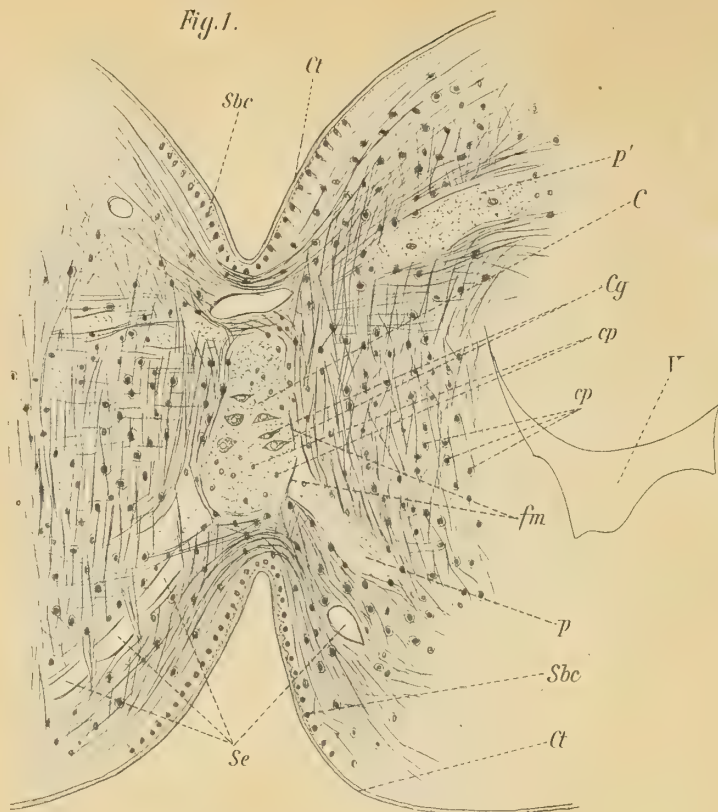
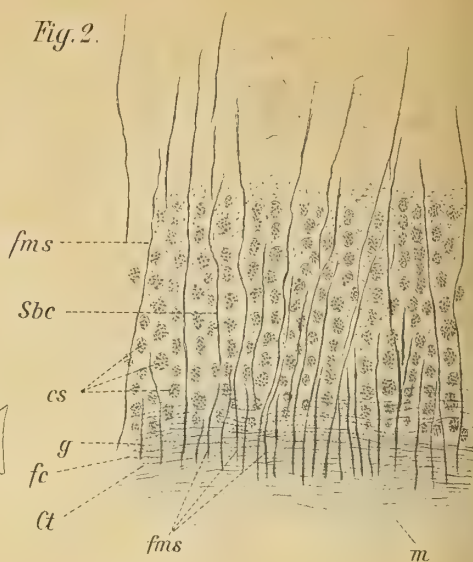
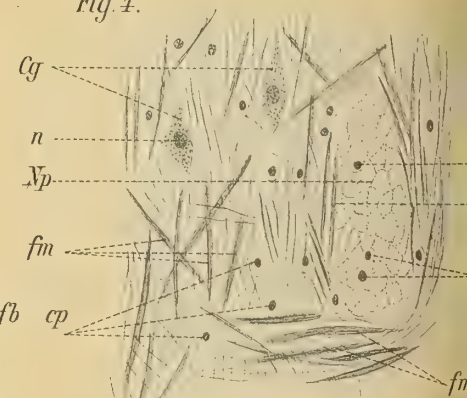
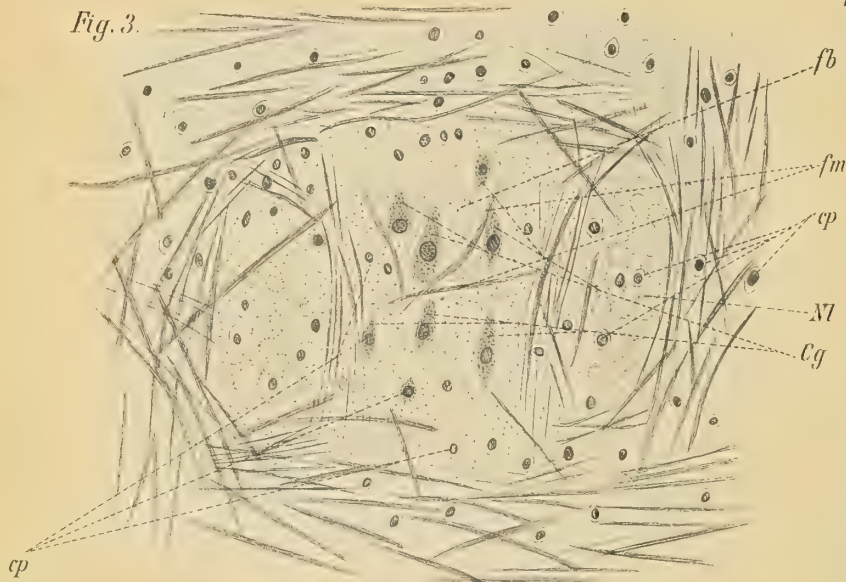
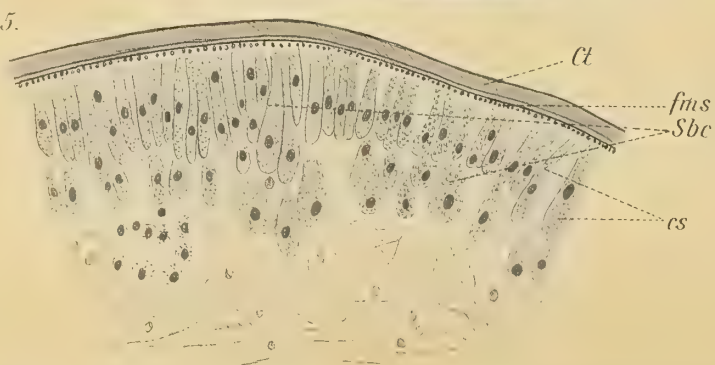
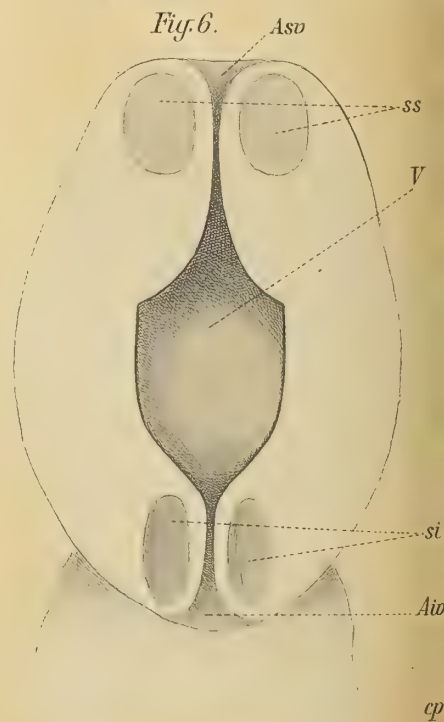
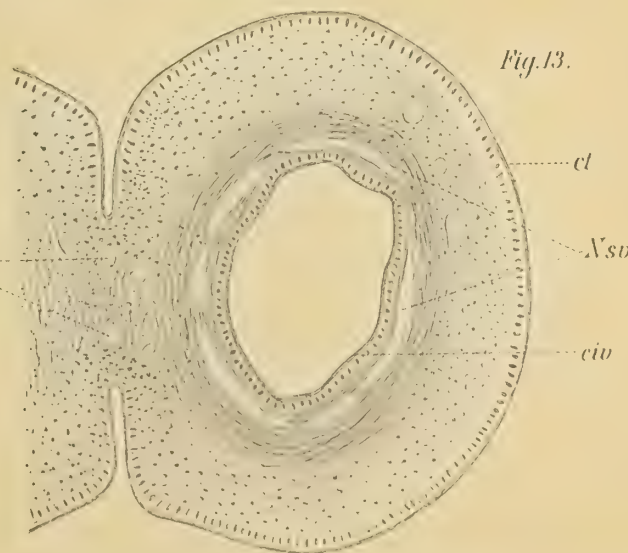
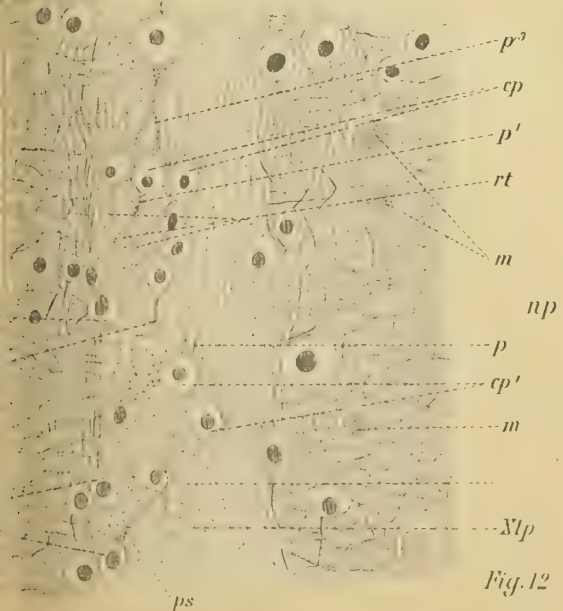
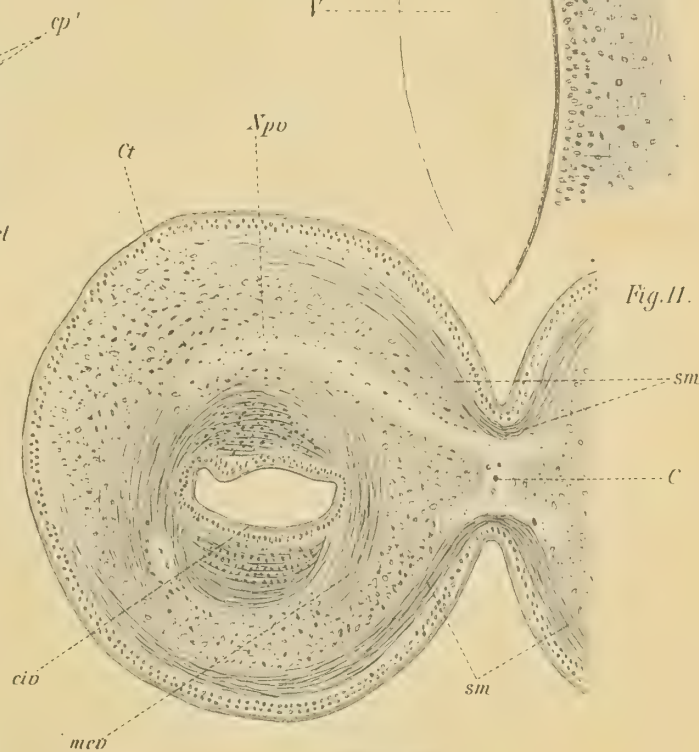
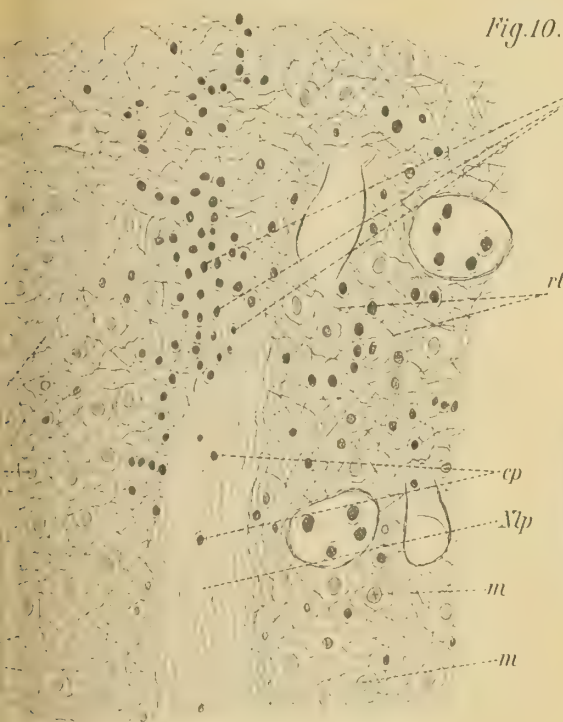
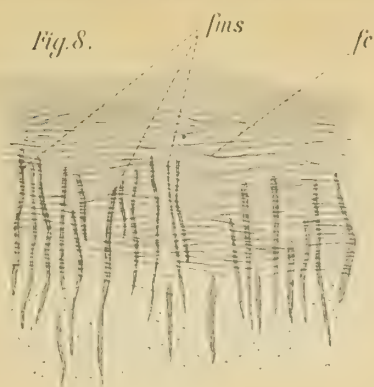
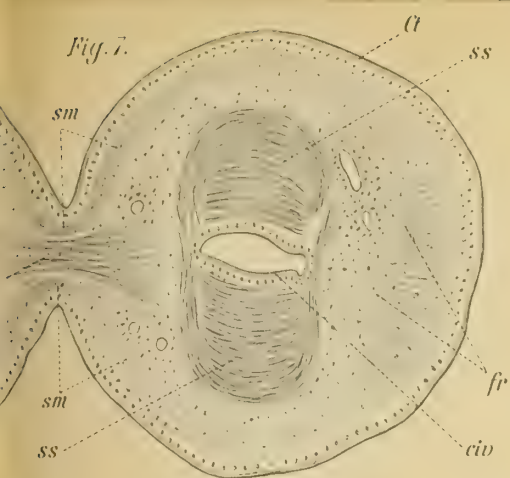
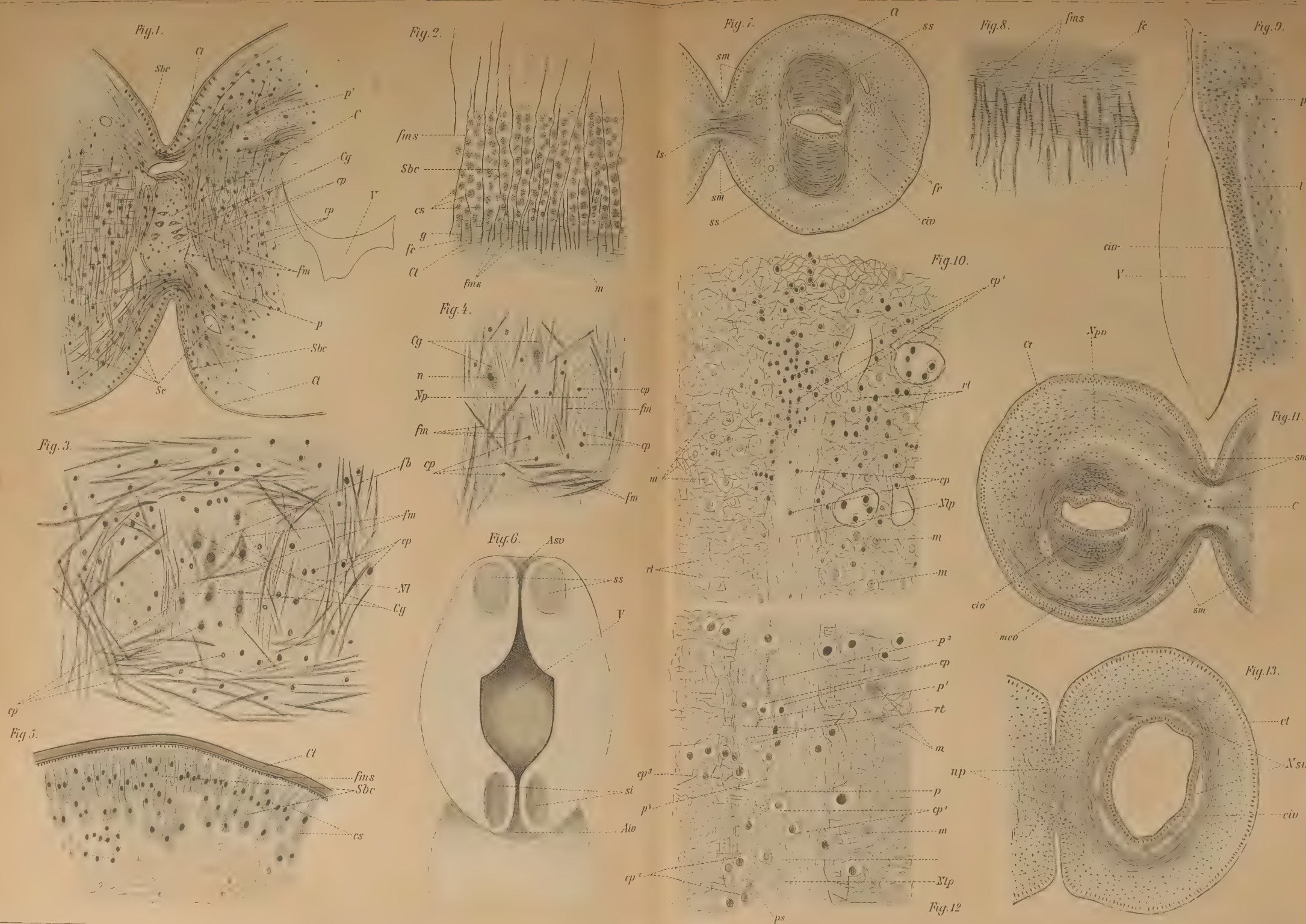
Fig. 13. Idem. Sez. trasv. a metà dello scolice. Sub., carm. borac., Obb. a^*_5, Camera Oberhauser. *np* = sez. trasverse dei nervi laterali.

C. Crety dis. Stab.Lit.Bruno e Salomone

Fig. 1.
Ct
Sbc
p'
C
Cg
cp
cp
V
fm
p
Sbc
Ct
Se
Fig. 2.
fms
Sbc
cs
g
fc
Ct
fms
m
Fig. 4.
Cg
n
Np
fm
cp
Fig. 3.
fb
fm
cp
Nl
Cg
cp
Fig. 6.
Asv
ss
V
si
Aiv
cp
Fig. 5.
Ct
fms
Sbc
cs

C. Crety, dis.

Stab Lit Bruno e Salomone, Roma

Sulle radici delle equazioni algebriche.

Memoria del Corrispondente G. B. FAVERO

letta nella seduta del 16 marzo 1890.

---

1. Al calcolo esposto nel presente studio servirono di guida le seguenti considerazioni.

Le radici d'un'equazione algebrica sono funzioni F dei suoi coefficienti e del grado dell'equazione. Le funzioni F appartengono alle algebriche, ma la natura loro speciale è in generale diversa per equazioni di diverso grado. Si può ricercare per un dato grado se la natura speciale delle funzioni F sia eguale a quella d'altre funzioni già note nell'analisi, e se le F siano esprimibili in termini finiti mediante funzioni note, o per quali legami vi si colleghino. Quando invece la questione si tratta in generale, cioè per un'equazione di grado n, si può cercare di definire direttamente le F mediante serie infinite; e ciò tanto più che le F in generale possono non essere esprimibili in termini finiti mediante alcuna delle funzioni attualmente note nell'analisi. Affinchè tali serie infinite possano servire di definizione, bisogna che esse (continuate se occorre nel piano delle quantità complesse) diano il valore delle F con quel grado di approssimazione, che si desidera, e ciò qualunque sia il valore dei coefficienti dell'equazione. I termini successivi di tali serie devono inoltre potersi formare con legge nota.

I coefficienti d'un'equazione sono funzioni simmetriche delle radici, cioè una radice concorre nello stesso modo di un'altra per formare i coefficienti dell'equazione di un dato grado. Ne viene che un coefficiente deve concorrere nello stesso modo per formare le diverse radici, cioè in ciascuna delle F esprimenti le diverse radici un dato coefficiente deve figurare nello stesso modo. Dal punto di vista dei coefficienti non può dunque aversi che una medesima funzione F per esprimere una qualunque delle radici. Questa F deve essere suscettibile di n valori, e l'elemento che la rende alta ad avere n valori, dev'essere estraneo ai coefficienti: è ovvio il supporre che questo elemento sia la radice n^{ma} dell'unità. In tale supposizione, detta x l'incognita, $a, a_1, \ldots$ i coefficienti dell'equazione, r la radice n^{ma} dell'unità, deve aversi per ogni radice

$$x = \mathrm{F}(a, a_1, \ldots n, r)$$

e la F dev'esser tale che attribuendo determinati valori alle $a, a_1, \ldots,$ e successivamente ad r le radici n^{me} dell'unità, si abbiano n, e solamente n, valori di x.

Ora a questa forma della F si presta lo sviluppo in serie infinita delle radici della proposta, ordinato secondo le potenze decrescenti della radice n^{ma} dell'ultimo termine.

Abbiasi infatti un'equazione algebrica di grado n, che soddisfi alle seguenti condizioni: il coefficiente della più alta potenza sia l'unità positiva; nessuno degli altri coefficienti sia infinito; il termine tutto noto sia inoltre diverso da zero; le radici siano tutte fra loro disuguali. Per comodità di calcolo metteremo l'equazione sotto la forma

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x = \frac{1}{a} .$$

Pongasi (ciò che nelle fatte supposizioni è sempre lecito)

$$u^n = a \qquad x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + \dots$$

e per determinare i coefficienti c s'intenda sostituito nella data l'assunto valore di x, e si supponga che essa sia soddisfatta per qualunque valore di u; il che equivale a riguardare la a come variabile, e le u ed x come funzioni di a. Potendo la a essere anche quantità complessa, avremo in generale

$$u^n = a = |a| e^{(\varphi + 2k\pi)i} , \; u = \left|a^{\frac{1}{n}}\right| e^{\frac{(\varphi+2k\pi)i}{n}} , \; 0 \overline{\overline{>}} \varphi < 2\pi , \; k = 0 , 1 , \dots , n-1$$

per cui ponendo

$$v = \left|a^{\frac{1}{n}}\right| e^{\frac{i}{n}} , \; r = e^{\frac{2k\pi i}{n}} , \; k = 0 , 1 , \dots , n-1$$

si avrà $u = rv$, dove r rappresenta quindi le radici n^{me} dell'unità.

Con questo valore di u, notando che per s intero si ha $r^{sn} = 1$, e ponendo

$$S_\lambda = c_\lambda + c_{n+\lambda}\, a + c_{2n+\lambda}\, a^2 + \dots \qquad \lambda = 0 , 1 , \dots , n-1$$

si otterrà

$$x = \frac{1}{u} + S_0 + u S_1 + \dots + u^{n-1} S_{n-1}$$

alla quale si può dare la forma

$$x = R_0 + r R_1 + \dots + r^{n-1} R_{n-1}$$

col porre

$$R_0 = S_0 , \; R_1 = v S_1 , \; R_2 = v^2 S_2 , \dots , R_{n-1} = v^{n-1} S_{n-1} + \frac{1}{v}$$

Le R sono funzioni delle $a , a_1 , \dots , a_{n-1}$ e di n, e la r ha n valori diversi, per cui anche la x avrà n valori, che sono le radici della proposta. La radice x si presenta così sotto la forma F sopra indicata.

Per i gradi inferiori le R corrispondono ai noti radicali, di cui non sono che lo sviluppo (vedi più innanzi): esse potrebbero quindi chiamarsi in generale funzioni radicali.

Le radici x si esprimono linearmente mediante le R, e similmente le R possono esprimersi linearmente mediante le radici x. Infatti se al valore r_μ della radice n^{ma} dell'unità corrisponde la radice x_μ, avremo le n equazioni

$$1) \qquad x_\mu = R_0 + r_\mu R_1 + \dots + r_\mu^{\nu} R_\nu + \dots + r_\mu^{n-1} R_{n-1} \quad , \quad \mu = 1 , 2 , \dots , n$$

le quali moltiplicate ordinatamente per $r_1^{n-\nu} , r_2^{n-\nu} , \dots r_n^{n-\nu}$ e sommate danno

$$2) \qquad n R_\nu = r_1^{n-\nu} x_1 + r_2^{n-\nu} x_2 + \dots + r_n^{n-\nu} x_n \quad , \quad \nu = 0 , 1 , \dots , n-1 .$$

Per $v=0$ si ha $nR_0 = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$; ma $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -a_{n-1}$, $R_0 = S_0$, dunque

$$nS_0 + a_{n-1} = 0$$

la quale deve sussistere anche quando a sia variabile, mentre a_{n-1} si mantiene costante. Dunque dev'essere, qualunque sia a,

$$n(c_0 + c_n a + c_{2n} a^2 + \ldots) + a_{n-1} = 0$$

il che esige che sia $nc_0 + a_{n-1} = 0$, $c_n = c_{2n} = \ldots = 0$: dunque sono nulli tutti i coefficienti c, il cui indice è multiplo del grado dell'equazione. Essendo ora $nR_0 + a_{n-1} = 0$, le radici dell'equazione di grado n sono espresse in generale da

3) $$x = -\frac{a_{n-1}}{n} + rR_1 + r^2 R_2 + \ldots + r^{n-1} R_{n-1}$$

dove

4) $$R_1 = vS_1\,,\; R_2 = v^2 S_2\,, \ldots, R_{n-1} = v^{n-1} S_{n-1} + \frac{1}{v}$$

5) $$S_\lambda = c_\lambda + c_{n+\lambda}\, a + c_{2n+\lambda}\, a^2 + \ldots$$

Si noti che quando uno dei due sistemi 1) e 2) sussiste, sussisterà necessariamente anche l'altro, qualunque siano d'altronde le quantità x ed R. Se dunque si prendono ad arbitrio le x e si determinano le R mediante il sistema 2), resterà soddisfatto anche il sistema 1). Ne viene che si può dimostrare a priori, che le radici d'un'equazione di grado n possono presentarsi sotto la forma 3). Infatti se esistono n radici $x_1, x_2, \ldots, x_n$, esisteranno anche n funzioni R determinate dalle 2), e queste R saranno atte ad esprimere le radici nella forma 3).

Se in una qualunque delle equazioni del sistema 2), eccettuata quella per cui $v=0$, si permutano fra loro in tutti i modi possibili le x, e si indicano con $p_1, p_2, \ldots, p_m$ i valori che in tal modo assume il secondo membro, si può formare l'equazione

6) $$(nR - p_1)(nR - p_2) \ldots (nR - p_m) = 0\,.$$

Essa è del grado $n!$ in R: ha le sole potenze della R multiple di n, ed i suoi coefficienti sono funzioni intere simmetriche delle x. Le R sono dunque le radici di equazioni di grado $n!$, i cui coefficienti sono funzioni razionali intere dei coefficienti della data. Se n è numero primo, qualunque equazione del sistema 2) conduce alla medesima equazione di grado $n!$. Tutte le R sono allora radici d'una stessa equazione.

Ognuna delle R ha $n!$ valori, la sola R_0 ha un solo valore. Scegliendo opportunamente fra questi valori, uno per ogni R, ed aggruppandoli ad n ad n, si possono formare $n!$ sistemi di valori R, che sostituiti nelle 1) riproducono $n!$ volte le medesime radici x, permutate in tutti i modi possibili. Dunque nella 3) si ha la F cercata.

Considerando la a come variabile indipendente complessa, si vede dalla 6), che le R sono funzioni algebriche di a, e tali pure sono dunque le S. Fra una funzione S e la rispettiva R avendo luogo le relazioni 4), ne viene che una S avrà i medesimi punti singolari della rispettiva R. E siccome la x è una funzione lineare di tutte le R, così la x, considerata come funzione di a, avrà tutti i punti singolari delle R e quindi delle S: perciò nessuna delle S può avere più punti singolari della x. Ma

la x non ha altri punti singolari (punti ciclici), che quelli che rendono eguali due radici della proposta, essendo per dato esclusi i valori $a = 0$, $a = \infty$. Ne viene che le serie infinite 5), esprimenti le S, possono analiticamente continuarsi per tutto il piano delle quantità complesse, eccettuati i soli punti ciclici suddetti, e valgono così a definire ed esprimere le funzioni S e quindi le R per tutti i punti di esso piano, all' infuori dei detti punti ciclici. Perciò per qualunque valore di a, che non sia rappresentato da tali punti, si potrà sempre porre $a = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q$, scegliendo le α in modo, che i circoli aventi i centri $0, \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \ldots$ ed i raggi $|\alpha_1|, |\alpha_2 - \alpha_1|, \ldots$ non comprendano nè passino per punti ciclici. Con tali valori di α, applicando successivamente il teorema di Taylor, si avranno le

$$S(\alpha_1), S(\alpha_1 + \alpha_2), \ldots S(a).$$

Per la scelta delle α è necessaria la conoscenza, almeno approssimata, dei punti ciclici delle funzioni S, per poterli evitare. A tale scopo basterà formare il discriminante D della data, e considerarvi la a come incognita: le radici della $D = 0$ determinano i punti ciclici da evitare. Fra queste radici non vi può essere lo zero, e quindi si potranno sempre scegliere opportunamente le α e calcolare le S, e quindi le n radici dell'equazione data. Ora la $D = 0$ è rispetto ad a del grado $n - 1$. Abbiamo dunque questo risultato, che si possono calcolare, col grado di approssimazione che si desidera, tutte le radici della proposta di grado n, quando siano conosciute, anche per approssimazione, quelle della $D = 0$ di grado $n - 1$.

Col procedimento ora indicato si ottiene uno degli $n!$ sistemi dei valori R. Cambiando la scelta della α, in modo da girare intorno ai punti ciclici, si possono avere altri sistemi. Siccome però basta un sistema per avere dalla 3) le n radici, così, trovate queste, si potrà permutandole in tutti i modi possibili, ottenere dalle 2) tutti i valori delle R, cioè la soluzione completa delle 6).

Quanto ai coefficienti c, si possono trovare facilmente delle formole generali per dedurli successivamente dalle $a_1, a_2, \ldots$, e ciò riferendosi al procedimento che si può seguire per ottenere la serie $x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1 u + \ldots$. Per es. si può partire dalla

$$z^n + a_{n-1} u z^{n-1} + a_{n-2} u^2 z^{n-2} + \ldots + a_1 u^{n-1} z - 1 = 0$$

considerarvi la z come funzione implicita della u, e svilupparla in serie ordinata per le potenze intere crescenti di u, per cui si avrà

$$z = 1 + c_0 u + c_1 u^2 + \ldots$$

dove i coefficienti c sono determinati dalla

$$1 \cdot 2 \ldots (k+1)\, c_k = \left(\frac{d^{k+1} z}{du^{k+1}}\right)_{u=0}.$$

Posto poi $z = ux$ si avrà la trasformata

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x - \frac{1}{u^n} = 0$$

ed il corrispondente sviluppo

$$x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + \ldots$$

nel quale infine si assumerà $u^n = a$. Ma in singoli casi potrà essere preferibile calcolare le c col metodo dei coefficienti indeterminati. Si osservi intanto che se nella proposta mancano le potenze pari dell' incognita, sono nulli tutti i coefficienti c con indice pari. Se la proposta ha la forma $x^n + a_1 x = \frac{1}{a}$, sono nulli tutti i coefficienti c, il cui indice è diverso da $(n-1)k - 1$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Fra quelli che hanno questo indice sono nulli solamente quelli per i quali esso è multiplo di n.

Si noti anche che spesso potrà essere utile di trasformare la proposta in un'altra, che si presti ad un calcolo più breve delle radici.

Il procedimento per calcolare le radici d'un'equazione algebrica è dunque il seguente: Se ne formi il discriminante D e lo si ponga eguale a zero, riguardando la a come incognita. Poscia, avuto riguardo alle radici della $D = 0$, si suddivida, se occorre, il valore a della data, ponendo $a = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q$, coll'avvertenza suesposta relativa ai punti ciclici. Determinati i coefficienti c, si calcolino poi le S e le R colle 5) e 4) e si avranno le radici dalla 3).

2. Le formole trovate si possono confrontare con altre già note, che esprimono le radici delle equazioni di 2°, 3°, 4° e 5° grado. Nel fare questo confronto ci limiteremo a verificare brevemente la coincidenza delle soluzioni contenute nelle varie formole, essendosi superiormente già esaminate le serie S per quanto riguarda la loro convergenza.

I.

Per l'equazione di secondo grado $x^2 + a_1 x = \frac{1}{a}$, la soluzione secondo le 3), 4) e 5) sarà

$$x = -\frac{a_1}{2} + r R_1 \quad , \quad R_1 = v S_1 + \frac{1}{v} \quad , \quad \text{dove} \quad r^2 - 1 = 0 \quad , \quad v = \left|a^{\frac{1}{2}}\right| e^{\frac{\omega i}{2}}$$

$$S_1 = c_1 + c_3 a + c_5 a^2 + \ldots$$

e le c sono quelle dello sviluppo

$$x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + \ldots$$

nel quale, per quanto si disse nel caso generale a proposito dei coefficienti c, deve essere $c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0$. Si trova poi col metodo dei coefficienti indeterminati

$$c_0 = -\frac{a_1}{2} \ , \ c_1 = \frac{a_1^2}{2^3} \ , \ c_3 = -\frac{a_1^4}{2^7} \ , \ c_5 = \frac{a_1^6}{2^{10}} \ , \ \ldots$$

e quindi

$$S_1 = \frac{a_1^2}{2^3} - \frac{a_1^4 a}{2^7} + \frac{a_1^6 a^2}{2^{10}} - \ldots \quad \text{ed} \quad R_1 = \frac{1}{v} + v\left(\frac{a_1^2}{2^3} - \frac{a_1^4 a}{2^7} + \ldots\right).$$

Ora la nota soluzione è

$$x = -\frac{a_1}{2} + \alpha \sqrt{\frac{a_1^2}{4} + \frac{1}{a}} \quad , \quad \alpha^2 - 1 = 0 .$$

Ma, osservando che $v^2 = a$, si ha

$$\sqrt{\frac{a_1^2}{4}+\frac{1}{a}}=\frac{1}{v}\sqrt{1+\frac{a_1^2\,a}{4}}=\frac{1}{v}\left(1+\frac{a_1^2 a}{2^3}-\frac{a_1^4\,a^2}{2^7}+\ldots\right)=\frac{1}{v}+v\left(\frac{a_1^2}{2^3}-\frac{a_1^4\,a}{2^7}+\ldots\right).$$

Dunque $\sqrt{\frac{a_1^2}{4}+\frac{1}{a}}=\mathrm{R}_1$. La R_1 non è dunque altro che lo sviluppo del radicale quadrato.

II.

Per l'equazione $x^3+a_1\,x=\frac{1}{a}$, alla quale forma può sempre ridursi l'equazione generale di terzo grado, si ha secondo le 3), 4) e 5)

$$x=r\mathrm{R}_1+r^2\,\mathrm{R}_2\ ,\ \mathrm{R}_1=v\mathrm{S}_1\ ,\ \mathrm{R}_2=v^2\,\mathrm{S}_2+\frac{1}{v}\ ,\ \text{dove } r^3-1=0\ ,\ v=\left|a^{\frac{1}{3}}\right|e^{\frac{\varphi i}{3}}$$

$$\mathrm{S}_1=c_1+c_4\,a+c_7\,a^2+\ldots\quad ,\quad \mathrm{S}_2=c_2+c_5\,a+c_8\,a^2+\ldots$$

e le c sono quelle dello sviluppo

$$x=\frac{1}{u}+c_0+c_1\,u+c_2\,u^2+\ldots$$

nel quale dev'essere $c_3=c_6=c_9=\ldots=0$, ed anche, poichè il secondo termine è nullo e mancano le potenze pari dell' incognita, $c_0=c_2=c_4=c_6=\ldots=0$. Per gli altri coefficienti si trova

$$c_1=-\frac{a_1}{3}\ ,\ c_5=\frac{a_1^3}{3^4}\ ,\ c_7=\frac{a_1^4}{3^5}\ ,\ c_{11}=-\frac{4a_1^6}{3^8}\ ,\ c_{13}=-\frac{5a_1^7}{3^9}\ ,\ \ldots$$

e quindi sarà

$$\mathrm{R}_1=-\frac{a_1\,v}{3}\left(1-\frac{a_1^3\,a^2}{3^4}+\frac{5a_1^6\,a^4}{3^8}-\ldots\right)\ ,\ \mathrm{R}_2=\frac{1}{v}+\frac{a_1^3\,av^2}{3^4}\left(1-\frac{4a_1^3a^2}{3^4}+\ldots\right).$$

Ora la soluzione della proposta colle formole cardaniche è

$$x=\alpha\sqrt[3]{\frac{1}{2a}-\sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2+\frac{a_1^3}{27}}}+\alpha^2\sqrt[3]{\frac{1}{2a}+\sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2+\frac{a_1^3}{27}}}\ ,\ \alpha^3-1=0\,.$$

Osservando che $v^3=a$, si avrà

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2a}+\sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2+\frac{a_1^3}{27}}}=\frac{1}{v}\sqrt[3]{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{4a_1^3\,a^2}{27}}}\,.$$

Ma

$$\sqrt{1+\frac{4a_1^3\,a^2}{27}}=1+\frac{2a_1^3\,a^2}{3^3}-\frac{2a_1^6\,a^4}{3^6}+\frac{4a_1^9\,a^6}{3^9}-\ldots$$

e posto per brevità

$$z=\frac{a_1^3\,a^2}{27}\left(1-\frac{a_1^3\,a^2}{3^3}+\frac{2a_1^6\,a^4}{3^6}-\ldots\right)$$

si avrà ulteriormente

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2a}+\sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2+\frac{a_1^3}{27}}}=\frac{1}{v}\sqrt[3]{1+z}=\frac{1}{v}\left(1+\frac{z}{3}-\frac{z^2}{3^2}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{1}{v}+\frac{a_1^3\,av^2}{3^4}\left(1-\frac{4a_1^3\,a^2}{3^4}+\ldots\right)$$

cioè $\frac{1}{v}\sqrt[3]{1+z}=R_2$. Con eguale facilità si trova

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2a}-\sqrt{\left(\frac{1}{2a}\right)^2+\frac{a_1^3}{27}}}=R_1\,.$$

Si vede dunque che le R_1, R_2 non sono altro che lo sviluppo dei due radicali cubici delle formole cardaniche.

III.

Anche l'equazione generale di 4° grado può ridursi alla trinomia $x^4+a_1x=\frac{1}{a}$, per la quale avremo dunque

$$x=rR_1+r^2R_2+r^3R_3\,,\ R_1=vS_1\,,\ R_2=v^2S_2\,,\ R_3=v^3S_3+\frac{1}{v}\,,\ r^4-1=0\,,\ v=\left|a^{\frac{1}{4}}\right|e^{\frac{\varphi i}{4}}$$

$$S_1=c_1+c_5a+c_9a^2+\ldots\,,\ S_2=c_2+c_6a+c_{10}a^2+\ldots\,,\ S_3=c_3+c_7a+c_{11}a^2+\ldots$$

e le c sono quelle dello sviluppo

$$x=\frac{1}{u}+c_0+c_1u+c_2u^2+\ldots$$

nel quale dev'essere $c_4=c_8=c_{12}=\ldots=0$, ed inoltre $c_0=c_3=c_6=c_9=\ldots=0$; $c_1=c_4=c_7=c_{10}=\ldots=0$. Per gli altri coefficienti si trova poi

$$c_2=-\frac{a_1}{4}\,,\ c_5=-\frac{2a_1^2}{4^3}\,,\ c_{11}=\frac{14a_1^4}{4^6}\,,\ c_{14}=\frac{2a_1^5}{4^5}\,,\ c_{17}=\frac{39a_1^6}{4^8}\,,\ \ldots$$

e quindi sarà

$$R_1=-\frac{a_1^2\,av}{4^3}\left(2-\frac{39a_1^4\,a^3}{4^5}+\ldots\right),\ R_2=-\frac{a_1\,v^2}{4}\left(1-\frac{2a_1^4\,a^3}{4^4}+\ldots\right),$$

$$R_3=\frac{1}{v}+\frac{a_1^4\,a^2\,v^3}{4^6}\left(14-\ldots\right).$$

Confronteremo questa soluzione colla seguente (dovuta al Bézout) per le equazioni di quarto grado. Data l'equazione

$$x^4+px^2+qx+s=0\,,$$

si formi la risolvente

$$z^6+\frac{1}{2}pz^4+\frac{1}{16}(p^2-4s)\,z^2-\frac{q^2}{64}=0\,.$$

Sia z_2 una radice della risolvente: si calcolino le z_1, z_3 mediante le relazioni

$$4z_2(z_1^2+z_3^2)+q=0 \quad , \quad 4z_1 z_3+p+2z_2^2=0$$

e le quattro radici della proposta saranno

$$x=\alpha z_1+\alpha^2 z_2+\alpha^3 z_3 \quad , \quad \text{dove} \quad \alpha^4-1=0 .$$

Nel caso nostro abbiamo $p=0$, $q=a_1$, $s=-\frac{1}{a}$. La risolvente è dunque

$$z^6+\frac{z^2}{4a}-\frac{a_1^2}{64}=0 .$$

Posto per brevità $m=\frac{a_1^2}{128}$, $n=\frac{1}{(12a)^3}$, $\lambda=\frac{1}{\sqrt{m^2+n}}$, prendiamo per radice della risolvente la

$$z_2=-\left\{\sqrt[3]{\frac{1+m\lambda}{\lambda}}-\sqrt[3]{\frac{1-m\lambda}{\lambda}}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

e per determinare le z_1, z_3 avremo poi

$$4z_2(z_1^2+z_3^2)+a_1=0 \ , \ 2z_1 z_3+z_2^2=0 .$$

Sviluppando in serie la z_2 per potenze di λ si trova

$$z_2=-\sqrt{\frac{2m}{3}}\sqrt[3]{\lambda}\left\{1+\frac{5}{54}m^2\lambda^2+\frac{239}{5832}m^4\lambda^4+\ldots\right\}$$

ossia, essendo

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{n}}\left(1+\frac{m^2}{n}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$z_2=-\sqrt[6]{\frac{8m^3}{27n}}\left\{1-\frac{2}{27}\cdot\frac{m^2}{n}+\frac{22}{729}\cdot\frac{m^4}{n^2}-\ldots\right\}$$

e posti per m ed n i loro valori, e ricordando che $v^4=a$,

$$z_2=-\frac{a_1 v^2}{4}\left(1-\frac{2a_1^4 a^3}{4^4}+\ldots\right) , \quad \text{cioè} \quad z_2=R_2 .$$

Dalle equazioni che determinano z_1 e z_3 si ha poi

$$z_3+z_1=\sqrt{-\frac{a_1}{4z_2}}\sqrt{1+\frac{4z_2^3}{a_1}} \quad , \quad z_3-z_1=\sqrt{-\frac{a_1}{4z_2}}\sqrt{1-\frac{4z_2^3}{a_1}} .$$

Dalle quali, sviluppando i radicali

$$\sqrt{1+\frac{4z_2^3}{a_1}} \quad , \quad \sqrt{1-\frac{4z_2^3}{a_1}}$$

e ponendo poi per z_2 il suo valore in serie, si ottiene facilmente

$$z_1=R_1 \qquad z_3=R_3 .$$

Le R_1, R_2, R_3 sono dunque lo sviluppo dei radicali z_1, z_2, z_3.

IV.

Per l'equazione di quinto grado prenderemo la forma

$$x^5 - x = \frac{1}{a}$$

alla quale può sempre ridursi ogni equazione di quinto grado (Jerrard). Si avrà

$$a) \qquad x = r\mathrm{R}_1 + r^2\,\mathrm{R}_2 + r^3\,\mathrm{R}_3 + r^4\,\mathrm{R}_4 \qquad r^5 - 1 = 0$$

dove

$$\mathrm{R}_1 = v\mathrm{S}_1 \ , \ \mathrm{R}_2 = v^2\,\mathrm{S}_2 \ , \ \mathrm{R}_3 = v^3\,\mathrm{S}_3 \ , \ \mathrm{R}_4 = v^4\,\mathrm{S}_4 + \frac{1}{v} \quad , \quad v = \left|a^{\frac{1}{5}}\right| e^{\frac{\varphi i}{5}}$$

$$\mathrm{S}_1 = c_1 + c_6\,a + \dots \ , \ \mathrm{S}_2 = c_2 + c_7\,a + \dots \ , \ \mathrm{S}_3 = c_3 + c_8\,a + \dots \ , \ \mathrm{S}_4 = c_4 + c_9\,a + \dots$$

e le c sono quelle dello sviluppo

$$x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1\,u + c_2\,u^2 + \dots$$

nel quale si deve avere $c_5 = c_{10} = c_{15} = \dots = 0$, ed inoltre $c_0 = c_4 = c_8 = \dots = 0$; $c_1 = c_5 = c_9 = \dots = 0$; $c_2 = c_6 = c_{10} = \dots = 0$. Per gli altri coefficienti si trova

$$c_3 = \frac{1}{5} \ , \ c_7 = -\frac{1}{5^2} \ , \ c_{11} = \frac{1}{5^3} \ , \ c_{19} = -\frac{21}{5^6} \ , \ c_{23} = \frac{24}{5^6} \ , \ \dots$$

cosichè si avrà

$$b) \qquad x = \frac{1}{u} + \frac{u^3}{5} - \frac{u^7}{5^2} + \frac{u^{11}}{5^3} - \frac{21u^{19}}{5^6} + \dots$$

ed

$$\mathrm{R}_1 = v\left(\frac{a^2}{5^3} + \dots\right) \ , \ \mathrm{R}_2 = v^2\left(-\frac{a}{5^2} + \dots\right) \ , \ \mathrm{R}_3 = v^3\left(\frac{1}{5} + \frac{24a^4}{5^6} + \dots\right) ,$$

$$\mathrm{R}_4 = \frac{1}{v} + v^4\left(-\frac{21a^3}{5^6} + \dots\right) .$$

Non potendosi le radici dell'equazione di quinto grado esprimere in generale mediante un numero finito di radicali, ossia le funzioni R non essendo per questo grado esprimibili con tali radicali, il confronto della soluzione ora data colle note soluzioni dell'equazione di quinto grado dovrà farsi in modo un po' diverso da quello seguito per i gradi precedenti. A tale scopo si osservi che la formola 3) non è che una trasformazione della serie $x = \frac{1}{u} + c_0 + c_1\,u + \dots$, cioè per il caso nostro la $a)$ non è che una trasformazione della $b)$. Basterà dunque verificare che le note soluzioni conducono alla $b)$ per riconoscere la coincidenza fra la soluzione sopra data e quelle già note. Prenderemo per tale verifica la soluzione data dall' Hermite (Compt. rend. 1858), che per il nostro scopo può presentarsi come segue.

Proposta l'equazione $x^5 - x = \frac{1}{a}$ si calcoli la quantità k mediante le formole

$$c) \qquad \operatorname{sen} \alpha = \frac{16a^2}{\sqrt{5^5}} \quad , \quad k = \operatorname{tang} \frac{\alpha}{4}$$

e quindi la q mediante le relazioni

$$k^2 + k'^2 = 1 \ , \ \mathrm{K} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \ , \ \mathrm{K}' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k'^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \ , \ q = e^{-\pi \frac{\mathrm{K}'}{\mathrm{K}}}$$

e posto $q_1 = \sqrt[5]{q}$, si avrà la x dalla

$$x = \frac{\Phi}{\sqrt[4]{5^3 \, k (1 - k^2)^2}}$$

dove

$$\Phi = \sqrt{10} \sqrt[8]{q_1^3} \{1 + q_1 - q_1^2 + q_1^3 - 8q_1^5 - \ldots\} .$$

La q_1 ha cinque valori diversi, mediante i quali si avranno altrettanti valori di x, cioè le cinque radici della proposta.

Sviluppiamo in base a queste formole la radice x per potenze di a, invece che per potenze di q_1; ed a tale scopo notiamo, che fra la k e la q esiste la nota relazione

$$\sqrt[4]{k} = \sqrt{2} \sqrt[8]{q} \frac{(1 + q^2)(1 + q^4)(1 + q^6) \ldots}{(1 + q \ )(1 + q^3)(1 + q^5) \ldots}$$

dalla quale mediante inversione si ottiene

$$q = \frac{k^2}{16} \left(1 + \frac{1}{2} k^2 + \ldots\right) .$$

Perciò potremo sviluppare la Φ e quindi la x per potenze crescenti di k. Posto per comodità $k = 4k_1^{20}$, si ottiene facilmente

$$x = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \left(\frac{1}{k_1^2} + k_1^6 - k_1^{14} + k_1^{22} + \ldots\right) .$$

Ma dalle $c)$ si ha lo sviluppo di k per potenze crescenti di a

$$k = 4k_1^{20} = \frac{4a^2}{\sqrt{5^5}} \left(1 + \frac{48a^4}{5^5} + \ldots\right) .$$

dalla quale, ponendo $u^5 = a$, si ottiene

$$k_1^2 = \frac{u}{\sqrt[4]{5}} \left(1 + \frac{24u^{20}}{5^6} + \ldots\right)$$

che sostituito nel valore di x darà

$$x = \frac{1}{u} + \frac{u^3}{5} - \frac{u^7}{5^2} + \frac{u^{11}}{5^3} - \ldots$$

che è il cercato sviluppo della x per potenze (frazionarie) di a. Questo sviluppo coincide colla b), e siccome la u ha cinque valori diversi, esso può ridursi alla forma a), col che resta verificata la coincidenza delle due soluzioni.

Termineremo con un esempio numerico. Si domandano le radici dell'equazione

$$x^5 - x^3 + 2x - 173 = 0 .$$

Si formi il discriminante dell'equazione

$$x^5 - x^3 + 2x = \frac{1}{a}$$

e considerando la a come incognita, lo si ponga eguale a zero. Si troverà l'equazione di quarto grado

$$6272a^4 - 6308a^2 + 3125 = 0$$

le cui radici sono prossimamente $a = 0{,}78 \pm 0{,}32\sqrt{-1}$, $a = -0{,}78 \pm 0{,}32\sqrt{-1}$: esse ci indicano la posizione dei quattro punti ciclici relativi alle serie S. Questi punti sono posti simmetricamente rispetto agli assi delle coordinate, sopra una circonferenza avente il centro nell'origine, ed il raggio 0,84 circa. Ora nella proposta si ha $a = \frac{1}{173} < 0{,}84$, quindi le serie S sono convergenti e non occorre suddividere la a.

La proposta presentando solamente potenze dispari sarà $c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0$. Col metodo dei coefficienti indeterminati si trova poi

$$5c_1 = 1 \,,\; 5^2c_3 = -9 \,,\; 5^4c_7 = -72 \,,\; 5^6c_9 = -811 \,,\; 5^7c_{11} = -2429 \,,\; 5^8c_{13} = -31257 \,, \ldots .$$

Si avrà dunque, facendo uso di tavole logaritmiche a sette decimali,

$$\begin{array}{ll}
S_1 = c_1 + c_{11}a^2 + \ldots = +0{,}1999990 & R_1 = +0{,}07135403 \\
S_2 = c_7a + c_{17}a^3 + \ldots = -0{,}0006659 & R_2 = -0{,}00008476 \\
S_3 = c_3 + c_{13}a^2 + \ldots = -0{,}3604625 & R_3 = -0{,}01636940 \\
S_4 = c_9a + c_{19}a^3 + \ldots = -0{,}0003000 & R_4 = +2{,}8029054
\end{array}$$

e le radici della proposta saranno date da

$$x = rR_1 + r^2R_2 + r^3R_3 + r^4R_4 ,$$

dove in luogo di r sono da porsi le radici quinte dell'unità, cioè

$$r = 1 \,,\; r = \frac{-1 + \sqrt{5} \pm i\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} \,,\; r = \frac{-1 - \sqrt{5} \pm i\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} .$$

Si trovano così le cinque radici

$$x = +2{,}857805$$

$$x = +0{,}9015073 \pm 2{,}588288\sqrt{-1} \quad , \quad x = -2{,}330409 \pm 1{,}621053\sqrt{-1} .$$

Contribuzioni allo studio dei graniti della bassa Valsesia.

Memoria del Socio GIOVANNI STRUEVER

letta nella seduta del 5 gennaio 1890.

(Con una tavola).

I.

Fin dal 1871, in una breve Nota dal titolo: *Cenni sui graniti massicci delle Alpi piemontesi* e annessa alla Memoria del Gastaldi *Studî geologici sulle Alpi occidentali* (1) feci menzione della presenza del granato e della tormalina nei graniti della Valsesia inferiore e più precisamente di Quarona. Un soggiorno di quasi due mesi durante l'estate 1889 nella medesima regione mi pone ora in grado di aggiungere qualche altra osservazione a quel brevissimo cenno che, almeno in parte, pare sfuggito a taluno di coloro che più tardi scrissero sul medesimo argomento.

È noto da molto tempo che, ad incominciare dal Monte Orfano sul Lago di Mergozzo e dalle falde del Monte Motterone sul Lago Maggiore (Feriolo, Baveno) si estende una serie di affioramenti granitici per il Lago d'Orta (Alzo) e la bassa Valsesia (Roccapietra, Quarona, Isolella, Agnona) nel Biellese (Masserano, Coggiolo, Curino, Quaregna ecc.) per ricomparire, dopo non breve intervallo, nei dintorni di Cuorgnè (Rivara ecc.) nel Canavese allo sbocco di Val Locana.

Forse nessuna regione granitica, più di quella in discorso, nel volgere di circa mezzo secolo ha subìto più vario trattamento da parte dei geologi. Rimandando il lettore alla ricca bibliografia inserita dal Parona nella sua pregevole opera *Val Sesia e Lago d'Orta* (2) mi sia permesso di ricapitolare in poche parole, e senza alcuna pretesa di esaurire il tema, le varie vicende cui andarono soggette le idee dei geologi relative ai nostri graniti. Incomincio dalle carte geologiche.

Di Angelo Sismonda possediamo parecchie carte che comprendono la bassa Valsesia. Una prima carta accompagna la Memoria *Osservazioni mineralogiche e geologiche per servire alla formazione della carta geologica del Piemonte* (3). In essa figurano separatamente i graniti del Monte Orfano e del Monte Motterone, ma tutti quelli situati tra il Lago d'Orta e l'Agogna ad est, e Biella ad ovest, sono conglobati nel grande caos del terreno primitivo.

(1) Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d'Italia pubblicate a cura del R. Comitato geologico del Regno. Vol. I, p. 37. Firenze, 1871, 4°.

(2) C. F. Parona, *Val Sesia e Lago d'Orta.* Milano, 1886.

(3) Mem. d. R. Acc. d. scienze di Torino. Ser. 2ª, tom. II, 1838, 4°.

Nella seconda carta, annessa come tav. II alla Memoria *Notizie e schiarimenti sulla costituzione delle Alpi piemontesi* (¹), noi troviamo invece il granito sviluppatissimo nel Biellese e nella bassa Valsesia. In quest'ultima esso occupa una zona larga da 5 a 6 chilometri su ciascun lato della Sesia, cominciando poco a nord di Borgosesia e andando fin sopra Varallo. Vi è segnato anche il granito di Bugnate ad est di Gozzano, ma quello sulla sinistra della Sesia resta separato affatto dal Lago d'Orta da una larga zona di terreno giurassico metamorfo, cioè non vi compare il granito di Alzo.

A questa carta fa seguito una terza, annessa come tav. I e col titolo *Carta geologica di una parte delle Alpi compresa tra il Monte Bianco e la valle della Stura* (leggi Stura di Cuneo) alla Memoria *Classificazione dei terreni stratificati delle Alpi tra il Monte Bianco e la Contea di Nizza* (²). Ivi non si vede ancora nulla del granito di Alzo e dintorni, ma viceversa il granito di Valsesia si estende ancora e arriva oltre Scopa e Mollie in Vallegrande e al nord sino a Rimasco e Rimella.

Finalmente il Sismonda pubblicò nel 1866 la sua ultima carta col titolo *Carta geologica di Savoia, Piemonte e Liguria.* Qui domina su tutta la linea il terreno giurassico metamorfo, a segno da comprendere il noto calcare liassico di Gozzano, il trias del Monte Fenera, i gneiss tormaliniferi di Beura, i micaschisti del Margozzolo ecc., ma limitandoci ai nostri graniti della bassa Valsesia, essi non toccano più la Sesia che in un sol punto, a metà strada tra Isolella e Borgosesia, mentre da questo punto verso nord, a sinistra e a destra della Sesia, abbiamo ora « scisto amfibolico con calcare, grafite ecc. », il quale spinge il granito ad oriente in modo da farlo finalmente arrivare alle celebri cave di Alzo. Potenza del metamorfismo! si sarebbe tentati di esclamare. I graniti di Isolella, Vanzone, Quarona e Roccapietra diventano scisto amfibolico con calcare, grafite ecc.!

Eppure il Sismonda fu attivo e perspicace osservatore, ed io sono il primo a riconoscere ch'egli ha visto e visto bene tante cose nelle Alpi del Piemonte che poscia furono ridette da altri senza nemmeno menzionarlo, forse per la fatica veramente grave che si dura a leggere le sue descrizioni geologiche quasi tutte, si può dire, a tipo di itinerario. Ed è curioso il fatto che il Sismonda aveva visto benissimo il granito della bassa Valsesia, poichè a pag. 19 della Memoria del 1838 dice: « Per dare un'idea « della composizione dei monti lungo il vallone che da Varallo mette al lago d'Orta « passando la Colma, abbiamo rotto il filo della descrizione della valle della Sesia, « a cui ora facciamo ritorno. Il granito in essa si mantiene lo stesso fin vicino al « Borgo Sesia, dove ecc. ».

Ma vedremo più sotto che il Sismonda non fu il solo a subire la prepotenza di una teoria a fondo buono ma pericolosissima nelle sue esagerazioni. Intanto continuiamo la rivista delle carte geologiche.

(¹) Mem. d. R. Acc. d. scienze di Torino. Ser. 2ª, tom. IX, 1848, 4°.

(²) Ibid. Ser. 2ª, tom. XII, 1852, 4°. Questa Memoria non la trovo indicata nella bibliografia del Parona sopra accennata; forse sarà sfuggita all'egregio autore, locchè, del resto, si spiega benissimo dal titolo stesso della Memoria, il quale certamente non lascia indovinare che vi sia annessa una carta comprendente anche la Valsesia.

Comparve solo nel 1869 la carta del Gerlach delle Alpi Pennine e di parte delle Leponzie [1]. Disgraziatamente la carta finisce in Valsesia a Foresto, ma nella parte della bassa Valsesia che vi è compresa il limite del granito è disegnato bene, anche laddove, presso Roccapietra, compare sulla sinistra della Sesia una stretta striscia di gneiss.

Non credo di dover tener troppo conto dello « Schizzo di carta geologica di una parte delle Alpi compresa tra la valle del Toce e quella della Dora Riparia » annessa alla sopra citata Memoria *Studî geologici sulle Alpi occidentali* 1871, poichè lo stesso Gastaldi dichiara di averlo compilato sulla carta del circondario di Biella (di Berruti, Gastaldi e Sella), e su quelle del Gerlach, del Baretti, del Bruno. Del resto, devo notare che, per il granito della bassa Valsesia, lo schizzo è completamente sbagliato e certamente non riproduce la carta del Gerlach.

Viene poscia in ordine cronologico la « carta d'Italia dell'Ufficio geologico compilata sui materiali editi ed inediti di varî autori sino al 1881 con speciali verificazioni delle località meno conosciute ». Qui veramente troviamo nella bassa Valsesia schisti cristallini sulla sinistra del fiume, e sulla destra gli stessi schisti con due ammassi di granito, con palese contraddizione alla carta esattissima del Gerlach, mentre poi è a dismisura esagerata la estensione del granito di Bugnate e Soriso (Valle della Grua) ad ovest di Gozzano, e i graniti del Biellese restano soppressi o meglio sostituiti da schisti cristallini.

Colla carta del Parona (1886) torniamo a più respirabil aere. Sulla sinistra della Sesia, da Roccapietra sino a Borgosesia, troviamo il granito, e quel che veramente consola in tanta disparità di carte, si è di vedere che, nei limiti del possibile, la delimitazione dell'intero ammasso granitico tra la Sesia e il Lago d'Orta va di accordo colla carta del Gerlach. Solo noterei una semplice svista o dimenticanza occorsa nella colorazione della carta, ed è la mancante indicazione del granito sulla destra della Sesia, da Isolella o meglio da un punto un po' al nord di questo paese sino ad Agnona, ossia alle falde del Monte Tovo. Non ne troviamo, è vero, fatta menzione nel capitolo terzo (terreni arcaici e paleozoici) ove si cercherebbe, ma incidentalmente al capitolo secondo (varia conformazione e natura del suolo superficiale) ove non si cercherebbe. Ivi a pag. 21 è detto: « La massa granitica più grandiosa è quella, che « forma il gruppo di monti compreso tra la Valduggia, la valle di Civiasco e quella « del Pellino; ad ovest fiancheggia da Rocca a Borgosesia la Sesia, la quale separa da « questa massa maggiore il nucleo granitico che nella china opposta della valle si « innalza fra Isolella e Agnona a formare le falde del Monte Tovo ».

Finalmente nell'ultima carta geologica d'Italia, pubblicata dall'Ufficio geologico nel 1889, il granito della bassa Valsesia è segnato bene, ma rincresce sempre di vedere i graniti del Biellese, salvo due piccoli ammassi a Biella e a Andorno Cacciorna, soppressi e sostituiti da schisti cristallini.

Risulta da questa breve rassegna che man mano le esagerazioni del metamorfismo tendono a scomparire almeno dalle carte geologiche, e queste si rendono nella regione

[1] H. Gerlach, *Die Penninischen Alpen.* Beiträge zur Geologie der Schweiz. Denkschriften d. Schweiz. Nat. Ges. Bd. XXII, 1869, 4°.

delle roccie cristalline essenzialmente petrografiche, sistema che non si sarebbe mai dovuto abbandonare per amore di teorie, siano quelle sostenute dal Sismonda dietro le orme di Beaumont, siano quelle del Gastaldi o d'altri ancora.

Se già dall'esame delle carte geologiche appare evidente, sino ad un certo punto, la discrepanza tra le idee dei geologi relative all'origine del granito, questa differenza di vedute teoriche si appalesa meglio assai nelle loro Memorie. Non è mia intenzione di passare in lunga rassegna queste svariatissime idee, ma solo di aggiungere qualche breve considerazione alle molte già fatte da altri. A tale scopo non posso a meno di estendere qua e là il mio ragionare anche ai porfidi, ai gneiss granitici, alle sieniti, alle dioriti ecc., non fosse altro, per il solo fatto che tutte queste roccie furono conglobate nella serie metamorfica dal Gastaldi. Comincio anzi dal porfido, poichè questo ci mostra a chiare note fin dove un grande geologo può essere trascinato da idee preconcette. Tutti i geologi che scrissero della regione che ci occupa, ritennero sempre questi porfidi per roccie eruttive o intrusive, salvo il Gastaldi nella seconda parte dei suoi studî geologici sulle Alpi piemontesi [1]. Quivi egli esprime le sue conclusioni in modo molto assoluto, a pag. 58.

« Non vi sono nelle Alpi nostre espandimenti granitici, espandimenti di porfido, « espandimenti di lava; non vi son quindi rocce di origine plutonica ». Questa semplice asserzione, e vedremo che altro non è, ha impressionato oltre misura i geologi. Cito soltanto il Baretti [2], il quale, benchè evidentemente favorevole all'origine eruttiva almeno dei porfidi, deplora che il Gastaldi non giunse in tempo a pubblicare la terza parte dei suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali*, nella quale aveva promesso di esporre *i motivi più speciali* che lo indussero in questa opinione, *a raggruppare nella zona delle pietre verdi anche i porfidi.* Io sono invece convinto che il Gastaldi, ove gli fosse stata concessa più lunga vita, avrebbe ritirato questa sua asserzione come ne aveva di già ritirate altre, con ammirabile e pur troppo assai rara franchezza scientifica. E in questa convinzione deve venire chiunque consideri non solo il carattere assoluto e appassionato, ma altrettanto franco del Gastaldi, ma legga anche da capo a fondo le sue Memorie. Basterà citare pochi passi della Memoria del 1871.

A pag. 13, parlando del Monte Fenera presso Borgosesia, il Gastaldi dice:

« Alla Colma si vede una stretta striscia di porfido segnare la base del Fenera « separandola dalle estese falde di micascisto che, da questa parte, gli servono di « contro scarpa. È facile indicare quale sia l'ordine di successione delle diverse rocce. « Il porfido, al colle della Colma, contiene, ingloba frammenti e detriti di micascisto; « gli strati inferiori del Monte Fenera racchiudono alla volta loro frammenti e detriti « di porfido, dunque il micascisto è la roccia più antica, e gli strati del Monte « Fenera sono, per contro, i più recenti, stando fra i due il porfido ».

Questa osservazione, la posso pienamente confermare essendo stato compagno al

[1] Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d'Italia, vol. II. Firenze, 1874, 4°.

[2] Martino Baretti e Federico Sacco. *Il Margozzolo.* Studio geologico. Bollettino del Club alpino italiano n. 51. Torino, 1885, 8°.

Gastaldi in quelle sue escursioni, e aggiungerò che i frammenti di micaschisto racchiusi dal porfido non mostrano punto una profonda alterazione.

Passiamo avanti. A pag. 26 troviamo il seguente passo:

« Il melafiro è una roccia venuta su allo stato molle, come procureremo di pro-« varlo qui sotto ».

« Il melafiro è ivi una roccia intrusiva per eccellenza, giacchè in parecchi luoghi « e specialmente là ove la dicca è tagliata dalla strada che da Biella sale al san-« tuario di Oropa ed altrove dai torrenti, si vede che racchiude detriti e frammenti tal-« volta relativamente colossali (più di un metro di lunghezza) dell'adiacente micascisto « gneissico, nei quali però non si osserva maggior grado di metamorfismo di quanto « ne offra la roccia incassante ».

A pag. 28 il Gastaldi si esprime così:

« Ritorniamo all'osservazione diretta. Sinora nelle nostre prealpi io non conosco « che due sole rocce le quali presentino spiccati i caratteri di eruttive; voglio parlare « dei porfidi e dei melafiri. Non è da gran tempo ch'io percorro le Alpi collo scopo « di studiarle dal lato petrografico, tuttavia potei trovare più di una località nella « quale quelle rocce inglobano, racchiudono frammenti e massi del micascisto incas-« sante ». E in una nota aggiunge: « L'ingegnere G. Spezia me ne ha fatto cono-« scere una degna di venir citata. Trovasi nei dintorni di Gattinara lungo il sentiero « che sale alle rovine del Castello di Monte S. Lorenzo. Il masso di micascisto ivi « racchiuso nel porfido ha 5 × 6 metri ».

Pare di sognare se si pensa che lo stesso autore ha scritto i passi sovracitati nel 1871, e nel 1874 invece, con un intervallo di soli 3 anni, senza aggiungere una sola osservazione sua che si opponga alle giuste e ovvie conclusioni altra volta dedotte, è venuto nella asserzione che « *non vi sono espandimenti di porfido nelle Alpi nostre* » (pag. 58), che « *sin dal 1863, epoca nella quale fece il rilevamento geologico di buona parte del circondario di Biella, gli è sempre parso che i porfidi sieno strettamente collegati colle pietre-verdi* » (pag. 6) (1), che « *nelle Leponzie, nelle Pennine, nelle Graie, nelle Cozie, nelle Marittime e nell'Apennino ligure il plutonismo è un mito* » (pag. 7) e così via dicendo.

Non è qui evidente la misteriosa influenza di una idea preconcetta? Non è da meravigliarsi che i geologi abbiano tenuto in nessun conto le osservazioni di fatto del Gastaldi, dal momento che l'autore stesso le ha completamente dimenticate nel corso di tre anni; ma se i geologi avessero dato maggior peso alle osservazioni che alle semplici affermazioni del Gastaldi, la questione della eruttività dei porfidi in discorso sarebbe risoluta definitivamente anche oggi, come lo era già prima delle pubblicazioni del Gastaldi, senza che occorresse nemmeno di tener conto delle altre numerose osservazioni anteriori, contemporanee e posteriori, siano geologiche o petrografiche, di L. von Buch, di Pareto, Negri, Spreafico, Parona, Mercalli ecc.

Dopo questa inevitabile digressione sui porfidi torniamo ai nostri graniti.

(1) Qui il Gastaldi aggiunge in una nota: vedi in proposito le considerazioni che pubblicai sulla sedicente dicca di porfido scuro (melafiro) che da piede della Serra si estende per 22 chilometri lungo il circondario di Biella (*Studî geologici sulle Alpi occidentali*, parte I, Firenze, 1871).

Per il Sismonda, il Gerlach, e dirò anche per lo Spreafico, sono plutonici, eruttivi; gli altri geologi che ne scrissero, il Gastaldi, il Baretti, il Parona, il Taramelli ecc. inclinano tutti a comprenderli fra gli schisti cristallini, o metamorfici che siano. Comincierò anche qui dai lavori del Gastaldi.

Nella prima parte degli *Studî geologici*, a pag. 27 e 28, il Gastaldi insiste anzitutto, e a ragione, sulla diversità di aspetto dei graniti massicci e di quelli che col gneiss antico o centrale formano l'ossatura dei grandi gruppi. Aggiunge poscia, che nei dintorni immediati di Biella la nostra roccia « è granito, è gneiss, è micascisto, è massa feldspatica con quarzo e mica, è insomma tutto quello che si può ottenere in varie proporzioni mescolando mica, quarzo, feldspato. Roccie dello stesso genere si incontrano nei dintorni di Cuorgnè e di Levone. A Pollone presso Biella la diorite diviene man mano micacea, quindi di più in più quarzosa, finalmente, alla Burcina, si trasforma in pretto granito ».

E dopo aver parlato anche della sienite della Valle del Cervo e di quella di Traversella, il Gastaldi continua in questi termini:

« Questi graniti, queste sieniti racchiuse nel micascisto e nel gneiss recente non sarebbero, per ventura, trasformazioni, cambiamenti di struttura della stessa roccia incassante con aggiunta, per le sieniti, dell'elemento anfibolico che in abbondanza esiste nelle vicine dioriti? Tutti sanno che il gneiss antico, il gneiss così detto centrale si trasforma, ora con lenta, ora con rapida vicenda in granito. Ciò che accade pel gneiss antico può altresì accadere pel gneiss recente. Veniamo all'osservazione diretta. In certi punti, come a Baveno, la transizione non esiste; la massa granitica pare nettamente distinta dal micascisto, ma a breve distanza, sulla sinistra della Strona che riceve l'emissario del Lago d'Orta, il passaggio dal gneiss recente al granito deve essere insensibile, giacchè il signor Gerlach per indicarlo, anzichè servirsi della tinta convenzionale del granito, si servì di quella del gneiss recente cui aggiunse un segno particolare. Del resto questi passaggi dal gneiss recente e dal micascisto al granito non sono rarissimi e già ne citammo nelle vicinanze immediate di Biella, di Cuorgnè e di Levone, nè essi devono meravigliarci più di quello già parimenti citato della stessa diorite in pretto granito.

« La conclusione che si può trarre da tutti gli accennati esempî sarebbe questa. I graniti bianchi, rosei e rossi, le sieniti ecc., della zona dei micascisti, dei gneiss recenti, delle dioriti, dei serpentini ecc., al pari di quelli antichi che formano, in generale, la massa dei gruppi centrali, non sono roccie eruttive, emersorie, intrusive, ma bensì semplici metamorfismi di quelle al cui contatto si trovano ».

Qui mi sia anzitutto permesso, prima di andare innanzi colle citazioni, di aprire una parentesi per dimostrare quanto è pericoloso il servirsi delle osservazioni altrui, quando non si è in pieno possesso della lingua in cui quelle sono state pubblicate, e quando si scrive sotto l'incubo di una idea preconcetta. Sentiamo cosa dice veramente il Gerlach, a pag. 100 e 101 della sua descrizione geologica delle Alpi Pennine, riguardo alla *Stronagneissmasse*. Anzitutto quel colore roseo chiaro con brevi tratti inclinati da destra a sinistra, sulla carta del Gerlach, secondo la leggenda, indica gneiss e micaschisto con filoni di eurite e granito, o come è detto sulla tavola di profili geologici, gneiss e micaschisto con letti di granito. Nel testo poi leggiamo:

« Il carattere generale della roccia è quello di un gneiss schistoso-fibroso (schieferig, flaserig) a grana fina, il quale sovente alterna con micaschisti nero-brunastri. Ad ovest del Lago d'Orta, presso Ronco, questa roccia assume persino una schistosità estremamente piana, è facilmente clivabile, e in parecchie cave se ne estraggono lastre per la copertura dei tetti della ordinaria grossezza di un pollice. Strati più chiari e più ricchi di feldspato alternano qui con altri più scuri, e talora vi si mostrano disseminati anche grossi cristalli di feldspato bianco in serie parallele alla schistosità e sovente in geminati grossi un pollice.

« Sembra che qua e là questi gneiss, simili a micaschisti, passino anche a gneiss più perfettamente cristallini, per lo più granitoidi, i quali affiorano sovrattutto nei monti sopra Nonio e Cireggio, come anche ad est di Mergozzo nel Rio Valgrande. Caratteristici però per tutti questi monti sono gli innumerevoli filoncelli di eurite chiara a grana grossa e di granito a grana fina, i quali in tutte le direzioni e sotto tutte le forme, sovente a foggia di grossi nidi e di letti, attraversano gli strati della roccia schistosa ».

Dove veramente il granito massiccio passa qui al gneiss e al micaschisto o *viceversa?*

Un analogo equivoco fu preso dal Parona.

Questi riferisce che il Gerlach parla di eurite a lenti, interstrati e frammenti nelle roccie amfiboliche schistose di Valle Anzasca. Ma il Gerlach non ha mai detto questo, e l'asserzione del Parona trova la sua spiegazione in una inesatta interpretazione di un vocabolo tedesco, il quale è famigliare ai minatori e geologi di Germania. Infatti, il Gerlach parla di *Eurittrümer*. Ora si dice *trum* (plurale *trümer*, per abuso anche *trümmer*) per indicare un filone meno potente che si stacca dal filone principale, od anche *trümer*, in plurale, per indicare semplicemente filoni numerosi piuttosto sottili, talchè si suol dire: *ein Gang zertrümert sich*, per esprimere che un filone si divide in tanti filoncelli separati che man mano assottigliandosi svaniscono. Tali *Eurittrümer* poi, secondo il Gerlach, presentano qua e là rigonfiamenti e attraversano gli strati degli schisti amfibolici ovvero penetrano anche tra strato e strato, costituendo cioè così detti filoni-strati. È chiaro che siamo ben lontani dall'eurite a lenti, interstrati e frammenti. Non avrei rilevato questa confusione del vocabolo *trümmer* (frammenti) che non si usa che nel plurale, con quello di *trümer*, plurale di *trum*, filone, se a volte non ne potessero nascere le più strane conseguenze. Non v'ha geologo che non veda la differenza capitale per es. tra *Porphyrtrümer*, filoni di porfido, entro un calcare, e *Porphyrtrümmer*, ossia frammenti di porfido, nel medesimo calcare. Secondochè si tratta dei primi o dei secondi, il porfido è di formazione posteriore o anteriore al calcare ([1]).

([1]) Anche a pag. 32 il Parona fa dire al Gerlach « che frammenti di eurite si frammischiano copiosamente alla roccia » (granito e gneiss granitico di Mollia), mentre il Gerlach dice, a pag. 99, che filoni di eurite attraversano assai sovente la roccia. Colgo poi l'occasione di rilevare un altro equivoco in cui è caduto il Parona relativamente alla descrizione data dal Gerlach del gneiss-Strona che ci interessa, perchè viene a contatto coi nostri graniti. A pag. 42 il Parona dice: « È singolare che il Gerlach non faccia menzione della frequenza di strati amfibolici, che si incontrano abbastanza numerosi percorrendo la valle Strona, la quale taglia normalmente questa formazione

Passando ora alla seconda parte degli studî geologici del Gastaldi sulle Alpi occidentali mi limiterò ai capitoli terzo e quinto, poichè questi soli interessano direttamente la nostra questione. Prenderò anzi le mosse dal capitolo quinto, scritto dall'autore collo scopo ch'egli stesso indica alla fine del capitolo quarto con queste parole:

„ Non potendo per la classificazione ed il coordinamento delle rocce azoiche trar partito dei fossili siamo necessariamente obbligati a studiarle dal lato della composizione e dei minerali che racchiudono. È quello che faremo nei seguenti capitoli. Non posso pretendere di sviscerare l'argomento; tuttavia la geografia mineralogica in relazione colla cronologia dei terreni non essendo, per quanto mi consti, ancora stata fatta, penso che i fatti e le considerazioni che verrò esponendo potranno dai mineralogi e dai geologi essere giudicati non affatto privi di pratica applicazione ".

Auree parole sono quelle del primo periodo citato, che pur troppo fanno uno strano contrasto colla dichiarazione di fede che si legge a pag. 36 della Memoria del 1871 e che citerò più sotto. Disgraziatamente nelle pagine che seguono non troviamo nulla che riveli alcunchè o di noto o di nuovo riguardo alla composizione delle nostre roccie, poichè la semplice enumerazione dei nomi di granito antico e recente, gneiss antico e recente, micaschisto, serpentino, eufotide, diabase, diorite, anfibolite, sienite, porfido, melafiro, calceschisto ecc. non si vorrà di certo chiamare uno studio della loro composizione. Fossero almeno esatte e concludenti le notizie date sui minerali racchiusi dalle varie roccie!

Non posso entrare in una critica minuta chè ciò mi condurrebbe troppo lontano dall'argomento speciale, ma dall'altra parte non posso passare sotto silenzio tutte le asserzioni del Gastaldi, non fosse altro che per dimostrare con qualche esempio lampante, come il voler, per amore di una idea prediletta e preconcetta, spiegare tutti i fatti osservati da altri per farli comparire come altrettante conferme delle proprie opinioni, conduca necessariamente, direi fatalmente, alle più palesi contraddizioni non solo ma alla più ingiustificata trascuranza delle osservazioni altrui.

Evidentemente allo scopo di trovare differenze tra i gneiss antichi e quelli della sua zona delle pietre verdi, compresovi il granito massiccio o recente, il Gastaldi, dopo aver parlato dell'ortoclasio comune opaco nelle geodi dei graniti di Baveno, Monte Orfano, Alzo, Isola d'Elba, dice:

„ Abbiamo scoperto l'adularia nei nostri monti e l'abbiamo trovata nel gneiss antico; non conosco la giacitura di quel minerale al Gottardo, ma ho l'intima convinzione che là si trovi altresì nel gneiss antico. Pare adunque che la varietà adularia dell'ortosio sia propria del gneiss antico e la varietà opaca, sia quella che caratterizza il granito recente ".

Ora, quanto alla costituzione mineralogica delle roccie stesse di cui parla, il Gastaldi non poteva ignorare che il feldspato ortoclasio opaco entra tanto nei suoi graniti e gneiss recenti, quanto nei suoi graniti e gneiss antichi, e che vi hanno anche gneiss in cui il feldspato assomiglia all'adularia. Quanto ai minerali delle geodi, è

(gneiss-Strona) ". Se il Parona non si fosse fermato a pag. 100-101, ma avesse letto anche il capitolo relativo alla interstratificazione del serpentino, calcare, marmo, e della dolomite nelle masse del gneiss superiore del Gerlach, avrebbe trovato a pag. 102 quello che cercava.

noto che il granito dell'Elba, oltre all'ortoclasio bianco opaco contiene anche l'adularia, e che il gneiss di Beura, recente per il Gastaldi e per il Gerlach, contiene della bellissima adularia cristallizzata nelle sue geodi.

Passiamo oltre. Il Gastaldi dice:

« Nelle geodi del granito elbano troviamo frequentemente cristalli di tormalina, di berillo e di granato, minerali che sinora non si trovarono nei graniti nostri. Notiamo però che a Baveno la tormalina è rara bensì ma non manca affatto, ed abbonda poi nel vicino [1] gneiss di Beura, e che il berillo venne non è molto scoperto dall'ingegnere Traverso nel gneiss di Pallanzeno nella stessa valle dell'Ossola ».

Eppure, dopo aver menzionato la tormalina nella mia Nota *Minerali dei graniti di Baveno e Montorfano* [2], io avea detto, nella Nota richiestami dallo stesso Gastaldi e annessa alla prima parte dei suoi studî geologici sulle Alpi occidentali, che come minerali accessorî si trovano nei nostri graniti massicci (recenti per il Gastaldi) e la tormalina e il granato.

Perchè poi, coll'intima convinzione che aveva della spettanza al gneiss antico, dell'adularia del Gottardo, il Gastaldi dimenticò che questa medesima adularia vi è accompagnata, per non parlare di tanti altri minerali, dallo sfeno? Forse per poter dire, come realmente dice, che i diopsidi, gli sfeni, i granati della zona delle pietre verdi di Val d'Ala si ritrovano tali quali, con qualche leggera differenza di tinta locale, nello stesso orizzonte geologico nel Tirolo? Il più curioso si è però, che, come è detto nella seconda mia Nota, annessa, sempre a richiesta dello stesso Gastaldi, ai suoi studî geologici, lo sfeno si trova coll'adularia, col quarzo e colla clorite sugli esemplari raccolti dallo stesso Gastaldi nel gneiss antico del colle del Trione in Valle-Grande di Lanzo. Non occorre certamente ricordare che lo sfeno si trova un po' dappertutto nelle roccie cristalline massiccie e schistose, antiche e recenti, plutoniche, metamorfiche, vulcaniche.

Potrei così continuare per un pezzo trattando degli altri minerali menzionati dal Gastaldi, ma mi pare che basti per convincerci che nel capitolo quinto in discorso non vi ha nè geografia, nè mineralogia, nè cronologia dei terreni e tanto meno correlazione fra questi tre rami dello scibile.

Del resto, quella enorme differenza della ricchezza relativa del gneiss antico da una parte, della zona delle pietre verdi dall'altra, trova una spiegazione ovvia. Difatti, è chiaro che, collocando da un lato una roccia sola, il gneiss antico, schistoso, granitoide o porfiroide che sia, ma sempre gneiss della stessa composizione mineralogica, e dall'altro lato tutte le roccie cristalline antiche in genere, non escluso lo stesso gneiss, il numero dei minerali facilmente sarà maggiore in questa ultima serie che non nella prima, costituita da una sola roccia. Ma che un tal modo di procedere possa servire per dimostrare la necessità o convenienza di comprendere tutte quelle roccie in una sola zona, mi sembra per lo meno assai dubbio.

[1] Non tanto vicino! Beura dista da Baveno di 25 chilometri in linea retta. Dal granito di Pramuje a valle di Ornavasso, il quale è il più vicino a Beura, sino a Vogogna ove comincia la zona dei gneiss, in cui, più al nord, sono aperte le cave di gneiss tormalinifero di Beura, vi sono sempre ancora 11 chilometri, di cui quasi 8 di roccie anfiboliche.

[2] Atti della r. Acc. d. sc. Torino, 1866, 8°.

Riguardo al capitolo terzo della seconda parte degli studî geologici sulle Alpi occidentali citerò anzitutto il passo seguente a pag. 34:

« Devo qui notare che il gneiss antico, *fondamentale* del Monte Rosa è dal Gerlach classificato, nelle sue carte, come gneiss recente, perchè ne' suoi lavori geologici sulle Alpi, egli poneva per base inconcussa che i gneiss molto ricchi di silice sono antichi, e recenti, per contro, quelli poveri di silice e ricchi di feldspato; l'esperienza, l'osservazione mi dimostrarono il contrario ».

Quindi è chiaro che secondo Gastaldi i gneiss antichi sono più poveri di silice dei gneiss recenti; e chi ne dubitasse ancora, legga a pag. 35 il passo seguente:

« I graniti recenti distinguonsi dagli antichi perchè, come i gneiss e micaschisti gneissici ai quali sono associati hanno struttura più fitta, più cristallina e sono più poveri di feldspato e più ricchi di silice ».

Tutto questo è affermato come verità apodittica, senza portare a sostegno dell'asserzione nemmeno una analisi.

Ma sentiamo, come si suol dire, anche l'altra campana, sentiamo cosa dice veramente il Gerlach. La questione è di così capitale importanza da farmi sperare che almeno i geologi, i quali si sono occupati dello studio delle Alpi piemontesi, mi sapranno grado se rilevo finalmente uno dei più strani equivoci in cui sia caduto il Gastaldi.

Il Gerlach, a pag. 93 dice:

« L'area delle masse di gneiss micaceo supera in estensione tutte le altre formazioni del nostro distretto. Essa è tagliata, in quasi tutta la sua larghezza dal nord al sud, dalla profonda stupenda valle trasversale della Toce, e nella sua parte superiore, nella Valle Antigorio, si possono distinguere due divisioni interamente differenti e separate l'una dall'altra, cioè una superiore e una inferiore. Fondandoci sopra questo dato stratigrafico, sulle differenze che presenta la roccia, ma principalmente sopra le eccellenti ricerche chimiche eseguite dal signor prof. Scheerer su alcuni punti del gneiss di Val Antigorio, poniamo nel gruppo superiore o più recente una numerosa serie di masse gneissiche ora più ristrette ora più estese, ora isolate ora congiunte fra loro, mentre nel gruppo inferiore o più antico è da collocarsi con certezza per ora soltanto una sola: quella della Val di Vedro, Val Antigorio e Val Bavona ».

Poscia il Gerlach descrive anzitutto le masse gneissiche superiori, distinguendo le masse di Crodo, di Lebendun, del Binnenthal e del Monte Leone, del Monte Rosa, della Sesia, della Strona, e riporta le due seguenti analisi dello Scheerer:

	Gneiss di Crodo	Gneiss al ponte di Crevola
silice	75.32	75.90
allumina	13.32	12.95
ossido ferroso	2.25	1.31
calce	0.95	1.48
magnesia	0.43	0.16
potassa	5.09	5.12
soda	2.22	2.39
acqua	0.40	0.40
	99.98	99.71

A pag. 107 il Gerlach dà poscia l'analisi seguente del gneiss-Antigorio, eseguita dallo stesso Scheerer:

silice	65.60
anidride titanica	0.40
allumina	16.02
ossido ferroso	4.98
calce	3.95
magnesia	1.11
potassa	3.43
soda	3.07
acqua	0.48
	99.04

e aggiunge che secondo le ricerche di Scheerer il gneiss-Antigorio è completamente identico al gneiss *grigio* ossia alla plutonite *inferiore* dell'Erzgebirge di Sassonia, mentre il gneiss granitoide del *thalweg* al nord di Crodo, come i gneiss schistosi della Cistella, del Boccareccio (catena del Binnenthal) e della cava al ponte di Crevola corrispondono al gneiss *rosso* ossia alla plutonite *superiore* dell'Erzgebirge.

Più chiaro di così il Gerlach non poteva esprimersi, pure il Gastaldi gli fa dire precisamente il contrario. Ne seguirebbe però che le vedute teoriche del Gerlach e del Gastaldi andrebbero d'accordo, solo che il Gerlach comunica tre analisi che confermano le sue vedute, mentre il Gastaldi non ce ne dà nemmeno una. Ma, ad ogni buon fine, potremmo consolarci di questa uguaglianza di vedute, se il Gastaldi, senza indicare alcun motivo (poichè dopo quello che ho riferito, quella frase sopra citata « l'esperienza, l'osservazione mi dimostrarono il contrario » non ha più ragione di essere) non ponesse le due masse gneissiche del Monte Rosa e della Sesia nel gneiss antico, e ciò senza accorgersi che ambedue queste masse, secondo la carta del Gerlach, passano dalla Valsesia all'Ossola, vanno a Beura e Crevola e finiscono per riunirsi. Ora abbiamo visto che il gneiss di Crevola, analizzato dallo Scheerer, corrisponde al gneiss superiore o recente del Gerlach e del Gastaldi, che il gneiss di Beura è ancora dal Gerlach ritenuto per gneiss recente ed anche dal Gastaldi, da quest'ultimo evidentemente per amore della tormalina. E ne seguirebbe quindi che secondo il Gastaldi una medesima zona di gneiss ad una estremità è antica, all'altra recente. Capisco che il profilo disegnato dal Gastaldi attraverso la Valsesia, sulla guida della carta del Gerlach, è molto semplice, ma non corrisponde per nulla alle osservazioni fatte sul terreno dal Gerlach anteriormente nè a quelle fatte dal Parona posteriormente, cioè è assolutamente arbitrario e si fonda per giunta sopra un equivoco.

Ma limitandoci ora al nostro granito, il Gastaldi lo dice un semplice metamorfismo del gneiss recente, col quale è associato in zona, come tutte le altre roccie cristalline cioè i micaschisti, le roccie amfiboliche, i serpentini ecc. Tutto ciò è ripetuto più o meno chiaramente dai geologi che ne scrissero dopo, salvo lo Spreafico che ritiene il granito, come prima L. von Buch, Studer, Sismonda, Gerlach, Stoppani ecc., eruttivo, e salvo il Taramelli che pare non ne voglia sapere di metamorfismo in genere e vi

sostituisce un'altra ipotesi della quale ci occuperemo più sotto. Il Gerlach faceva passare il suo *Strona-gneiss* per la bassa Val Sesia e per l'Ossola ad Ornavasso senza interruzione in modo ch'esso è fiancheggiato verso occidente dalla larga zona amfibolica che dal Biellese passa per la Vallegrande e attraversa l'Ossola tra Vogogna e un punto a metà strada tra Ornavasso e Migiandone, verso oriente dai graniti della bassa Valsesia, dal lago d'Orta e dal granito di Monte Motterone. Il Parona toglie da questo gneiss-Strona, nel senso del Gerlach, tutta la striscia occidentale che rappresenta come equivalente del gneiss-Sesia del Gerlach, e lascia col nome di gneiss-Strona la parte orientale che incomincia soltanto al nord del granito della bassa Valsesia e va poi ad Ornavasso nell'Ossola. Egli dà tre sezioni attraverso questo sistema, dalle quali seguirebbe che tutta la sua striscia di gneiss-Sesia forma una sella, alla quale si appoggia ad occidente la suddetta zona amfibolica, ad oriente e a sud il granito della bassa Valsesia, ad oriente e a nord il gneiss-Strona che circonda a Quarna un piccolo affioramento di granito. Lo stesso gneiss-Strona poi nella regione meridionale e ad oriente si appoggia sul granito tra la bassa Valsesia e il lago di Orta. Se è già abbastanza singolare questa sostituzione, nel senso della direzione degli strati o delle zone, del gneiss-Strona del Parona al granito o viceversa, reca maggior meraviglia ancora il vedere, come tanto il Parona, quanto poi anche il Baretti (e il Sacco?) dicono che il gneiss-Strona va sotto il granito del Monte Motterone a sua volta ricoperto dagli schisti micacei o sericitici del Margozzolo. In una sezione, da Varallo a Prerro, abbiamo quindi dal basso in alto questa sovrapposizione: gneíss-Sesia, granito, gneiss-Strona; nell'altra, più a nord, gneiss-Sesia, gneiss-Strona, schisti sericitici; e più a nord ancora avremmo gneiss-Sesia, gneiss-Strona, granito, schisti sericitici. Se tutto ciò vada d'accordo più coll'idea del Gerlach, dello Spreafico, ecc. i quali ritenevano il granito eruttivo, o colle idee degli altri che lo ritengono metamorfico o deposito chimico di mari caldi, in zona colle altre roccie cristalline, è facile indovinare. Ma vi ha di più. Secondo le opinioni espresse da questi ultimi geologi (Gastaldi, Baretti, Parona ecc.) il granito, e parliamo sempre del granito massiccio al piede delle Alpi in Piemonte, ora diventa porfirico, ora passa al micaschisto gneissico, ora al gneiss, ora al micaschisto, ora alla diorite ecc. Ammettendo tutti questi passaggi, possiamo domandarci se non sarebbe più semplice, per avventura, di restare nell'antica idea dell'eruttività del granito massiccio, nel qual caso il contatto di esso con più di due zone schistose non recherebbe nessuna meraviglia, mentre ammettendo una sola zona di granito parallela alle altre schistose, come fa il Gastaldi, sarebbe difficile intendere come il granito possa venire a contatto con più di due zone e passare insensibilmente ad esse. E se il granito da una parte diventa porfirico e dall'altra gneissico, perchè deve assolutamente seguire la sorte del gneiss cui si attribuisce, per semplice ipotesi, origine per metamorfismo o per nettunismo a caldo, e non piuttosto quella del porfido la cui eruttività non si mette, nè, mi sia concesso di dirlo francamente, non si può mettere in dubbio? Ed è poi tanto strana la difficoltà di separare sul terreno nettamente il granito dal porfido quarzifero, dal gneiss, dal micaschisto gneissico, dal momento che tutte queste roccie si compongono essenzialmente degli stessi minerali e che si sa perfettamente che per es. gli stessi porfidi quarziferi e le trachiti presentano non di rado, al contatto delle roccie che hanno attraversate, distintissima struttura schistosa?

Ma vi ha un altro argomento che gli oppositori dell'eruttività dei nostri graniti portano innanzi. Il nostro granito, dicono, non ha esercitato alcuna azione di contatto sulle roccie che avrebbe attraversate. È lecito, anzitutto, il domandare quali azioni di contatto si aspettavano gli oppositori, dal momento che consta, anche a loro, non essersi alterati i frammenti di micaschisto racchiusi dai porfidi nè il micaschisto a contatto dei porfidi, i quali sono ritenuti da tutti, salvo dal Gastaldi del 1874, per roccie eruttive, anzi vulcaniche, mentre per il granito si ammetteva prima generalmente l'origine bensì eruttiva, ma plutonica o idatopirogenica. Ma mancano poi assolutamente i fenomeni che si possono interpretare anche come fenomeni di contatto? Sentiamo cosa dicono Baretti e Sacco, le cui conclusioni completano e confermano in gran parte quelle del Parona, come quest'ultimo dichiara a pag. 47.

Il Baretti e il Sacco dicono:

A pag. 14: « Le due formazioni (gneiss-Strona e micaschisti del Margozzolo), se così vogliamo esprimerci, fanno graduale passaggio dall'una all'altra, sono perfettamente concordanti per andamento stratigrafico, salve le perturbazioni prodotte dallo accentuarsi della massa granitica del Motterone che loro intercede ».

A pag. 38 e riguardo alle idee del Molinari sulla origine dei filoni plumbozinciferi di Agogna e Motto Piombino:

« Forse non ci appare così evidente l'influenza dei porfidi sulla origine delle fratture, nelle quali i filoni si formarono: a noi pare che quella distensione anormale degli scisti nel senso della loro direzione, prodotta dal rigonfiarsi della massa granitica, sia stata la causa della rottura loro sulla linea di cambiamento di direzione ».

A pag. 21: « Abbiamo però osservato che il micaschisto avvicinandosi al granito perde poco alla volta la sua schistosità, noduli o lenti di quarzo si fanno più appariscenti, si rivestono di lamine e spalmature micacee arricciate ed ondulate; poi cominciano a comparire noduletti lenticolari di pasta feldispatica quarzosa bianco-giallastra, a grana fina con frequenti pagliette di mica grigio-giallastra (quella del micaschisto) e bruna o nera (quella del granito); queste apparizioni di granulite si fanno via via più abbondanti, e corrispondentemente va via via obliterandosi la schistosità fino a che si passa ad un granito ad elementi fini, irregolarmente distribuiti, con residue pagliette di mica grigia, eminentemente frammentario, schistoso; e non è che ad una certa distanza dal passaggio che la vera ed ordinaria natura granitica si afferma per grossezza di grana, compattezza di massa, regolarità di distribuzione degli elementi mineralogici. Se noi esaminiamo la località con un colpo d'occhio in grande, naturalmente le due formazioni si presentano come succedentisi bruscamente l'una all'altra; ma seguitando il passaggio, diremo centimetro a centimetro, ci troviamo di fronte ad una serie graduale di trasformazione intima, per le quali dal micaschisto noi passiamo quasi insensibilmente al vero granito ».

E anche qui potremmo continuare per un pezzo colle citazioni, ma mi pare risulti chiaro dalle poche parole surriferite che è per lo meno altrettanto lecito di ritenere il nostro granito per eruttivo quanto lo è di crederlo metamorfico. Non posso però far a meno di aggiungere un'altra citazione che mette in chiara luce la incoerenza dei nostri geologi nelle esigenze che hanno secondo che si tratta di granito o di porfido.

A pag. 42 il Baretti e il Sacco dicono:

« Venendo ora ai rapporti di queste due zone porfiriche coi terreni latistanti dobbiamo accennare subito ad una distinzione tra la zona settentrionale minore e la meridionale maggiore. La prima è chiusa completamente nella massa dei micaschisti superiori, sui quali si adagia e dai quali è ricoperta visibilmente là ove monti di origine glaciale non mascherano i rapporti tra porfido e micaschisti. La zona meridionale invece, da quello che si può arguire dai pochi tratti ove il glaciale non ha ricoperto le formazioni antiche, si adagia sui micaschisti semplicemente, e sarebbe a tratti ricoperta non più generalmente da eguale roccia micaceo-schistosa, ma sibbene da lembi di calcari secondarî, come si scorge ad Arona, ad Invorio superiore, a Gozzano ».

Ma se la posizione del porfido come zona regolare nei micaschisti non gl'impedisce di essere eruttivo, o perchè mai il granito non può permettersi lo stesso?

Alla obiezione poi che il nostro granito non può essere eruttivo perchè non racchiude frammenti delle roccie incassanti, non risponderò già, come fece lo Stoppani, col dichiarare per tali frammenti quelle macchie più scure, a grana più fina, ed anche sovente schistose che si vedono tanto frequentemente nel granito di Baveno e di tanti altri luoghi della nostra regione, giacchè non mi sembra sufficientemente fondata l'ipotesi accennata, ma risponderò colla semplice domanda, se proprio non si conoscono anche delle lave, dico lave colate dai vulcani attivi, le quali non contengono punti frammenti delle roccie incassanti.

I motivi quindi che hanno indotto parecchi geologi ad abbandonare interamente o quasi la origine eruttiva dei nostri graniti massicci non mi sembrano sufficientemente fondati. Gli stessi geologi poi che combattono l'origine eruttiva, vi sostituiscono quella per metamorfismo regionale. A quali esagerazioni trascini facilmente questa ipotesi, l'abbiamo visto più sopra.

Il Sismonda partiva dal fatto constatato della presenza di fossili ancora riconoscibili in certe roccie schistose cristalline, per collocare nel terreno giurassico una enorme congerie di schisti cristallini, ma si fermava davanti al granito del Motterone ecc., al porfido quarzifero, alle dioriti, al serpentino, al gabbro ecc., e anche davanti alla maggior parte dei gneiss; il Gastaldi, invece, partendo dalla semplice ipotesi del metamorfismo regionale, fece tutte le roccie cristalline delle Alpi piemontesi metamorfiche. Esagerazione da un lato e dall'altro, ma maggiore dalla parte del Gastaldi e per giunta meno logica. Sotto un certo aspetto, tutte le roccie si possono dire metamorfiche, e come tutti ammettono il metamorfismo di contatto, così non v'ha dubbio che il metamorfismo regionale ha la sua ragion d'essere poichè si conoscono ormai molti depositi il cui stato attuale difficilmente, per non dire di più, si potrà spiegare in altra maniera, benchè sulle modalità di questa trasformazione di roccie nettuniane in schisti cristallini vi sono e vi saranno per molto tempo ancora delle serie controversie. È vero che il Taramelli condanna questo metamorfismo generalmente e inesorabilmente, ma egli evidentemente non si avvede che, dicendo a pag. 307 « quelle condizioni di ambiente, che modificavano i depositi all'atto che venivano formati », crea un nuovo genere di metamorfismo, quello istantaneo, il quale non può aver significato di sorta.

Ma vediamo se questo metamorfismo regionale spiega, meglio dell'ipotesi della eruttività, lo stato attuale in cui si trovano i nostri graniti massicci.

Questi graniti si dicono appoggiati, sovrapposti al gneiss, si chiami questo ora gneiss-Sesia o gneiss-Strona non monta, quindi ad una roccia che si può dire della stessa loro composizione mineralogica, e ricoperti ancora dal gneiss o da schisti micacei che vicino ai graniti diventano ancora gneissici. Come mai questa forza metamorfizzatrice ha trasformato soltanto la parte media di quel supposto complesso di roccie sedimentarie in granito, limitandosi a trasformare in gneiss schistoso la parte sottostante e in micaschisti gneissici la parte sovrapposta? Che quest'azione metamorfizzante partisse dal basso o dall'alto o dai fianchi, colla disposizione degli ammassi di granito in mezzo a quelle roccie schistose, essa resterebbe sempre, a me pare, alquanto misteriosa. Non spero già di convincere i fautori ad oltranza del metamorfismo regionale con questa mia semplice obiezione, ma ricorderò qualche passo di una interessante Memoria di Justus Roth ([1]), la lettura della quale riuscirebbe certamente utile a tutti coloro che difendono il metamorfismo regionale. Dopo aver citato, a pag. 179-180, alcune idee esposte da Fr. Hoffmann, il Roth dice:

« La tirannia che l'idea dominante può esercitare sopra una mente eminente, è forse in nessun luogo tanto palese quanto in questa descrizione dell'Hoffmann. Ciò che dieci pagine prima *ripugna alla più viva imaginazione,* passa ora per dimostrato. Il miracoloso in questa trasformazione, *gli argilloschisti rimasti inalterati,* per i quali passa la forza metamorfizzatrice senza lasciare traccia di sè, mentre trasforma la massa sovrastante in gneiss, non incontra più alcuna difficoltà ».

Alle due ipotesi, dell'origine eruttiva, plutonica, del granito e dell'origine per metamorfismo, se ne è aggiunta una terza in questi ultimi anni, quella del Taramelli, il quale vorrebbe il granito, il gneiss, i micaschisti, insomma tutte le roccie cristalline antiche, granitoidi, porfiroidi o schistose che siano, originate per deposito chimico da mari caldi. Il Parona chiama questa ipotesi un concetto assai ardito e degno di molta considerazione.

Passi per l'arditezza del concetto; ma se questo abbia qualche probabilità per sè, è per lo meno assai dubbio. Citiamo i passi più salienti della Memoria del Taramelli ([2]).

A pag. 280: « Tra le molte considerazioni teoriche, nelle quali si diffonde il sig. Fritsch per spiegare l'origine delle formazioni descritte, mi parve degna di nota quella che la origine sedimentare del gneiss granitico del monte Fibbia troverebbe a suo avviso un'obiezione nella grande potenza di oltre due chilometri di questa enorme amigdala; obiezione di poco momento per chi sia disposto ad ammettere che le condizioni dei fondi marini dove si suppongono tali rocce depositate erano ben diverse dalle attuali e che quindi non è logico un confronto dei gneiss colle arenarie e cogli altri sedimenti secondarî e terziarî. Del rimanente le stesse formazioni eoceniche dell'Apennino nostro, quanto a potenza di arenarie, non sono molto inferiori

([1]) Justus Roth, *Ueber die Lehre vom Metamorphismus und die Entstehung der krystallinischen Schiefer.* Abh. der k. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin. 1871. Physikalische Klasse, 4°, pag. 151-232.

([2]) *Note geologiche sul bacino idrografico del fiume Ticino.* Boll. Soc. geol. ital. vol. IV, 1878. Roma, 1886, 8°, p. 239-336.

allo spessore di quelle grosse amigdale constratificate tra scisti micacei ed anfibolici ed allineate lungo l'asse stratigrafico della catena ».

A pag. 283: « Io non vorrò certamente porre in dubbio i molti argomenti, che hanno fatto prevalere l'idea di una genesi per metamorfismo del serpentino; dal complesso però delle osservazioni e dei riflessi, che su questa roccia ho potuto stabilire in parecchi anni, io sarei portato piuttosto a considerarla un deposito chimico originario, quando è in masse e come queste attraversate dal tunnel del Gottardo od ancora di molto maggiori; e come effetto di una antichissima e pronta alterazione di moltissime altre roccie lungo i piani delle prime fratture, quelle poche volte che si trova attraversare formazioni di diversa natura, come graniti, amfiboli e gneiss. Nel caso poi particolare di questi serpentini sparsi di cristalli degli stessi minerali, da cui si vogliono far provenire i serpentini stessi, io duro molto più fatica a comprendere la rimanenza di questi che ad ammettere la possibilità di una formazione mista, contemporanea, di silicati anidri ed idrati ».

A pag. 303: « Io mi sento sempre più inclinato a considerare tutte le rocce cristalline anteriori al permiano come sedimenti formatisi in tali condizioni termiche e chimiche quali non si verificarono mai più o molto di rado sul fondo dei mari nelle epoche seguenti. In queste epoche invece venne facendosi sempre più pronunciata quell'attività, che chiamiamo vulcanica e che doveva appunto manifestarsi tanto più violentemente quanto più spessa facevasi la irrigidita corteccia del nostro pianeta e quanto più rade succedevansi le convulsioni sismiche che la dilaniavano. Mi pare di scorgere quegli antichi sedimenti chimici di mari caldi, disturbati da continui scuotimenti ed a più riprese riscaldati con minerali litoidi e metalliferi, dei quali del pari la formazione si fece grado grado meno frequente, però protraendosi più a lungo che la sedimentazione chimica di roccie cristalline. E non sono lontano dal ritenere che in alcune plaghe del fondo degli antichi mari le condizioni cristallogeniche siansi mantenute anche nello scorcio del paleozoico, di guisa che a breve distanza della puddinga di Manno si depositassero, a cagion d'esempio, il gneiss verde dello Spluga e la quarzite gneissica della catena orobica. Anzi andrei più oltre ancora, e riterrei di analoga origine i serpentini, le iperiti ed i graniti eocenici dell'Apennino ».

A pag. 305-306: « Io lo spiego come un deposito chimico di mare caldo, non ripugnandomi di ammettere dei parziali riscaldamenti del fondo marino che non potevano sospendere a qualche distanza la vita marina e tanto meno la vita terrestre. Molti fatti d'altronde dimostrano la grande tolleranza, che hanno delle alte temperature e della abbondanza di gas che si riterrebbero deleterî, alcuni molluschi e le larve di molti insetti. Sino a tanto che la geologia si aggirerà nel circolo vizioso di volere spiegare col metamorfismo dei sedimenti, dei quali a priori si ammette uno stato originario consimile a quello dei sedimenti recenti, e che si esagera il valore di alcuni fatti di laboratorio o di filoni minerali per fantasticare dietro a scambi di elementi ed a movimenti cristallogenici in rocce, che entrano già belle e cristalline nei conglomerati paleozoici, a me sembra che si chiuderà la via ad un vero progresso della geologia teoretica. Se i paleontologi non hanno trovato di condannare l'idea dell'intervento del calore terrestre nel determinare l'uniformità dei tiepidi ed umidi climi delle epoche protozoiche e mesozoiche, perchè mai i litologi ed i geologi rinuncie-

ranno ad un tentativo di valersi della stessa ipotesi per spiegare la natura e la struttura degli antichi sedimenti? Parmi anzi che dovrebbero ricercare quali fenomeni dovevano avvenire nelle plaghe del fondo marino, dalle quali si dipartiva questo riscaldamento, che rendeva così uniformi le faune e le flore delle epoche anteriori allo scorcio del mesozoico e che forse non era del tutto cessato al tempo delle serpentine eoceniche. Sarebbe fuori di luogo entrare ora in una ricerca su questa linea, che d'altronde venne battuta anche recentemente da meritevolissimi trattatisti; io voglio solo da questa ipotesi trarre argomento a sperare di non avere male osservato quando mi sembrò di constatare l'equivalenza degli scisti sericitici (argillo-micacei-talcosi) delle falde del Motterone, del Luganese e della Val Travaglia, coi gneiss verdi dello Spluga e della catena orobica, colle quarziti gneissiche a questi connesse, colle filladi delle alte vallate del Brembo e del Serio, colla puddinga di Manno, cogli scisti e colle arenarie di Branzi e Fiumenero, così da risultarne un complesso di rocce, che forma la base del *verrucano* alpino e con esso si confonde quando manchino di mezzo le formazioni porfiriche ".

A pag. 307: " Gli scisti lucidi, le dolomie cariate gessifere e con tutta probabilità anche una porzione degli scisti attinotici e granatiferi delle alte vallate ticinesi rappresentano il trias, appunto in quelle aree dove la cristallinità delle formazioni paleozoiche recenti si mantiene più pronunziata. Tanto che parrebbe, in conformità coll'ipotesi di sopra esposta, che quivi si continuassero a differenza dell'area ora prealpina, quelle condizioni di ambiente, che modificavano i depositi all'atto che venivano formati ". E basti colle citazioni che ce n'è d'avanzo, a me pare.

Chi legge le parole surriferite del Taramelli, si sente quasi involontariamente inclinato a convertirsi al metamorfismo su tutta la linea, poichè, se si vuole assolutamente una ipotesi universale che spieghi tutto, il metamorfismo è ancora preferibile perchè di certo in generale meno mistico della ipotesi dei sedimenti o depositi chimici da mari caldi. Ma che smania fatale è mai questa di certi geologi, di campare in aria un'idea qualunque e di volere, coll'aiuto di essa, spiegare ad ogni costo tutto, calpestando con sovrano disprezzo i risultati di tutte le scienze affini e fondamentali, senza le quali la geologia non ha nemmeno più ragion d'essere? Non già coloro, i quali tengono debitamente conto dei fatti di laboratorio, vanno fantasticando, ma precisamente coloro che spingono una semplice ipotesi, all'atto stesso della sua creazione, sino a favolose distanze. Il principio d'attualità, il plutonismo, il vulcanismo, il metamorfismo, il nettunismo a freddo ed anche il nettunismo a caldo del Taramelli, hanno una base ragionevole, e certamente i geologi farebbero anche bene di non dimenticare del tutto la possibilità che fra le roccie cristalline antiche ve ne siano di quelle che rappresentano la prima crosta terrestre, come l'ha sempre creduto Justus Roth e come i litologi moderni tendono a nuovamente ammettere. Ma il voler far valere esclusivamente uno solo di questi principî, fosse anche unicamente per spiegare l'origine delle roccie cristalline antiche, schistose, porfiroidi, granitoidi, non è giustificabile in nessuna maniera, è un disconoscere, senza alcuna ragione, e i fatti incontestabili di laboratorio e le osservazioni fatte in natura. Non è punto permesso, nemmeno ad un geologo, di lasciare libero il volo alla fantasia, per quanto ciò non gli ripugni.

È appena necessario dimostrare contro quali scogli insormontabili si frange l'ipotesi di Taramelli quale egli la espone.

Sappiamo perfettamente e, notino bene i disprezzatori dei fatti di laboratorio e delle osservazioni litologiche, sappiamo unicamente dall'osservazione e dall'esperienza, che un medesimo minerale si può formare in natura tanto per via secca, quanto per via umida, a freddo e a caldo. Così sappiamo che le lave contengono sovente biotite, che nei forni metallurgici si formano sostanze micacee, quindi per via secca, che dall'altra parte la mica è sovente pseudomorfa di altri minerali, locchè non si può spiegare altrimenti che ammettendo l'azione dell'acqua, cioè la via umida nella formazione della mica. Lo stesso dicasi dei feldspati e del quarzo; insomma, tutti e tre i principali componenti dei gneiss, graniti e porfidi quarziferi possono formarsi per via secca e per via umida, e quindi *a priori* non v'ha, fin qui, nessun motivo di negare assolutamente la possibilità che simili roccie si possano depositare anche direttamente per via chimica dall'acqua, magari anche fredda. Ma è ovvio che da tutto ciò non si può trarre argomento a preferire l'ipotesi del Taramelli alle altre messe innanzi per spiegare l'origine delle roccie cristalline, schistose e granitoidi, delle Alpi. Certo, più che bollente non poteva essere quell'acqua in un mare, in un bacino aperto, e ammettendo pure un'atmosfera assai più pesante della attuale, un limite vi doveva essere al punto di ebollizione dell'acqua, limite che difficilmente si potrà determinare allo stato attuale della fisica con qualche approssimazione, come, del resto, è per ora vano ogni tentativo di volersi fare una idea precisa di ciò che accadeva alla superficie del nostro pianeta dopo la formazione della prima crosta e la condensazione dell'acqua.

E non abbiamo punto bisogno di ricorrere al regno delle speculazioni più o meno fantastiche, per confutare l'ipotesi del Taramelli. Secondo questa, la temperatura dell'acqua marina, dalle quali si depositavano chimicamente e gneiss e graniti e micaschisti ecc. non era tanto elevata da non permettere alle ricche faune marine di continuare ad esistere a qualche distanza. Che mari curiosi dovevano essere quelli antichi, i quali si riscaldavano localmente soltanto, e a segno di contenere allo stato sciolto tanta materia fissa da depositare all'occorrenza un complesso uniforme di roccia della potenza di più di due chilometri, mentre le acque a qualche distanza non se ne davano alcun pensiero e restavano lì ferme, pure e fresche, per comodo delle ricche faune marine. Ma non si dovevano immediatamente formare delle correnti che rimescolassero quelle acque? Immaginiamo pure condizioni di ambiente diverse dalle attuali, poichè non è nemmeno giustificato di esagerare il principio d'attualità del Lyell, ma immaginiamo almeno delle condizioni possibili! Nè si venga a dire che i bacini in cui si depositava del gneiss e altrove continuava a vivere allegramente una ricca fauna marina erano separati l'uno dall'altro, che questa scappatoia la toglie evidentemente lo stesso Taramelli, dal momento che ha constatato l'equivalenza degli scisti sericitici (da lui, forse per maggior chiarezza, definiti scisti argillo-micacei-talcosi) delle falde del Motterone, del Luganese e della Val Travaglia, coi gneiss verdi dello Spluga e della catena orobica, colle quarziti gneissiche a questi connesse, colle filladi delle alte vallate del Brembo e del Serio, colla puddinga di Manno, cogli scisti e colle arenarie di Branzi e Fiumenero. Chi guarda una carta, anche solo geografica, si avvede di leggieri che tutti questi strati o banchi equivalenti, e perciò di formazione contemporanea, si trovano tutti riuniti in una così esigua parte della superficie terrestre

che volendo inventare dei bacini separati questi si dovrebbero immaginare a foggia di canali imbutiformi o cilindrici di smisurata profondità per poter depositare quei banchi potentissimi di roccie cristalline per via chimica. Se K. von Fritsch nel 1873 trovava già poco probabile l'origine sedimentare di un complesso uniforme di roccia della potenza di due chilometri, cosa non direbbe ora che ha veduto la luce la peregrina ipotesi del Taramelli, che cioè quell'ammasso enorme di gneiss granitico della Fibbia sia un deposito chimico? E notisi bene che quella massa della Fibbia non era mica la sola delle Alpi che si sarebbe dovuta formare nella stessa epoca e nella stessa guisa, e che gli ostacoli alla ipotesi del Taramelli aumentano a dismisura, quando si prenda a considerare tutta la superficie della terra. E questo modo di formazione di roccie cristalline si protrae, secondo l'autore dell'ipotesi, sino ai serpentini, alle iperiti, ai graniti eocenici d'Italia. Ora la questione dell'età di queste ultime roccie non è per nulla decisa, anzi sono convinto, e con me sono convinti molti altri, ch'essa sarà decisa a favore, in gran parte almeno, delle note idee del Gastaldi, passando magari per la tappa delle due zone di pietre verdi della Liguria; e così si toglierà dalla geologia italiana quel regionalismo deplorato anche dal Taramelli, ma per non arrestarsi a questo punto, anzi per ritornare all'internazionalismo in geologia, quale regnava sovrano all'epoca dei grandi fondatori della geologia, come per es. di Leopold von Buch, il quale, prima di applicare, nel 1810, il nome antico e italianissimo di gabbro, tolto per giunta dal Targioni-Tozzetti e dal linguaggio fiorentino, ad una ben nota roccia, la volle vedere delle Alpi del Monte Rosa (1802), della Corsica, della Toscana, della Liguria, della Slesia, della Scandinavia, e perfino dell'isola di Cuba nella lontana America centrale.

Ci sarebbero molte altre cose da dire contro l'ipotesi del Taramelli, ma mi pare che possano bastare le parole sopraddette. Solo non posso lasciar passare sotto silenzio due dei sovracitati passi del Taramelli, i quali caratterizzano a mio avviso assai bene il suo modo di ragionare pur troppo non isolato. Il primo passo è quello relativo all'origine dei serpentini, sopra il quale, son certo, i litologi passeranno all'ordine del giorno puro e semplice, e ad unanimità di voti [1]. Negare, per amore di una preconcetta ipotesi universale, i risultati incontestabili ottenuti dai litologi, senza nem-

[1] È abbastanza singolare di vedere come lo stesso geologo, il quale combatte ad oltranza il metamorfismo regionale e, non tenendo conto alcuno delle osservazioni dei litologi, trova più semplice la formazione diretta dei serpentini per deposito chimico, possa poi stampare a pag. 265:

« Ho poi osservato che in fatto si tratta di più zone di calcari o calcoscisti e talora vi sono anche interposti dei gneiss con calcite e persino dei gneiss gessificati, come si osserva a S. Bernardo in Val Cherasca. Questa gessificazione, affatto locale, devesi certamente ad una lenta decomposizione delle piriti abbondanti nella roccia ».

Questa ipotesi della gessificazione dei gneiss, la quale fa velatamente capolino per la prima volta nello studio di Heim, Lory, Renevier e Taramelli sulle roccie da attraversarsi col traforo del Sempione (1882) è quindi per il Taramelli nel 1885 un fatto constatato. Intanto lo Spezia, nel suo lavoro *Sulla origine del gesso micaceo e amfibolico di Val Cherasca nell'Ossola* (Atti della R. Acc. d. sc. di Torino, vol. 23, disp. 1ª, adunanza del 20 nov. 1887) ha dimostrato tutta la temerarietà di una simile ipotesi, la quale da lui è dichiarata paragonabile soltanto a quell'altra ipotesi, secondo la quale gli ammassi di calcare si sarebbero trasformati in granito.

meno degnarci di dire quali sono le osservazioni e i riflessi di parecchi anni che ci hanno indotti a non accettare i risultati degli altri, non è da naturalista.

Il secondo passo è questo: « io voglio solo da questa ipotesi trarre argomento a « sperare di non avere male osservato quando mi sembrò di constatare l'equivalenza ecc. ». Dunque, quando ci sembra di constatare un fatto, dimostriamo di aver ragione col creare una ipotesi favorevole al fatto. Dubito molto che un tale modo di ragionare possa essere accetto, non dico ai naturalisti, ma agli scienziati in genere. Certo è che ci vuole del coraggio per stampare simili frasi, coraggio non inferiore a quello che ebbe il Gastaldi, dicendo: « Se ulteriori osservazioni metteranno in sodo la con- « venienza di adottare in massima, pei terreni cristallini delle Alpi, la divisione da « me proposta in questo scritto, egli è certo che si renderà di molto più semplice e « più facile la geologia alpina. Nel caso contrario si continuerà a descrivere i gneiss ed « i graniti di una data località, di una data vallata, e quindi quelli di un'altra, e « poi quelli di una terza e poscia si descriveranno i serpentini, le dioriti, le anfiboliti, « i calcari saccaroidi ecc. di un dato gruppo e poi quelli di un altro e quelli di un « terzo, e via dicendo senza trovare alcun nesso fra di loro ».

No! a simili dichiarazioni non sottoscriverò giammai! E se è permesso anche a me di dare un consiglio a coloro che si vogliono ad ogni costo occupare dei terreni cristallini delle Alpi, è questo: più mineralogia, più litologia, meno concessioni alla fantasia, meno poesia! e terminerò col ricordare un fatto caratteristico della storia della geologia. Ci fu già Giovanni Nepomuceno Fuchs, il distinto chimico di Monaco, che pubblicò nel 1838 la ipotesi del cosidetto « magma umido », la quale nello stesso anno 1838 fu dichiarata dal più grande chimico Berzelius « una poesia la quale non « può appartenere che alla storia della geologia ». E bisogna pur dire che lo stesso Fuchs non spinse la sua arditezza sino al punto da supporre tutto sciolto nell'acqua, ma solo ad ammettere una specie di miscela di roba sciolta e di roba gelatinosa, un magma amorfo allo stato solido-molle.

II.

Dalle cose esposte nella prima parte di questo lavoro risulta che sino ad ora nessuna delle ipotesi messe innanzi per spiegare l'origine dei graniti massicci ha potuto convincere completamente i geologi, i quali si sono occupati dello studio della nostra regione. Trovo la causa principale di questo fenomeno nella scarsezza di studi dettagliati sui nostri graniti, come sul resto delle roccie cristalline delle Alpi piemontesi. A mio avviso poi non basta che il geologo raccolga i campioni sul terreno per darli poscia al petrografo-microscopista perchè li studii. Saranno sempre assai utili per la petrografia in generale gli studî di quest'ultimo, ma difficilmente contribuiranno sempre a risolvere, nei limiti del possibile, le eventuali questioni sulla origine delle roccie. Abbiamo visto nella prima parte, come qualche geologo, dopo essersi formata una data opinione sul terreno, non ceda le armi davanti ai risultati i più certi del petrografo. E così un metodo che, secondo il principio della divisione del lavoro, dovrebbe portare grande vantaggio alla scienza, in questo caso non ne reca alcuno. Ogni

uomo è naturalmente portato a credere più alle osservazioni sue che a quelle degli altri, e così il litologo puro da una parte, il geologo puro, operatore sul terreno, dall'altra, daranno, ciascuno, maggior peso alle proprie osservazioni, e per uscire da questo circolo vizioso, è necessario, a me pare, che o il litologo vada sul terreno e si faccia geologo. o che il geologo si faccia litologo, perchè soltanto in questo modo egli può sperare di riuscire a dare il giusto peso a ciascuna delle osservazioni necessarie per dedurre l'ipotesi più probabile sull'origine di una roccia, tenendo naturalmente conto dei risultati di tuttte le scienze affini. La geologia è bensì la storia della terra, ma questa è la meta finale, ideale della scienza, alla quale forse non arriveremo mai, ma alla quale dobbiamo cercare di avvicinarci il più possibile. E il miglior modo di ottenere questo scopo, sembra essere quello, di moltiplicare gli studî di dettaglio e sovrattutto di astenersi dal creare troppo facilmente nuove ipotesi e di tirare soltanto quelle conseguenze dalle nostre osservazioni che si possono dire incontestabili. È vero che questo metodo di studî è lungo e faticoso, ma a me pare assai più utile al vero progresso della scienza, che non sia la generalizzazione troppo affrettata d'idee che possono star bene in un caso ma anche essere inapplicabili in un altro, ancorchè si tratti di due roccie cui nel sistema petrografico siamo soliti di dare lo stesso nome. Solo dal complesso di tutti i fatti osservati si potrà sperare di trovare la più probabile origine di una data roccia.

Benchè non nuovo allo studio dei graniti massicci delle Alpi piemontesi, che posso dire di aver visti tutti in posto e in gabinetto, pure mi limiterò per ora, in omaggio alle idee suesposte, ai soli graniti della bassa Valsesia ed anzi alla sola striscia di contatto del granito verso il gneiss-Strona di Gerlach o gneiss-Sesia di Parona, tra Borgosesia e Roccapietra. Sono stato indotto a questa scelta non solo dall'aver passato quasi due mesi a Isolella, ma sovrattutto dal fatto che su questa linea, dai tagli fatti per la costruzione delle strade carrozzabili da Borgosesia a Varallo, e da Isolella a Doccio, dai tagli per la ferrovia Novara-Varallo, dall'erosione della Sesia, e da numerose cave, questa parte dell'ammasso granitico è messa a nudo in tanti punti come difficilmente si riscontra in altre contrade. Di più, è evidentemente vicino al contatto che dobbiamo studiare una roccia per venire in chiaro, nei limiti del possibile, della sua origine eruttiva o non eruttiva.

Incomincio dal descrivere i numerosi fenomeni che si osservano nelle piccole cave attorno ad Isolella. Pochi minuti al sud del paese, sulla destra della Sesia e a poca altezza sopra la strada mulattiera che conduce ad Agnona, v'ha una piccola cava attualmente abbandonata ma assai interessante perchè aperta in una parte del granito che presenta forse il maggior numero di accidentalità di struttura sopra una superficie minima [1].

Il granito ivi messo a nudo è nella sua massa preponderante a grana media, ricco di quarzo grigio, di ortoclasio bianco opaco, di oligoclasio pure bianco ma generalmente più fresco, più trasparente, che si riconosce già ad occhio nudo o colla lente dalla caratteristica striatura sui piani di perfetta sfaldatura paralleli alla base, e dal

[1] Si confrontino le figure 1-3 della tavola annessa, nelle quali sono rappresentati dei massi di una lunghezza massima di un metro.

piccolissimo angolo che in una lamella di sfaldatura formano le direzioni di massima estinzione coi piani di geminazione, e di mica nerastra, in lamine sufficientemente sottili bruna per trasparenza, e prossimamente uniasse. Qua e là si aggiunge come minerale accessorio, visibile ad occhio nudo, il granato rosso in numerosi granelli del diametro sino a mezzo centimentro, mentre la maggior parte della roccia ne pare priva, almeno macroscopicamente. Non di rado si vede anche la pirite in nuclei sino ad un centimetro di diametro. La uniformità della grana è sovente interrotta per l'accumularsi qua e là della mica e per l'ingrossarsi degli individui di ortoclasio sino a 5 o 6 centimetri di diametro, come dei granelli di quarzo. Qualche volta sembra, a prima vista, che si abbia da fare con delle vene di grossi elementi feldspatici e quarzosi, prive di mica, ma un più attento esame ci persuade subito che queste vene apparenti svaniscono tutt'attorno nella massa del granito a grana media e non sono che una conseguenza della irregolarità della grana e della distribuzione della mica nera.

Al granito a grana media si associa ora in assai minore quantità quello a grana fina, il quale forma nel primo apparentemente delle lenti, dei frammenti angolosi, degli ammassi più grossi a forma affatto irregolare, si direbbe capricciosa, per prendere, a volte, il sopravvento sul granito a grana media. Come quest'ultimo, il granito a grana fina diventa talora porfirico per racchiudere grossi individui di ortoclasio o grossi granuli di quarzo. Sovente le lenti di granito a grana fina sembrano avviluppate da strati di mica nera che le separano dal granito a grana media, ma un più accurato esame mostra anche qui che vi ha intimo passaggio tra le due varietà, un solo intreccio completamente cristallino.

La miscela di granito a grana media dominante e di granito a grana fina generalmente più scarso, è ora attraversata in tutti i sensi da innumerevoli vene, ora grosse, ora sottili, da meno di mezzo centimetro a più di un metro di potenza, che ora corrono parallele le une alle altre mantenendo per tratti piuttosto lunghi lo stesso spessore, ora si rigonfiano, ora si restringono, ora s'incrocicchiano sotto angoli variabilissimi, ora si spostano l'una l'altra, ora si attraversano senza spostarsi menomamente. Tali vene sono formate, nel maggior numero dei casi, da miscela di feldspato monoclino e triclino, e di quarzo, prive di mica, ora a grana fina ora a grana più grossa, meno sovente constano di granito a grana grossa, quest'ultimo sempre colla solita mica nerastra prossimamente uniasse. E anche qui osserviamo come vi sia intimo passaggio laterale dalle vene al granito, sia questo a grana media sia a grana fina, gli stessi individui cioè di quarzo, feldspato, mica, passano dal granito incassante alle vene e *viceversa*. Può sembrare, a prima vista e a distanza, che si tratti qui di filoni d'injezione venuti dal di fuori, ma seguendo passo a passo queste vene, ci persuadiamo di leggieri che non sono altro che un fenomeno, per così dire, interno del granito. Esse svaniscono man mano in tutti i sensi nella massa del granito tipico.

Ma il fatto più curioso che presenta il nostro granito nella cava indicata, è certamente quello di rivelare a tratti struttura di gneiss perfetto. Qua e là si vede come insensibilmente la struttura granitoide passa ad essere gneissica, talchè i campioni da collezione staccati da una tale parte del granito si classificherebbero senza menomamente esitare come gneiss. Gli straterelli sottilissimi di questo gneiss sono costituiti dagli stessi elementi del granito a grana fina e vi sono disseminati ancora grossi

granuli di quarzo e grossi individui di feldspato, talchè si aggiunge alla struttura schistosa quella porfiroide; qua e là poi s'interpone fra gli strati sottili uno strato più grosso, a volte costituito da miscela granulare di feldspato e quarzo, senza mica, a volte da pretto granito a grana grossa o media. Gli strati sono in parte piani, in parte ripiegati, contorti, ma l'intero complesso gneissico tutto all'intorno svanisce, passa insensibilmente al granito circostante, talchè quella struttura gneissica non può considerarsi che come una accidentalità del granito stesso.

Questa complicatissima struttura del nostro granito non si osserva soltanto nella cava suindicata, ma su tutta la destra della Sesia a cominciare a nord di Isolella sulla strada di Doccio sino nell'interno del paese di Agnona, come negli scogli nel letto stesso della Sesia, come sulla strada carrozzabile provinciale da Borgosesia sino a nord della stazione Vanzone-Isolella, e ancora nelle cave immediatamente a sud della stazione Vanzone-Isolella, tanto in quella aperta sulla stessa strada provinciale, quanto in quella situata sopra la galleria della strada ferrata. Dappertutto poi questo granito è attraversato da litoclasi dirette in tutti i sensi e quindi è come un ammasso di frammenti grossi e piccoli che evidentemente si sono, anche dopo il loro consolidamento, mossi l'uno contro l'altro, talchè in parecchi punti ove è messa a nudo una tale superficie di scorrimento, pare di vedere una roccia interamente bianca, mentre poi immediatamente sotto questa superficie si vede, nei tagli normali ad essa, che si tratta del solito granito. E percorrendo i ripidi pendii sulla destra della Sesia, verso Foresto, verso Calco, su per le falde del monte Tovo, è sempre la stessa struttura. Qua e là vi si osserva anche del vero granito grafico, e tanto nel granito a grana grossa, quanto poi nel granito a grana fina, si può dire non mancare mai interamente una mica bianca argentina biasse ad angolo grande degli assi ottici ossia muscovite. Nelle vene di granito a grana grossa questa seconda specie di mica è generalmente a larghe falde e colpisce facilmente l'occhio dell'osservatore, nel granito a grana fina invece può facilmente sfuggire, benchè vi si possa dire costante a segno da togliere alquanto alla importanza della distinzione, introdotta da Gustavo Rose, di granito propriamente detto, a biotite e muscovite, e granitite a sola biotite [1].

[1] Non posso fare a meno di richiamare l'attenzione dei geologi nostri sulla necessità di indicare, quando fanno uso di nomi che possono riferirsi a roccie essenzialmente diverse, il significato preciso che danno a questi nomi.

Il Taramelli, a pag. 251-252 della sua Memoria sovra citata, dice:

« La prima carta geologica (dei dintorni del lago di Lugano, del lago Maggiore e del lago d'Orta) fu pubblicata dal De-Buch accompagnata da notizie scarse e, quel che è peggio, esposte nel modo il più opportuno per appoggiare idee erronee, avanzate con asseveranza pari alla grande autorità acquistata dal dotto geologo. Il Breislack, sebbene ardente vulcanista, osa appena sostenere la vulcanicità della nota resinite (l'autore ha evidentemente voluto dire retinite) ed in un passo rimarchevole accenna alla possibilità di adunamenti molecolari mineralogeni all'atto di talune formazioni sedimentari antiche. Non confonde, come fa il De-Buch, il granito di Baveno colla granitite di Valganna, riconoscendo la connessione del primo cogli scisti talco-micacei che lo comprendono ».

Che Leopold von Buch il 9 febbraio 1826, giorno in cui lesse all'Accademia di Berlino la sua breve Nota, accompagnata dalla incriminata, ma sempre prima carta dei dintorni del lago di Lugano ecc., mettesse assieme col granito di Baveno parte dei porfidi quarziferi del lago di Lugano, distinguendo, del resto, benissimo altri di questi porfidi quarziferi e per giunta i porfidi pirossenici

Le vene sopra menzionate, tanto quelle di granito a grana grossa, quanto quelle di granito privo di mica nerastra, mi fornirono occasione di fare alcune osservazioni interessanti anche la mineralogia.

Anzitutto è da ricordare il fatto che l'ortoclasio, massime nelle vene di granito a grana grossa, è sovente leggermente roseo, non oserei decidere se originalmente o per alterazione posteriore.

---

o melafiri della stessa contrada, non v'è da meravigliarsi, tanto più che anche al giorno d'oggi non è poi sempre facile, come pare creda il Taramelli, di distinguere nettamente sul terreno graniti porfiroidi e porfidi quarziferi. Mi parrebbe assai più grave l'ignorare, nel 1885, che il granito di Baveno è una granitite tipica. E ci deve sorprendere tanto più la critica fatta a Leopold von Buch dal Taramelli, inquantochè questi più oltre, a pag. 291-294, riporta le osservazioni del geologo giapponese Harada (Neus Jahrbuch für Mineralogie ecc. II Beilage-Band. pag. 1-48, Stuttgart, 1882, 8°) e fra le altre cose dice che secondo questo autore « alcune varietà di Valganna rassomigliano al granito rosso di Baveno ». Ma citiamo anche qualche altro passo dello scritto di Harada. Questi scrive a pag. 22-23:

« Comincio la descrizione del porfido rosso, la cui struttura è sviluppata in modo estremamente variabile, da quella della varietà a struttura cristallino-granulare, *la quale si nota nella massa di gran lunga maggiore di questa roccia.* Vista ad occhio nudo o alla lente, questa struttura è quella *di una granitite a grana media sino a grana fina.* Quando la grana è più fina, sovente granelli più grossi di quarzo, e ortoclasio spiccano dalla massa generale a modo porfirico, per lo che la roccia talora, per es. dall'Amoretti, fu chiamata porfido granitico. Al microscopio è una miscela irregolarmente granulare dei componenti della granitite, nè si riconosce traccia di base ». E a pag. 25: « La varietà irregolarmente granulare del porfido rosso, la quale in base al sopraddetto chiamo col nome di granitite, non mostra struttura fluidale ecc. Addirittura caratteristiche per la nostra granitite sono le numerose geodi descritte per la prima volta dal Buch ».

Quindi è chiaro che Leopold von Buch non ha visto tanto male, 60 anni e più addietro, tanto più che per es. sulla sua carta è segnato anche il granito (granitite) di Alzo, il quale su quelle del Sismonda non compare che nel 1866.

Questa tendenza, pur troppo non isolata, a criticare i grandi geologi del passato precisamente laddove non meritano biasimo alcuno, va seriamente combattuta. Voglio ricordare a questo proposito il nobile esempio dato dallo stesso Breislak, citato dal Taramelli per contrapporlo al Buch. Il Breislak, nell'opera citata anche dal Taramelli (Institutions géologiques par Scipion Breislak, traduites du manuscrit italien en français par P. J. L. Campmas, Milan, 1818, 8°, tome premier, p. 303) e in occasione della controversia insorta sulla esistenza del granito stratificato, dice in una Nota difendendo von Buch dagli attacchi di De Luc:

« Cet auteur dans l'*Abrégé de géologie* imprimé à Paris en 1816, prétend démentir ce que De Buch a écrit sur les granits du Riesengebirge; il le taxe d'observateur peu exact, et il assure qu'il résulte de ses propres observations, que la chaîne des monts des Géans est composée de granit stratifié. Il est possible que dans une chaîne de 30 lieues de longueur, les lieux vérifiés par l'un de ces deux naturalistes, soient différens de ceux observés par l'autre. Du reste, De Buch par ses ouvrages et par ses voyages, s'est déjà assuré un rang distingué parmi les premiers géologues de ce siècle, et les expressions peu mesurées de De Luc ne sauraient porter la moindre atteinte à une réputation si bien acquise ».

Un altro esempio della confusione che nasce necessariamente quando un autore si serve di un nome senza indicare con precisione in qual senso l'adopera, è il seguente. Il Parona, a pag. 46 della sua sopracitata Memoria, dopo avere, con parole in parte sue, riportato parzialmente la mia Nota sui graniti massicci delle Alpi piemontesi, continua così:

« Questa varietà a più fina struttura (*granulite*) e che generalmente compare laddove il granito è in prossimità agli scisti gneissici ecc. ».

Poscia si trovano qua e là, senza che vi siano geodi propriamente dette, delle parti in cui si distinguono bene anche le forme {110} {010} {001} di grossi cristalli di feldspato ortoclasio, sino a più di mezzo decimetro di lunghezza. Non di rado poi vi trovai, nelle stesse vene di granito a grana grossa, cristalli tutt'attorno terminati di granato rosso-bruno del diametro di 1 — 2 centimetri e della forma dell'icositetraedro {211}, cristalli di apatite giallo-verdognola sino a 3 millimetri di diametro orizzontale e lunghi sino a 5 millimetri, come anche della tormalina nerastra bacillare.

Riguardo alle vene euritiche distintamente cristalline, e prive generalmente di mica nerastra, ve ne ha di quelle che presentano a prima vista l'aspetto di filoni fettucciati per l'accumularsi, nella zona mediana sottile, di granelli di granato roseo e di tormalina nerastra, ma anche nei campioni da gabinetto staccati dalla roccia si scorge facilmente come questa regolarità non sia che apparente, talchè da un lato si vede la vena bianca colla sua zona granatica mediana nettamente distinta dal granito a grana media per la mancanza assoluta, nella vena, della mica nerastra, mentre dall'altro lato del campione metà della vena è per es. tutta picchettata in nero da laminette di mica e granuli di tormalina, e per di più, passa insensibilmente al granito stesso per presentare questo, vicino alla vena, macchie irregolari bianche, prive di mica, che passano senza interruzione alcuna, alla vena stessa.

Se vi potesse ancora essere il ben menomo dubbio, che queste vene fossero filoni di iniezione venuti dal di fuori o filoni formatisi per via acquea dopo la consolidazione della roccia, tali fenomeni sarebbero adatti a toglierlo.

Prima di passare ora alla descrizione dei graniti messi a nudo dalle cave al nord della stazione Vanzone-Isolella e sulla sinistra della Sesia, mi sarà permessa una breve digressione sui rapporti del granito col gneiss-Strona del Gerlach o gneiss-Sesia del Parona sulla destra della Sesia. Per quanto io avessi cercato dei punti in cui si potesse osservare nettamente o la sovrapposizione dei gneiss al granito o di questo a quelli, non ci sono riuscito. Sulla strada da Isolella a Doccio, laddove questa corre rasente le roccie quasi verticali, si potrebbe, volendo, intravedere il contatto del granito col gneiss, ma ove qui si trattasse realmente di un tale contatto, rimarrebbe sempre, per la esigua estensione della superficie scoperta, impossibile giudicare con certezza se il granito si estende sotto il gneiss o questo sotto quello. E questa indecisione va di pieno accordo colle sezioni che ci danno il Parona ed il Neri. Il primo, oppositore dell'eruttività del granito, fa passare gli strati quasi verticali del gneiss sotto il granito; il secondo, fautore dell'origine eruttiva del granito, fa invece passare questo, con superficie ancora quasi verticale, sotto i gneiss. È chiaro, del resto, che ove si ammettessero di preferenza i risultati del Parona, ciò non escluderebbe per nulla la possibilità dell'origine eruttiva del granito, la quale si potrebbe

---

Mi pare che avrebbe potuto bastare il non lieve inconveniente creato dal Michel-Lévy coll'usare il nome di granulite in un senso sufficientemente diverso da quello consacrato da ben tre quarti di secolo e da memorie classiche, come per es. del Naumann, e che non vi sarebbe stato alcun bisogno di dare un terzo significato alla parola « granulite » applicandola per distinguere puramente e semplicemente i graniti a grana fina e finissima, senza badare nè alla loro composizione mineralogica nè alla loro struttura.

ritenere affatto inverosimile soltanto, qualora si riuscisse a dimostrare la continuità ininterrotta del gneiss sotto il granito. E in questo caso si potrebbe sempre ancora difendere la antica ipotesi, che gneiss e granito facessero parte della primitiva crosta terrestre, senza ricorrere al metamorfismo e ai depositi chimici di mari caldi. Sulla sinistra della Sesia, presso Roccapietra, il gneiss si trova ancora vicino al granito, ma è da questo separato da una valle di erosione coperta di detrito, talchè nemmeno qui si vede il contatto tra le due roccie.

Il granito è ivi, sulla sinistra della Sesia, e ad incominciare dal cavalcavia, sul quale, a nord della stazione Vanzone-Isolella, la strada ferrata passa sopra la strada provinciale, scavato in parecchie cave ad uso edilizio, tra il punto indicato e Quarona.

Nella cava presso il Gibellino si estrae un granito a grana fina, il quale contiene molta mica bianca argentina biasse e ad angolo grande degli assi ottici (muscovite) oltre alla solita mica nerastra prossimamente uniasse (biotite) ed è quindi un vero granito nel senso di G. Rose.

Più verso Quarona, si scava un granito a grana media, ricchissimo di mica nerastra, la quale qua e là si accumula in nidi talchè compaiono delle larghe macchie nere sopra il fondo già molto scuro della roccia. Fin dal 1871, nella Nota più volte citata, ho accennato alla presenza, nel granito di Quarona, del granato come minerale accessorio.

Esso vi si trova irregolarmente disseminato. Ma vi ha un altro fenomeno assai interessante nel nostro granito. Come ad Isolella, esso presenta delle venature bianche, costituite da quarzo e feldspato, prive di mica, e sottili sino a meno di un centimetro di potenza, che si staccano vivamente dal fondo comune ma, esaminate più dappresso, passano alla massa generale, cioè non sono nè filoni iniettati dal di fuori, nè filoni formatisi posteriormente per via umida. Ora in queste vene, e precisamente nella parte mediana, si scorgono disseminati, orientati in tutti i sensi, e separati l'uno dall'altro, cristalli di tormalina nera, a faccie prismatiche $\}10\bar{1}\{$ e $\varkappa\}2\bar{1}\bar{1}\{$ piane e lucenti, i quali quindi non possono ritenersi come formati posteriormente alla vena di feldspato e quarzo che li racchiude. Questi ultimi minerali portano le impressioni delle faccie piane dei cristalli di tormalina (fig. 4).

La più importante delle cave della bassa Valsesia è al giorno d'oggi certamente quella di Roccapietra, situata a monte di questo paese nella valle di Civiasco. Sovrattutto in questi ultimi anni la cava ha preso notevole sviluppo, massime perchè quel granito è stato adoperato nella costruzione del grandioso nuovo ponte sulla Sesia tra Borgosesia e Aranco. Vi si usa ora anche il sistema delle grandi mine come a Baveno. Forse si deve al recentissimo sviluppo della cava che nessuno ha sino ad ora richiamato l'attenzione sulla esistenza della tormalina in quel granito, nonostante che ivi questo minerale accessorio del granito sia di gran lunga più abbondante che in qualunque altra parte nota dei graniti massicci delle Alpi piemontesi.

Il granito che vi si estrae, è a grana fina, o a grana media. Quest'ultimo è a tinta più chiara degli altri graniti a grana media summenzionati, perchè la mica nerastra vi è più scarsamente disseminata, talchè si ottiene una varietà a fondo predominante bianco, simile ai graniti di Montorfano e di Alzo. Piccoli granuli di pirrotite sono disseminati nella massa e si rendono vieppiù visibili sulla superficie delle litoclasi.

È da vedersi se la presenza di tale minerale non deteriorerà rapidamente le opere costruite col nostro granito, il quale allo stato fresco presenta certamente assai gradevole aspetto, non esito a dirlo, superiore a quello di Alzo e di Montorfano. Qua e là si vede anche nel granito di Roccapietra qualche laminetta di muscovite. Ma il fenomeno più interessante che presenta il nostro granito a grana media, sono certamente le numerose inclusioni scure che racchiude, dico inclusioni senza voler affermare con ciò che si tratti di frammenti di altre roccie avviluppati dal granito, benchè a prima vista esse facciano questa impressione. Sono lenti di roccia a struttura eminentemente gneissica, a straterelli sottili ricchissimi di mica nera, la quale a volte costituisce da sè degli strati; ma anche qui osserviamo come quelle lenti non solo risultino degli stessi elementi del granito più piccoli, ma che vi ha intreccio cristallino, passaggio intimo tra esse e il granito a grana media incassante, il quale manda talora delle masse cuneiformi tra straterello e straterello della inclusione (fig. 5). E quello che è più curioso ancora, si è che a volte tali lentiformi inclusioni a struttura finamente schistosa si accumulano in gran numero e si orientano in modo che i piani di schistosità in tutte sono paralleli. Ne vidi sette o otto di queste lenti parallelamente orientate in un pezzo della lunghezza di meno di due metri.

L'altra varietà che si estrae dalla stessa cava di Roccapietra, è un granito a grana fina, più scuro di quello del Gibellino per l'abbondanza delle laminette di mica nera; ma nemmeno qui manca interamente la muscovite. Questo granito a grana fina è assai sovente attraversato da vene bianche con zona mediana nera, che spiccano distintissimamente sul fondo grigio-scuro della roccia e si estendono non di rado per molti metri. Tali vene sono lateralmente, verso il granito incassante, costituite da miscela di quarzo e feldspato, priva affatto o quasi di mica; nell'interno constano di quarzo e tormalina nerastra.

Laddove la zona di quest'ultima forma un rigonfiamento, le altre zone della vena l'accompagnano in modo che l'intera vena forma ivi delle propagini nel granito, come è raffigurato al n. 6 della tavola. Accade nella stessa vena che mentre la tormalina vi forma una zona continua, benchè di variabilissima grossezza, questa da un lato è solo accompagnata dalla miscela di feldspato e quarzo, dall'altro lato dal quarzo puro, fra il quale e il granito a volte s'interpone ancora una zona feldspatico-quarzosa, a volte no, talchè il quarzo viene ad immediato contatto col granito a grana fina. Tanto fra le zone di quarzo e di eurite, quanto fra queste e il granito vi ha insensibile passaggio, tale quale fu gia indicato per le vene del granito di Isolella. Come minerale accessorio si trovano nelle vene lamine di ferro titanifero a polvere nera. La tormalina presenta le forme $\varkappa \}2\bar{1}\bar{1}\{ \}10\bar{1}\{$ laterali e sovente è terminata dai romboedri $\}100\{ \}11\bar{1}\{$.

Dalle cose suesposte segue che i nostri graniti massicci lungo il corso della Sesia sono prevalentemente granititi, come lo sono i graniti rosei e bianchi di Baveno, quello bianco di Montorfano, di Alzo, di Cellio e dintorni, e così via. Non mancano però graniti propriamente detti a biotite e muscovite, e massime fra le varietà a grana fina. Vi ha passaggio insensibile dal granito alla granitite, come fra le varietà a grana diversa. Tutto quell'intreccio eminentemente cristallino poi che ho cercato di descrivere e di rappresentare coll'aiuto di poche figure, dimostra ad evidenza che il

consolidamento cristallino del granito avvenne, dirò così, alquanto tumultuariamente, massime verso il contatto con altre roccie, e che dovette trascorrere non poco tempo perchè il definitivo assetto fosse raggiunto, muovendosi, screpolandosi, ricementandosi la massa in mille guise. Che si dovessero produrre delle pressioni variabilissime ed anche assai localizzate nell'interno della massa, in modo da produrre qua e là anche la struttura gneissica e schistosa, è altrettanto intelligibile. In somma, quell'ammasso di granito è venuto nel suo attuale assetto cristallino allo stato molle.

E qui mi sia permesso di citare fra i tanti geologi sempre ancora proclivi ad ammettere l'eruttività del granito nonostante l'opposizione dei numerosi metamorfisti e dei pochissimi fautori dell'ipotesi dei depositi chimici di mari caldi, uno solo, il Giordano.

Il Taramelli, a pag. 277 della Memoria più volte citata, dice:

« Il signor Giordano non si è proposto una minuta indagine litologica o stratigrafica e tanto meno una ricerca geologica; ecc. ».

Io non sono dello stesso parere, e associandomi pienamente agli elogi, fatti dal Taramelli in seguito, delle ricerche del Giordano, aggiungerò che la Memoria di quest'ultimo, intitolata *Esame geologico della catena alpina del San Gottardo* [1] potrebbe additarsi come modello a coloro che vogliono scrivere della stratigrafia e geologia delle roccie cristalline delle Alpi. Dal momento che le previsioni litologiche e stratigrafiche del Giordano, nei limiti del possibile, sono state trovate giuste dal traforo del Gottardo, come ammette lo stesso Taramelli ad esplicita lode del Giordano, non si può certamente dire che il suo studio non sia litologico e stratigrafico; e quanto alla geologia, devo notare, che il Taramelli evidentemente ha saltato di pari passo il capitolo quarto della Memoria del Giordano, nel quale capitolo c'è forse, e anche senza forse, più geologia assennata che in tutte le altre memorie stampate da altri sulle roccie cristalline delle Alpi piemontesi dal 1870 in poi. Capisco che all'autore dell'ipotesi dei depositi chimici di mari caldi non possano piacere certi periodi del Giordano, ma io non posso fare a meno di citarne qualcuno, per dimostrare, a conferma del mio asserto, che vi ha molta geologia, e di buona lega, nello scritto del Giordano.

A pag. 83: « Ma il fenomeno a questo punto si complica non poco per la presenza delle stesse masse granitiche. Secondo la descrizione che a suo luogo si porse, risulterebbe che qualunque possa essere la lor genesi prima, cioè o per emersione allo stato più o meno fluido da grandi profondità, come accade delle lave, oppure per un integrale metamorfismo di antichi sedimenti inferiori, risulterebbe che simili masse debbono a qualche epoca essersi trovate in uno stato abbastanza pastoso, almeno in alcune loro parti, per gettare ramificazioni e dicche negli gneiss e micascisti fra cui sono racchiuse. Certo vi sono nelle Alpi ed altrove delle masse granitoidi per le quali non potrebbe sinora asserirsi che siano emerse allo stato fluido o pastoso: ma tuttavia simile origine sembra evidente per molti graniti che furono studiati ».

A pag. 84: « La più verosimile ipotesi in questo caso è pur sempre quella che le masse dei terreni le più profonde, divenute allo stato di pasta granitoide, abbiano

[1] Memorie per servire ecc. Vol. II. Firenze, 1874, 4°.

ad una data epoca, incominciato ad insinuarsi con più rami fra quelle superiori ridotte allo stato di gneiss e micascisto più o meno amfibolici ecc. ».

A pag. 85: « Ma simile sollevamento accompagnato da intrusioni granitiche ecc. ».

E notisi bene che il Giordano parla dei graniti associati coi gneiss centrali. Ma se è permesso di ritenere per eruttivi questi, sarà per lo meno lo stesso per le nostre granititi massiccie, tanto più che queste sono accompagnate, tra la Valsesia e il Lago Maggiore, dai porfidi acidi e basici, anzi, come talun geologo asserisce, passano ai primi precisamente come le granititi del Lago di Lugano.

Ma vi ha di più. Dove troviamo noi, entro roccie cristalline massiccie di origine certa, indiscutibile, quei cambiamenti di grana, quelle vene e quelle masse irregolari, ma sempre costituite dagli stessi elementi della roccia? Evidentemente nelle lave. Per non citare che pochi esempî a me noti, scelgo le correnti di lava leucititica di Capo di Bove e di Acqua Acetosa nella campagna romana. In queste lave, e sovrattutto in quella della prima corrente accennata, noi vediamo cambiare la grossezza della grana, vediamo accumularsi qualche minerale in dati punti, vediamo delle vene ad elementi più grossi discernibili e distinguibili ad occhio nudo ma sempre identici agli elementi che costituiscono la lava stessa. E se sulla origine di queste vene e di questi apparenti frammenti inclusi, che passano anche qui insensibilmente alla roccia inglobante formando con questa un solo impasto cristallino, vi può essere questione, è soltanto questa, se cioè siano prodotti di secrezione interna della lava o frammenti staccati da roccie solide preesistenti e racchiusi dalla lava fluida e superficialmente con essa amalgamati. Per le vene molto estese, lastriformi, sottili, certamente non potrebbe nascere nemmeno questa questione, nè queste si potrebbero ritenere, in una corrente di lava sovrapposta a strati di pozzolana o di tufi vulcanici, per filoni d'iniezione venuti dal di fuori; ma per quelle inclusioni a forma di frammenti irregolari, la questione non è altrettanto facile a risolversi. Finchè si tratta di inclusioni costituite da minerali che non compaiono come componenti nella massa della lava, come per es. di quei ben noti frammenti di spadaite racchiudenti cristalli tutt'attorno sviluppati di wollastonite, o di frammenti angolosi di wollastonite pura, o di frammenti di quarzo ecc., non vi può essere fondato dubbio che la lava abbia staccato quei frammenti da roccie già consolidate e li abbia ravvolti; ma quando questi frammenti si compongono degli stessi elementi della lava, la decisione resta assai difficile, anzi impossibile, e tanto più che persino fra i summenzionati frammenti di spadaite wollastonitifera non di rado si vedono di quelli che, evidentemente già racchiusi dalla lava, furono rotti in modo da permettere a questa di penetrarvi sotto forma di filoncelli, e in questo caso si è formato un intreccio cristallino fra i frammenti e la lava da non escludere assolutamente l'ipotesi che tali masse sieno secrezioni interne della lava. Ove non vi fossero che inclusioni di questo genere, la questione non si potrebbe dire senz'altro risoluta.

L'esempio delle inclusioni nella lava di Capo di Bove e di Acqua Acetosa ci conduce naturalmente ad aggiungere due parole di più sulle supposte inclusioni del granito.

Il Gastaldi, a pag. 28 della Memoria del 1871, dopo aver parlato delle inclusioni di micaschisto nei porfidi e nei melafiri, le quali allora anche per lui erano prove non dubbie della eruttività di questi, dice:

« Ma non mi accadde mai di notare lo stesso fatto nei graniti, non potendo considerare come detriti di altre roccie quei certi nuclei, per lo più formati degli stessi elementi della roccia inglobante, soliti a trovarsi nei graniti non solo ma anche nei gneiss antichi e nei recenti ».

Sono anch'io più proclive a ritenere che nella maggior parte dei casi si tratti di semplici accidentalità di struttura dello stesso granito, anzichè di frammenti di altre roccie racchiusi dal granito, ma non posso nascondermi che il problema non è tanto semplice a risolversi. Di fatti, possiamo benissimo immaginarci che un granito eruttivo abbia ravvolto dei frammenti di gneiss composto degli stessi elementi, e che si sia formato un intimo passaggio tra la roccia inglobante e i frammenti racchiusi, in modo da produrre una sola massa interamente cristallina. Forse un certo numero di analisi quantitative istituite tanto sulla roccia supposta inglobante quanto sui frammenti supposti ravvolti da essa, potrebbe servire a far inclinare la bilancia piuttosto in un senso che nell'altro, qualora per es. si trovassero i supposti frammenti gneissici della composizione chimica del gneiss inferiore del Gerlach. Comunque sia, una eventuale e essenziale diversità nella composizione chimica dei frammenti racchiusi e della roccia inglobante, se venisse ad appoggiare l'ipotesi che si tratti realmente di frammenti ravvolti dal granito, non potrebbe che maggiormente parlare a favore della origine eruttiva dei nostri graniti, come l'identità di composizione parlerebbe a favore dell'ipotesi che si tratti di semplici modalità interne di struttura senza punto invalidare l'ipotesi dell'eruttività del granito.

Terminerò aggiungendo poche parole sulla tormalina delle nostre granititi.

Il già citato Harada ritiene che la presenza della tormalina nei porfidi, o meglio accanto ai porfidi, del lago di Lugano si deve forse a fumarole borifere. Tale ipotesi è stata enunciata da altri anche per la tormalina di certi graniti per es. dei cosidetti filoni di granito tormalinifero dell'Elba, e forse si potrebbe anche sostenere per la parte mediana, costituita da tormalina e quarzo, delle sopra descritte vene della granitite a grana fina di Roccapietra. Ma mi sembra che debba essere esclusa per spiegare la presenza della tormalina in cristalli isolati entro le vene di quarzo e feldspato della granitite di Quarona, vene che, come ho già cercato si dimostrare, sono di secrezione interna, e non di iniezione dal di fuori.

Nulla osta ad ammettere che questi cristalli si siano semplicemente formati nel magma granitico per secrezione prima che la rimanente miscela di quarzo e feldspato, che li racchiude e ne porta l'impronta, si consolidasse, precisamente come i cristalli microscopici di zircone e di titanite trovati dal Cossa nei campioni della stessa bassa Valsesia comunicatigli dal Parona. E lo stesso dicasi dei cristalli sviluppati tutt'attorno, di granato, che abbiamo trovato tanto entro le vene euritiche bianche quanto in quelle di granitite a grana grossa di Isolella. Mentre questi sono, come direbbe il Rosenbusch, idiomorfi, non manca, anzi è più frequente il granato allotriomorfo.

G. Strüver dis.

Lit. Bruno e Salomone Roma

Diagnosi di Funghi nuovi.
Nota IV del Socio G. PASSERINI (1)
presentata nel marzo del 1890.

---

1. **Puccinia Vincae** (DC.) Plowright. — British Uredineae pag. 161.

Forma Aecidiosporea Plow. ibid. tab. II, fig. 11-14.

Pustulae crebre sparsae, totam folii paginam inferam occupantes, rotundatae, rubiginosae, epidermide tectae, dein nudatae, epidochium pezizaeformae varium, albido-cinereum, simulantes: sporae globosae hyalinae, 8-10 μ diam.

Formam hanc, utpote in Italia nondum, ut videtur, repertam, et apud auctores recentiores praetermissam, referre censui. Ulterius inquirendum an *Pucciniae Vincae* Cast. et *P. Berkeleyi* Passer. pariter pertineat.

Sulle foglie della *Vinca major* L. nel R. Giardino del Quirinale. Roma, aprile 1889.

2. **Valsa tenella** H. Fabr. — Sphaer. Vaucl. II, p. 32. — Forma *Ericae arboreae* Passer. hb. — Ostiolis foramine circulari, non rima longitudinali, emersis, et sporis vix vel non ad polos nucleatis, a typo distinguenda. Ad *Valsam* fallacem Nits. in Fuckel symb. mycol. nutare videtur.

Nei rami secchi di *Erica arborea*. Roma.

3. **Rosellinia rimincola** Rehm. var. *cicatricum* Passer. hb. — Perithecia ad cicatrices ramulorum elapsorum gregaria, minuta, atra. Asci cylindrici, breviter stipitati, spurie? paraphysati, 8 spori, 60-75 × 5-6; sporae monostichae, ellipticae, eguttulatae fuscae, 6-7,5 × 5.

Praeter situ, ascis sporisque minoribus a typo differt.

Nei ramicelli morti della *Tamarix gallica* L. insieme a *Diplodia Tamaricis* Rbh. Parma nel R. Orto Botanico.

4. **Sphaerella Symphoricarpi** Passer. hb. — Perithecia sparsa, minuta, epidermide nigrefacta velata, punctiformia, membranacea, cellulis amplis fuscidulis contexta. Asci ovato-elongati, basi abrupte breviter stipitati, 8spori, 45 × 15; sporae ad ascorum basim conglobatae, superne subdistichae, oblongo-spathulatae, non vel vix constrictae, hyalinae, 17,5-20 × 6-7.

Nei ramicelli vivi di *S. racemosus* Mch. Parma.

5. **Sphaerella Periplocae** Passer. hb. — Perithecia subgregaria, tecta, per corticem fissum erumpentia, globosa atra, ostiolo obtuso. Asci obclavati, aparaphysati, basi breviter stipitati, recti vel curvi, 62-87 × 15-17,5. Sporae subdistichae,

(1) Vedi Rendiconti vol. III, 1° sem. p. 3 e vol. IV. 2° sem. fasc. 3° pag. 55 e fasc. 4° p. 95.

ovato-elongatae, utrinque rotundatae, propre medium septatae, non vel vix constrictae, hyalinae, 16-20 × 5-6, estremo altero longiore et aliquantulum angustiore.

Nei ramicelli secchi di *P. graeca* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

6. **Sphaerella capreolata** Passer. hb. — Perithecia amphigena in maculis exaridis, subdiscoideis, rubrocintis gregaria vel subsparsa, punctiformia, atra, nitidula. Asci tubulosi vel clavati vel medio inflati, 40-50 × 8-15; sporae elongatae hyalinae, medio septatae, utrinque rotundatae, 15-17 × 5.

Nelle foglie languenti della *Bignonia capreolata* L. insieme a *Gloeosporium Bignoniae* Passer. Parma, nel R. Orto Botanico.

7. **Sphaerella Celtidis** Passer. hb. et in Roumeguère Fungi selecti exsiccati, N° 5043. — Perithecia hypophylla sparsa vel subgregaria erumpentia, minuta, globoso-conica, ostiolo acuto, atra. Asci subclavati, aparaphysati? sporae elongatae, medio septatae vix vel minime constrictae, hyalinae, 22,5 × 6,5, loculo altero angustiore.

Nelle foglie sternate di *Celtis australis* L. Parma, nel R. Orto Botanico, decembre.

8. **Didymella Eurillae** Passer. hb. — Perithecia tecta, cortici interiori insculpta, globoso-depressa, ostiolo brevi acuto, contextu celluloso fuligineo. Asci clavati, attenuato-stipitati, paraphysati, 8spori, 80 × 15; sporae distichae, fusiformes, utrinque acutae, medio septatae, plus minusve constrictae, hyalinae, loculis biguttulatis 18-20 × 5-6.

In un ramicello secco di *Noce*, recatomi dalla nipotina *Eurilla*. Vigheffio presso Parma.

9. **Melanopsamma hypophloea** Passer. hb. — Perithecia superficialia, sparsa, carbonacea, globoso-conoidea, ostiolo papillari nitidulo. Asci leniter clavati, attenuato-stipitati, paraphysati 8spori, 75-80 × 10; sporae distichae, naviculari-elongatae, hyalinae, medio septatae et constrictae, utrinque acutae, loculis biguttulatis, 18-20 × 5.

Sotto la scorza staccata nei vecchi rami di *Pinus austriaca* Host. Vigheffio, presso Parma.

10. **Didymosphaeria buxina** Passer. hb. — Perithecia sparsa, tecta, per corticem fissum erumpentia, atra. Asci paraphysati, clavati, 8 spori, 60-75 × 15-17; sporae distichae vel oblique monostichae. ovato-oblongae, medio septatae, vehementer constrictae, utrinque subacutae, loculis inaequalibus ample guttulatis, primo luteae, tandem fuscae, 17,5-20 × 7,5-8.

Nei rammetti morti di *Buxus sempervirens* L. Vigheffio, presso Parma.

11. **Delitschia vaccina** Passer. hb. — Perithecia gregaria, minuta, semiimmersa. glabra, atra, contextu membranaceo, minute celluloso fuligineo. Asci longi tubulosi, basi in stipitem longissimum filiformem attenuati, apice acuti, 8spori: sporae oblique uniseriatae, ellipticae, uniseptatae, ad septum non constrictae, primo pallide olivaceae, dein intense fuscae, 50 × 22-25.

Nel fimo vaccino insieme ad *Hypocopra minima* Sacc. e *Sporormia intermedia* Auersw. Nei prati della Cisa sull'Apennino Parmense.

12. **Leptosphaeria aculeorum** Passer. hb. — Perithecia hypodermea, erumpentia, atra, nitidula, globosa, ostiolo brevi acuto, contextu minute celluloso fuligineo. Asci paraphysati, clavati, attenuato-stipitati, 8spori, 70-75 × 10-12; sporae tristichae elongato-fusiformes, 7-9septatae, flavae, 30 × 2,5-3,

Negli aculei della *R. canina* L. Vigheffio, presso Parma.

13. **Leptosphaeria Poterii** Passer. hb. — Perithecia sparsa tecta, ostiolo compressiusculo erumpentia. Asci elongato-clavati, paraphysibus tenuibus stipati, basi longe attenuati, octospori, 50-70 × 6-7; sporae fusiformes, apicibus acutis, 3-4septatae, lutescentes, 13 × 2.

Nei cauli fracidi del *P. Sanguisorba* L. insieme a *Rhabdospora*. Parma.

14. **Leptosphaeria Molluginis** Passer. hb. — Perithecia sparsa, tecta, erumpentia, subglobosa, contextu minute celluloso fuligineo, ostiolo pertuso. Asci clavati, nodulo basilari sessiles, paraphysati, 8spori, 60-65 × 8-10; sporae distichae, vel oblique monostichae, fusiformes, utrinque acutae, rectae, triseptatae, rarissime 4septatae, loculo subultimo vix tumidulo, 15 × 5, melleae vel flavidulae.

Sporarum parvitate et colore ab aliis congeneribus galiicolis distinguenda.

Nel caule secco del *Galium Mollugo* L. Vigheffio.

15. **Leptosphaeria striolata** Passer. hb. — Perithecia sparsa, primo epidermide velata, dein nudata, minutissima, atra, contextu minute celluloso fuligineo. Asci subclavati, ampli, apice rotundati, basi vix attenuati, breviter noduloso-stipitati 62-75 × 22-25, paraphysibus nullis; sporae octonae subtristichae clavulatae, initio pluriguttulatae, olivaceae, integrae; dein fuligineae, obscure 5-7septatae, episporio longitudinaliter subtilissime striato, loculo ultimo paullo crassiore, 30-37,5 × 6-8.

Nei culmi aridi dello *Scirpus Holoschoenus* L. a Vigheffio, presso Parma nel greto del torrente Baganza.

16. **Leptosphaeria grisea** Passer. hb. — Perithecia subgregaria, in matrice dealbata maculam longitudinalem griseam sistentia, globulosa, atra, erumpentia, ostiolo acutiuscolo. Asci tubulosi vel clavati, sessiles, aparaphysati? 8spori, 75 × 10; sporae distichae vel oblique monostichae, fusiformes, curvulae, 5septatae, loculo altero ex intermediis tumido, melleae, 25-27,5 × 4,5-5.

Nel culmo fracido di *Sorghum vulgare*. Vigheffio, presso Parma.

17. **Leptosphaeria recessa** Passer. hb. — Perithecia in gemmarum fovea aggregata, erumpentia, tandem nudata, subglobosa, atra, ostiolo minuto papillari. Asci paraphysati, elongato-clavati, basi breviter attenuati, 8spori, 65-90 × 10-12; sporae distichae vel oblique monostichae, fusiformes, 5septatae, loculo nullo inflato, flavidae, 25-27,5 × 6-5.

Nei culmi fracidi di *Arundo Donax* L. Vigheffio, presso Parma.

18. **Sporormia evallata** Passer. hb. — Perithecia sparsa vel approximata primo immersa, ostiolo acuto emergente, tandem superficialia, ostiolo elapso, globosa 130 μ diam. Asci subclavati, basi angustata sessiles, aparaphysati, 8spori, 60-75 × 12-15; sporae subtristichae 4cellulares fuscae, 25-27,5 × 4-5.

A *Sporormia minima* Assersw. paraphysarum defectu prae caeteris distinguenda.

Nel greto del torrente Baganza su meta vaccina. Vigheffio presso Parma.

19. **Kalmusia munda** Passer. hb. — Perithecia ligno immutato immersa, ostiolo globuloso atro-nitido, in tuberculo erumpente. Asci tubuloso-subclavati, paraphysibus filiformibus superantibus, guttulatis, obvallati, 165 × 20-25, 8spori; sporae superne distichae vel oblique monostichae, crasse fusiformes, primo hyalinae, didymae,

varie guttulatae, medio constrictae, dein 5septatae, flavo-fuscae, loculis guttulatis, altero ex intermediis latiore, circulo hyalino tenui obvolutae, tandem intense fuscae, septis vix perspicuis, 30-40 × 10-12,5.

Sur una vecchia barriera di *Quercia*. Parma, presso la stazione della ferrovia.

20. **Metasphaeria peridermii** Passer. hb. — Perithecia sparsa, tecta, ovalia, atra. Asci paraphysibus crebre guttulatis, filiformibus, superantibus, stipati, elongati, vel fusiformi-clavati, recti vel curvi, 40-62 × 10-12; sporae distichae, elongatae, utrinque rotundatae, hinc saepius angustiores, subcuneiformes, triseptatae, non constrictae, hyalinae, 20 × 8.

Nella scorza del tronco vivo di *Prunus avium* a Corniglio nell'Apennino Parmense.

21. **Metasphaeria caninae** Passer hb. — Perithecia sparsa tecta pustulaeformia, atra, nitidula. Asci paraphysati, clavati, 70-85 × 12; sporae elongato-cuneiformes, 4-raro 5septatae, hyalinae, 20-27,5 × 5-6.

Negli aculei della *Rosa canina* L. a Vigheffio, presso Parma.

22. **Metasphaeria platyspora** Passer. hb. — Perithecia crebre sparsa vel subgregaria, epidermide nigrefacta tecta, erumpentia subglobosa atro-nitida. Asci elongato-fusiformes vel obclavati, paraphysibus valde superantibus, apicem versus attenuatis stipati, 8spori; sporae tristichae, e fronte elongatae, utrinque rotundatae, medio septatae et constrictae, hyalino-opacae, chlorojodureti zinci ope eximie 5septatae, 15-17,5 × 5; e latere vero fusiformes apicibus acutis, 2-2,5 μ cr.

Nei cauli secchi del *Geitonoplesium angustifolium*. Roma, Panisperna.

23. **Zignoella herbana** Passer. hb. Perithecia superficialia, minuta, atra, globoso-subdepressa. Asci clavati, paraphysibus copiosis longissimis, crebre nucleolatis obvallati, 50 × 10, 8 spori; sporae subdistichae fusiformes, 3septatae, hyalinae, endoplasmate granuloso, 17,5-20 × 5-6.

Nella vecchia scorza degli *Olivi*. Orvieto.

24. **Pleospora herbarum** (Pers.) var. *Symphoricarpi* Passer. hb. — Perithecia sparsa minuta tecta. Asci clavati paraphysati 8 spori, 75-120 × 15-22; sporae superne distichae, elliptico-oblongae, medio subconstrictae, inferne angustiores, 5-7septatae, loculis septo longitudinali unico divisis, flavae, 25-35 × 10-11.

Nei ramicelli vivi del *S. racemosus* Mchx. Parma.

25. **Pyrenophora coronata** (Niessl.) var. *Evonymi* Passer. hb. — Perithecia saepius epiphylla, plus minusve crebre sparsa, tecta, globosa, subinde vertice depressa, ostiolo papillato, fasciculo setarum luteo-sordidarum coronato, basi fibrillosa, pustulam fuscam, centro albidam, formantia. Asci clavati curvi, basi sensim attenuati, paraphysibus filiformibus, crebre nucleatis stipati, 8spori, 70-88 × 15; sporae distichae fusoideae, medio constrictae, 7 septatae, parte superiore crassiore et breviore, loculis nonnullis intermediis longitrorsus divisis, primo flavae, tandem fuscae, 25-32,5 × 9-10.

Nelle foglie fracide di *E. japonica* Thnbg. insieme a *Diplodia Evonymi* Wst. Livorno.

26. **Teichospora parasitica** Passer hb. — Perithecia in Satilbosporae disco semiimmersa, atra, ostiolo obtuso, basi hyphis fuligineis brevibus reptantibus praedita, membranacea, cellulis minutis subexagonis fuligineis contexta. Asci cylindrici,

breviter attenuato-stipitati, paraphysibus tenuibus obvallati, 135-140 ×14-15, 8spori; sporae uniseriatae, ellipticae, 5septatae, medio constrictae et separabiles, septo longitudinali mediano, 15-17,5 × 8-10 flavae.

Sulla *Stilbospora Modonia* Sacc. nei rami secchi di *Castanea vesca* Gaertn. Vigheffio, presso Parma.

27. **Teichospora crotonoides** Passer. hb. — Perithecia sparsa solitaria vel gemina, vel plura gregaria, erumpentia, tuberculoso-corrugata, atra, ostiolo papillari demum aperto. Asci paraphysati cylindracei, attenuato-stipitati, 125 × 10; sporae uniseriales, ellipticae vel ovatae, extremo altero subacuto, primo didymae hyalinae, ad septum constrictae, dein 3-4septatae, loculis nonnullis vel omnibus longitrorsus divisis, pallide fuscae, 15 × 7,5.

Ob perithecia saepe gregaria ad *Cucurbitariam* nutat, et peritheciis tuberculoso-corrugatis *Crotonocarpiae* quodammodo accedit.

Nella scorza di rami morti di *Pioppo* a Torricella Cremonese.

28. **Ophiobolus surculorum** Passer. hb. — Perithecia subcutanea sparsa vel subgregaria, atra, basi fibrillosa, collabescendo cupulata, centro papillata, contextu minute celluloso, fuligineo. Asci cylindrico-clavati, paraphysibus longis tenuibus stipati, basi attenuati, 100-140 × 7,5; sporae filiformes ascos subaequantes, hyalinae, obscure septulatae, medio noduloso-incrassatae, ibique 2,5 μ cr. apicibus attenuatis.

An, ob perithecia collabescentia *Sphaeria, surculi* Fr. S. M. II, 466?

Nei sorcoli secchi e spogliati del *Sambucus nigra* L. S. Andrea del Taro, provincia di Parma.

29. **Ophiobolus clavisporus** Passer. hb. — Perithecia gregaria, secus matricis strias ut plurimum seriata, tecta, ostiolo acuto, epidermidem perforantia, dein nudata, carbonacea, atra. Asci tubulosi, breviter attenuato-stipitati, 8spori, 150-175 × 10, paraphysibus filiformibus, guttulatis stipati. Sporae bacillari-clavulatae, rectae vel curvulae, pluriseptatae, loculis interdum guttulatis, secundo pone extremum crassiorem inflato, flavidae, 35-75 × 2,5-3.

Sporarum fabrica et brevitate facile dignoscenda species.

Nel caule secco del *Cirsium lanceolatum* Scop. Vigheffio, presso Parma.

30. **Ophioceras? sambuci** Passer. hb. — Perithecia solitaria vel gemina, ligno immutato immersa, ostiolo punctiformi vix emerso et visibili, membranacea, contextu minutissime celluloso, fumido. Asci clavulati, basi attenuati, sessiles, paraphysibus tenuissimis, longe superantibus, stipati, 8 spori, 50-75 × 7-9; sporae filiformes, continuae, hyalinae, pluriguttulatae, guttulae interdum quadratae.

Ob perithecia xylogena membranacea et ostiolo brevi inter *Ophiobolum* et *Ophioceras* ambigit.

Nei sorcoli morti denudati di *Sambucus nigra* L. S. Andrea del Taro, provincia di Parma.

31. **Calospora ambigua** Passer. hb. — Pustulae subcorticales peritheciis subcircinantibus formatae, ostiolis in disco atro pustulas terminante vix visibilibus. Asci clavati, aparaphysati, 8spori, 125-150 × 17-18; sporae fusiformes subdistichae triseptatae, chlorino-hyalinae, 35-45 × 7-8.

A *Pseudovalsa longipede* (Tul.) Sacc. cui affinis, ostiolis vix perspicuis, sporisque

crassioribus haud fucatis distinguenda videtur, An ob sporas chlorino-hyalinas (pale green), *Valsa arcuata* Curr. Linn. trans. XXII fig. 167 huc ducenda?

Su ramicelli secchi sternati di Quercia. Collecchio, provincia di Parma.

32. **Nectria miliaria** Passer. hb. — Perithecia minuta, globosa vel ovata, solitaria vel pauca aggregata, primo tecta, dein per epidermidem perforatam emersa, sordide aurantiaca, ostiolo obtuso perforato interdum collapsa, contextu minute celluloso, luteo-aurantiaco. Asci paraphysati, subclavati, attenuato-stipitati, 8spori, 50-80 × 5-7,5; sporae distichae fusiformes, rectae vel curvulae, medio tenuiter septatae hyalinae, 25-35 × 4-5.

Adest status secundarius, periteciis similibus, spermatiis minutis allantoideis.

In rami secchi di *Ulmus campestris* L. Vigheffio, provincia di Parma.

33. **Microthyrium anceps** Passer. hb. — Perithecia superficialia scutiformia, circa maculas pallide rubiginosas circinantia vel in matrice immutata sparsa, atra, nitidula, orbicularia vel elliptica, aut etiam linearia, plana vel leniter carinata, aut varie rugosula, haud pertusa, pressione longitrorsus fissilia, contextu obscure celluloso fuligineo vel subanisto, margine integro. Asci aparaphysati, globosi, 25 μ diam. vel ovales, 35 × 25, brevissime constricto-pedicellati, 8spori; sporae elliptico-fusiformes conglobatae, medio septatae, vix constrictae, hyalinae, 12,5-15 × 5-6.

Su foglie sternate di Pino al Sasso, provincia di Bologna, raccolte dall'amico prof. Cugini.

34. **Phacidium Phylireae** Passer. hb. — Hypophyllum, orbiculatum, nigricans, in lacinias tres-sex dehiscens. Asci tubulosi basi breviter attenuati, paraphysibus filiformibus, subaequantibus, inferne pallidis, superne cinnamomeis, stipati, 8spori, 52-62 × 7; sporae subfusiformes, integrae, hyalinae, oblique monostichae, 10 × 2,5-3.

Nelle foglie sternate di *Phylirea variabilis* Timb. a Porto di Veruda nell'Istria meridionale, raccolte dal prof. Solla.

35. **Exoascus Emiliae** Passer. hb. Maculae subdiscoideae variae, primo albido-griseae, dein exaridae, fuscae, tandem circumscissae elabentes. Asci in macula plana hypophylli, sparsi vel subgregarii, tubulosi vel basim versus plus minus angustati, utrinque rotundati, cellula basilari non visa, 12-15 × 6-7,5sporae octonae, globosae, distichae vel conglobatae, hyalinae, 2,5-3 μ diam.

Nelle foglie del *Celtis australis* L.; al nome di mia Figlia. Vigheffio presso Parma. Maggio-Giugno, 1890.

36. **Phyllosticta microspila** Passer. hb. — Maculae irregulares parvulae fuscae brunneo-limitatae, perithecia epiphylla, atra, sparsa; sporae oblongae, ad apices attenuatae hyalinae 10 × 3.

Ph. viticola Thüm. Fungi viticoli, pag. 188, quamvis sporarum magnitudine proxima, differt maculis amplis interdnm confluentibus, peritheciis amphigenis vel hypophyllis et sporis ad apices non attenuatis.

Nelle foglie di Vite selvatica nei boschi di Collecchio, provincia di Parma.

37. **Phyllosticta sardoa** Passer. hb. — Maculae amplae, exaridae candicantes, fusco-cinctae: perithecia illis Pyrenophorae coronatae var. *Evonymi*, similia, amphygena; sporae elongato-fusiformes, integrae, hyalinae, endoplasmate granuloso, 18-22,5 × 5-7, basidiis subaequilongis fultae.

Nelle foglie languenti di *Evonymus japonica* Thnbg. Sassari e Livorno.

38. **Phyllosticta piriseda** Passer. hb. — Perithecia epiphylla lenticularia, prominula, in maculis parvulis discoideis albicantibus saepe circinata. Sporae ovoideo-oblongae hyalinae, 2,5-3 × 1,5.

A *Ph. pirina* Sacc. differt sporis brevioribus angustioribusque; et ob maculas evidentes, perithecia saepius ordinata, sporasque paullo grandiores, a *Ph. piricola* Sacc. pariter diversa.

Sulle foglie languenti di *Pirus communis* L. insieme ad *Asteromella bacillaris* Passer. et Beltr. Parma.

39. **Phoma arcuata** Passer. hb. — Perithecia punctiformia atra 125 μ diam. ostiolo pertuso albido, epidermidem vix sublevantia. Sporae cylindricae arcuatae integrae hyalinae, 14-15 × 1,3, sterigmatibus filiformibus longiusculis fultae.

Nelle foglie sternate di *Evonymus japonicus* Tnbg. Livorno.

40. **Phoma Poterii** Passer. hb. — Perithecia sparsa, epidermidem sublevantia et longitudinaliter findentia, ovalia, atra, contextu membranaceo celluloso fuligineo. Sporae innumerae bacillares, plurinucleolatae, rectae, hyalinae, basidiis brevibus fultae, 10-12 × 1.

Nei cauli secchi di *P. Sanguisorba* L. Parma.

41. **Phoma Hyssopi** Passer. hb. — Perithecia subcutanea ovalia, atra; sporae minutae, allantoideae, hyalinae, basidiis bacillaribus crassioribus, hyalinis, fultae.

Nei ramuscoli secchi di *H. officinalis* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

42. **Phoma Aloysiae** Passer. hb. — Perithecia sparsa, minuta, globoso-conica, tecta, ostiolo acuto vix erumpente, atra, contextu minute celluloso olivaceo-fusco. Sporae innumerae, bacillares, rectae vel leniter curvae, eguttulatae, hyalinae, 7,5-12,5 × 2; basidia non visa.

Nei rami secchi di *Aloysia citriodora* Ort. et Palav. Parma, nel R. Orto Botanico.

43. **Aposphaeria longipes** Passer. hb. — Perithecia superficialia, sparsa vel subgregaria, pusilla, subglobosa, minute ostiolata; sporae cylindricae, eguttulatae, rectae, hyalinae, 5-6 × 1.5, basidiis filiformibus, multoties longioribus, fultae.

Sul taglio trasverso di un ramo di *Chimonanthus fragrans* Lindl. Parma, nel R. Orto Botanico.

44. **Macrophoma Tamaricis** Passer. hb. — Perithecia gregaria per corticis fissuram longitudinalem erumpentia, globosa, atra; sporae fusiformes integrae, hyalinae 18-25 × 5-6; endoplasmate granuloso, basidiis filiformibus suffultae.

Nei ramicelli della *Tamarix gallica* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

45. **Macrophoma sinensis** Passer. hb. — Perithecia solitaria, subcutanea, per epidermidem longitrorsus fissam vix erumpentia, fusca; sporae oblongae subfusiformes, rectae, eguttulatae, hyalinae, 13-20 × 5, sterigmatibus crassiusculis, rectis, aequantibus vel longioribus fultae.

Nelle foglie morte di *Cunningamia sinensis* R. Br., Parma, nel R. Orto Botanico.

46. **Chaethophoma Sollae** Passer. hb. — Hypophylla, sparsa, vel maculaeformis, hyphis bissoideis repentibus parcis fuligineis; perithecia globosa, fusca,

gregaria vel sparsa, 30-75 μ diam., contextu fibroso, fumido; sporae bacteroideae hyalinae, 2,5 × 1,5.

A speciebus omnibus quercicolis a *Cookio* in Grevillea descriptis (vol. 7, p. 24, tab. 118, f. 1-3) videtur diversa.

Nelle foglie della *Quercus pubescens* Wild. presso Trieste ove fu raccolta dal prof. Solla.

47. **Vermicularia microchaeta** Passer hb. — Perithecia in maculis exaridis albicantibus sparsa, punctiformia, atra, basi setulis rigidis, integris, fuscis, 40-50 μ long. cincta. Sporae elongatae, rectae, utrinque rotundatae, hyalinae, 12,5-15 × 4-5.

Nelle foglie vive di *Camellia japonica* L, Parma, nel R. Orto Botanico.

48. **Dothiorella Chimonanthi** Passer. hb. — Perithecia caespitoso-aggregata, erumpentia, globosa vel depressa, atra; sporae ovales, hyalinae, integrae, 5-7,5 × 2,5-3, basidiis fasciculatis, continuis, ramosis, 20 μ circiter longis, fultae.

Occurrunt quoque perithecia prorsus similia sed sporis bacillaribus minutissimis hyalinis repletae, basidiisque nullis visis. An *Dothiorellae* forma altera?

Nei ramicelli aridi del *Chimonanthus fragrans* Lindl. Parma, nel R. Orto Botanico.

49. **Cytosporella aculeorum** Passer. hb. — Stroma subsuperficiale, sphaeroideum, atrum, nitidum, pauciloculare, sporae minutissimae, ovoideae oblongae, cirris longissimis protrusae, acervatim pallide olivaceae, singulatim hyalinae.

Negli aculei della *Rosa canina* L. Vigheffio.

50. **Cytospora evonymella** Passer. hb. — Stroma subcutaneo-erumpens, subglobosum, pluriloculare, atrum; sporae minimae, allantoideae, hyalinae, 2,5 × 0,5, basidiis fasciculatis, bacillaribus, longioribus crassioribusque, fultae.

Su foglie sternate di *Evonymus japonicus* Tbg. Livorno.

51. **Sphaeropsis viticola** Passer. hb. — Perithecia globosa atra, lineatim digesta vel subgregaria vel etiam solitaria, ostiolo papillari. Sporae ellipticae, ovatae vel subglobosae, fuligineae, interdum biguttulatae, sed semper integrae, regulares! 12,5-20 × 7,5-10.

A *Sph. fabaeformi* (Passer. et Thüm.) sporis regularibus angustioribus diversa.

In sarmenti sternati di *Vitis vinifera* L. Parma.

52. **Sphaeropsis Xylostei** Passer. hb. — Perithecia insculpta, sparsa vel subgregaria, sphaeriaeformia rugulosa atra, ostiolo papillari, nitidulo, pertuso; sporae ellipticae, integrae, fuligineae, 15 × 7,5.

Nel legno fracido denudato di *Lonicera Xylosteum*. Vigheffio.

53. **Sphaeropsis acicola** Passer. hb. — Perithecia superficialia, sparsa vel subgregaria, parvula, globosa, carbonacea, ostiolo pertuso; sporae ovales fuscae, margine tenui hyalino, 12,5-15 × 7,5-10, basidiis bacillaribus longis hyalinis fultae.

Nelle foglie fracide del *Pinus austriaca* Host. Parma, nel R. Orto Botanico.

54. **Sphaeropsis subdola** Passer. hb. — Perithecia solitaria? sparsa, erumpentia, atra, contextu, carbonaceo; sporae ellipticae, primo hyalinae, deinde flavae, tandem castaneae, semper integrae! 15-18 × 8-10.

Nei cauli secchi di *Geitonoplesium angustifolium*. Roma, Panisperna.

55. **Diplodia centrophila** Passer. hb. — Perithecia sparsa, punctiformia, atra, epidermide nigrefacta tecta; sporae minutae, ovatae castaneae, 7,5 × 5.

Negli aculei della *Rosa canina* L. Vigheffio.

56. **Diplodia tarentina** Passer. hb. — Perithecia minuta, per epidermidem fissam erumpentia, atra; sporae plus minus elongatae, ellipticae, medio septatae, non constrictae, fuligineae, 15-17,5 × 5-7.

Nei ramicelli secchi del *Myrtus tarentina* Mill. Parma, nel R. Orto Botanico.

57. **Diplodia Opuli** Passer. hb. — Perithecia subseriatim digesta, epidermidem perforantia, globosa, atra, ostiolo brevi, conico, contextu celluloso fusco-caerulescente, circumscisse decidua. Sporae ellipticae, diu integrae, hyalinae, tandem septatae, sordide lutescentes non constrictae, 20 ×10-12.

Nei rami annuali morti del *Viburnum Opulus* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

58. **Diplodia Aparines** Passer. hb. — Perithecia sparsa, erumpentia, globoso-conica, atra; sporae ellipticae diu integrae, hyalinae, tandem septatae, non constrictae, fuligineae, non vel vix pedicellatae, 20-25 × 10-12.

Perithecis sparsis et sporis non constrictis a *D. herbarum* diversa.

Nei cauli morti del *Galium Aparines* L. Parma nel suburbio.

59. **Diplodia Rosmarini** Passer. hb. — Perithecia subcutanea, non erumpentia, tandem cortice soluto, nudata, atra, ligno adnata, subglobosa, ostiolo papillari; sporae ellipticae, medio septatae et constrictae, loculis aliquantum inaequalibus guttulatis, 15-20 × 8 11, castaneo-fuscae.

Nei rami secchi di *R. officinalis* L. a Talignano, provincia di Parma.

60. **Diplodia discriminanda** Passer. hb. — Perithecia pauca, gregaria vel solitaria? minuta subglobosa erumpentia, atra; sporae ellipticae, primo flavae, tandem castaneo-fuscae, semper ad medium septatae! non vel plus minusve constrictae, 15-22 × 8-10.

Nei cauli secchi di *Geitonoplesium angustifolium*. Roma, Panisperna.

61. **Ascochyta heterophragmia** Passer. hb. — Maculae exaridae, albicantes, fusco-marginatae. Perithecia sparsa punctiformia, ostiolo imperspicuo, atra, contextu celluloso e luteo fuscidulo; sporae innumerae, lanceolatae vel elongatae, 10-17, 5 × 2,5-3, medio septatae, interdum e longioribus nonnullae triseptatae, acervatim visae melleae, singulae hyalinae.

Ab *Ascochyta minutissima* Passer. Rev. Mycol. Jul. 1887, situ et sporis grandioribus distinguenda.

Nelle foglie languenti di *Camellia japonica* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

62. **Ascochyta Evonymi** Passer. hb. — Maculae amplae, exaridae, candicantes, fusco-cinctae. Perithecia epiphylla sparsa punctiformia atra, ostiolo acuto erumpente; sporae lanceolatae, medio septatae non constrictae, hyalinae, 5-6 × 2-2,5.

Nelle foglie vive dell'*E. japonicus* Thbg. Sassari, raccolto dal dott. Binna.

63. **Ascochyta sambucella** Passer. hb. — Perithecia superficialia, subgregaria, minuta, globosa, atra, membranacea; sporae lanceolatae, medio septatae, non constrictae, hyalinae, 10 × 2,5.

In un sorcolo fracido di *Sambucus nigra* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

64. **Ascochyta Symphoricarpi** Passer. hb. Perithecia crebre sparsa, minuta,

tecta, ostiolo punctiformi atro, epidermidem leniter sublevante, emerso; sporae fusiformes, medio septatae non constrictae, hyalinae, 12 × 2,5.

Nei ramicelli vivi di *S. racemosus* Mchx. Parma.

65. **Ascochyta lacustris** Passer hb. — Perithecia crebre sparsa vel subgregaria, punctiformia, subcutaneo-erumpentia, membranacea nigra; sporae ellipticae, medio septatae, non vel vix constrictae, 5-8 × 2,5-3 acervatim visae fumosae, singulatim hyalinae.

Negli steli fracidi di *Scirpus lacustris* L. Roma.

66. **Hendersonia heterospora** Passer hb. — Perithecia sparsa, saepe seriatim digesta, primo tecta, dein erumpentia, innata, subglobosa, atra, contextu membranaceo, celluloso, fuscidulo; sporae castaneo-fuscae, longitudine varia, breviores naviculares triseptatae, 12 × 5, immixtis longioribus fusiformibus, 3-5, raro 7septatis, 18-20 × 5.

Nelle guaine morte dell'*Arundo Phragmites* L. Vigheffio.

67. **Hendersonia Punicae** Passer. hb. — Perithecia sparsa vel subgregaria, globosa, atra, per epidermidem longitudinaliter fissam erumpentia; sporae ellipsoideae vel piriformes, triseptatae, ad septa crassiuscula fuscae, caeterum fumosae, 12,5 × 5; basidia filiformia, hyalina, sporis longiora.

Nei ramicelli morti di *P. Granatum* L. Vigheffio.

68. **Hendersonia sarmentorum** West. var. *galiicola* Passer. hb. — Perithecia sparsa subcutanea fusca; sporae ellipsoideae, fuscidulae, triseptatae, 12 × 5; basidia non visa.

Nei cauli secchi di *Galium Aparines* L. Parma.

69. **Hendersonia populina** Passer. hb. — Maculae epiphyllae, discoideae, griseo-albidae, interdum confluentes; perithecia sparsa, tecta, globosa; sporae ellipticae, utrinque subacutae, triseptatae, non constrictae, fuscidulae, 12,5 × 5.

Nelle foglie languenti di *Populus alba* L. Vigheffio.

70. **Hendersonia Asparagi** Passer. hb. — Perithecia in maculis albidis punctiformia, atra; sporae subcylindricae, 3septatae, melleae, 22,5 × 2,5-3.

An pycnidium *Leptosphaeriae punctoideae* Karst, in iisdem caulibus obviae?

Negli steli morti di *A. officinalis* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

71. **Stagonospora Dulcamarae** Passer. hb. — Perithecia sparsa, solitaria vel pauca gregaria, concrescentia, rugosula, ad basim contracta, nigra, contextu celluloso amoene cyaneo; sporae fusiformes, curvae 5septatae, hyalinae, 30 × 4.

Probabiliter status pycnidicus *Gibberellae* sp.

Nei rami morti di *Solanum Dulcamara* L. Parma.

72. **Camarosporium Cneori** Passer. hb. — Perithecia crebre sparsa, cortice immersa, minuta, nigra, contextu celluloso, fuligineo: sporae ellipticae vel ovatae, primo integrae, dein uni-triseptatae, non constrictae, loculis nonnullis septo longitudinali vel obliquo divisis, flavae, basidiis brevibus hyalinis fultae, 10-12 × 5.

Nei ramicelli secchi di *Cneorum tricoccum*. Roma, Panisperna.

73. **Camarosporium aculeorum** Passer. hb. — Perithecia sparsa, subepidermoidea, lenticularia, atra, 175-200 μ diam., basi hyphis fuligineis cincta; sporae ellipticae vel cuneiformes, 4septatae, subcurvulae, loculis nonnullis septulo longitudinali divisis, 18-22,5 × 9-11.

Negli aculei della *Rosa canina* L. Vigheffio.

74. **Camarosporium Poterii** Passer. hb. — Perithecia sparsa vel subgregaria, tecta, epidermidem sublevantia, ostiolo acuto erumpente, contextu minute celluloso, fuligineo. Sporae irregulariter ellipsoideae, 5-7septatae, ad septa constrictae, muriformes, 25-37 × 10-12 flavae, sterigmatibus hyalinis, brevibus, flexuosis fultae.

Probabiliter *Pleosporae Passerinianae* Berl. status pycnidicus.

Nei ramicelli del *Poterium Sanguisorba* L. Vigheffio, presso Parma.

75. **Camarosporium Helichrysi** Passer. hb. — Perithecia sparsa, erumpentia, atra, globosa, contextu fuligineo, obscure celluloso; sporae ellipticae triseptatae, non constrictae, loculis septo mediano longitudinali continuo divisis, 12,5 × 5-6.

Nei cauli secchi di *Helicrhysum Stoechas* Gaertn. Vigheffio.

76. **Camarosporium affine** Passer hb. — Perithecia aggregata, erumpentia, globosa, ostiolo vix papillato, epidermide rupta cincta, atra, sublaevia. Sporae saepius exacte ellipticae, initio hyalinae, uniseptatae, tandem castaneae, triseptatae! loculis intermediis, vel subinde etiam polaribus, longitrorsus divisis, 10-15 × 5-6.

Sporis minoribus, nunquam 5-7septatis ab affini *Camarosporio Mori* Sacc. distinguitur.

In un ramicello morto di *Morus alba* L. insieme a *Sphaeropsis*. Parma.

77. **Camarosporium Geitonoplesii** Passer. hb. — Perithecia ligno adnata, solitaria, globosa vel saepius lineatim digesta et etiam concreta, tecta, erumpentia, dein cortice consumpto, nudata, atra; sporae, ut in *Camarosporio Cneori*, sed paullo grandiores 10-15 × 5-6.

Nei cauli secchi di *Geitonoplesium angustifolium*, insieme a *Sphaeropsis* e *Diplodia*! Roma, Panisperna.

78. **Septoria evonymella** Passer. hb. — Perithecia epiphylla, crebre sparsa, tecta, atra, globosa, ostiolo crassiusculo, plus minus longo, recto vel inflexo; sporae bacillares, rectae, endoplasmate minutissimo granuloso, continuae, hyalinae, 30-60 × 2,5.

Nelle foglie sternate di *Evonymus japonicus* Thbg. Livorno.

79. **Septoria Alaterni** Passer. hb. — Maculae exaridae griseae, halone fusco cinctae. Perithecia epiphylla, pauca, erumpentia, interdum collapsa, atra; sporae subcylindricae curvae apicibus obtusis, basidiis longiusculis fultae, integrae, hyalinae, endoplasmate nubiloso, 20 × 3.

Nelle foglie vive del *Rhamnus Alaternus* L. Arezzo, Parma nel R. Orto Botanico.

80. **Septoria Arbuti** Passer. hb. — Maculae amplae, vagae, griseae, fusco-marginatae; perithecia amphygena, gregaria, punctiformia, tecta, passim circinantia; sporae cylindricae rectae vel curvulae, integrae, hyalinae, 10-15 × 1,3.

Nelle foglie languenti dell'*Arbutus Unedo* L. coltivato. Parma.

81. **Rhabdospora Poterii** Passer. hb. — Perithecia minuta sparsa, tecta, atra, ostiolo papillari erumpente; sporae bacillares continuae, rectae vel arcuatae, hyalinae, basidiis longiusculis hyalinis fultae, 20-30 × 1,5-2.

Nei rami secchi di *Poterium Sanguisorba* L. Parma.

Diplopeltis n. gen. (Leptostromaceae, phaeodidymae).

Perithecia dimidiato-scutata, parenchymatico-radiosa, centro umbonata, pertusa, sporae didymae fuscae.

82. **Diplopeltis Spartii** Passer. hb. — Perithecia crebre sparsa vel subgregaria, minuta, scutiformia, atra, opaca, umbone nitidulo, margine erosula, sporae subellipticae, medio septatae, non vel leniter constrictae, fuscae, 8-10 × 5.

Status pycnidicus *Scynesiae Caronae* Passer.

Su ramicelli cortecciati sternati di *Spartium junceum* L. Vigheffio, nel greto del torrente Baganza.

83. **Actinothyrium Holoschoeni** Passer. hb. — Perithecia sparsa vel laxe gregaria, orbiculato-scutiformia, applanata atra, contextu fibroso, medio compacto, margine breviter radiante, fibris apice vix solutis; sporae ut in *Actinothyrio graminis* Kunze.

Nei calami secchi dello *Scirpus Holoschoenus* L. Sant'Andrea del Taro, provincia di Parma.

84. **Amerosporium Menispermi** Passer. hb. — Perithecia sparsa vel gregaria, superficialia, atra, siccitate subglobosa vel ovata, madore cupulato-dilatata, contextu celluloso, setis rigidis continuis, longitudine varia, fuligineis, ad apicem acuminatum pellucidis, obsita; sporae fusiformes curvae, utrinque acutae, muticae, continuae, hyalinae, 15-20 × 3-3,5, basidiis filiformibus, fasciculatis, fulvidulis, 25-32 μ long. fultae.

Nei ramicelli secchi di *Menispermum canadense* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

85. **Gloeosporium Magnoliae** Passer. hb. — Maculae exaridae, griseo-fuscae, late fusco-marginatae; acervuli minuti, punctiformes, epiphylli, gregarii; sporae elongato-ellipticae, interdum 1-2 guttulatae, 8-12,5 × 3,5-4, integrae, hyalinae.

Nelle foglie vive della *M. fuscata* Andr. Parma.

86. **Gloeosporium campestre** Passer. hb. — Maculae discoideae, flavidae, haud marginatae, centro acervulos semper tectos foventes; sporae ellipticae, continuae, haud guttulatae, hyalinae, 6-7,5 × 2,5-3.

Nelle foglie vive dell'*Acer campestre* L. Vigheffio, presso Parma.

87. **Gloeosporium nubilosum** Passer. hb. — Acervuli sparsi vel laxe gregarii, subcutanei, fusci, epidermidem pustulaeformi-sublevatam vix centro perforantes; sporae ovales vel amygdalaeformes, 1-2guttulatae, nubilosae, hyalinae, 8-10 × 5-6; basidia obscura.

Sulla rachide delle foglie languenti di *Phoenix dactylifera* L. a Ceresolo, presso Rapallo, raccolto dal prof. G. M. Molfino.

88. **Didymosporium sepultum** Passer hb. — Acervuli subcutanei, pulvinati, seriatim digesti vel sparsi, epidermidem leniter sublevantes, sed non vel vix findentes; sporae lanceolato-fusiformes, medio septatae, non constrictae, olivaceae, 8-12 × 2,5-3, basidia filiformia, hyalina, sporis longiora.

Nei rami della *Muhlembeckia complexa*. Roma.

89. **Colletotrichum peregrinum** Passer. hb. — Maculae plus minus amplae, exaridae, fuscae; acervuli epiphylli, sparsi vel subgregarii, tecti, dein erumpentes, subglobosi, atri, basi setis rigidis, fuligineis, integris vel septatis, in apicem pellucidum acuminatis, circiter 75 × 2,5-3, cincti; sporae elongatae rectae, utrinque rotundatae, hyalinae, 2-3guttulatae, integrae, subinde spurie? medio septatae visae, 12-16 × 2,5-3, hyalinae, basidiis dense fasciculatis, filiformibus, fumido-pellucidis, 50 μ circiter longis, fultae.

Adest quoque *Phyllosticta* peritheciis eximie membranaceis, pertusis, sporis eguttulatis, hyalinis, 5-6 × 2,5. An. *Ph. disciformis* Penzig?

Nelle foglie vive dell'*Aralia Sieboldi* Hort. Parma.

90. **Colletotrichum gloeosporoides** (Penzig) var. *Hederae* Passer, hb. — Differt a typo setulis tortuosis semper integris inferne fuligineis, apice pellucidis, obtusis et subinde clavulatis: sporae fusiformes rectae vel curvulae, 18-20 × 5-6 hyalinae pluriguttulatae.

Nelle macchie arsiccie delle foglie vive di *Hedera Helix*. Parma nel giardino pubblico, Bologna in uno *square*.

91. **Stilbospora? anceps** Passer. hb. — Acervuli irregulares, tecti, depressi, atri; sporae elongato-ellipticae, vix vel non stipitatae, 3septatae, olivaceo-fuscae, 10-15 × 4-5.

Propter sporas subsessiles, haud inquinantes, inter *Stilbosporam* et *Coryneum ambigit*.

Sulle ghiande sternate di *Quercus Ilex* L. Nella Villa Reale di Caserta.

92. **Pestalozzia** (Monochaetia) **sarmenti** Passer. hb. — Acervuli sparsi, vel pauci lineatim gregarii, epidermidem sublevantes et per longitudinem findentes; sporae fusiformes, triseptatae, loculis duobus intermediis castaneis, extimis hyalinis, 12,5 × 5; seta terminali unica, recta vel declinata, sporam subaequante vel superante; basidia longissima, sporis pluries longiora.

Sulla vecchia scorza di sarmenti di vite. Vigheffio, presso Parma.

93. **Hyaloceras parmensis** Passer. hb. — Acervuli subcutanei, ex epidermidis rima longitudinali erumpentes, atri; sporae elongatae, fuscae, leniter curvae, 5septatae, 22-25 × 8-10, loculis polaribus minutis, hyalinis, setula obliqua hyalina, 8-10 μ longa, ornatis, basidia filiformia sporis longiora, hyalina.

Su ramicelli secchi, forse di *Tamarix gallica* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

94. **Trichosporium chordaceum** Passer. hb. — Caespitulis subglobosis atris gragariis, vel effusum; hyphae vage ramosae, fuscescentes, pellucidae, articulatae; sporae ovales vel elongatae, laeves, fuligineae, tandem atrae, 7,5-10 × 3, intus binucleatae, semper continuae.

In una corda fracida di canapa. Parma, nel R. Orto Botanico.

95. **Cladosporium condylonema** Passer. in Briosi e Cavara, Funghi Parassiti N° 76 (diagnosi).

Nelle foglie vive di *Prunus domestica* L. Parma.

96. **Cercospora Apii** var. *Carotae* Passer. hb. — Amphygena, maculae parvulae in folii lobulis fuscae, dein expansae; hyphae breves, fasciculatae, rectae, septulatae, hyalinae; sporae bacillares vel vix clavulatae, rectae, hyalinae, integrae vel interdum endoplasmate diviso, spurie septatae, 30-65 × 3,5-4.

Nelle foglie languenti e presto consunte della *Carota sativa* D. C. — Parma, negli orti.

97. **Sporodesmium dolichopus** Passer. in Thüm. Contr. Myc. Lus. 426 (sine diagnosi). Maculae amphigenae, fuscae, irregulares, angulosae, tandem confluentes; sporae clavatae, fuscidulae, 10-12 septatae, ad septa non vel vix constrictae, 75 × 12,5-15, loculis nonnullis septulo longitudinali divisis, pedicello hyalino inferne attenuato aequilongo, fultae.

Sulle foglie languenti del *Solanum tuberosum* L. forse parassita nelle macchie della *Phytophtora infestans.* De Bary. Parma.

98. **Stigmella Celtidis** Passer. hb. — Caespituli hypophylli, nervo mediano insidentes, solitarii vel aggregati, globulosi, atri, nunquam hyalini nec virides visi; sporae e sporodochio celluloso oriundae, aggregatae, oblongae, cuneatae vel subglobosae, bi-pluriseptatae, septo longitudinali divisae, stipite brevi, hyalino, fultae, 17-32 × 10-17,5, atrae.

A *Stigmella Castagneana* Sacc. sporis grandioribus non constrictis saltem differt.

Nelle foglie sternate di *Celtis australis* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

99. **Coniothecium viticolum** Passer. hb. — Acervuli minuti, punctiformes, atri, crebre sparsi; sporae forma et magnitudine variae, globulosae, oblongae ellipticae, uni-pluriseptatae vel cruciatim partitae aut muriformes, 5-7 μ diam., vel 10-15 × 5-8, fuligineae, loculis non guttulatis.

Nella vecchia scorza di vite, presso Parma.

100. **Trichaegum Dulcamarae** Passer. hb. — Acervuli hypodermei, erumpentes, globosi, fusci, pulvurulenti, stromate cellulis minutis subglobosis contexto, innati; hyphae erectae flexuosae, fuscidulae, apice pellucidae, septatae, circiter 75 × 2,5-3; sporae obovatae, basi attenuatae, tri-multiseptatae et muriformes, fuligineae, pellucidae, ut plurimum 20-50 × 12-20, stipite hyalino, continuo, recto vel flexuoso, 25-30 μ longo, fultae.

Nei ramicelli morti di *Solanum Dulcamara* L. Parma, nel R. Orto Botanico.

Sullo sviluppo in serie delle funzioni sigma iperellittiche.

Memoria del Socio F. BRIOSCHI

presentata nel luglio del 1890.

1.° Sia:

$$f(x) = A_0 x^n + nA_1 x^{n-1} + \cdots + A_n = A_0 \underset{m}{\Pi}(x - a_m)$$

nella quale $n = 2(\varrho + 1)$; il polinomio sotto il segno radicale nell' integrale normale iperellittico. È noto pei lavori del prof. Klein che le 4^ϱ funzioni sigma si distinguono nel modo seguente.

Posto:

$$\varphi(x) = \alpha_0 x^{\varrho+1-2\mu} + (\varrho + 1 - 2\mu)\alpha_1 x^{\varrho-2\mu} + \cdots + \alpha_{\varrho+1-2\mu}$$

$$\psi(x) = \beta_0 x^{\varrho+1+2\mu} + (\varrho + 1 + 2\mu)\beta_1 x^{\varrho+2\mu} + \cdots + \beta_{\varrho+1+2\mu}$$

ed:

$$f(x) = \varphi(x)\psi(x)$$

quelle 4^ϱ funzioni si ottengono ponendo $\mu = 0, 1, 2 \ldots \frac{\varrho}{2}$ oppure $\frac{\varrho+1}{2}$ secondo che ϱ è pari o dispari.

È noto altresì per gli stessi lavori del prof. Klein (1) che i vari termini dello sviluppo in serie di ciascuna di quelle funzioni sigma sono covarianti simultanei delle due forme:

$$\varphi(x_1, x_2), \qquad \psi(x_1, x_2)$$

corrispondenti alla funzione sigma che si considera, e ad una terza forma:

$$u = u_\varrho x_1^{\varrho-1} - (\varrho - 1) u_{\varrho-1} x_1^{\varrho-2} x_2 + \cdots + (-1)^{\varrho-1} u_1 x_2^{\varrho-1}$$

$u_1, u_2 \ldots u_\varrho$ essendo gli ordinari argomenti di una funzione théta iperellittica.

Il prof. Wiltheiss ha dato nei volumi 31 e 33 dei *Mathematische Annalen*, le equazioni differenziali generali alle quali soddisfano quelle funzioni sigma, ed è giovandosi di queste che nei casi di $\varrho = 1$, $\varrho = 2$ si ottenne lo sviluppo in serie delle corrispondenti funzioni sigma.

La formola generale del sig. Wiltheiss è la seguente:

$$(1) \qquad \begin{aligned} &\tfrac{1}{4}\Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta} \frac{d^2\sigma}{du_\alpha\, du_\beta} + \Sigma k_{\alpha\beta}\, u_\alpha \frac{d\sigma}{du_\beta} + \tfrac{1}{2}\sigma \Sigma l_{\alpha\beta}\, u_\alpha u_\beta + \\ &+ n[\delta(\sigma) + \sigma D^{-1}\delta(D)] = 0 \qquad (\alpha, \beta = 1, 2 \ldots \varrho) \end{aligned}$$

(1) Klein, *Ueber hyperelliptische Sigmafunctionen.* Math. Annalen. Bd. XXVII, XXXII. — Burkhardt, *Beiträge zur Theorie der hyperelliptischen Sigmafunctionen.* Math. Annalen. Bd. XXXII.

nella quale:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D}_\varphi^{\frac{1}{8}} \mathrm{D}_\psi^{\frac{1}{8}}$$

e D_φ, D_ψ sono i discriminanti delle due forme φ, ψ corrispondenti a quella σ. Il simbolo di operazione δ, denominato procedimento di Aronhold, si definisce così. Sia:

$$g(x) = f_{111}(v)\,x^3 + 3f_{112}(v)\,x^2 + 3f_{122}(v)\,x + f_{222}(v)$$

nella quale $f_{111}(v)$, $f_{112}(v)$... sono le derivate terze di $f(v_1, v_2)$ divise per $n(n-1)(n-2)$; e pongasi:

$$\mathrm{F}(x) = \frac{g_1 f_2 - g_2 f_1}{x - v}$$

essendo $f_1 = \frac{1}{n}\frac{df}{dx_1}$, $g_1 = \frac{1}{3}\frac{dg}{dx_1}$...; la funzione $\mathrm{F}(x)$ sarà del grado n in x. Ponendo:

$$\mathrm{F}(x) = \mathrm{F}_0 x^n + n\mathrm{F}_1 x^{n-1} + \cdots + \mathrm{F}_n$$

il simbolo δ rappresenta la seguente operazione:

$$\delta \mathrm{V} = \mathrm{F}_0 \frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{A}_0} + \mathrm{F}_1 \frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{A}_1} + \cdots + \mathrm{F}_n \frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{A}_n}$$

ed in essa $\mathrm{F}_0(v_0, v_2)$, $\mathrm{F}_1(v_1, v_2)$... sono forme dell'ordine $n - 4$.

I coefficienti dei covarianti simultanei termini della serie di una sigma, ad eccezione del caso in cui $2\mu = \varrho + 1$, essendo funzioni di $\alpha_0, \alpha_1 ...$; $\beta_0, \beta_1 ...$ è d'uopo considerare l'operazione δ rispetto alla φ ed alla ψ.

Il sig. Wiltheiss ha dimostrato che ponendo:

$$(2)\quad \begin{aligned} n^2(x-v)\,\Phi(x) &= (\varrho+1-2\mu)[n(g_1\varphi_2 - g_2\varphi_1) + (\varrho+1+2\mu)\,\varphi(x)(x\gamma_1+\gamma_2)] \\ n^2(x-v)\,\Psi(x) &= (\varrho+1+2\mu)[n(g_1\psi_2 - g_2\psi_1) - (\varrho+1-2\mu)\,\psi(x)(x\gamma_1+\gamma_2)] \end{aligned}$$

nelle quali γ è la funzione di v dell'ordine 2ϱ:

$$\gamma = (\varphi\psi)$$

e γ_1, γ_2 le derivate di essa rispetto a v_1, v_2 divise per 2ϱ; posto:

$$\Phi(x) = \Phi_0 x^{\varrho+1-2\mu} + (\varrho + 1 - 2\mu)\,\Phi_1 x^{\varrho-2\mu} + \cdots$$

$$\Psi(x) = \Psi_0 x^{\varrho+1+2\mu} + (\varrho + 1 + 2\mu)\,\Psi_1 x^{\varrho+2\mu} + \cdots$$

e:

$$\delta_\varphi \mathrm{V} = \Phi_0 \frac{d\mathrm{V}}{d\alpha_0} + \Phi_1 \frac{d\mathrm{V}}{d\alpha_1} + \cdots$$

$$\delta_\psi \mathrm{V} = \Psi_0 \frac{d\mathrm{V}}{d\beta_0} + \Psi_1 \frac{d\mathrm{V}}{d\beta_1} + \cdots$$

si ha:

$$\delta \mathrm{V} = \delta_\varphi \mathrm{V} + \delta_\psi \mathrm{V}.$$

2.° Le operazioni δ_φ, δ_ψ si possono opportunamente trasformare sostituendo alle derivate rispetto ai coefficienti, quelle rispetto alle radici a_r della equazione $\varphi = 0$ ed a_s della $\psi = 0$. Si ottengono così le formole:

$$n\delta_\varphi \mathrm{V} = -\Sigma_r \frac{g(a_r)}{v - a_r}\frac{d\mathrm{V}}{da_r} + \frac{np}{\alpha_0}\Phi_0 \mathrm{V}$$

$$n\delta_\psi \mathrm{V} = -\Sigma_s \frac{g(a_s)}{v - a_s}\frac{d\mathrm{V}}{da_s} + \frac{nq}{\beta_0}\Psi_0 \mathrm{V}$$

essendo p, q i gradi di V rispetto ai coefficienti $\alpha_0, \alpha_1 ...$ ed ai coefficienti $\beta_0, \beta_1 ...$.

Ora essendo:

$$\frac{dD_\varphi}{da_r}=D_\varphi\frac{\varphi''(a_r)}{\varphi'(a_r)},\quad \frac{dD_\psi}{da_s}=D_\psi\frac{\psi''(a_s)}{\psi'(a_s)}$$

si ottiene la:

$$nD^{-1}\delta_\varphi D=-\tfrac{1}{8}\Sigma_r\frac{g(a_r)\varphi''(a_r)}{(v-a_r)\varphi'(a_r)}+\tfrac{1}{4}\frac{n(\varrho-2\mu)}{\alpha_0}\Phi_0$$

ed analogamente per $\delta_\psi D$.

Da queste si deducono le:

$$nD^{-1}\delta_\varphi D=\tfrac{1}{8}(\varrho+1-2\mu)(\varrho-2\mu)\left[\frac{\varrho+1+2\mu}{\varrho+1}\gamma_1-\psi\varphi_{11}+f_{11}\right]$$

$$nD^{-1}\delta_\psi D=\tfrac{1}{8}(\varrho+1+2\mu)(\varrho+2\mu)\left[-\frac{\varrho+1-2\mu}{\varrho+1}\gamma_1-\varphi\psi_{11}+f_{11}\right]$$

e ponendo in queste per f_{11}, γ_1 i loro valori in φ, ψ:

$$nD^{-1}\delta_\varphi D=-\tfrac{1}{16}\frac{[(\varrho+1)^2-4\mu^2][\varrho^2-4\mu^2]}{\varrho(2\varrho+1)}(\varphi\psi)_2$$

ed identicamente per $\delta_\psi D$; per ciò:

$$nD^{-1}\delta D=-\tfrac{1}{8}\frac{[(\varrho+1)^2-4\mu^2][\varrho^2-4\mu^2]}{\varrho(2\varrho+1)}(\varphi\psi)_2; \tag{3}$$

si ha così il teorema:

Il valore di $\frac{1}{D}\delta D$ è eguale a zero pei due casi di $2\mu=\varrho+1$, $2\mu=\varrho$; in tutti gli altri è eguale al covariante simultaneo $(\varphi\psi)_2$ moltiplicato per un coefficiente numerico.

3.° Supponiamo lo sviluppo in serie di una funzione sigma rappresentato dalla:

$$\sigma=L+M+N+\cdots.$$

Risulta dalla equazione differenziale (1) che se L è del grado $m-2$ rispetto alle $u_1, u_2 \dots u_\varrho$, sarà M del grado m, N del grado $m+2$ e così di seguito. Inoltre dalla stessa equazione differenziale si dedurranno le:

$$(4)\quad \begin{cases}\tfrac{1}{4}\Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta}\dfrac{d^2M}{du_\alpha du_\beta}+\Sigma k_{\alpha\beta}u_\alpha\dfrac{dL}{du_\beta}+n[\delta(L)+LD^{-1}\delta(D)]=0\\[2ex] \tfrac{1}{4}\Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta}\dfrac{d^2N}{du_\alpha du_\beta}+\Sigma k_{\alpha\beta}u_\alpha\dfrac{dM}{du_\beta}+\tfrac{1}{2}L\Sigma l_{\alpha\beta}u_\alpha u_\beta+\\ \quad +n[\delta(M)+MD^{-1}\delta(D)]=0\end{cases}$$

la quale ultima sussiste per tre qualsivogliano termini consecutivi della serie.

Il prof. Klein nel secondo dei lavori sopra citati ha dato una espressione generale pel primo termine L della serie per ciascuna funzione sigma.

Pel caso in cui $\mu=0$ e quindi le φ, ψ ciascuna del grado $\varrho+1$, essendo $L=1$, la prima delle (4) e la (3) danno:

$$\tfrac{1}{2}\Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta}\frac{d^2M}{du_\alpha du_\beta}=\tfrac{1}{4}\frac{\varrho(\varrho+1)^2}{2\varrho+1}(\varphi\psi)_2. \tag{5}$$

Il secondo termine della serie M deve in questo caso, per quanto si è osservato più addietro, essere un covariante simultaneo delle tre forme $\varphi(x_1,x_2)$, $\psi(x_1,x_2)$, $u(x_1,x_2)$ del grado secondo rispetto alle $u_1, u_2 \dots u_\varrho$. Posto:

$$b=\varphi_{11}\psi_{22}-2\varphi_{12}\psi_{12}+\varphi_{22}\psi_{11}$$

dove le derivate sono prese rispetto ad x, la espressione:

$$(bu^2)_{2\rho-2} = b(u_1, u_2 \dots u_\rho)$$

soddisfa a quelle condizioni.

Ora quest'ultima si ottiene dalla $(\varphi\psi)_2$ superiore ponendo in essa in luogo delle $v^{2\rho-2}$, $v^{2\rho-3}, \dots v, 1$, i coefficienti di $x_2^{2\rho-2}$, $-x_2^{2\rho-3}x_1, \dots -x_2 x_1^{2\rho-3}$, $x_1^{2\rho-2}$ divisi pei corrispondenti coefficienti numerici in u^2; ossia

$$u_1^2, u_1 u_2, \frac{1}{2\varrho-3}[(\varrho-1)u_2^2 + (\varrho-2)u_1 u_3], \dots u_{\rho-1} u_\rho, u_\rho^2.$$

Per questa sostituzione nella ipotesi di $\varrho = 2$ il primo membro della equazione (5) diventa eguale ad M e si ha, come è noto,

$$M = \tfrac{9}{10}\, b(u_1, u_2).$$

La stessa proprietà si verifica per ϱ qualsivoglia. Sia, per esempio, $\varrho = 4$, essendo $b = b_0 x_1^6 + 6b_1 x_1^5 x_2 + \cdots$ si avrà:

$$(bu^2)_6 = b(u_1, u_2, u_3, u_4) = b_0 u_1^2 + 6b_1 u_1 u_2 + 3b_2(2u_1 u_3 + 3u_2^2) +$$
$$+ 2b_3(u_1 u_4 + 9u_2 u_3) + 3b_4(2u_2 u_4 + 3u_3^2) + 6b_5 u_3 u_4 + b_6 u_4^2$$

ed il primo membro della (5) per la stessa sostituzione diventa:

$$M + \tfrac{1}{5}\left\{ v_2\left[\frac{d^2M}{du_2^2} - 3\frac{d^2M}{du_1\,du_3}\right] + v_1\left[\frac{d^2M}{du_2\,du_3} - 9\frac{d^2M}{du_1\,du_4}\right] + v_0\left[\frac{d^2M}{du_3^2} - 3\frac{d^2M}{du_2\,du_4}\right]\right\}$$

essendo:

$$v_2 = u_1 u_3 - u_2^2, \quad 2v_1 = u_1 u_4 - u_2 u_3, \quad v_0 = u_2 u_4 - u_3^2$$

i coefficienti di $v = \frac{1}{2}(uu)_2$. Ma pel valore superiore di b:

$$\frac{d^2b}{du_2^2} = 3\frac{d^2b}{du_1\,du_2}, \quad \frac{d^2b}{du_2\,du_3} = 9\frac{d^2b}{du_1\,du_4}, \quad \frac{d^2b}{du_3^2} = 3\frac{d^2b}{du_2\,du_4}$$

e siccome vedesi facilmente che questa proprietà ha luogo per ϱ qualunque, si giunge al teorema.

Il secondo termine M della serie di ciascuna funzione sigma corrispondente a $\mu = 0$ è il seguente:

$$M = \frac{1}{4}\,\frac{\varrho(\varrho+1)^2}{2\varrho+1}\, b(u_1, u_2 \dots u_\rho). \tag{6}$$

4.° Determinato in generale il valore di $\delta(D)$, si ha dalle equazioni (4) che per un termine V qualsivoglia dello sviluppo in serie di una delle sigma devono determinarsi i valori di

$$\delta(V), \quad \Sigma k_{\alpha\beta}\, u_\alpha \frac{dV}{du_\beta} = K(V)$$

ed il valore di

$$\Sigma\, l_{\alpha\beta}\, u_\alpha u_\beta = \varDelta.$$

Dedichiamo questo paragrafo alla ricerca del valore di $\delta(V)$, escludendo i casi di $2\mu = \varrho + 1$, $2\mu = \varrho$ i quali devono considerarsi a parte.

V, come si è osservato sopra, è un covariante simultaneo delle forme φ, ψ, u, o meglio un invariante di covarianti simultanei delle forme φ, ψ e della forma u. Devesi quindi dapprima determinare il valore di V in funzione di covarianti, od invarianti, simultanei delle forme φ, ψ.

Posto per brevità:

$$\lambda = \varrho + 1 - 2\mu , \qquad l = \varrho + 1 + 2\mu$$

e:

$$\varphi_0 = \varphi , \quad \varphi_1 = \frac{1}{\lambda}\frac{d\varphi}{dv} , \quad \varphi_2 = \frac{1}{\lambda(\lambda-1)}\frac{d^2\varphi}{dv^2} , \dots$$

$$\psi_0 = \psi , \quad \psi_1 = \frac{1}{l}\frac{d\psi}{dv} , \quad \psi_2 = \frac{1}{l(l-1)}\frac{d^2\psi}{dv^2} , \dots$$

sarà V una funzione di φ_0, φ_1, $\varphi_2 \dots$; ψ_0, $\psi_1 \dots$.

Richiamando ora le formole date al principio del paragrafo secondo, vedesi facilmente che esse possono trasformarsi nelle seguenti:

$$n\delta_\varphi(\mathrm{V}) = -\psi\, \mathrm{S}(\mathrm{V}) + \mathrm{P}(\mathrm{V})$$
$$n\delta_\psi(\mathrm{V}) = -\varphi\, \mathrm{T}(\mathrm{V}) + \mathrm{Q}(\mathrm{V})$$

indicando con S (V), P (V); T (V), Q (V) le seguenti operazioni:

$$\mathrm{S}(\mathrm{V}) = \varphi(v)\, \Sigma_r \frac{1}{v-a_r}\frac{d\mathrm{V}}{da_r} ; \quad \mathrm{T}(\mathrm{V}) = \psi(v)\, \Sigma_s \frac{1}{v-a_s}\frac{da_s}{d\mathrm{V}}$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{V}) = f_3\, \Sigma_r (a_r - v)^2 \frac{d\mathrm{V}}{da_r} + 3f_2\, \Sigma_r (a_r - v)\frac{d\mathrm{V}}{da_r} + 3f_1\, \Sigma_r \frac{d\mathrm{V}}{da_r} + \frac{np}{\alpha_0}\Phi_0\mathrm{V}$$

$$\mathrm{Q}(\mathrm{V}) = f_3\, \Sigma_s (a_s - v)^3 \frac{d\mathrm{V}}{da_s} + 3f_2\, \Sigma_s (a_s - v)\frac{d\mathrm{V}}{da_s} + 3f_1\, \Sigma_s \frac{d\mathrm{V}}{da_s} + \frac{nq}{\beta_0}\Psi_0\mathrm{V}$$

nelle quali:

$$f_1 = \frac{1}{n}\frac{df}{dv} , \quad f_2 = \frac{1}{n(n-1)}\frac{d^2f}{dv^2} , \quad f_3 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)}\frac{d^3f}{dv^3} .$$

Ora indicando con φ_r una qualunque delle φ_0, $\varphi_1 \dots$ trovasi che:

$$\mathrm{S}(\varphi_r) = \frac{\lambda - r}{r+1}\Big[(\lambda - r - 1)\,\varphi_0\,\varphi_{r+2} - \lambda\varphi_1\,\varphi_{r+1}\Big]$$

$$\mathrm{P}(\varphi_r) = (\lambda - r)\,[2f_2\,\varphi_r - 3f_1\,\varphi_{r+1}] + r\,[f_3\,\varphi_{r-1} - f_2\,\varphi_r] + \frac{\lambda l}{n}\gamma_1\,\varphi_r$$

nella seconda delle quali:

$$\gamma_1 = \frac{1}{2\varrho}\frac{d\gamma}{dv} , \quad \gamma = (\varphi\psi)_1^1$$

come sopra.

Si ottengono così le seguenti generali relazioni:

$$(7)\quad \begin{aligned} n\delta_\varphi(\varphi_r) &= 2\lambda(f\varphi_r)_2 + r(f\varphi_{r-1})_3 - \frac{\lambda(\lambda+1)}{r+1}(\varphi_0\,\varphi_{r+2} - \varphi_1\,\varphi_{r+1})\psi_0 + \frac{\lambda l}{n}(\gamma_1\,\varphi_r - \gamma_0\,\varphi_{r+1}) \\ n\delta_\psi(\psi_r) &= 2l(f\psi_r)_2 + r(f\psi_{r-1})_3 - \frac{l(l+1)}{r+1}(\psi_0\psi_{r+2} - \psi_1\psi_{r+1})\varphi_0 - \frac{l\lambda}{n}(\gamma_1\,\psi_r - \gamma_0\psi_{r+1}) \end{aligned}$$

essendo:

$$(f\varphi_r)_2 \;= f_2\,\varphi_r \;\; - 2f_1\,\varphi_{r+1} + f_0\,\varphi_{r+2}$$
$$(f\varphi_{r-1})_3 = f_3\,\varphi_{r-1} - 3f_2\,\varphi_r \;\; + 3f_1\,\varphi_{r+1} - f_0\,\varphi_{r+2} .$$

Queste espressioni di $\delta_\varphi(\varphi_r)$, $\delta_\psi(\psi_r)$ risolvono completamente, salvo nei due accennati, il problema dello sviluppo in serie delle funzioni sigma iperellittiche, in quanto che essendo:

$$\delta(\mathrm{V}) = \sum_0^\lambda{}_r \frac{d\mathrm{V}}{d\varphi_r}\,\delta_\varphi(\varphi_r) + \sum_0^l{}_r \frac{d\mathrm{V}}{d\psi_r}\,\delta_\psi(\psi_r)$$

conducono facilmente per la loro forma ai covarianti simultanei di cui compongonsi i termini di quelle serie.

Daremo un primo esempio determinando la espressione generale del secondo termine di ciascuna funzione sigma per quanto dipende dalla operazione δ.

Dalla prima delle formole (7) si deduce per $r=0$

$$n\delta(\varphi)=2\lambda\,(f\varphi)_2-\lambda\,(\lambda+1)\,(\varphi_0\,\varphi_2-\varphi_1^2)\,\psi_0+\frac{l\lambda}{n}\,(\gamma_1\,\varphi_0-\gamma_0\,\varphi_1)$$

cioè $\delta(\varphi)$ è un covariante simultaneo.

Infatti posto:

$$a=\tfrac{1}{2}\,(\varphi\varphi)_2 \qquad b=(\varphi\psi)_2$$

covarianti simultanei degli ordini $2\,(\lambda-2)$, $l+\lambda-4=2\,(\varrho-1)$, si ha:

$$(8)\quad n\delta(\varphi^{\mu})=\frac{\mu(2\varrho-1)\,(\varrho+1-2\mu)}{2\,(\varrho+1)}\left[\frac{(\varrho+2\mu)\,(\varrho+1+2\mu)}{2\varrho(2\varrho+1)}\varphi\,b-(\varrho+1-2\mu)\psi\,a\right]\varphi^{\mu-1}$$

ed il secondo membro è un covariante simultaneo dell'ordine:

$$(\mu+2)\,(\varrho-1)-2\mu\,(\mu-1)\,.$$

Ora il primo termine di ciascuna sigma secondo la notazione del prof. Klein può rappresentarsi con:

$$\begin{pmatrix}\mu & \mu & \\ u\,, & \varphi\,, & 0\end{pmatrix}$$

si ottiene cioè eliminando v dalla funzione:

$$\varphi^{\mu}=(\alpha_0\,v^{\lambda}+\lambda\alpha_1\,v^{\lambda-1}+\cdots+\alpha_{\lambda})^{\mu}$$

e dal prodotto di potenze di:

$$u=u_{\varrho}\,v^{\varrho-1}-(\varrho-1)\,u_{\varrho-1}\,v^{\varrho}+\cdots+(-1)^{\varrho-1}\,u_1$$

e di suoi covarianti, prodotto di ordine $\lambda\mu$ e di grado μ rispetto alle $u_1, u_2 \dots u_{\varrho}$.

Suppongasi dapprima $\mu=1$; sarà φ del grado $\varrho-1$, quindi il primo termine eguale a:

$$(\varphi u)_{\varrho-1}=\alpha_0\,u_1+(\varrho-1)\,\alpha_1\,u_2+\cdots+\alpha_{\varrho-1}\,u_{\varrho}\,.$$

Il secondo membro della equazione (8), che indicherò per brevità con G, è dell'ordine $3\,(\varrho-1)$, quindi il secondo termine della corrispondente sigma (per quanto dipende dalla operazione δ), sarà:

$$(\mathrm{G}u^3)_{3(\varrho-1)}\,.$$

Per $\varrho=3$, sono φ, ψ, u, a, b degli ordini 2, 6, 2, 0, 4 e si ha:

$$8\delta\,(\varphi)=\frac{25}{28}\,(\varphi u)_2\,(bu^2)_4-\frac{5}{2}\,a\,(\psi u^3)_6-\frac{5}{7}\,(u_1\,u_3-u_2^2)\,(gu)_2$$

posto $g=(\varphi b)_2$.

Sia $\mu=2$; φ^2 è dell'ordine $2\,(\varrho-3)$, indicando con h l'hessiano di u, il primo termine sarà:

$$(\varphi^2\,h)_{2(\varrho-3)}\,;$$

il secondo membro della (8) è dell'ordine $4\,(\varrho-2)$ ed indicandolo ancora con G si avrà pel secondo termine:

$$(\mathrm{G}\,.\,u^2\,h)_{4(\varrho-2)}$$

e così di seguito.

5.° Consideriamo più particolarmente il caso di $\mu = 0$, pel quale il primo termine è eguale ad uno, ed il secondo, come si è dimostrato sopra, eguale a:

$$\frac{\varrho(\varrho+1)^2}{4(2\varrho+1)}(\varphi\psi)_2 .$$

Ponendo nella (7) $\lambda = l = \varrho + 1$; il valore di $\delta(\varphi_r)$ in cui si pongano per f_0, f_1, f_2, f_3 i loro valori in funzione di $\varphi_0, \varphi_1 \ldots, \psi_0, \psi_1 \ldots$, prende questa forma:

$$n\delta_\varphi(\varphi_r) = \frac{(\varrho+1)(2\varrho-1)}{4(2\varrho+1)} b\varphi_r - \frac{r(\varrho-1)}{2(2\varrho+1)}[b_0\varphi_r - b_1\varphi_{r-1}]$$
$$-\frac{\varrho-r+1}{2(r+1)}\Big[2(\varrho-r)(\varphi_0\varphi_{r+2}-\varphi_1\varphi_{r+1}) + (r+1)(\varphi_1\varphi_{r+1}-\varphi_2\varphi_r)\Big]\psi_0 -$$
$$-\tfrac{1}{2}\Big[3(\varrho-r+1)(\varphi_0\varphi_{r+1}-\varphi_1\varphi_r) + r(\varphi_1\varphi_r - \varphi_2\varphi_{r-1})\Big]\psi_1 -$$
$$-\tfrac{r}{2}\Big[\varphi_0\varphi_r - \varphi_1\varphi_{r-1}\Big]\psi_2$$

ed analogamente per $\delta_\psi(\psi_r)$.

Si noti che le espressioni $\varphi_0\varphi_{r+2} - \varphi_1\varphi_{r+1}$, $\varphi_1\varphi_{r+1} - \varphi_2\varphi_r$ .. sono funzioni dei covarianti simultanei:

$$\tfrac{1}{2}(\varphi\varphi)_2, \quad \tfrac{1}{2}(\varphi\varphi)_4, \quad \tfrac{1}{2}(\varphi\varphi)_6 \ldots$$

e loro derivate.

Applicando la formola superiore alla ricerca di $\delta(b)$, trovasi:

$$(9)\quad n\delta(b) = -\frac{(\varrho-1)(\varrho-2)}{3} E\varphi\psi + \frac{(\varrho-1)(2\varrho-7)}{2.3} J\gamma + \frac{\varrho(2\varrho-1)}{2\varrho+1} b^2 - 4(2\varrho-1)ac$$

nella quale:

$$a = \tfrac{1}{2}(\varphi\varphi)_2, \quad c = \tfrac{1}{2}(\psi\psi)_2, \quad J = (\varphi\psi)_3, \quad E = (\varphi\psi)_4$$

b, γ hanno i valori superiori.

Questo valore di $\delta(b)$ determina (pel caso $\mu = 0$) il terzo termine nello sviluppo della corrispondente funzione σ per la parte che dipende dalla applicazione della operazione δ. In questo termine compajono i cinque covarianti (invarianti) simultanei $\varphi\psi = f$, ac, γ, J, E.

Ora, sempre applicando la formola generale superiore, si hanno le:

$$n\delta(\gamma) = \frac{\varrho(\varrho+1)(2\varrho-1)}{2(2\varrho+1)} b\gamma - \frac{\varrho(\varrho-1)}{2} J\varphi\psi$$

$$n\delta(\varphi\psi) = \frac{(\varrho+1)(2\varrho-1)}{2}\gamma^2 - \frac{\varrho(\varrho-1)}{2\varrho+1} b\varphi\psi$$

$$n\delta(ac) = -3(\varrho-1)\omega\gamma - \frac{2(\varrho+1)(2\varrho-1)}{2\varrho+1} abc - \frac{(\varrho-1)(\varrho-2)}{3}(Ac+Ca)\varphi\psi$$

posto:

$$\omega = (ac), \qquad A = \tfrac{1}{2}(\varphi\varphi)_4, \qquad C = \tfrac{1}{2}(\psi\psi)_4$$

e così di seguito. Nella calcolazione di questi valori si è tenuto conto di alcune sizigie esistenti fra covarianti ed invarianti simultanei delle due forme φ, ψ; le quali sizigie riducono il numero di quei covarianti od invarianti che compongono i vari

termini di una sigma. Pel caso di $\varrho = 2$ fu dimostrato dal prof. Wiltheiss e da me [1] che il numero di quei covarianti ed invarianti è di nove.

La stessa limitazione di forme simultanee dimostrasi sussistere pel caso di $\varrho=3$ e deve aver luogo in generale. Notisi infatti che il secondo termine b della serie, potendosi, secondo l'opportuno algoritmo introdotto dal sig. Gall [2] indicare con $[1, 1, 2(\varrho-1)]$, cioè di primo grado rispetto ai coefficienti di φ, ψ e dell'ordine $2(\varrho-1)$ rispetto a v; il termine $(m+1)^{esimo}$ può rappresentarsi con $[m, m, 2m(\varrho-1)]$; quindi i covarianti ed invarianti simultanei i quali compongono questo termine devono soddisfare a quella condizione. Fra i medesimi sussisteranno altresì delle sizigie per le quali si diminuisce nuovamente il numero delle forme simultanee indipendenti che rimangono a comporre quel termine. Infine si hanno le limitazioni dipendenti dalla speciale operazione δ.

Per $\varrho = 3$, si hanno, come è noto, ventotto forme simultanee, e cioè 8 invarianti, 8 forme quadratiche, 7 biquadratiche, e 5 del sesto ordine. Esse sono:

A	C	Δ	D	G	H	E	K
$\frac{1}{2}(\varphi\varphi)_4$	$\frac{1}{2}(\psi\psi)_4$	$(\psi a)_4$	$(\varphi c)_4$	$(\varphi a)_4$	$(\psi c)_4$	$(\varphi\psi)_4$	$(ac)_4$
(200)	(020)	(210)	(120)	(300)	(030)	(110)	(220)
J	n	ν	t	p	q	r	s
$(\varphi\psi)_3$	$(\varphi c)_3$	$(\psi a)_3$	$(ac)_3$	$(\varphi\beta)_4$	$(\psi\alpha)_4$	$(a\beta)_4$	$(c\alpha)_4$
(112)	(122)	(212)	(222)	(132)	(312)	(232)	(322)
φ	ψ	a	b	c	m	μ	
—	—	$\frac{1}{2}(\varphi\varphi)_2$	$(\varphi\psi)_2$	$\frac{1}{2}(\psi\psi)_2$	$(\varphi c)_2$	$(\psi a)_2$	
(104)	(014)	(204)	(114)	(024)	(124)	(214)	
α	β	γ	l	λ			
(φa)	(ψc)	$(\varphi\psi)$	(φc)	(ψa)			
(306)	(036)	(116)	(126)	(216) .			

Il terzo termine della serie essendo rappresentabile con (2, 2, 8) potrà essere composto colle forme simultanee seguenti:

$$b^2, \quad ac, \quad J\gamma, \quad E\varphi\psi, \quad A\psi^2 + C\varphi^2, \quad m\varphi + \mu\psi$$

ma come ha dimostrato il dott. Gall sussistono due sizigie (2, 2, 8), cioè le:

$$J\gamma - E\varphi\psi + \tfrac{1}{2}(A\psi^2 + C\varphi^2) + 3(m\varphi + \mu\psi) = 0$$

$$b^2 - 4ac - J\gamma - \tfrac{1}{6}(A\psi^2 + C\varphi^2) + m\varphi + \mu\psi = 0$$

le quali limitano le forme simultanee superiori alle prime quattro.

Il termine susseguente $[3, 3, 12]$ componesi dapprima dal prodotto di b per le quattro forme precedenti, poi delle seguenti:

$$E\gamma^2, \quad (Ac + Ca)\varphi\psi, \quad J^2\varphi\psi, \quad (D\varphi + \Delta\psi)\varphi\psi, \quad (n\varphi - \nu\psi)\gamma$$
$$\alpha\beta, \quad l\lambda, \quad \mu\varphi c + m\psi a$$

(1) *Ueber eine Covarianten bildende Operation.* Math. Annalen, Bd. 36. — *Ueber die Reihenentwickelung der geraden Sigmafunctionen zweier Veränderlichen.* Nachrichten der k. Gesellschaft zu Göttingen.

(2) *Die Syzyganten zweier simultanen binären-biquadratischen Formen.* Math. Annalen, Bd. 33, 34.

fra le quali sussistono le relazioni:

$$2\alpha\beta + \tfrac{1}{12}[J^2 - Eb + Ac + Ca + D\varphi + \Delta\psi]\varphi\psi + abc - (\mu\varphi c + m\psi a) = 0$$

$$2l\lambda + \tfrac{1}{12}[J^2 - Eb - \tfrac{1}{2}(Ac + Ca) + D\varphi + \Delta\psi]\varphi\psi + abc = 0$$

$$\mu\varphi c + m\psi a = \tfrac{1}{6}[Jb - E\gamma + 2(n\varphi - \nu\psi)]\gamma + \tfrac{1}{6}(Ac + Ca)\varphi\psi;$$

il quarto termine porta quindi con sè le tre forme:

$$Ac + Ca, \qquad D\varphi + \Delta\psi, \qquad n\varphi - \nu\psi$$

all'ultima delle quali potrebbe sostituirsi il covariante:

$$\omega = (ac)$$

essendo:

$$n\varphi - \nu\psi = 6\omega + \tfrac{1}{2}(E\gamma - Jb)$$

ed anche introducendo il covariante $\theta = (ac)_2$ si può sostituirlo al $D\varphi + \Delta\psi$ per la relazione:

$$D\varphi + \Delta\psi = 12\theta + Eb - J^2 - (Ac + Ca).$$

6.° Per $\varrho = 3$ le formole primitive del procedimento d'Aronhold sono le seguenti:

$$8\delta(\varphi_0) = \tfrac{5}{7}b_0\varphi_0 - 10a_0\psi_0$$

$$8\delta(\varphi_1) = \tfrac{5}{7}b_0\varphi_1 - (6a_1\psi_0 + 4a_0\psi_1) - \tfrac{1}{7}(b_0\varphi_1 - b_1\varphi_0)$$

$$8\delta(\varphi_2) = \tfrac{5}{7}b_0\varphi_2 - (3a_2\psi_0 + 6a_1\psi_1 + a_0\psi_2) - \tfrac{2}{7}(b_0\varphi_2 - b_1\varphi_1) - \tfrac{1}{6}A\psi_0$$

$$8\delta(\varphi_3) = \tfrac{5}{7}b_0\varphi_3 - (a_3\psi_0 + 6a_2\psi_1 + 3a_1\psi_2) - \tfrac{3}{7}(b_0\varphi_3 - b_1\varphi_2) - \tfrac{1}{2}A\psi_1$$

$$8\delta(\varphi_4) = \tfrac{5}{7}b_0\varphi_4 - (4a_3\psi_1 + 6a_2\psi_2) - \tfrac{4}{7}(b_0\varphi_4 - b_1\varphi_3) - A\psi_2$$

essendo $a_0 = a$; a_1, a_2, a_3 le sue derivate. Analogamente per le ψ_0, $\psi_1 \dots$.

Applicato lo stesso procedimento ai cinque covarianti (invarianti) simultanei:

$$\varphi\psi, \quad (\varphi\psi) = \gamma \quad (\varphi\psi)_2 = b \quad (\varphi\psi)_3 = J \quad (\varphi\psi)_4 = \varepsilon$$

si ha, come in parte si è trovato sopra:

$$8\delta(\varphi\psi) = 10\gamma^2 - \tfrac{60}{7}b\varphi\psi$$

$$8\delta(\gamma) = -3J\varphi\psi + \tfrac{30}{7}b\gamma$$

$$8\delta(b) = -\tfrac{2}{3}E\varphi\psi - \tfrac{1}{3}J\gamma + \tfrac{15}{7}b^2 - 20ac$$

$$8\delta(J) = \tfrac{1}{2}E\gamma + \tfrac{1}{2}Jb - 30\omega$$

$$8\delta(\varepsilon) = \tfrac{6}{7}Eb - 8(Ac + Ca) - 48.\theta$$

si incontrano cioè i quattro covarianti:

$$ac \qquad (ac) = \omega \qquad (ac)_2 = \theta \qquad Ac + Ca.$$

Operando sopra questi col simbolo δ compajono le nuove forme:

$$(ac)_3 = t, \qquad (ac)_4 = K, \qquad AC, \qquad m\mu$$

e continuando la calcolazione la quale non presenta alcuna difficoltà, salvo la ricerca delle sizigie, si ottengono i vari termini della serie formati con diciasette covarianti od invarianti.

7.° Passiamo ora a considerare le due espressioni che si sono indicate con K, Λ. Anche qui escludiamo i casi di $2\mu = \varrho + 1$, $2\mu = \varrho$. La espressione K è data dal prof. Wiltheiss negli accennati suoi lavori sotto questa forma:

$$(x-v)^2.K = (t-v)^{\varrho-1}h(x) - (t-x)^{\varrho-1}(vg_1 + g_2) - (\varrho-1)(x-v)(t-x)^{\varrho-2}(tg_1 + g_2)$$

nella quale $h(x)$ è la $(\varrho+1)^{ma}$ polare di $f(x)$ rispetto a v, e le g_1, g_2 hanno lo stesso significato che al paragrafo 1.°

Per sviluppare il secondo membro secondo le potenze di $x-v$, pongasi per brevità:

$$t-x=y \qquad x-v=z$$

e si rammenti essere $g=xg_1+g_2$; si avrà:

$$z^2 \mathrm{K}=(y+z)^{\varrho-1} h(x)-y^{\varrho-1} g-(\varrho-2) y^{\varrho-1} z g_1-(\varrho-1) y^{\varrho-2} z g .$$

Ora:

$$h(x)=f_0+(\varrho+1) z f_1+\frac{(\varrho+1) \varrho}{2} z^2 f_2+\cdots+z^{\varrho+1} f_{\varrho+1}$$

$$g=f_0+3 z f_1+3 z^2 f_2+z^3 f_3, \qquad g_1=f_1+2 z f_2+z^2 f_3$$

essendo f_0, f_1... funzioni di v. Sostituendo queste espressioni e sviluppando $(y+z)^{\varrho-1}$ si ha tosto che i coefficienti di z^0, z sono eguali a zero, quindi dividendo per z^2 si otterrà:

$$\mathrm{K}=\tfrac{1}{2}(\varrho-1)(\varrho-2)\left[y^{\varrho-1} f_2+2 y^{\varrho-2} f_1+y^{\varrho-3} f_0\right]+$$
$$+\frac{(\varrho-1)(\varrho-2)}{2.3} z\left[(\varrho+3) y^{\varrho-1} f_3+3(\varrho+3) y^{\varrho-2} f_2+3(\varrho+1) y^{\varrho-3} f_1+(\varrho-3) y^{\varrho-4} f_0\right]$$
$$+\cdots+z^{2(\varrho-1)} f_{\varrho+1}$$

ed infine ponendo $x=v$ si avrà:

$$\mathrm{K}=\tfrac{1}{2}(\varrho-1)(\varrho-2)\left[y^{\varrho-1} f_2+2 y^{\varrho-2} f_1+y^{\varrho-3} f_0\right]$$

od anche:

$$\mathrm{K}=\tfrac{1}{2}(\varrho-1)(\varrho-2)\left[f_2 \mathrm{Y}_0-2 f_1 \mathrm{Y}_1+f_0 \mathrm{Y}_2\right]$$

posto:

$$\mathrm{Y}_0=(t-x)^{\varrho-1}, \quad \mathrm{Y}_1=\frac{1}{\varrho-1} \frac{d \mathrm{Y}_0}{d x}, \quad \mathrm{Y}_2=\frac{1}{(\varrho-1)(\varrho-2)} \frac{d^2 \mathrm{Y}_0}{d x^2} .$$

Ma indicando con V uno qualunque dei termini di una serie sigma si ha che:

$$\mathrm{Y}_0=(t-x)^{\varrho-1}=u_1 \frac{d \mathrm{V}}{d u_1}+u_2 \frac{d \mathrm{V}}{d u_2}+\cdots+u_\varrho \frac{d \mathrm{V}}{d u_\varrho}=m \mathrm{V}$$

supponendo essere m l'ordine di V rispetto alle $u_1, u_2 \ldots u_\varrho$. Si avrà così il chiesto valore di:

$$\mathrm{K}(\mathrm{V}) \equiv \tfrac{1}{2} m(\varrho-1)(\varrho-2)(f \mathrm{V})_2 \tag{10}$$

covariante simultaneo delle $\varphi(v)$, $\psi(v)$ dell'ordine $(m+2)(\varrho-1)$.

8.° La ricerca del valore di Δ può compiersi con metodo analogo. Posto:

$$x-v=z \qquad v-s=w \qquad s-x=y$$

per cui:

$$y+z+w=0$$

indicando con:

$$\mathrm{F}(x, s)=\mathrm{F}(s, x)$$

la polare $(\varrho+1)^{ma}$ della funzione $\mathrm{F}(x)$ rispetto ad s, e con:

$$f(v, x)=f(x, v) ; \qquad f(v, s)=f(s, v), \qquad f(x, s)=f(s, x)$$

le polari $(\varrho+1)^{ma}$ della funzione $f(x)$, si ha, con lieve modificazione alla espressione di $\varDelta$ data dal prof. Wiltheiss nel secondo citato lavoro, essere:

$$\tfrac{1}{2}y^2z^2w^2\varDelta=(\varrho+1)zw^2\Big[z\mathrm{F}(x,s)-\big(g_1(x)f(s,x)-g(x)f_1(s,x)\big)\Big]$$
$$+(\varrho+1)z^2w\Big[w\mathrm{F}(s,x)+\;g_1(s)f(x,s)-g(s)f_1(x,s)\;\Big]$$
$$+y^2\Big[f(v,x)f(v,s)-f(v)f(s,x)\Big]$$

nella quale

$$f_1(s,x)=\frac{1}{\varrho+1}\frac{df(s,x)}{dx},\quad f_1(x,s)=\frac{1}{\varrho+1}\frac{df(x,s)}{ds}.$$

Ora:

$$\mathrm{F}(x,s)=\mathrm{F}_0(x)+(\varrho+1)y\mathrm{F}_1(x)+\frac{(\varrho+1)\varrho}{2}y^2\mathrm{F}_2(x)+\cdots+y^{\varrho+1}\mathrm{F}_{\varrho+1}(x)$$

$$\mathrm{F}(s,x)=\mathrm{F}_0(s)-(\varrho+1)y\mathrm{F}_1(s)+\frac{(\varrho+1)\varrho}{2}y^2\mathrm{F}_2(s)\;+(-1)^{\varrho+1}y^{\varrho+1}\mathrm{F}_{\varrho+1}(s)$$

ed analogamente per $f(x,s)$, $f(s,x)$, $f_1(x,s)$, $f_1(s,x)$: inoltre:

$$f(x)\quad=f_0+nzf_1+\frac{n(n-1)}{2}z^2f_2+\cdots+z^nf_n$$

$$f(s)\quad=f_0-nwf_1+\frac{n(n-1)}{2}w^2f_2+\cdots+(-1)^nw^nf_n$$

$$f(v,x)=f_0+(\varrho+1)zf_1+\frac{(\varrho+1)\varrho}{2}z^2f_2+\cdots+z^{\varrho+1}f_{\varrho+1}$$

$$f(v,s)=f_0-(\varrho+1)wf_1+\frac{(\varrho+1)\varrho}{2}w^2f_2+\cdots+(=1)^{\varrho+1}w^{\varrho+1}f_{\varrho+1}$$

nelle quali $f_0, f_1, f_2, ..$ sono funzioni di v. Sostituendo queste espressioni nel secondo membro della equazione superiore, può eseguirsi la divisione per $y^2z^2w^2$, e ponendo dopo $x=s=v$, si giunge alla:

$$\varDelta=\frac{\varrho^2(\varrho+1)^2}{6}k$$

posto:

$$k=\tfrac{1}{2}(ff)_4=f_0f_4-4f_1f_3+3f_2^2$$

covariante dell'ordine $4(\varrho-1)$, e quindi:

$$\varDelta=\frac{\varrho^2(\varrho+1)^2}{6}(ku^4)_{4(\varrho-1)}\,. \tag{11}$$

Il valore di k si può anche esprimere in funzione delle forme φ, ψ e dei loro covarianti simultanei come segue:

$$n^2(n-1)(n-2)k=[\lambda^2(\lambda-1)(\lambda-2)-\tfrac{3}{2}l\lambda]\mathrm{A}\psi^2+[l^2(l-1)(l-2)-\tfrac{3}{2}\lambda l]\mathrm{C}\varphi^2+$$
$$+6\lambda l(2\lambda l-5)ac-6\lambda l[(2\lambda-5)\psi\mu+(2l-5)\varphi m]+$$
$$+\tfrac{3}{2}\frac{\lambda l}{n-3}(2\lambda l-5n+11)E\varphi\psi-\tfrac{3}{2}\frac{l\lambda}{n-1}(2\lambda l-5n+5)b^2$$

nella quale a, b, c, m, μ, A, C, E, sono i covarianti indicati nei precedenti paragrafi. Pel caso di $l=\lambda=\varrho+1$ sarà per ciò:

$$\varDelta=\frac{\varrho^2(\varrho+1)^2}{12(2\varrho+1)}\left[\frac{(\varrho-1)(\varrho-2)}{2(2\varrho-1)}\mathrm{E}\varphi\psi-(\varrho-1)\mathrm{J}\gamma+6ac+\frac{3\varrho^2}{2(2\varrho+1)}b^2\right]. \tag{12}$$

9.° Determinati così tutti gli elementi che entrano a comporre le equazioni (4) veniamo ora a precisare meglio come da essi si deducano i vari termini di una serie sigma. Supporremo $\mu = 0$, $l = \lambda = \varrho + 1$. La seconda delle equazioni (4) nella quale pongasi:

$$L = 1 \qquad M = \frac{\varrho(\varrho+1)^2}{4(2\varrho+1)} b \qquad n D^{-1} \delta(D) = -\frac{\varrho(\varrho+1)^2}{8(2\varrho+1)} b$$

diventa:

$$\tfrac{1}{4} \Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta} \frac{d^2 N}{du_\alpha du_\beta} + K(M) + \tfrac{1}{2} L\Delta + \frac{\varrho(\varrho+1)^2}{4(2\varrho+1)} n\delta(b) - \frac{\varrho^2(\varrho+1)^4}{32(2\varrho+1)^2} b^2 = 0 .$$

Il valore generale di $n\delta(b)$ fu trovato più addietro (equaz. 9) e per la (10) si avrà:

$$K(M) = \frac{\varrho(\varrho+1)^2(\varrho-1)(\varrho-2)}{4(2\varrho+1)} (fb)_2$$

ossia:

$$K(M) = \frac{\varrho(\varrho+1)^2(\varrho-1)(\varrho-2)}{8(2\varrho+1)} \left[\frac{\varrho-2}{2\varrho-3} E g \psi - J\gamma - 4ac + \frac{\varrho}{2\varrho+1} b^2 \right]$$

e quindi:

$$\Sigma v^{2\varrho-\alpha-\beta} \frac{d^2 N}{du_\alpha du_\beta} = \frac{\varrho(\varrho+1)^2}{12} \left[\frac{\varrho(\varrho-1)(\varrho-2)}{(2\varrho-1)(2\varrho-3)} E g \psi + 2(\varrho-1) J\gamma + 3\varrho(4ac - b^2) \right] + \frac{3\varrho^2(\varrho+1)^4}{8(2\varrho+1)} b^2 .$$

Il primo membro di questa equazione è una funzione in v dell'ordine $2(\varrho-1)$, il secondo dell'ordine $4(\varrho-1)$; indicando con $F(v)$ il primo membro e con $G(v)$ il secondo si avrà:

$$(Fu^2)_{2(\varrho-1)} = Gu^4)_{4(\varrho-1)} .$$

Per $\varrho = 3$ si ottiene così:

$$N = \tfrac{1}{3}(u_1 u_3 - u_2^2)(4N_{13} - N_{22}) + \tfrac{1}{12}(Gu^4)_8$$

ossia

$$N = \tfrac{1}{12}(Gu^4)_8$$

in quanto che per questo valore si ha:

$$4N_{13} - N_{22} = 0 .$$

Nel caso generale si incontrano nel primo membro espressioni della forma:

$$2(\varrho-1)N_{13} - (\varrho-2)N_{22}; \qquad 3(\varrho-1)N_{14} - (\varrho-3)N_{23},$$
$$(\varrho-1)(\varrho-2)N_{15} - (\varrho-2)(\varrho-4)N_{24} + \tfrac{1}{2}(\varrho-3)(\varrho-4)N_{33}$$

e così via, tutte nulle per:

$$N = \tfrac{1}{12}(Gu^4)_{4(\varrho-1)} .$$

Si ha quindi il teorema: *Il terzo termine N della serie di ciascuna funzione sigma corrispondente a $\mu = 3$ è dato dalla*

$$N = \tfrac{1}{12}(Gu^4)_{4(\varrho-1)} .$$

Importa qui notare quale forma abbiano le espressioni sopra indicate in funzione delle u_1, u_2.... Per $\varrho = 3$ si hanno le:

$$[\varphi\psi . u^4]_8 = (\varphi u^2)_4 (\psi u^2)_4 - \tfrac{8}{7}(u_1 u_3 - u_2^2)(bu^2)_4 - \tfrac{8}{15} E (u_1 u_3 - u_2^2)^2$$
$$[J\gamma . u^4]_8 = (Ju)_2 (\gamma u^3)_6 - \tfrac{6}{7}(u_1 u_2 - u_2^2)(\vartheta u^2)_4$$
$$[ac . u^4]_8 = (au^2)_4 (cu^2)_4 - \tfrac{8}{7}(u_1 u_3 - u_2^2)(\theta u^2)_4 - \tfrac{8}{15} K (u_1 u_3 - u_2^2)^2$$
$$[b^2 . u^4]_8 = (bu^2)_4^2 - \tfrac{8}{7}(u_1 u_3 - u_2^2)(\chi u^2)_4 - \tfrac{8}{15} T (u_1 u_3 - u_2^2)^2$$

essendo:

$$\vartheta = (J\gamma)_2 = -\tfrac{1}{2}\,Eb + \tfrac{1}{5}\,J^2 + Ac + Ca$$

e:

$$\theta = (ac)_2\,,\qquad K = (ac)_4\qquad \chi = \tfrac{1}{2}\,(bb)_2\qquad T = \tfrac{1}{2}\,(bb)_4$$

e, come ha dimostrato il dott. Gall:

$$\theta = \tfrac{1}{3}\left[J^2 - Eb + Ac + Ca + D\varphi + \Delta\psi\right]$$
$$\chi = -\tfrac{1}{12}\,J^2 - \tfrac{1}{6}\,(Ac + Ca) + \tfrac{1}{6}\,(D\varphi + \Delta\psi)$$
$$T = \tfrac{1}{12}\,E^2 + \tfrac{1}{6}\,AC - K\,.$$

10.° I casi $2\mu = \varrho + 1$, $2\mu = \varrho$ sono, come si disse addietro, esclusi dai risultati generali precedenti; in primo luogo perchè per ciascuno di essi è $\delta\,(D) = 0$, e pel primo inoltre $\delta(L) = 0$ (supposto L il primo termine della serie). Però vari fra i risultati ottenuti servono opportunamente anche alla ricerca dei vari termini delle serie delle corrispondenti sigma.

Se $2\mu = \varrho + 1$ il valore del secondo termine M dipende da quello di $K(L)$, e siccome per $\varrho = 1$ (come per $\varrho = 2$) si ha in generale $K(V) = 0$, il secondo termine della corrispondente sigma ellittica è eguale a zero.

Indicando come precedentemente con:

$$h\,(x) = f\,(v,\,x) = f\,(x,\,v)$$

la $(\varrho + 1)^{ma}$ polare di $f(v)$ rispetto ad x e con h_1, h_2... le derivate di essa rispetto ad x divise per $\varrho + 1$, $(\varrho + 1)\varrho$..., infine posto $y = t - x$, si può dare al valore di K la seguente forma generale:

$$K = y^{\varrho-1}\sum_{1}^{\varrho-2}{}_r\,(-1)^{r-1}\,r\,\frac{(\varrho-1)...(\varrho-r-1)}{1.2\,...(r+1)}\,h_{r+1}\,z^{r-1} +$$
$$+ (\varrho-1)\,y^{\varrho-2}\sum_{1}^{\varrho-2}{}_r\,(-1)^{r-1}\,\frac{(\varrho-2)...(\varrho-r-1)}{1.2...r}\,h_r\,z^{r-1} +$$
$$+\left[\frac{(\varrho-1)(\varrho-2)}{2}\,y^{\varrho-3} + \frac{(\varrho-1)(\varrho-2)(\varrho-3)}{2.3}\,y^{\varrho-4}z + \cdots + z^{\varrho-3}\right]h\,.$$

Per $\varrho = 3$ si deduce la:

$$K = y^2\,h_2 + 2yh_1 + h$$

ossia:

$$K = t^2\,h_2 - 2t\,(xh_2 - h_1) + x^2\,h_2 - 2xh_1 + h$$

o posto:

$$h = C_0\,x^4 + 4C_1\,x^3 + \cdots + C_4$$

in cui C_0, C_1... sono del quarto ordine in v, si ha:

$$K = t^2\,(C_0\,x^2 + 2C_1\,x + C_2) + 2t\,(C_1\,x^2 + 2C_2\,x + C_3) + C_2\,x^2 + 2C_3\,x + C_4$$

od infine:

$$K\,(V) = (C_2\,u_1 + 2C_3\,u_2 + C_4\,u_3)\,\frac{dV}{du_1} - (C_1\,u_1 + 2C_2\,u_2 + C_3\,u_3)\,\frac{dV}{du_2} +$$
$$+ (C_0\,u_1 + 2C_1\,u_2 + C_2\,u_3)\,\frac{dV}{du_3}\,.$$

Ora per $\varrho = 3$ il primo termine L ha per valore:

$$L = u_1\,u_3 - u_2{}^2$$

si avrà quindi:

$$K(L) = C_0 u_1^2 + 4C_1 u_1 u_2 + 2C_2 (u_1 u_3 + 2u_2^2) + 4C_3 u_2 u_3 + C_4 u_3^2$$

ossia:

$$K(L) = (fu^4)_8$$

ed il secondo termine della serie sarà così:

$$M = -\tfrac{1}{3}(fu^4)_8$$

inoltre posto $U = (fu^4)_8$ si avrà in generale:

$$K(V) = \tfrac{1}{4}\left[\frac{dU}{du_3}\frac{dV}{du_1} - \tfrac{1}{2}\frac{dU}{du_2}\frac{dV}{du_2} + \frac{dU}{du_1}\frac{dV}{du_3}\right].$$

11.° Varie altre ricerche e considerazioni potrebbero aggiungersi pei casi di $\varrho > 3$, ma i risultati generali ottenuti per le tre operazioni δ, K, $\varDelta$ possono agevolarle. Crediamo però opportuno di aggiungere le tre equazioni differenziali del primo ordine alle quali soddisfa un termine qualsivoglia V di ciascuna delle serie sigma, perchè esse precisano alcune differenze rispetto alle $u_1, u_2 \dots$ fra i risultati superiori e quelli del prof. Wiltheiss. Le tre equazioni sono:

$$\sum_0^{n-1}{}_r \frac{dV}{da_r} = -\sum_1^{\varrho}{}_s (\varrho - s) u_{s+1} \frac{dV}{du_s}$$

$$\sum_0^{n-1}{}_r a_r \frac{dV}{da_r} = \sum_1^{\varrho}{}_s s u_s \frac{dV}{du_s} - \mu^2 V$$

$$\sum_0^{n-1}{}_r a_r^2 \frac{dV}{da_r} = \sum_1^{\varrho}{}_s (s-1) u_{s-1} \frac{dV}{du_s} - \frac{1}{2A_0}\left[\lambda(m+\mu)\alpha_1\beta_0 + l(m-\mu)\alpha_0\beta_1\right]V$$

supposto:

$$\sum_1^{\varrho}{}_s u_s \frac{dV}{du_s} = mV$$

ed l, λ, μ avere i significati precedenti.

RELAZIONE

letta dal Socio V. Cerruti, relatore, a nome anche del Socio P. Blaserna nella seduta del 2 febbraio 1890, sopra la Memoria presentata dal prof. Michele Cantone, intitolata: *Deformazione del ferro dolce per la magnetizzazione.*

« Kirchhoff in due Memorie pubblicate negli Annali del Wiedemann (t. 24 e 25, nuova serie, anno 1885) studiò in modo generale la deformazione prodotta in un corpo elastico isotropo polarizzato magneticamente od elettricamente; ed applicò la teoria generale al caso di una sfera sottoposta ad induzione in un campo magnetico uniforme. Nelle equazioni del Kirchhoff figurano, oltre le costanti di elasticità ed il coefficiente di magnetizzazione, altre due costanti k', k'', la prima delle quali dipende dalla variazione che il coefficiente di magnetizzazione subisce pel cambiamento di volume de' singoli elementi del corpo indotto e la seconda dalla variazione di esso coefficiente per la dilatazione lineare di ciascun elemento del corpo nella direzione della linea di forza.

« È un problema importante del pari che delicato la determinazione sperimentale delle dette due costanti: e questo problema appunto si è proposto il prof. Cantone nella sua Memoria dal titolo: « *Deformazione del ferro dolce per la magnetizzazione* », sulla quale abbiamo l'onore di riferire all'Accademia. Per ottenere risultati attendibili importava soddisfare a due condizioni: 1ª che il corpo indotto collocato in un campo magnetico uniforme ricevesse una magnetizzazione pure uniforme: 2ª che la dilatazione lineare nella direzione della forza magnetica fosse abbastanza cospicua per potersi misurare con sicurezza. La prima condizione richiedeva, che il corpo fosse terminato da una superficie di second'ordine; la seconda che non fosse di forma sferica. Perciò l'autore dette alla massa di ferro dolce cimentata la forma di un ellissoide di rivoluzione molto allungato, il cui asse veniva disposto nella direzione della forza inducente.

« Seguendo il procedimento tenuto da Kirchhoff pel caso della sfera, l'autore calcolò l'allungamento dell'asse e la variazione del volume totale del corpo ottenendo espressioni, nelle quali entrano appunto le due costanti k', k''.

« Nelle sue esperienze il Cantone produceva il campo magnetico con una spirale sufficientemente lunga, nella quale erano avvolti due strati di filo: misurava col metodo delle deviazioni il momento magnetico per calcolare poi con una nota formula il coefficiente di magnetizzazione. Assegnava l'allungamento dell'asse dell'ellissoide col metodo conosciuto di Fizeau opportunatamente adattato al suo caso, e la variazione

di volume con un dilatometro introdotto nella spirale magnetizzante in modo che il ferro occupasse la parte centrale.

« Dopo ciò mediante le formule già accennate per l'allungamento dell'asse e per la variazione del volume dell'ellissoide, il Cantone potè calcolare i valori delle due costanti k', k''. Dall'insieme delle sue esperienze parrebbe risultare tra di esse per il ferro dolce la relazione notevole $k'' = -2k'$.

« Ma prescindendo da questo risultato che ad essere definitivamente stabilito richiederebbe ricerche più estese e che potrebbe anche sussistere in via approssimativa solo entro certi limiti della forza inducente, il lavoro del prof. Cantone ci pare condotto con molta diligenza e con molta sagacia, e sì per queste qualità come per l'importanza e difficoltà del soggetto noi siamo d'avvisi che meriti di essere pubblicato tra le Memorie della nostra Accademia ».

Deformazione del ferro dolce per la magnetizzazione.
Memoria del prof. MICHELE CANTONE.

Talune mie precedenti ricerche *sulle deformazioni dei condensatori* (1) mi hanno spinto a studiare il problema analogo delle variazioni di lunghezza e di volume del ferro dolce alla magnetizzazione, per vedere se l'accordo che io avea trovato fra i risultati di quelle ricerche e le previsioni teoriche nel caso dei dielettrici polarizzati, si potesse anche avere trattandosi di un corpo sottoposto all'induzione magnetica. Si sa bene, infatti, che la teoria della polarizzazione ha nei due casi unica base, per cui lo stato di tensione da essa provocato dovrebbe trovarsi tanto nei dielettrici, quanto nelle sostanze magnetizzabili, in correlazione colle forze che nei due casi agiscono.

Joule (2) per il primo trovò sperimentalmente che il ferro dolce in una spirale magnetizzante subisce allungamenti, i quali si mantengono costanti per la durata della corrente e variano proporzionalmente al quadrato del momento magnetico assunto dal ferro. Siffatte dilatazioni longitudinali sarebbero poi accompagnate secondo quelle primitive ricerche ed altre fatte in seguito da Gay-Lussac, da una contrazione trasversale, non essendosi potuta riscontrare dai due sperimentatori variazione sensibile di volume.

Il prof. Righi (3) ripetendo con diversa disposizione le ricerche di Joule venne a risultati concordanti coi precedenti e constatò anch'egli allungamenti proporzionali ai quadrati delle intensità della corrente magnetizzante.

Altri fisici si sono occupati in seguito dell'argomento, modificando in vari modi le condizioni dell'esperienza; ma ad onta di ciò nulla si è potuto asserire finora sulla natura teorica del fenomeno, essendosi rimasti per questo riguardo nel campo delle ipotesi vaghe.

Io mi son proposto di studiare la quistione da un punto di vista alquanto diverso da quello tenuto dagli altri; ho voluto cioè calcolare quali fossero le deformazioni prodotte sul ferro in un campo magnetico dalle tensioni di cui avanti si è fatta parola, e studiare nello stesso tempo il problema dal lato sperimentale per giudicare dal confronto, se, o sin dove, la teoria completa della polarizzazione possa darci ragione dei fenomeni cennati.

Le esperienze in questo lavoro si limitano al ferro soltanto, ma io spero fra non molto di espletarne altre già in corso relativamente al nichel.

(1) V. Rend. Acc. Lincei, Vol. IV, 1° sem. p. 344 e p. 471.

(2) Phil. Mag. Vol. XXX, p. 76 e 225.

(3) Mem. Acc. di Bologna. Vol. IV.

Parte teorica. La teoria della deformazione di un corpo polarizzato elettricamente o magneticamente fu fondata da Maxwell secondo le vedute di Faraday, e fu continuata da altri eminenti fisici fra i quali ricorderò Helmholtz [1], Korteweg [2], Lorberg [3], Kirchhoff [4]. Quest'ultimo studiò con particolarità nelle seconda delle Memorie pubblicate sull'argomento, il problema relativo alla polarizzazione magnetica, e trattò come applicazione il caso di una sfera sottoposta all'induzione in un campo magnetico costante.

Avrei potuto profittare di quella soluzione, se non che l'allungamento del diametro parallelo alla direzione del campo, operando con masse di ferro di dimensioni non molto grandi, era da aspettarsi assai piccolo per indurre a verificare il risultato sperimentalmente: pensai pertanto di applicare la teoria di Kirchhoff a corpi di forma diversa dalla sferica, ma tale che si prestasse a calcoli relativamente semplici, e desse nello stesso tempo, a parità di massa, dilatazioni longitudinali più pronunziate.

È noto che le sostanze magnetizzabili acquistano in un campo uniforme la stessa magnetizzazione in tutti i punti solo nel caso in cui siano terminate da una superficie di secondo grado, ed io mi sono attenuto a questa delimitazione, volendo risolvere in modo completo il problema che mi proponevo di trattare; epperò non potendo adottare nè la forma sferica per le ragioni cennate, nè la cilindrica per evitare la complicazione che porterebbero le sezioni terminali, mi son determinato di studiare teoricamente la deformazione di un ellissoide di rivoluzione allungato coll'asse parallelo alla direzione del campo.

Il processo non è molto diverso da quello della sfera, come del resto è da aspettarsi se si consideri che per il problema relativo alla sfera non si trovano nelle stesse condizioni meccaniche tutti i punti del corpo giacenti sulla medesima superficie sferica, ma solo quelli che stanno su un parallelo.

Le componenti delle pressioni sull'interno di un mezzo polarizzato sono, secondo le notazioni di Kirchhoff:

$$
(1)\quad
\begin{aligned}
A_x &= -\left(\frac{1}{4\pi}+k+\frac{k''}{2}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi}+k-k'\right)\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\},\\
B_y &= -\left(\frac{1}{4\pi}+k+\frac{k''}{2}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi}+k-k'\right)\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\},\\
C_z &= -\left(\frac{1}{4k}+k+\frac{k''}{2}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2+\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi}+k-k'\right)\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\},
\end{aligned}
$$

$$
B_z = C_y = -\left(\frac{1}{4\pi}+k+\frac{k''}{2}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\varphi}{\partial z},\quad C_x = A_z = -\left(\frac{1}{4\pi}+k+\frac{k''}{2}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x},
$$

$$
A_y = B_x = -\left(\frac{1}{4\pi}+k+\frac{k''}{2}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial y},
$$

(1) *Ueber die auf das Innere magnetisch oder dielectrisch polarisirter Korper wirkenden Kräfte.* Wied. Ann. Bd. XIII, S. 385.

(2) Korteweg, Wied. Ann. Bd. IX, S. 48.

(3) Lorberg, Wied. Ann. Bd. XXI, S. 300.

(4) Kirchhoff, Wied. Ann. Bd. XXIV, S. 52; Bd. XXV, S. 601.

dove φ è il potenziale delle masse magnetiche esterne ed interne nel punto cui si riferisce il precedente sistema di pressioni, e k, nel caso della polarizzazione magnetica, denota il coefficiente di magnetizzazione. Inoltre k', k'' sono due costanti che simboleggiano rispettivamente le espressioni $\frac{\Delta_\sigma k}{\sigma}$, $\frac{\Delta_\lambda k}{\lambda}$, in cui σ denota la dilatazione cubica, e λ la dilatazione lineare nella direzione della linea di forza, per una particella deformantesi sotto l'azione delle forze magnetiche; e $\Delta_\sigma k$, $\Delta_\lambda k$ indicano le corrispondenti diminuzioni di k, quando si ponga rispettivamente $\lambda = 0$, $\sigma = 0$. Supponendo nulle le due costanti k', k'' si hanno le formule di Maxwell; annullando solo la seconda si ottengono quelle relative alla teoria di Helmholtz. Siccome intanto nelle mie ricerche *sulle deformazioni dei condensatori* ho constatatato, partendo da quelle medesime formule generali applicate alla polarizzazione dielettrica, come le teorie di Kirchhoff e Lorberg sono quelle che possano darci completamente ragione della deformazione dei condensatori, quale si trova sperimentalmente, così ho voluto anche nel caso attuale partire dalle formule più generali.

In base alle (1) si trova per i punti sull'interno del mezzo sottoposto all'induzione magnetica, un sistema di forze le cui componenti sono:

$$(2)\quad \begin{aligned} A &= \tfrac{1}{2}\left(k' + \frac{k''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}, \\ B &= \tfrac{1}{2}\left(k' + \frac{k''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}, \\ C &= \tfrac{1}{2}\left(k' + \frac{k''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial z}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}; \end{aligned}$$

e per i punti della superficie un altro sistema di forze colle componenti:

$$(3)\quad \begin{aligned} L &= -2\pi k^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2\cos(nx) - \frac{k-k'}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}\cos(nx) + \frac{k''}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial n}, \\ M &= -2\pi k^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2\cos(ny) - \frac{k-k'}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}\cos(ny) + \frac{k''}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial\varphi}{\partial n}, \\ N &= -2\pi k^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2\cos(nz) - \frac{k-k'}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}\cos(nz) + \frac{k''}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial n}. \end{aligned}$$

Se disponiamo l'ellissoide di ferro in modo che abbia il suo asse di rotazione coincidente con quello di una spirale magnetizzante, sufficientemente lunga perchè lo si possa considerare al passaggio della corrente in un campo d'intensità costante, il potenziale φ in un punto qualunque del ferro è dato da:

$$\varphi = -\frac{Jx}{1 + kL},$$

nella ipotesi che l'asse di rotazione si assuma come asse delle x, che J sia l'intensità della forza dovuta al campo, e che L indichi un coefficiente il quale dipende dalla forma del corpo sottoposto all'induzione magnetica. Per un ellissoide di rivoluzione la cui eccentricità sia e si è trovato:

$$L = 4\pi\left(\frac{1}{e^2} - 1\right)\left(\frac{1}{2e}\log.\text{nat.}\frac{1+e}{1-e} - 1\right),$$

e siccome sul nostro caso si ha per e un valore vicinissimo all'unità, si può con approssimazione porre:

$$L = 4\pi \frac{b^2}{a^2}\left(\text{log. nat.} \frac{2a}{b} - 1\right),$$

essendo $2a$ l'asse di rotazione e $2b$ il diametro equatoriale.

Per la forma di φ, essendo J costante per i vari punti, le derivate di φ rispetto nel y e z vanno a *zero*, ed essendo la derivata di φ rispetto ad x costante, si annullano le forze interne, ed i valori delle componenti delle forze superficiali diventano:

$$L = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{- 2\pi k^2 \cos^3(nx) - \frac{k - k' - k''}{2} \cos(nx)\right\},$$

$$M = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{- 2\pi k^2 \cos^2(nx)\cos(ny) - \frac{k - k'}{2} \cos(ny)\right\},$$

$$N = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{- 2\pi k^2 \cos^2(nx)\cos(nz) - \frac{k - k'}{2} \cos(nz)\right\}.$$

E poichè $\cos(n\,x)$, $\cos(n\,y)$, $\cos(n\,z)$ sono i coseni di direzione della normale coi tre assi, preso come senso positivo della normale quello che va verso l'interno del corpo, si ha per il caso dell'ellissoide:

$$L = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 x^3}{a^6\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k' - k''}{2} \frac{x}{a^2\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}}\right\},$$

$$M = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 x^2 y}{a^4 b^2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k'}{2} \frac{y}{b^2\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}}\right\},$$

$$N = \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 x^2 z}{a^4 b^2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k'}{2} \frac{z}{b^2\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2+z^2}{b^4}}}\right\};$$

le quali relazioni, dovendo valere per punti posti sulla superficie, si possono facilmente trasformare nelle altre.

$$(4)\qquad \begin{aligned} L &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 b^3 x^3}{a^3(a^2 - e^2 x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k' - k''}{2} \frac{bx}{a\sqrt{a^2 - e^2 x^2}}\right\}, \\ M &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 byx^2}{a(a^2 - e^2 x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k'}{2} \frac{ay}{b\sqrt{a^2 - e^2 x^2}}\right\}, \\ N &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 bzx^2}{a(a^2 - e^2 x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k - k'}{2} \frac{az}{b\sqrt{a^2 - e^2 x^2}}\right\}. \end{aligned}$$

Le equazioni a soddisfare nel caso dell'equilibrio, per un punto interno, sono:

$$(5)\qquad \begin{aligned} \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} &= 0; \end{aligned}$$

e per un punto della superficie:

$$(5)\qquad \begin{aligned} X_x \cos(nx) + X_y \cos(ny) + X_z \cos(nz) &= L \\ Y_x \cos(nx) + Y_y \cos(ny) + Y_z \cos(nz) &= M \\ Z_x \cos(nx) + Z_y \cos(ny) + Z_z \cos(nz) &= N\,; \end{aligned}$$

dove, se assumiamo le costanti Θ e K adottate dal Kirchhoff, e denotiamo con u, v, w le componenti dello spostamento che una particella del mezzo subisce per l'azione del sistema di forze trovato e con σ la conseguente dilatazione cubica, bisogna porre:

$$X_x = -2K\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \Theta\sigma\right), \qquad Y_y = -2K\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \Theta\sigma\right), \qquad Z_z = -2K\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \Theta\sigma\right);$$

$$Y_z = Z_y = -K\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right), \quad Z_x = X_z = -K\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right), \quad X_y = Y_x = -K\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right).$$

Se si sostituiscono nelle (6) a $\cos(nx)$, $\cos(ny)$, $\cos(nz)$ i valori rispettivi, e si pongono per L, M, N le espressioni fornite dalle (4), le equazioni a soddisfare alla superficie diventano:

$$(7)\qquad \begin{aligned} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 b^3 x^3}{a^4 (a^2 - e^2 x^2)} + \frac{k - k' - k''}{2}\,\frac{bx}{a^2}\right\} &= -\left\{\frac{bxX_x}{a^2} + \frac{yX_y}{b} + \frac{zX_z}{b}\right\}, \\ \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 byx^2}{a^2 (a^2 - e^2 x^2)} + \frac{k - k'}{2}\,\frac{y}{b}\right\} &= -\left\{\frac{bxY_y}{a^2} + \frac{yY_y}{b} + \frac{zY_z}{b}\right\}, \\ \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{\frac{2\pi k^2 bzx^2}{a^2 (a^2 - e^2 x^2)} + \frac{k - k'}{2}\,\frac{z}{b}\right\} &= -\left\{\frac{bxZ_x}{a^2} + \frac{yZ_y}{b} + \frac{zZ_z}{b}\right\}. \end{aligned}$$

Seguendo lo stesso processo tenuto dal Kirchhoff nel caso della sfera, facciamo risultare, per la soluzione del nostro problema, lo spostamento della particella dalla sovrapposizione di tre spostamenti, ponendo:

$$(8)\qquad \begin{aligned} u &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{2\pi k^2 u_1 + \frac{k - k'}{2}\, u_2 - \frac{k''}{2}\, u_3\right\}, \\ v &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{2\pi k^2 v_1 + \frac{k - k'}{2}\, v_2 - \frac{k''}{2}\, v_3\right\}, \\ w &= \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{2\pi k^2 w_1 + \frac{k - k'}{2}\, w_2 - \frac{k''}{2}\, w_3\right\}; \end{aligned}$$

colla condizione che i tre sistemi di valori u_1, v_1, w_1; u_2, v_2, w_2; u_3, v_3, w_3 soddisfino separatamente alle equazioni per l'equilibrio, quando in luogo di L, M, N si sostituiscano, per il primo sistema:

$$(9)\qquad L_1 = \frac{b^3 x^3}{a^4 (a^2 - e^2 x^2)}, \quad M_1 = \frac{byx^2}{a^2 (a^2 - e^2 x^2)}, \quad N_1 = \frac{bzx^2}{a^2 (a^2 - e^2 x^2)};$$

per il secondo:

$$(10)\qquad L_2 = \frac{bx}{a^2}, \quad M_2 = \frac{y}{b}, \quad N_2 = \frac{z}{b};$$

e per il terzo:

$$(11)\qquad L_3 = \frac{bx}{a^2}, \quad M_3 = 0, \quad N_3 = 0.$$

L_1, M_1, N_1 denotano in queste relazioni le parti di L, M, N che hanno per coefficiente $2\pi k^2$; L_2, M_2, N_2 le parti delle stesse L, M, N che hanno per coefficiente $\frac{k-k'}{2}$; ed L_3, M_3, N_3 quelle affette dalla quantità $-\frac{k''}{2}$.

Assumeremo pertanto per i tre sistemi di valori u_1, v_1, w_1; u_2, v_2, w_2; u_3, v_3, w_3 espressioni quasi identiche a quelle adottate dal Kirchhoff, come suggerisce il processo seguito finora, e determineremo i valori delle costanti in modo da soddisfare alle equazioni indifinite ed alle nuove condizioni ai limiti. Tali espressioni sono le seguenti:

$$(12)\qquad \begin{aligned} u_1 &= a_1 x^3 + b_1 (y^2+z^2)\, x + c_1 x, \\ v_1 &= a'_1 x^2 y + b'_1 (y^2+z^2)\, y + c'_1 y, \\ w_1 &= a'_1 x^2 z + b'_1 (y^2+z^2)\, z + c'_1 z; \end{aligned}$$

$$(13)\qquad u_2 = a_2 x, \qquad v_2 = a_2 y, \qquad w_2 = a_2 z;$$

$$(14)\qquad u_3 = a_3 x, \qquad v_3 = b_3 y, \qquad w_3 = b_3 z.$$

Perchè i valori di u_1, v_1, w_1 soddisfino alle (5) bisogna che si abbiano fra i coefficienti le due relazioni:

$$(15)\qquad \begin{aligned} 3a_1 + a'_1 + b_1 + \Theta\,(3a_1 + 2a'_1) &= 0, \\ a'_1 + b_1 + 8b'_1 + 2\Theta\,(b_1 + 4b'_1) &= 0. \end{aligned}$$

Per le equazioni ai limiti avremo poi, tenendo conto delle (7) e (9):

$$(16)\qquad \begin{aligned} \frac{b^2}{2Ka^2(1-e^2)} &= 3a_1 a^2 + c_1 + \Theta\,[(3a_1 + 2a'_1)\, a^2 + c_1 + 2c'_1], \\ 0 &= b_1 b^2 + c_1 + (a'_1 + b_1)\, a^2 + \Theta\,[(b_1 + 4b'_1)\, b^2 + c_1 + 2c'_1]. \\ \frac{b^2}{2Ka^2(1-e^2)} &= b^2(a'_1 + b_1) + a'_1 a^2 + c'_1 + \Theta\,[(3a_1 + 2a'_1)\, a^2 + c_1 + 2c'_1], \\ 0 &= 3b'_1 b^2 + c'_1 + \Theta\,[(b_1 + 4b'_1)\, b^2 + c_1 + 2c'_1]. \end{aligned}$$

Le relazioni (15) e (16) permettono di determinare le sei prime costanti, di cui diamo i valori:

$$a_1 = \frac{1}{3K}\,\frac{2(a^2-b^2) - \Theta\,(4a^2+11b^2)}{\varDelta}, \quad a'_1 = \frac{1}{2K}\,\frac{16a^2 + 19b^2 + 2\Theta\,(4a^2+11b^2)}{\varDelta},$$

$$b_1 = -\frac{1}{2K}\,\frac{24a^2 + 11b^2 + 8\Theta\,(4a^2+11b^2)}{\varDelta}, \quad b'_1 = \frac{1}{2K}\,\frac{a^2 - b^2 + 2\Theta\,(4a^2+b^2)}{\varDelta},$$

$$c_1 = \frac{1}{2K}\,\frac{8a^4(1+2\Theta)(1+3\Theta) + 4a^2b^2(4+7\Theta)(1+3\Theta) + b^4(11+39\Theta+28\Theta^2)}{\varDelta\,(1+3\Theta)},$$

$$c'_1 = -\frac{1}{2K}\,\frac{8a^4\,\Theta\,(1+3\Theta) + a^2b^2(3+14\Theta)(1+3\Theta) - b^4(3+\Theta-14\Theta^2)}{\varDelta\,(1+3\Theta)};$$

dove per brevità si è posto $\varDelta$ invece di

$$(4a^2+b^2)^2(1+3\Theta) + 10b^4(1+2\Theta).$$

In modo analogo operando per i sistemi (13) e (14), si trova che le (5) sono identicamente soddisfatte, e per le (7) si ha, tenendo conto delle (10) e (11):

$$a_2 = \frac{1}{2K(1+3\Theta)};$$

$$a_3 = \frac{1+2\Theta}{2K(1+3\Theta)}, \qquad b_3 = -\frac{\Theta}{2K(1+3\Theta)}.$$

I valori trovati per le costanti a_2, a_3, b_3 sono identici a quelli avuti dal Kirchhoff trattando il problema analogo della deformazione della sfera, gli altri più avanti ottenuti, ed espressi in funzione delle dimensioni dell'ellissoide, si riducono ancora a quelli della sfera qualora si pongano uguali i due assi, e si tenga presente che al posto delle espressioni $c_1 R^2$, $c'_1 R^2$ del Kirchhoff figurano nei valori di u_1, v_1, w_1 le semplici costanti c_1, c'_1.

Per completare lo studio della deformazione dell'ellissoide resta a determinare la dilatazione cubica σ. Si ha intanto:

$$\sigma = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z};$$

sicchè per le (8) si ricava:

$$\begin{aligned}\sigma = &\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{ 2\pi k^2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z}\right) + \frac{k-k'}{2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial z}\right) - \right. \\ &\left. - \frac{k''}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial v_3}{\partial y} + \frac{\partial w_3}{\partial z}\right)\right\} \\ = &\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{ 2\pi k^2 \left[(3a_1 + 2a'_1)x^2 + (b_1 + 4b'_1)(y^2+z^2) + c_1 + 2c'_1\right] + \right. \\ &\left. + \frac{k-k'}{2} 3a_2 - \frac{k''}{2}(a_3 + 2b_3)\right\}.\end{aligned}$$

La dilatazione totale subìta dal corpo sarà:

$$\begin{aligned}\varDelta V = \iiint \sigma\, dx\, dy\, dz = &\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{ 2\pi k^2 \left[(3a_1 + 2a'_1)\iiint x^2 dx\, dy\, dz + \right.\right. \\ &\left. + (b_1 + 4b'_1)\iiint (y^2+z^2)\, dx\, dy\, dz + (c_1 + 2c'_1)V\right] \\ &\left. + \left[\frac{k-k'}{2} 3a_2 - \frac{k''}{2}(a_3 + 2b_3)\right] V\right\}.\end{aligned}$$

Gl'integrali che compariscono nell'espressione di $\varDelta V$ sono i momenti d'inerzia dell'ellissoide, il primo rispetto al piano delle yz, il secondo rispetto all'asse delle x. Sostituendo i loro valori si ha:

$$\begin{aligned}(17) \quad \varDelta V = &\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \left\{ 2\pi k^2 \left[(3a_1 + 2a'_1)\frac{4\pi a^3 b^2}{15} + (b_1 + 4b'_1)\frac{8\pi a b^4}{15} + (c_1 + 2c'_1)V\right] + \right. \\ &\left. + \left[\frac{k-k'}{2} 3a_2 - \frac{k''}{2}(a_3 + 2b_3)\right] V\right\}.\end{aligned}$$

Nel caso di un ellissoide molto allungato si possono modificare notevolmente le formule ricavate. Se infatti trascuriamo $\frac{b^2}{a^2}$ rispetto all'unità, i valori dei coefficienti che dipendono dalle dimensioni dell'ellissoide diventano.

$$
(18)\qquad
\begin{aligned}
a_1 &= \frac{1}{12Ka^2}\frac{1-2\Theta}{1+3\Theta}, & a'_1 &= \frac{1}{4Ka^2}\frac{2+\Theta}{1+3\Theta},\\
b_1 &= -\frac{1}{4Ka^2}\frac{3+4\Theta}{1+3\Theta}, & b'_1 &= \frac{1}{32Ka^2}\frac{1+8\Theta}{1+3\Theta},\\
c_1 &= \frac{1}{4K}\frac{1+2\Theta}{1+3\Theta}, & c'_1 &= -\frac{1}{4K}\frac{\Theta}{1+3\Theta}.
\end{aligned}
$$

La costante Θ è collegata al coefficiente di Poisson μ (che denota il rapporto fra la dilatazione lineare e la conseguente contrazione trasversale), mediante la relazione:

$$\Theta = \frac{\mu}{1-2\mu},$$

e poichè le accurate ricerche di Amagat in questi ultimi tempi hanno condotto ad ammettere che per il ferro μ sia prossimamente eguale ad $\frac{1}{4}$ (1), noi adotteremo appunto un tal valore, e per conseguenza porremo:

$$\Theta = \tfrac{1}{2}.$$

Le espressioni delle costanti diventano allora:

$$
(19)\qquad
\begin{aligned}
a_1 &= 0, & a'_1 &= \frac{1}{4Ka^2}, & b_1 &= -\frac{1}{2Ka^2},\\
b'_1 &= \frac{1}{16\,Ka^2}, & c_1 &= \frac{1}{5K}, & c'_1 &= -\frac{1}{20K},\\
a_2 &= \frac{1}{5K}, & a_3 &= \frac{2}{5K}, & b_3 &= -\frac{1}{10K}.
\end{aligned}
$$

Aggiungerò che fra la costante K ed il modulo di elasticità E esiste la relazione:

$$E = 2K\,\frac{1+3\Theta}{1+2\Theta};$$

sicchè per $\Theta = \frac{1}{2}$ si ottiene:

$$E = \frac{5K}{2}.$$

Ciò posto, volendo calcolare l'allungamento dell'ellissoide, collocato nell'interno di una spirale magnetizzante, alla chiusura del circuito, ricorriamo alla formula che dà il valore di u, e facciamo in essa $x = a$; avremo così la metà dell'allungamento cercato, di conseguenza si avrà per l'allungamento totale che denoto con Δl:

$$\Delta l = 2\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2\left\{\frac{2\pi k^2 a}{2E} + \frac{(k-k')\,a}{4E} - \frac{k''\,a}{2E}\right\} = \frac{a\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2}{E}\left\{2\pi k^2 + \frac{k-k'}{2} - k''\right\}.$$

(1) Amagat, Comptes-Rendus, anno 1888, 1° sem. T. CVI, p. 479.

Sostituendo per φ il valore dato in principio, e denotando con l la lunghezza dell'ellissoide si ha finalmente:

$$\frac{\varDelta l}{l}=\frac{J^2}{E(1+kL)^2}\left\{\pi k^2+\frac{k-k'}{4}-\frac{k''}{2}\right\}. \tag{20}$$

Per il valore di $\varDelta V$ si ottiene, facendo nella (17) le opportune sostituzioni:

$$\varDelta V=\frac{J^2}{(1+kL)^2}\left\{2\pi k^2\left[\frac{2\pi ab^2}{15K}-\frac{2\pi b^4}{15Ka}+\frac{2\pi ab^2}{15K}\right]+\frac{k-k'}{2}\cdot\frac{3}{5K}V-\frac{k''}{2}\cdot\frac{1}{5K}V\right\}=$$

$$=\frac{J^2V}{E(1+kL)^2}\left\{\pi k^2\left(1-\frac{1}{2}\frac{b^2}{a^2}\right)+\frac{3(k-k')}{4}-\frac{k''}{4}\right\};$$

e trascurando $\frac{b^2}{a^2}$ rispetto all'unità:

$$\frac{\varDelta V}{V}=\frac{J^2}{E(1+kL)^2}\left\{\pi k^2+\frac{3(k-k')}{4}-\frac{k''}{4}\right\}. \tag{21}$$

Il Kirchhoff nella risoluzione teorica del problema relativo alla deformazione di una sfera di ferro in un campo magnetico costante [1] perviene per la dilatazione del raggio parallelo alla direzione del campo ad una formula che presenta una certa analogia colla (20), ed allora, tenendo presente che il coefficiente di magnetizzazione k ha nel caso del ferro valori piuttosto elevati per forze magnetizzanti nè troppo piccole nè troppo grandi, si limita a supporre trascurabili i termini che contengono a fattori $k-k'$ e k'' rispetto a quello in cui comparisce k^2, per procedere così a delle semplificazioni che gli permettono di vedere l'ordine di grandezza dell'allungamento che si avrebbe secondo la teoria e di metterlo in confronto con quello trovato sperimentalmente da Joule nelle sbarre cilindriche.

A me sembra però che non si possa venire alle semplificazioni introdotte dal Kirchhoff, non potendosi supporre trascurabili k' e k'' rispetto a k^2, qualora si richiami il significato di quelle costanti e si prendano in esame i risultati delle ricerche intraprese da Matteucci [2], Villari [3] e Thomson [4] intorno all'influenza della trazione sul magnetismo delle sbarre o dei fili di ferro. In siffatti lavori è accertato che allungamenti piccolissimi portano una variazione sensibile nel momento magnetico del ferro, e questo non si può ammettere che nel caso di una sensibile variazione di k per dilatazioni assai piccole della massa magnetica. Poichè dunque l'esperienza porta a considerare i valori di k' e k'' tutt'altro che trascurabili, ci guarderemo bene dal non tenerne conto nel nostro problema, tanto più che la determinazione diretta di $\varDelta l$ e $\varDelta V$ ci rende possibile la ricerca di queste costanti.

Alle (20) e (21) si può dare intanto forme ancora più semplici, qualora si consideri che il momento magnetico di un ellissoide, posto in un campo d'intensità costante J, è dato mediante la formula:

$$m=\frac{kJV}{1+kL}; \tag{22}$$

(1) Kirchhoff, Wied. Ann. Bd. XXV, S. 616.
(2) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. T. LIII, p. 416.
(3) Villari, Pogg. Ann. Bd. CXXVI, S. 87.
(4) W. Thomson, Phil Trans. V. CLXVI, p. 693.

sicchè potremo esprimere tanto l'allungamento che l'aumento di volume mediante il momento magnetico che assume il corpo nella spirale magnetizzante, avendo:

$$(20a) \qquad \frac{\Delta l}{l} = \frac{m^2}{V^2 E}\left(\pi + \frac{k - k'}{4k^2} - \frac{k''}{2k^2}\right),$$

$$(21a) \qquad \frac{\Delta V}{V} = \frac{m^2}{V^2 E}\left(\pi + \frac{3(k - k')}{4k^2} - \frac{k''}{4k^2}\right).$$

Sono queste le formule finali sulle quali baseremo il nostro studio. Determineremo sperimentalmente oltre ai valori di Δl e ΔV quelli corrispondenti di m e k, e potremo allora dalle (20a) e (21a) ricavare k' e k'' con quell'approssimazione che ci sarà possibile ottenere.

La parte sperimentale di questo lavoro è stata eseguita nel laboratorio di fisica della R. Università di Palermo, grazie ai mezzi fornitimi dal chiarissimo prof. Macaluso.

Determinazione di m e k. Ho adoperato, per ricavare i momenti magnetici del ferro, il metodo delle deviazioni, ed ho calcolato i valori di m servendomi della formula:

$$m = \frac{H}{2} \operatorname{tang} \beta d^3 \left(1 - \frac{l^2}{4d^2}\right)^2,$$

in cui H denota la componente orizzontale del magnetismo terrestre, β l'angolo di deviazione dell'ago mobile, d la distanza dal punto di mezzo di quest'ago al centro dell'ellissoide, ed l la distanza fra i poli di quest'ultimo, distanza che, per la forma da noi data al corpo, è uguale a $2\sqrt{\frac{3}{5}(a^2 - b^2)}$, ovvero con molta approssimazione $2a\sqrt{\frac{3}{5}}$.

Mi son servito di un ellissoide di ferro dolce ricotto, avente il semiasse maggiore uguale a $7^{cm},5$ ed il raggio della massima sezione circolare uguale a $0^{cm},45$: con tali dimensioni risultando una eccentricità di 0,9982, si potea ritenere il valore di $\frac{b^2}{a^2}$ trascurabile rispetto ad *uno*, e perciò applicare alla deformazione del corpo sottoposto ad esame le formule (20a), (21a) precedentemente stabilite. Calcolati i raggi di 18 sezioni circolari, la costruzione dell'ellissoide fu affidata al meccanico di questo laboratorio sig. Bartolini, il quale non ostante avesse procurato di attenersi ai dati fornitigli, pure per la difficoltà del lavoro non riuscì a riprodurre fedelmente la figura dell'ellissoide. Infatti, mentre per le dimensioni degli assi si sarebbe dovuto avere un volume di $6^{cmc},362$, colla bilancia idrostatica si trovò un volume di $6^{cmc},498$. Qualora si pensi che un errore di $\frac{1}{10}$ di millimetro nel raggio equatoriale porta per il volume una differenza di $0^{cmc},286$, che è più del doppio di quella che si avea nel nostro caso, non si può dire che la forma dell'ellissoide, quale risultò in pratica, fosse molto diversa da quella relativa alle dimensioni preventivamente assegnate; stimando pertanto che quella imperfezione non potesse alterare in modo sensibile i risultati, e tenendo anche conto della difficoltà che si avea di ritoccare il lavoro, mi son servito dell'ellissoide già costruito.

La spirale magnetizzante avea una lunghezza di 29^{cm}. Era costituita di filo di rame del diametro di 2^{mm}, rivestito di cauciù, ed avvolto su un tubo di vetro del

diametro di 5^{cm} circa: si ebbero in tutto 170 spire, distribuite in due strati, per cui il numero di giri che erano compresi nell'unità di lunghezza risultò uguale a 5,86. Per la estensione della spirale in confronto di quella dell'ellissoide si poteva ritenere il campo magnetico, per il tratto occupato dal ferro, sensibilmente costante, essendosi questo disposto sempre coi suoi estremi ad ugual distanza dalle spire terminali del rocchetto.

L'azione della corrente magnetizzante sull'ago mobile veniva annullata per la presenza di una spirale compensatrice, avente una lunghezza di 8^{cm} ed un diametro di 6^{cm}.

L'ago mobile, che subiva le deviazioni dovute al ferro, era quello di un galvanometro Thomson (modello Carpentier), che in queste esperienze funzionava da magnetometro. Mi sono assicurato che il filo di sospensione dell'ago non avea torsione, facendo passare per i rocchetti del galvanometro successivamente due correnti di uguale intensità e di senso opposto e trovando nei due casi deviazioni uguali. Ho constatato altresì che il coefficiente di torsione del filo era trascurabile. Ho individuato in seguito la direzione perpendicolare al meridiano magnetico; per questo collocai al di sotto del magnetometro ed il più vicinò possibile all'ago un lungo filo, disteso orizzontalmente e passante per l'asse di questo strumento, e mandai per il filo stesso una corrente molto intensa: potendo con un cannocchiale munito di scala apprezzare piccolissime deviazioni dell'ago, mediante opportuna rotazione del conduttore disteso attorno l'asse del magnetometro, pervenni ad una posizione per la quale l'ago alla chiusura del circuito non deviava sensibilmente. Con fili a piombo si riportò allora quella direzione sul terreno per poterla riottenere a volontà nel corso delle esperienze. Lungo questa direzione si disposero gli assi della spirale magnetizzante e della compensatrice: per l'esatto orientamento la prima di esse portava nell'interno un tubo di vetro conassiale col rocchetto, e capace di contenere esattamente l'ellissoide; la seconda portava agli estremi due dischi circolari forati al centro.

I fili che andavano da una spirale all'altra oltrechè legati assieme, passavano il più lontano possibile dall'ago mobile, e presso a poco nella direzione est-ovest: queste precauzioni non erano superflue stante la grande intensità che si raggiungeva nella corrente.

Per la produzione di esse adoperavo una batteria di 6 pile Bunsen. La corrente passava prima per un reostata, formato con filo di rame disposto a zig-zag su un telaio che si trovava a circa 6 metri dal magnetometro, veniva poi ad un amperometro collocato a piccola distanza dal telaio, indi ad un commutatore, e da esso alle due spirali per ritornare infine alle pile.

La compensazione si ottenne sempre in modo completo, per cui si potea essere sicuri che la corrente magnetizzante non avesse affatto influenza sulle deviazioni dell'ago.

L'amperometro usato portava una graduazione estendentisi sino a dieci *ampères*, ed ho ritenuto che la sua sensibilità fosse sufficiente per le sue ricerche, potendosi con una lente apprezzare, (almeno sino ad 8 unità), il decimo di divisione, ossia un centesimo di *ampère*. La graduazione dello strumento fu preventivamente verificata per 11 punti, presi ad intervalli presso a poco uguali fra loro, mediante l'elettrolisi

del solfato di rame: le correzioni trovate furono non molto forti, sicchè per interpolazione si poteva ottenere l'intensità coll'approssimazione di $\frac{1}{50}$ di *ampère*.

Le deviazioni dell'ago mobile si determinavano con un cannocchiale munito di scala, il quale era collocato a circa $1^m,60$ dallo specchietto unito all'ago. La misura di questa distanza si facea mediante due fili a piombo allineati lungo la congiungente la divisione media della scala e l'asta del magnetometro, e con un metro graduato in millimetri. In modo analogo si valutava la distanza fra l'ago mobile ed il centro dell'ellissoide, essendosi munito quest'ultimo di una scala graduata in millimetri, che avea lo zero a contatto dell'estremo del ferro, ed era abbastanza lunga per isporgere dal tubo di vetro dentro il quale, come si disse, il corpo in esame veniva collocato.

Col calcolo potei constatare che la spirale compensatrice non avea affatto influenza sulla magnetizzazione dell'ellissoide, sia per la distanza a cui essa si trovava rispetto al ferro, (maggiore sempre di 2 metri), sia per la sua piccola lunghezza, sia ancora per il suo diametro; non ho tenuto conto pertanto del termine di correzione relativo all'azione smagnetizzante della seconda spirale.

Per quanto riguarda la qualità del ferro adoperato, dirò che dopo molte ricerche mi è riuscito di trovare del vecchio ferro dolce di Svezia, il quale ad un ago magnetico sensibile presentava piccola traccia di polarità residua dopo che lo si era posto in una spirale magnetizzante. Fattolo ricuocere in una forma di gesso perchè si raffreddasse lentamente, me ne sono servito per la costruzione dell'ellissoide, ed ho visto che il pezzo usato nelle mie ricerche era quasi privo di forza coercitiva. Per convincersene, riporto i dati ottenuti in una serie scelta a caso fra le esperienze relative alla determinazione dei momenti magnetici. Indico nella prima colonna della seguente tabella le intensità della corrente in unità assolute (C. G. S.), nella seconda le letture fatte sulla scala prima del passaggio della corrente, nella terza quelle durante il passaggio, nella quarta quelle avute alla successiva apertura del circuito, nella quinta le differenze fra i numeri della terza e della seconda, e nell'ultima le differenze fra quelli della terza ed i corrispondenti della quarta.

i	a	b	c	$b-a$	$b-c$
0,300	244,1	254,5	244,2	10,4	10,3
— 0,300	244,2	233,9	244,3	— 10,3	— 10,4
0,358	244,3	256,6	244,6	12,3	12,0
— 0,357	244,6	232,4	244,3	— 12,2	— 11,9
0,428	244,4	258,8	244,8	14,4	14,0
— 0,428	244,8	230,2	244,4	— 14,6	— 14,2
0,520	244,6	262,0	244,9	17,4	17,1
— 0,520	244,9	227,4	244,6	— 17,5	— 17,2
0,628	244,7	265,8	245,0	21,1	20,8
— 0,629	245,0	223,8	244,7	— 21,2	— 20,9
0,826	244,8	273,0	245,2	28,2	27,8
— 0,826	245,2	216,8	244,8	— 28,4	— 28,0

Un semplice confronto dei numeri della seconda colonna con quelli della quarta, mostra che si ha nel ferro adoperato magnetismo permanente in parte così piccola rispetto al temporario, da non potersi avere per quella polarizzazione residua influenza notevole sulle magnetizzazioni successive; tanto più che ad ogni corrente ne succedeva un'altra di uguale intensità e di senso opposto, la quale annullava le tracce di magnetismo permanente rimasto dopo il passaggio della corrente diretta. Ho ritenuto pertanto che i numeri della penultima colonna potessero fornire con sufficiente esattezza le deviazioni dell'ago per il magnetismo temporario dell'ellissoide, ed in base ad essi ho calcolato i momenti magnetici.

Ho voluto anche vedere se l'intensità del campo nell'interno della spirale fosse costante; per questo in una serie di esperienze, dopo aver misurato le deviazioni ottenute coll'ellissoide nella parte centrale della spirale, ho spostato il ferro di un centimetro in avanti e poi di altrettanto indietro, in ciascuno dei casi ho determinato le deviazioni per varie intensità di corrente, ed i momenti così ricavati risultarono, a parità di corrente, presto o poco uguali a quelli avuti nella posizione normale.

Per i calcoli mi servii della formula (22), nella quale presi $H = 0,2376$, attenendomi alla determinazione della componente orizzontale fatta in Palermo dal prof. Chistoni.

I valori avuti per le diverse serie sono segnati in apposite colonne della tabella che segue accanto a quelli corrispondenti delle intensità, e tanto gli uni che gli altri sono espressi in unità assolute; oltre a ciò per ciascuna serie è indicata la distanza d fra l'ago mobile ed il centro dell'ellissoide.

$d = 112^{cm},67$		$d = 126^{cm},26$		$d = 143^{cm},30$		$d = 143^{cm},30$	
i	m	i	m	i	m	i	m
0,183	665	0,260	945	0,267	969	0,262	947
0,246	897	0,344	1258	0,300	1107	0,295	1064
0,362	1314	0,488	1789	0,354	1298	0,343	1256
0,441	1608	0,572	2131	0,420	1543	0,406	1479
0,519	1902	0,764	2815	0,506	1855	0,490	1788
0,606	2231	—	—	0,612	2246	0,584	2150
0,702	2587	—	—	0,817	3012	0,769	2842
0,795	2922	—	—	—	—	—	—

I dati fornitimi da questa tabella mi hanno permesso la determinazione di k. Si sa bene che questo coifficiente varia in modo notevole col variare della forza magnetizzante e, per una stessa forza, colla natura del ferro che si adopera, diguisachè

occorre di determinarlo nei vari casi direttamente. Serve per il calcolo di k la nota formula:

$$m = \frac{VkJ}{1+kL},$$

che equivale all'altra:

$$m = \frac{VJ}{\frac{1}{k}+L},$$

dove la costante L, attese le dimensioni assegnate per gli assi, è uguale a 0,1134.

Dall'ultima uguaglianza si vede facilmente che non si può determinare k mediante la misura del momento magnetico del corpo sottoposto a magnetizzazione, dando forme arbitrarie a questo corpo; infatti grandi variazioni di k, mentre nel caso della sfera influiscono assai poco nel valore del momento, influiscono notevolmente trattandosi di un ellissoide di rivoluzione allungato, e tanto più quanta maggiore è la sua eccentricità; finchè per $e=1$ il momento magnetico varia proporzionalmente a k. Or siccome nel nostro caso L ha un valore piuttosto piccolo, la forma assunta per il corpo rende il metodo adoperato per la determinazione di k discretamente sensibile.

Come valore del volume del corpo ho preso quello che si ebbe direttamente colla bilancia idrostatica e non quello calcolato in base ai valori dati per gli assi, giacchè la quantità V della precedente relazione non dipende dalla forma del corpo, ma dalla massa del ferro sottoposto all'influenza magnetica.

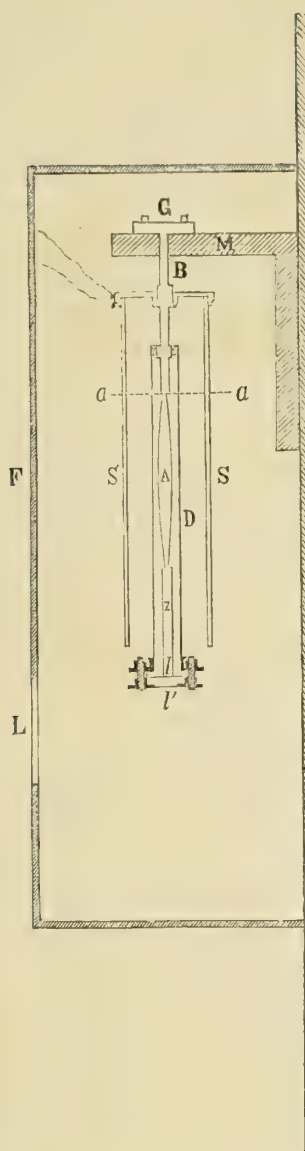
Ho calcolato la forza magnetizzante J mediante la nota espressione $4\pi ni$, indicando con i l'intensità della corrente e con n il numero di spire che si aveano nell'unità di lunghezza del rocchetto.

Infine, ricavati per taluni valori di i i momenti m servendomi delle cifre della precedente tabella, ho calcolato colla formula

$$k = \frac{m}{VJ - mL}$$

i valori del coefficiente di magnetizzazione, ed ho ottenuto i seguenti risultati:

$i=$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$k=$	56,0	57,1	58,2	60,2	61,7

Variazioni di lunghezza dell'ellissoide. Il metodo seguito per trovare gli allungamenti che subisce il ferro magnetizzandosi, è quello adoperato da Fizeau per lo studio della dilatazione dei solidi. Essendo l'apparecchio analogo a quello di cui feci uso per la misura degli allungamenti dei condensatori, rimando per maggiori dettagli al citato lavoro, limitandomi qui soltanto a descrivere le parti riguardanti la nuova disposizione.

Ad una mensola M attaccata al muro veniva fissato l'ellissoide A, coll' intermediario di una sbarra di ottone B destinata a tenere il ferro nella parte centrale della spirale S; e perchè questa riuscisse collegata stabilmente ad A, la si era munita all'estremo superiore di una ghiera con madrevite, per mezzo della quale potea fissarsi a conveniente altezza alla sbarra B. All'estremo dell'ellissoide fu attaccato un cilindretto di zinco z che portava inferiormente una lastrina di vetro l, e d'altra parte al pezzo B si collegò un tubo di ottone D conassiale coll'ellissoide, destinato a reggere inferiormente un'altra lastrina l': potendosi a questa dare opportuno orientamento con tre viti v, si riusciva ad ottenere fra l ed l' una lamina d'aria di piccolo spessore per la produzione delle frange d' interferenza. La lunghezza del cilindro z era regolata in modo da aversi il completo compenso delle dilatazioni dovute alla temperatura nel ferro e nello zinco da una parte, e nell'ottone al disotto della linea a dall'altra; sicchè venivano evitati gli spostamenti delle frange per effetto delle lente variazioni di temperatura della stanza. Oltre a ciò, per proteggere l'apparecchio completamente da quelle oscillazioni di stato calorifico che potevano essere provocate dalle correnti aeree, ho chiuso tutto il sistema in una cassa di legno F attaccata al muro, e portante nella parete anteriore una lastra di vetro L a facce piane e parallele, per dare adito ai raggi luminosi producenti il fenomeno d' interferenza.

L'ellissoide fu attaccato ai cilindri B e z mediante saldatura in un bagno ad olio, e l'assieme dei tre pezzi venne raddrizzato al tornio. Per impedire poi che l'asse comune, nel suo adattamento alla mensola restasse inclinato, dal quale fatto si sarebbe avuta una lenta flessione del sistema ed un conseguente spostamento delle frange, ho fatto terminare il cilindro B superiormente con un disco G, il quale mercè tre viti di attacco e tre di richiamo potea fissarsi alla mensola M con quell'orientazione per la quale risultasse il sistema dei tre pezzi sottostanti nella direzione del filo a piombo.

La corrente era, come nelle precedenti esperienze, fornita da 6 pile Bunsen: con un commutatore se ne invertiva il senso, e col reostata avanti cennato se ne variava l' intensità, alla cui misura serviva l'amperometro. Non facevo le letture in questo apparecchio ad ogni passaggio di corrente, poichè, ad evitare un riscaldamento del filo della spirale, operavo la chiusura del circuito per quel tempo che bastava a misurare lo spostamento delle frange, donde non solo si avea impossibilità di procedere alle due misure da uno sperimentatore, ma, quand'anche si fosse disposto di un

aiuto; il tempo che impiegava l'indice dell'amperometro a fermarsi alla posizione di equilibrio era abbastanza lungo per impedire con correnti forti un piccolo riscaldamento del filo della spirale. Epperò, rinnovando spesso gli acidi e mantenendo gli zinchi nelle pile bene amalgamati, la batteria poteva essere impiegata per qualche ora senza indebolirsi sensibilmente; il che permetteva di misurare volta per volta la intensità adoperata a serie completa, avendo cura di applicare il serrafilo mobile nel reostata in quei medesimi punti, opportunatamente segnati, nei quali lo si fissava durante la serie. Ho constatato che le intensità delle correnti per le medesime lunghezze del filo del reostata si conservavano quasi identiche a quelle che si aveano in una seconda serie fatta coll'intervallo di circa un'ora dalla prima, diguisachè veniva eliminato ogni dubbio circa alle inesattezze di cui il metodo tenuto per la misura di i avrebbe potuto essere suscettibile.

La precauzione di non tenere chiuso il circuito per molto tempo era indispensabile usando correnti assai forti; per le deboli, stante la grossezza del filo della spirale, si potea addirittura trascurare. L'intervallo di un'ora in seguito alla determinazione delle intensità era più che bastevole per avere il ritorno delle frange alla posizione iniziale.

È quasi superfluo notare che, non ostante si adoperasse un sistema compensato per eliminare lo spostamento delle frange dovuto alle variazioni di temperatura, questo spostamento si dovea avere riscaldandosi la spirale, perchè il calore si comunicava da essa prima al tubo e poi alla parte centrale dell'apparecchio.

Noterò altresì che in queste ricerche ho collocato la fiamma a gas destinata alla produzione della luce monocromatica ad una distanza di circa 80^{cm} dall'ellissoide, per impedire che il calore irradiato dalla sorgente luminosa alterasse l'equilibrio di temperatura del sistema compensato.

Ciò posto, passo ad indicare i risultati sperimentali da me ottenuti.

In alcune serie preliminari ho constatato che gli spostamenti delle frange riferiti a diversi punti incisi nella lastrina l, erano i medesimi qualunque si fosse il punto rispetto al quale si computavano, il che indicava uno spostamento della lastrina parallelamente a sè stessa, e quindi nessuna flessione o torsione dei pezzi cui quella era fissata. I moti apparenti del punto di riferimento non oltrepassarono mai la distanza fra due strie consecutive: per accertarmene, trattandosi di un passaggio che si produceva quasi istantaneamente, ho prodotto il fenomeno d'interferenza colorando la fiamma oltre che coi vapori di sodio, con quelli di litio, nel modo indicato in altro lavoro [1], ed ho avuto la certezza che non si oltrepassava mai negli spostamenti il limite predetto,

Le frange ottenute d'ordinario colla sola luce del sodio erano molto larghe, e permettevano per la loro nettezza di apprezzare ad occhio con sufficiente esercizio $\frac{1}{20}$ della distanza fra due successive.

La magnetizzazione produceva sempre aumento di lunghezza, come ebbi a constatare osservando il senso secondo il quale si spostavano apparentemente i punti

[1] *Sui sistemi di frange d'interferenze prodotte da una sorgente di luce a due colori.* Rend. Acc. dei Lincei, vol. IV, 1° sem., p. 815.

incisi rispetto al centro degli anelli di Newton: l'allungamento si produceva subito alla chiusura del circuito, e spariva del tutto appena questo veniva aperto. Un tal fatto si constatò anche con correnti molto intense, per cui da una parte risultava la deformazione dovuta unicamente alle forze magnetiche e non mai a calore comunicato dalla spirale, e d'altra parte si avea un comportamento del ferro dolce tale da confermare l'assenza quasi completa di forza coercitiva. Il prof. Righi nelle sue ricerche trovava una dilatazione permanente notevole anche nel ferro dolce; a me pare che la differenza sia da attribuire soltanto alla diversa qualità di ferro adoperato.

Una corrente magnetizzante in senso opposto portava lo stesso effetto della prima a pari intensità, nè si produceva al passaggio della corrente inversa alcun fenomeno che accennasse, come è stato trovato dal prof. Righi, ad un accorciamento del ferro all'atto dell'inversione. Solo quando si erano fatte passare per la spirale più correnti consecutivamente nello stesso senso, alla prima inversione lo spostamento delle frange non era così netto come nel caso in cui ad ogni corrente succedesse una uguale e di senso opposto. Oltre questa anomalìa, una serie di passaggi nello stesso senso produceva, in seguito al primo, allungamenti meno pronunziati; il qual fatto darebbe ragione alla ipotesi del Righi, che cioè, oltre alla deformazione, si produce sul ferro dalle forze magnetiche uno speciale orientamento, il quale rimane in parte anche cessando le cause che lo hanno provocato. Ammessa però tale ipotesi, non avendosi nel caso mio una dilatazione residua, bisognerebbe venire alla conseguenza che questo orientamento non influisca sulla lunghezza del ferro dolce in modo diretto, ma probabilmente per l'azione che esso esercita sulle forze magnetiche interne.

Nelle ricerche definitive ho misurato gli spostamenti delle frange per varie intensità di corrente, invertendone volta per volta il senso, ed i valori che trovansi nella seguente tabella sono le medie di quelli avuti per il passaggio diretto e per il passaggio inverso. Oltre alle intensità della corrente espresse in unità assoluta e agli spostamenti Δ, sono notati in apposita colonna per ciascuna serie i rapporti fra i valori della seconda e i quadrati di quelli accanto della prima, per mostrare che le dilatazioni longitudinali, quando l'intensità del campo non sia molto elevata, variano proporzionalmente al quadrato della forza magnetizzante.

I Serie			II Serie			III Serie			IV Serie		
i	Δ	$\frac{\Delta}{i^2}$	i	Δ	$\frac{\Delta}{i^2}$	i	Δ	$\frac{\Delta}{i^2}$	i	Δ	$\frac{\Delta}{i^2}$
0,300	$\overset{F}{0,12}$	1,33	0,295	$\overset{F}{0,10}$	1,15	0,310	$\overset{F}{0,11}$	1,14	0,303	$\overset{F}{0,12}$	1,31
0.360	0,17	1,33	0,350	0,15	1,23	0,374	0,15	1,07	0,362	0,16	1,22
0,431	0,25	1,34	0,420	0,26	1,48	0,456	0,26	1,25	0,440	0,20	1,03
0.525	0,33	1,20	0,515	0,31	1,17	0,555	0,32	1,04	0,535	0,30	1,05
0,610	0,39	1,04	0,594	0,41	1,16	0,646	0,37	0,89	0,623	0,35	0,90
0,810	0,45	0,67	0,684	0,47	1,00	0,753	0,45	0,79	0,723	0,42	0,80
0,910	0,55	0,66	0,785	0,50	0,81	0,868	0,49	0,65	0,832	0,55	0,79
			0,880	0,56	0,72						

In base a questi valori per una corrente di 5 *ampères*, e quindi per una forza magnetizzante di 36,82 unità assolute l'allungamento risulta di tre decimi di frangia, ossia uguale a $0^{mm},000088$, per cui verrebbe ad essere presso a poco $\frac{6}{10000000}$ della lunghezza del corpo.

Variazioni di volume dell'ellissoide. L'apparecchio adoperato per misurare la dilatazione cubica dell'ellissoide, dovuta alle forze magnetiche, consisteva in un dilatometro, capace di contenere il corpo in esame, aperto da una parte e portante saldato all'altro estremo un tubo assai capillare. Si operava la chiusura del dilatometro, dopo che vi si era introdotto il ferro, mediante un cappelletto di vetro, munito di un piccolo tubo che doveva servire per l'introduzione dell'acqua, e l'adattamento si facea con del mastice fuso.

Riempito il serbatoio di acqua distillata, si portò all'ebollizione questo liquido sotto bassa pressione ad una temperatura di circa 40°; in seguito di che si chiuse il tubo d'introduzione dell'acqua con un pezzo di filo di cauciù, avendo cura di non lasciare fra esso ed il liquido bollicine d'aria. Questa cautela era indispensabile, per impedire che una piccola variazione di volume del ferro avesse a portare per l'attrito del liquido nel cannello di preferenza una contrazione della bolla.

Il dilatometro era collocato nella spirale magnetizzante in modo che il ferro occupasse la parte centrale, ed era circondato da ghiaccio fondente per mantenere la temperatura costante. Con un cannocchiale a forte ingrandimento, munito di micrometro, si poteva determinare uno spostamento della colonna liquida nel tubo capillare non inferiore ad $\frac{1}{80}$ di millimetro, e siccome il tubo adoperato avea una sezione di $0^{mmq},224$, la minima variazione di volume apprezzabile era di circa $\frac{3}{10000}$ di millimetro cubo ossia di $\frac{5}{100000000}$ del volume dell'ellissoide.

Non ostante questa grande sensibilità, al passaggio di una corrente di 12 *ampères*, conformemente a quanto era stato già visto da Joule e da Gay-Lussac, non si ebbe spostamento apprezzabile del liquido.

Discussione. Mettiamo ora in confronto i risultati sperimentali con quelli teorici, e cominciamo dal supporre per un momento con Kirchhoff trascurabili k, k' e k'' rispetto a k^2. Limitandoci al caso di una corrente magnetizzante di 5 *ampères*, cioè per

$$m = 1828\,;$$

facendo $V = 6{,}498$, $E = 1{,}78 \times 10^{12}$, si ottiene:

$$\Delta l = 0^{mm},000020$$

$$\Delta V = 0^{mmc},00086.$$

Questi valori riescono notevolmente discordanti da quelli avuti colle esperienze; per cui la teoria di Kirchhoff colle ipotesi dallo stesso fatte sui valori di k' e k'' non ci darebbe esatta ragione della deformazione che provano i corpi magnetizzabili per opera delle forze magnetiche.

Cerchiamo invece di porre a base della teoria i dati sperimentali, senza fare a priori alcuna delimitazione sui valori delle due costanti k' e k''; la teoria sviluppata ci permetterà di determinare questi coefficienti. Basterà a tal uopo risolvere rispetto a k' e k'' le equazioni fornite dalle (20a), (21a), quando si ponga $\Delta V = 0$ e per Δl si sostituisca il valore trovato sperimentalmente con una data forza magnetizzante. Per rendere completa la discussione ho ripetuto i calcoli relativi alla ricerca di k' e k'' per diverse intensità di corrente, ed i risultati sono esposti qui appresso [1]:

i	$\frac{\Delta l}{l}$	k'	k''
0,3	0,000000216	44000	—92000
0,4	393	46000	—97000
0,5	587	46000	—97000
0,6	707	42000	—82000
0,7	825	39000	—70000
Medie da *0,3* a *0,6*		44500	—92000

I valori che si ottengono per ciascuna delle due costanti vanno discretamente d'accordo fra loro, finchè si tratti di forze magnetiche non molto grandi; il disaccordo notevole che si produce quando si oltrepassa la intensità di 6 *ampères*, potrebbe derivare sia dal non essere la teoria applicabile al caso del ferro vicino allo stato di saturazione magnetica, sia dal fatto che quelle due costanti al pari di k dipendono dalla grandezza della forza magnetica. Non credo che coi dati fornitimi dall'esperienza si possa avvalorare l'una piuttosto che l'altra ipotesi; parmi invece più opportuno far rilevare che per i valori di k' e k'' si ha con molta approssimazione:

(23) $$k'' = -2k'.$$

Questo risultato è di una certa importanza teorica, poichè se noi denotiamo, come fa Lorberg, con α e β le espressioni $-\frac{\Delta_{g_1} k}{g_1}$, $-\frac{\Delta_{g_2} k}{g_2}$, ove per un punto della massa di ferro sottoposta all'induzione magnetica g_1 è la dilatazione secondo la linea di forza, e g_2 quella che si produce perpendicolarmente ad essa, le costanti α e β risultano legate a k' e k'' mediante le relazioni:

$$k' = \beta \qquad k'' = \alpha - \beta;$$

e per la (23) si ottiene:

$$\alpha = -\beta,$$

cioè i due cennati coefficienti della teoria di Lorberg sarebbero per il ferro uguali e di segno opposto.

Per quanto riguarda la grandezza dei valori assoluti di k' e k'' non avrei altro da aggiungere a quanto ho detto nel ricavare le formule finali (20a), (21a); solo

[1] Avrei ottenuto per k' e k'' valori non molto differenti da quelli segnati se, invece di porre il coefficiente di Poisson μ uguale ad $\frac{1}{4}$, avessi preso per questa costante il valore $\frac{1}{3}$.

osserverò in conferma delle idee allora esposte che coi valori ottenuti per k' e k'' si hanno nel caso del ferro sottoposto a stiramento variazioni del coefficiente k di un ordine di grandezza ammissibile. Difatti per un filo di ferro sottoposto ad una forza di trazione di un chilogrammo per millimetro quadrato, avendosi direttamente $\lambda = 0{,}00028$ e $\sigma = 0{,}00014$, ponendo $k' = 44500$ e $k'' = -92000$, si trova:

$$\Delta k = 19{,}5\,.$$

Un primo risultato importante è che si ottiene per k un aumento, conformemente a quanto ci rivela l'esperienza. D'altra parte, se si tien conto dei valori elevati di k e delle notevoli variazioni che constatavano il Villari ed il Thomson nei momenti magnetici del ferro per forze magnetizzanti non considerevoli, il valore trovato per Δk non parrà eccessivamente grande.

Riportando il risultato di ques'ultimo calcolo io non ho avuta la pretesa di mostrare che la teoria sviluppata abbia a dar completa ragione di tutta una serie di fatti, i quali finora si son ritenuti poco adatti ad una interpretazione teorica semplice. So bene che il metodo usato per misurare gli allungamenti, attesa la sua piccola sensibilità, non permette di valutare con tutta esattezza k' e k'', e perciò non annetto una capitale importanza al valore 19,5 avanti ottenuto per Δk; solo ho voluto far vedere che, relativamente all'ordine di grandezza, si perviene a risultati che accennerebbero ad un accordo colle esperienze. In questo senso parmi si possa parlare di conferma della teoria sviluppata, la quale, colle esperienze descritte in questo lavoro, non mi poteva fornire se non i valori delle costanti introdutte da Kirchhoff e da Lorberg.

Sul Coccodrilliano garialoide (Tomistoma calaritanus) scoperto nella collina di Cagliari nel MDCCCLXVIII.

Memoria del Socio GIOVANNI CAPELLINI

letta nella seduta del 2 marzo 1890.

(Con quattro tavole).

Sulla scoperta dei resti del Coccodrilliano di Cagliari.

Nella circostanza del II. Congresso geologico internazionale che si tenne in Bologna nel settembre del 1881, nei locali dell'Istituto geologico si inaugurava altresì la prima Esposizione di geologia e di paleontologia. I preziosi oggetti inviati dai direttori dei musei governativi e dai fortunati proprietarii di ricche miniere e di private collezioni contribuirono non poco al felice esito del Congresso, e gli stranieri poterono apprezzare convenientemente il progresso fatto negli ultimi anni in Italia anche nelle ricerche geologiche e paleontologiche.

Nella prima vetrina che i visitatori della Esposizione incontravano nel vestibolo dell'Istituto geologico, si ammirava la importantissima collezione dei fossili paleozoici della Sardegna, già allora in parte illustrati dal prof. Meneghini, e nel piano inferiore di quella stessa vetrina figuravano alcuni massi di calcare con ossa di coccodrilliano. Quei resti erano distinti con un cartellino sul quale si leggeva semplicemente la seguente indicazione: *Crocodilus caralitanus*, Gennari nel calcare di Cagliari 1868 (1); il prof. Patrizio Gennari, allora direttore del Museo di storia naturale nella R. Università di Cagliari me li aveva inviati accompagnandoli con una lettera della quale credo opportuno di riferire alcuni brani.

« Cagliari 19 settembre 1881.

« I resti del Coccodrillo che ho a Lei inviato, per la Esposizione geologica che « si intende fare costì in occasione del Congresso, si rinvennero nel 1868 sopra il « calcare pliocenico della collina di Cagliari e precisamente alla base di uno di quei « monoliti, de' quali fa menzione il cel. Lamarmora (*Voyage* p. 3ª, vol. I, pag. 273) « e che nel paese venivano designati col nome di *Meriones*, *Is. Meriones*; (2) i quali

(1) Nella Guida redatta in gran fretta fu stampato: *Crocodilus carolinus.*

(2) Col nome di *Pietra cantone* si distingue a Cagliari un calcare marnoso grossolano, bianco o giallastro-Isabella chiaro nel quale i Romani ed i Cartaginesi praticarono cave di pietre da costruzione. Il cosidetto *tramezzaio* o *pietra forte* può ritenersi come varietà della pietra cantone con la quale pare che talvolta alterni e sia interstratificato. Una parte delle antiche cave essendo crollata lasciò dei testimoni uno dei quali, tra tutti il più rimarchevole, si presentava isolato ed aveva alla base

« monoliti alla detta epoca vennero rasi a terra per l'ampliamento della nuova piazza « d'armi . . . .

. . . .

L'egregio professore aggiungeva che in quello stesso anno (1868) egli aveva mandato in proposito una breve notizia alla R. Accademia dei Fisiocritici di Siena? perchè riteneva che il fossile allora scoperto fosse nuovo e non privo di interesse scientifico, benchè tanto sciupato ed incompleto. Per confronti fatti con le descrizioni e le figure che gli era stato possibile di consultare si era convinto che si trattava di una specie diversa dalle già descritte e aveva proposto il nome di *Crocodilus caralitanus*. Il prof. Gennari terminava la lettera con ampia dichiarazione che egli non teneva, nè alla provvisoria determinazione della specie, nè alla esattezza della determinazione delle diverse ossa che inviava numerate e catalogate ([1]), mentre si teneva pago che l'esemplare fosse riconosciuto meritevole di figurare in quella mostra internazionale, e anticipatamente ringraziava per la importanza che veniva così attribuita alla sua scoperta.

Non pochi degli oggetti che figurarono a quella Esposizione furono generosamente donati all'Istituto geologico, ma i resti del coccodrillo di Cagliari dovevano essere restituiti; quindi appena finito il Congresso mi limitai a chiedere il permesso di illustrarli e ottenni di ritardarne la restituzione. Trascorso assai tempo ed avendo cominciato a liberare dalla roccia le ossa che ancora vi si trovavano sepolte, mi accorsi della grande difficoltà e del molto tempo che avrei dovuto impiegarvi; quindi nell'interesse della scienza e dei musei di Cagliari e di Bologna proposi che quel fossile fosse ceduto a questo Istituto, offrendo in cambio oggetti che avrebbero avuto maggiore importanza come materiale didattico.

Malgrado la migliore volontà e tutte le premure del bravo professore Lovisato cui già era stata affidata la direzione del Museo geologico e mineralogico, il desiderato cambio non potè aver luogo; nè io volli tardare più a lungo a restituire quei resti fossili, dopo aver fatto eseguire con ogni cura un modello come trovavasi l'esemplare alla fine del 1881. Quel modello, v. tav. I, ora fa parte della collezione dei vertebrati fossili dell'Istituto geologico di Bologna e vale a fare apprezzare il lungo lavoro che fu necessario per liberare tutte le ossa del cranio e completarlo come si vede nella tav. II, fig. 1 a 3.

---

grandi blocchi distinti col nome di *Is Meriones*. Di questi blocchi ai quali si riferisce la lettera del prof. Gennari ecco quanto ne scrisse il La Marmora (*Voyage en Sardaigne* III^e partie, tom. I, pag. 273, Turin 1857). *Is Meriones*. « Une partie des anciennes carrières s'est eboulée au NO de « la ville en laissant cependant des témoins de la position originaire de la roche. Le plus remar- « quable de ces temoins est un long monolithe isolé, que nous avons encore vu accompagné « d'autres blocs verticaux semblables et que dans le pays on nommait *Is Meriones*. Celui qui reste « encore debout a une stratification tout-a-fait semblable à celle des bancs qui forment la colline « voisine; ces bancs plongent tous au SO ».

([1]) È facile di immaginare che quel catalogo corrispondeva agli esemplari soltanto in modo imperfetto; frammenti di uno stesso osso erano riferiti ad ossa diverse, del che non è da meravigliarsi atteso le molte difficoltà e gli scarsi mezzi.

Prima di esaminare attentamente quanto il prof. Gennari aveva inviato a Bologna insieme ai grossi pezzi di calcare con impronte e avanzi di ossa, mi era lusingato che sarebbe stato possibile di restaurare completamente tutte le ossa del cranio; ma pur troppo ebbi presto a convincermi che di parecchie di esse vi erano soltanto pochi frammenti e che nel masso principale mancava parte notevole del lato sinistro del cranio. Riflettendo allora che se avessi senz'altro restaurato il fossile, a modo mio, non sarebbe stato quasi più riconoscibile da coloro che me lo avevano affidato, mi limitai a mettere allo scoperto e riaggiustare quanto mi pareva indispensabile per uno studio sommario, rimandando a tempo opportuno di pensare a qualche cosa di meno incompleto; frattanto mi affrettai a restituire ogni cosa al museo di Cagliari.

Gli avanzi del coccodrillo sardo erano appena partiti da Bologna, allorchè ebbi notizia del cranio trovato nei dintorni di Eggenburg illustrato dal prof. Toula insieme al suo assistente I. A. Kail [1] e non appena potei consultarne la accurata illustrazione mi fu agevole di riconoscere quanto intimi ne fossero i rapporti con il coccodrillo di Cagliari. Da quel momento pensai che anche una breve notizia intorno al nuovo fossile sardo avrebbe potuto interessare i paleontologi ed attirare l'attenzione dei naturalisti per analoghe scoperte in Italia e altrove.

Già nel 1887 e di nuovo nel 1888 avendo avuto la opportunità di vedere un bel modello del cranio del coccodrillo di Eggenburg nella celebre collezione di rettili fossili del museo britannico a Kensington, pensai di non ritardare magggiormente a far meglio conoscere il coccodrilo fossile che già nel 1886 e nel 1887 ebbi a ricordare parlando degli avanzi di un sirenio e di un delfinorinco raccolti pure in Sardegna e aventi col coccodrillo di Cagliari i più stretti rapporti cronologici [2].

Premesse queste brevi notizie, prima di descrivere quanto resta dell'interessante rettile cagliaritano credo opportuno di accennare brevemente quanto fino ad oggi si conosceva in fatto di avanzi di coccodrilli fossili in Italia.

Cenni bibliografici sui resti di coccodrilli fossili in Italia.

La prima scoperta di ossa fossili di coccodrillo, risale al 1765 e si deve a Giovanni Arduino che, in uno strato argilloso del Colle della Favorita poco lungi da Lonigo, trovò denti, porzioni di ossa del cranio e alcune falangi.

Di quella scoperta annunciata dall'Arduino nel Giornale del Griselini (tomo I, p. 204) pubblicato a Venezia nel 1765 col titolo *Giornale d'Italia*, fu in seguito fatta menzione da Faujas de S^t^. Fond nel suo *Essai de Géologie* (tomo II, p. II^e^, pag. 582) Paris 1798, da A. Fortis *Mémoires pour servir à l'histoire naturelle et principalement à l'Oryctographie de l'Italie* (tom. I, pag. 302) Paris 1802 e dal

[1] Toula F. u. Kail I. A., *Ueber einen Krokodilschädel aus den Tertiärablagerungen von Eggenburg in Niederösterreich.* Denkschriften d. K. Akademie d. Wissenschafte Band. L, p. 299. Wien 1885.

[2] Capellini G., *Sopra resti di un sirenio fossile* (*Metaxytherium Lovisati*) *raccolti a monte Fiocca presso Sassari in Sardegna* (con tav.) Mem. dell'Acc. delle sc. di Bologna, ser. 4^a^, T. VII. Bologna 1886. — *Delfinorinco fossile dei dintorni di Sassari* (con tav.). Mem. della R. Accad. delle sc. di Bologna, serie 4^a^, T. VIII. Bologna 1887.

Brocchi nella *Conchiologia fossile subapennina* (vol. I, introduz. pag. XLIX) Milano 1814.

F. O. Scortegagna di Lonigo avendo intrapreso nuove ricerche alla Favorita nella località indicata dall'Arduino trovò altri resti importanti di coccodrillo che fece conoscere con una prima Memoria con tavole pubblicata nel 1826 ([1]) e in seguito scoprì porzione d'un teschio che illustrò nel 1835 ([2]).

Cuvier nella classica opera sulle ossa fossili, riassumendo quanto si conosceva in fatto di avanzi di coccodrilli fossili, ricorda i resti del cranio, che fin d'allora si trovava presso la famiglia Barettoni di Schio, proveniente dal calcare ammonitico di Treschè nei Sette Comuni e che il barone De Zigno ha riferito al genere *Steneosaurus* (*S. Barettoni*, Zigno); dice di non averne notato tra i molti fossili di Val d'Arno e accenna appena che però avevano voluto assicurarlo esserne ivi stati trovati di recente *dans les couches meubles* ([3]).

Fino dal 1848 il prof. Oronzio Gabriele Costa nella Parte I della *Paleontologia del regno di Napoli* citava denti di coccodrillo trovati in Terra d'Otranto, segnatamente nella Pietra Leccese ([4]); però la più importante scoperta va riportata al 1854 ed è registrata nella Parte III di quella stessa opera. Nel febbraio, infatti, di quell'anno, in luogo detto Iola a circa $\frac{1}{3}$ di miglio di distanza dalla città di Lecce in una cava di pietre da costruzione profonda circa dieci metri furono scoperti importanti avanzi di coccodrillo i quali, unitamente ad altri avanzi fossili di cetacei, testuggini e pesci, furono inviati al museo di Storia naturale della R. Università di Napoli.

Il prof. O. G. Costa nell'opera sopra ricordata, allora in corso di pubblicazione, si affrettò a descrivere e figurare gli avanzi del coccodrillo leccese e, dopo avere istituiti confronti tra esso ed altri sauriani già noti ai paleontologi, dichiarando che era rimasto lungamente incerto a qual genere avrebbe potuto riferire il nuovo fossile, concluse col trovarvi grandi affinità con lo *Streptospondylus* o *Steneosaurus rostromajor* di Geoffr.; ma poichè riconosceva che con esso non conveniva perfettamente, lo nominò *Streptospondylus Lyciensis*.

Non è mia intenzione di analizzare il lavoro del Costa, anche per far meglio conoscere quanto resta del coccodrillo di Lecce del quale sono sicuro che mediante accurate ricerche si sarebbero raccolti altri avanzi importantissimi; però, col gentile assenso del professore Bassani che si compiacque inviarmi per esame quanto vi ha ancora nella collezione paleontologica della Università di Napoli, sperando che l'egregio

([1]) Scortegagna, *Sopra le ossa fossili di coccodrillo della collina detta la Favorita.* Giornale dell'Ital. letteratura ser. 3ª, vol. III. Padova 1826.

([2]) Scortegagna, *Sopra il teschio di un coccodrillo fossile rinvenuto nel Monticello di Lonigo.* Atti dell'Ateneo veneto, vol, II. Venezia 1835.

([3]) Cuvier, *Nouvelles recherches sur les ossements fossiles.* Nouv. édit. T. V, IIe partie, p. 118 e 173 Paris 1824. — Barone De Zigno, *Sui vertebrati fossili dei terreni mesozoici delle Alpi Venete.* Accad. di sc. lett. e art. Padova 1883.

([4]) Costa O. G., *Paleontologia del regno di Napoli.* Lavoro pres. nella adunanza 24 sett. 1848. Parte I, p. 276-278. Napoli 1848. — Op. cit. parte III, p. 31-54, Napoli 1853 e 1854. V. anche appendice I comprendente le classi dei vertebrati p. 68. Napoli 1865.

amico se ne vorrà presto egli stesso interessare, non posso astenermi dall'esprimere francamente la mia opinione intorno alle affinità di quel fossile, sopratutto per escludere ogni sospetto di rapporti anche lontani con il coccodrillo (dovrei dire addirittura Gariale o Gaviale) di Cagliari.

Non so rendermi conto come il prof. O. G. Costa abbia potuto trovare affinità tra il coccodrillo miocenico della pietra leccese e i sauriani giuresi di Honfleur e di Caen, mentre appena se ne esamina la porzione anteriore del cranio si riconosce non doversi riferire a quei tipi, bensì al vero genere coccodrillo. E quantunque nel 1854 non fossero ancora pubblicati tanti importanti lavori che oggi rendono facili le determinazioni esatte e i riferimenti a tipi noti, anche non viaggiando e non avendo mezzi per fare coscienziosi ed accurati confronti, pure il Costa avrebbe potuto facilmente riconoscere la affinità del coccodrillo di Lecce con il vivente *Crocodilus biporcatus*, Cuv. Per le ragioni suesposte non posso qui entrare in molte particolarità, ma per me è indubitabile che il coccodrillo della Pietra Leccese ed il coccodrillo delle colline mioceniche di Sevalik fatto conoscere da Falconer e Cautley devono avere tra loro strettissimi rapporti di parentela, se forse non sono la stessa specie, ed entrambi si hanno da considerare come gli antenati del cocccodrillo biporcato (a due reste). Questa specie spettante alla fauna asiatica è largamente diffusa, si incontra insieme col coccodrillo comune e vive indifferentemente nell'acqua dolce e nel mare; i naturalisti sono d'accordo nel riconoscere questo coccodrillo come il più rapace ed il più pericoloso e ne citano esemplari di oltre dieci metri di lunghezza.

Nella porzione di cranio del coccodrillo di Lecce che guardo con vivo dispiacere, pensando a ciò che deve essere andato perduto, vi ha ancora in posto un bel dente nella estremità anteriore del mascellare sinistro lungo centimetri 15 seguendo la curva esterna e con un diametro antero-posteriore di millimetri 28.

Quel dente corrisponde quasi esattamente, per la forma e per le dimensioni, a quello bellissimo del *Crocodilus biporcatus* figurato da Owen nella Odontografia tav. 75, fig. 1 (1).

Dopo queste brevi informazioni sul coccodrillo di Terra d'Otranto che in seguito si potrà continuare a distinguere col nome di *Crocodilus Lyciensis*, mantenendo così il nome specifico assegnatogli dal naturalista napoletano, mi sia pur permesso di esprimere la mia meraviglia che il lavoro del Costa non sia stato ricordato nè dal Lioy, nè dal De Zigno, nè dal Toula, ciò che lascia credere indubbiamente che essi non lo abbiano conosciuto, perchè in caso contrario lo avrebbero per lo meno citato nelle pregevoli loro bibliografie.

Dalle argille bituminose che accompagnano le ligniti di monte Bolca si ebbero: dapprima la mandibola di piccolo coccodrillo che si conserva nel museo delle I. R. Università di Vienna, scoperta dal Suess nel 1865, e poco dopo lo scheletro quasi intero che si ammira nel museo civico di Vicenza estratto da Attilio Cerato e illustrato da G. Lioy col nome di *Crocodilus Vicentinus* (2).

(1) Owen R., *Odontography or treatise of comparative anatomy of the teeth.* Pl. 75, fig. 1, London 1840-45.

(2) Lioy P., *Cenni sopra uno scheletro di coccodrillo fossile scoperto in monte Purga di Bolca.* Atti della Soc. ital. di sc. nat. vol. VIII, Milano 1865.

Lo stesso Cerato scoprì, in quel medesimo giacimento, altro piccolo coccodrillo ceduto al museo della R. Scuola di applicazione degli ingegneri a Torino od ora nella collezione paleontologica di quella R. Università, e finalmente altro esemplare grande circa quanto quello del museo di Vicenza, ma però meno ben conservato, acquistato dal prof. Omboni per il museo della R. Università di Padova. Il Lioy cita avanzi di coccodrillo raccolti dal dott. Beggiato a Monte Viale insieme a resti di Antracoterio.

Dal miocene del Bellunese provenivano i resti che il Catullo presentava alla sezione di geologia del IX Congresso degli scienziati italiani in Venezia nel 1847 e quelli raccolti a Libano dal dott. Paolo Segato e ricordati dal Catullo (1); il Taramelli ne citò dei dintorni di Bolzano (2).

Verso la fine del 1879 il barone A. De Zigno, mediante scavi fatti eseguire a monte Zuello, ebbe i resti importanti di una nuova specie di coccodrillo che descrisse col nome di *Crocodylus Arduini* in una bella Memoria pubblicata nel 1880 (3).

Quei resti spettano all'eocene e furono trovati insieme ad avanzi di Sirenii, Cheloniani, Ofidiani e Pesci.

Nel 1886 il signor Antonio Gazzetti di S. Valentino presso Castellarano (Reggio Emilia) tra ciottoli raccolti nel Rio Marangone scoprì porzione di un cranio di coccodrillo del quale fu fatto un breve cenno nel Bollettino della Società geologica per l'anno 1886 (4).

L'esemplare fu esposto in Bologna nel 1888, nella sezione delle Industrie estrattive e chimiche della Esposizione emiliana, ed avendolo potuto esaminare mi persuasi che occorrerebbe lavoro lungo e non facile per liberare quelle ossa dalla roccia nella quale sono impegnate, dopo di che se ne potrebbe fare uno studio accurato. Riguardo alla provenienza non è facile di indovinarla e potrebbe anche darsi che si trattasse di un giacimento cronologicamente poco diverso da quello dal quale derivano i tronchi di Cicadee fossili raccolti erratici nel Reggiano e dei quali si hanno belli esemplari nella collezione dell'ab. Ferretti e nel museo di Reggio.

Tra i resti di vertebrati delle ligniti di Casteani sono indicati denti di coccodrillo di specie per ora ignota, essendo stato impossibile di determinarla con l'unico dente finora trovato (5).

Dei resti del coccodrillo di Cagliari, oltre la breve indicazione nella Guida della Esposizione geologica e paleontologica redatta da Mattirolo e Canavari nel 1881, ne feci menzione nel 1886 e 1887 trattando dei resti di Sirenio e di Delfinorinco dei dintorni di Sassari, e ciò mi preme di notare anche perchè quelle prime notizie comparvero quando già doveva essere pubblicata la bella Memoria di Toula e Kail, alla fine del 1885, a me nota soltanto più che un anno dopo.

(1) Catullo, *Dei terreni di sedimento superiore della Venezia*, pag. 15, Padova 1856.

(2) Taramelli, *Una passeggiata geologica da Belluno a Conegliano*. Giornale « La Provincia di Belluno » n. 50 e seg. 1875.

(3) De Zigno A., *Sopra un cranio di coccodrillo scoperto nel terreno eoceno del Veronese*. Mem. della cl. di sc. fis. della R. Accad. dei Lincei, serie 3ª, vol. V, Roma 1880.

(4) Uzielli G., *Sopra un cranio di coccodrillo trovato nel modenese*. Boll. della soc. geol. italiana, vol. V, p. 355, Roma 1887.

(5) Weithofer K. A., *Alcune osservazioni sulla fauna delle ligniti di Casteani e di Montebamboli* (Toscana). Boll. del R. Comitato geologico, anno XIX, pag. 366, Roma 1888.

Il prof. Dante Pantanelli, nella *Monografia degli strati pontici del Miocene superiore* nel 1886, annunziava che tra i fossili delle ligniti di Montebamboli conservati nel museo della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena vi erano i resti di un cranio di Sauriano ([1]) e di esso pare che un frammento con denti si trovasse a Firenze tra i resti di mammiferi fossili che molto prima il dottor Carlo Forsith Major aveva avuto in comunicazione, per studio, dallo stesso museo.

Due anni dopo il dottor K. A. Weithofer in una breve Nota, col titolo: *Osservazioni sulla fauna delle ligniti di Casteani e di Montebamboli*, citava ancora (secondo Pantanelli) un Sauriano a Montebamboli e inoltre ricordava un Coccodrillo a Casteani noto, però, per un solo dente ([2])

Alla Adunanza generale della Società geologica italiana in Bologna il 14 aprile 1889 il prof. Dante Pantanelli annunziava la scoperta di un frammento di rostro di Gaviale raccolto in una frana di argille scagliose a Gombola, Lama di Mocogno, sulla sinistra del torrente Rossena affluente del Secchia. Nella breve nota relativa a quella comunicazione il prof. Pantanelli descrive il fossile di Gombola che ritiene essere un sauriano e propone di distinguerlo col nome di *Gavialis mutinensis*, dichiarando però di non essere in grado di assegnare con certezza il sottogenere speciale al quale potrebbe appartenere ([3]). Poichè in altra Memoria ho dimostrato che il *Gavialis mutinensis* del prof. Pantanelli non è altro che l'*Ichthyosaurus Campylodon*, caratteristico del Cenomaniano dei dintorni di Cambridge e Dover ([4]), non ne dirò qui più a lungo, bastandomi di avere accennato che quel rettile non può figurare tra i coccodrilli dell'Emilia.

A complemento di questa breve rassegna bibliografica dei coccodrilli fossili italiani credo interessante di aggiungere che il dott. G. Ristori aiuto al Gabinetto di geologia dell'Istituto superiore di Firenze con lettera del 4 dicembre 1889 mi partecipava di avere intrapreso lo studio dei resti di coccodrillo di Montebamboli appartenenti al museo dei Fisiocritici di Siena. Secondo il dott. Ristori quei resti spetterebbero a due o tre individui, rappresentati da parecchie parti importanti dello scheletro compreso porzioni di rostro munite di denti.

Nel museo di Bologna esiste da oltre una diecina d'anni un bel dente del coccodrillo di Montebamboli acquistato dal ben noto e intelligente raccoglitore di fossili che fu Tito Nardi. E finalmente devo aggiungere che tra i fossili della collezione D. Perrando acquistata per il R. Museo di geologia e mineralogia della R. Università di Genova ho veduto importanti avanzi di un piccolo coccodrillo provenienti dal miocene di Santa Giustina e meritevoli di essere accuratamente studiati e confrontati con i resti di coccodrilli miocenici del Veneto.

Giova sperare che dalla illustrazione di tutti questi resti di coccodrilli ne emani

([1]) Pantanelli D., *Monografia degli strati pontici del miocene superiore nell'Italia settentrionale e centrale* Mem. della R. Accadem. di sc. lett. e arti, serie 2ª, T. IV, pag. 212, Modena 1886.

([2]) Weithofer K. A., *Alcune osservazioni sulla fauna delle ligniti di Casteani e di Montebamboli* (Toscana). Bollettino del R. Comitato geologico, anno XIX, p. 366, Roma 1888.

([3]) Pantanelli D., *Sopra i resti di un sauriano trovati nelle argille scagliose di Gombola nel Modenese.* Boll. della Società geol. ital. vol. VIII, p. 43-45, Roma 1889.

([4]) Capellini, *Ichthyosaurus campylodon e tronchi di cicadee nelle argille scagliose dell'Emilia.* Mem. della R. Acc. delle scienze dell'Ist. di Bologna. Ser. 4ª, T. X, p. 431. Bologna, 1890.

nuova luce pei rapporti cronologici, sopratutto tra il miocene con ligniti di Montebamboli ([1]) e Casteani in Toscana e la pietra leccese di Terra d'Otranto, il calcare grossolano (pietra forte e pietra cantone) di Cagliari e le argille di Fangario in Sardegna.

Del coccodrilliano garialoide di Cagliari.

Prima di restituire alla Università di Cagliari i resti del coccodrillo fossile aveva fatto eseguire, come ho già accennato, un buon modello della porzione che si trovava impegnata nei due massi principali di calcare e che già in parte era stata messa allo scoperto. Tav. I.

Sperava che con l'aiuto di quel modello avrei potuto rendermi conto delle più importanti caratteristiche del rettile sardo e che non mi sarebbe stato impossibile di darne anche una succinta descrizione; ma appena mi posi all'opera mi ebbi a convincere della assoluta necessità di aver sott'occhio gli esemplari originali, di scoprire interamente il rostro e le altre parti del cranio e di ricercarne con cura tutti gli avanzi. Scrissi allora al gentile prof. Lovisato e potei ottenere di avere ancora in Bologna tutti i frammenti e piccoli massi del calcare di Cagliari con resti o impronte di ossa del contrastato rettile.

Dopo un esame accurato di tutte quelle pietre mi persuasi che avrei dovuto sobbarcarmi a lavoro lungo e paziente, ma che avrei avuto la soddisfazione di potere illustrare e far conoscere un cranio di garialoide, senza dubbio il più bello e il meno incompleto tra quanti finora ve ne hanno nei musei di Europa, d'Asia e d'America.

Per rendersi conto delle deplorevoli condizioni nelle quali si trovarono gli avanzi del rettile sardo, basterà ricordarci che essi furono scoperti allorchè fu minato il gran masso di calcare *Is Meriones* della piazza d'armi di Cagliari; in corrispondenza delle numerose fratture prodotte dalla esplosione delle mine le ossa furono rotte e in parte stritolate, importanti frammenti perduti forse tra i rottami o negletti dai raccoglitori. Le ossa rimaste per intero protette dalla dura roccia si conservarono benissimo e valsero a ricompensare la lunga fatica che occorse per cavarle fuori; di ossa molto importanti e disgraziatamente perdute ho potuto ottenere modelli esattissimi, giovandomi delle impronte della roccia che le avvolgeva e così mi fu possibile di completare il cranio come si vede nelle fig. 1-3, tav. II, nelle quali però non è facile di distinguere le ossa conservate e quelle porzioni che furono modellate sulle impronte, come accennerò tra poco.

Ed ora prima di descrivere e comparare le singole ossa spettanti al cranio, gioverà di accennare rapidamente quanto ho potuto restaurare anche di altre ossa che in gran parte si trovavano sepolte nella roccia che avvolgeva avanzi del teschio e la estremità posteriore della mandibola sinistra. Sebbene sia da ritenere che nel *Meriones* della piazza d'armi di Cagliari vi si trovasse tutto o in gran parte lo scheletro del coccodrillo, pure tutto quanto ho cavato dalle pietre che mi furono inviate si limita, oltre che al cranio, ad alcune vertebre e coste cervicali, diverse placche che ho potuto assai bene restaurare, avanzi di vertebre dorsali e lombari ed una caudale.

([1]) Dopo la presentazione di questa Memoria ebbi la opportunità di vedere anche tutti i resti di coccodrilli che saranno presto illustrati e figurati dal dott. Ristori.

Dell'atlante e dell'asse pochi frammenti in condizioni da non poterne cavare alcun costrutto; non avanzi della cintura scapolare, come era accennato nel catalogo del prof. Gennari, non avanzi degli arti. In complesso un materiale discreto e che è da sperare sia convenientemente, conservato, richiedendo molte cure perchè non s'abbia a guastare

Accennato quanto resta del coccodrilliano sardo, prima di farne una completa illustrazione stimo opportuno di ricordare alcune particolarità relative alla distinzione dei sotto-ordini, famiglie e generi di questi rettili.

In generale gli erpetologi ripartiscono in tre sotto-ordini l'ordine dei *Crocodilia*, basando quelle divisioni su caratteri scheletrici i quali costituiscono graduati passaggi da un tipo all'altro e sopratutto tenendo conto della posizione e della apertura posteriore delle narici.

I tre sotto-ordini sono detti: I. dei *Parasuchia*, II. *Mesosuchia*, III. degli *Eusuchia*; ma poichè è graduatissimo il passaggio dai *Parasuchia* ai *Mesosuchia*, così taluni ritengono che si possano distribuire tutti i coccodrilliani in due soli ordini: *Parasuchia* ed *Eusuchia*.

La evoluzione organica dei *Crocodilia* corrisponde anche alla loro comparsa nel tempo, ed è quindi in rapporto con la cronologia geologica. I *Parasuchia* compaiono nel trias superiore e, per ora, non se ne conoscono di più antichi; i *Mesosuchia* cominciano col lias superiore, continuano senza interruzione fino al *Wealden* cioè alla base del cretaceo e ricompaiono e terminano nella creta superiore, sicchè evidentemente vi sono per questi delle lacune da colmare.

Gli *Eusuchia* cominciano nella creta superiore quando stanno per estinguersi i *Mesosuchia* e continuano anche attualmente. Gli *Eusuchia* fanno la loro prima apparizione col tipo *Gavialide*, *Gavialis macrorhynchus* (*Thoracosaurus neocesarensis*), ma presto nel terziario inferiore si hanno anche gli altri tipi delle famiglie *Crocodilidae* e *Alligatoridae*, anche secondo le più recenti classificazioni di questi rettili.

Gli *Eusuchia* della famiglia *Gavialidae*, o il gruppo *Garialoide* come si dovrebbe dire e come il Lydekker intende che si dica, si distinguono pel cranio allungato in forma di rostro con denti snelli subeguali taglienti, il 1° paio e 4° paio mandibolare passano in smarginature dell'intermascellare o premascellare, i denti mandibolari dopo il 4° si incrociano con i mascellari, le ossa opercolari o spleniali entrano a far parte della sinfisi mandibolare; questa famiglia o gruppo, secondo i diversi autori, comprende due generi principali:

1° *Tomistoma* (*Rynchosuchus*, Huxley) falso gariale che partecipa del gariale e del coccodrillo, la sua sinfisi mandibolare arriva fino al 15° dente; gli intermascellari o premascellari articolano coi nasali, ossia questi arrivano fino a quelli e anteriormente sono dilatati.

2° Il genere *Gavialis*, secondo l'errore invalso da Linneo in poi e ammesso poscia da quasi tutti gli autori, compreso Smith Woodward nella sua storia dei coccodrilli fossili del 1888, oppure *Garrhialis* o meglio *Garialis* come avvertiva Owen e come sostiene Lydekker, ha la sinfisi mandibolare che arriva al 23 o 24° dente.

La estremità degli intermascellari, o premascellari come alcuni preferiscono di

dire, e la estremità della mandibola nel *Garialis* sono molto espanse; i nasali distanti dai premascellari.

Giova notare che il carattere dei denti rispetto alla sinfisi subisce variazioni e che nella famiglia o gruppo *Garialidae* vi sono altri tipi *Thoracosaurus, Holops, Rhamphosuchus* i quali, pel nostro scopo, appena occorre di ricordare.

Del cranio

Il cranio del coccodrilliano cagliaritano considerato nel suo insieme e visto per la faccia superiore presenta la più grande somiglianza col coccodrillo di Eggenburg, come ho già sopra accennato; in pari tempo offre stretti rapporti con il frammento di rostro di Gariale trovato a Malta e riferito al *Tomistoma champsoides* di Owen. Inutile di cercare rapporti col vivente *Garialis gangeticus*, mentre col *Tomistoma Schlegelii*, i rapporti sono così intimi da non poter dubitare che non sia da riferirsi allo stesso genere; per quel che riguarda la specie, dirò subito che mentre non credo si debba attribuire, senz'altro, al *Gavialosuchus eggenburgensis*, Toula e Kail, mi pare che non si possa neppure identificare col *T. champsoides* del miocene di Malta del quale, del resto, non conosciamo che un frammento di rostro [1]. In tutti e tre i citati esemplari vi hanno cinque denti nel prermascellare per ciascun lato, ossia dopo il primo dente vi ha una specie di dente addizionale tra esso ed il secondo, come si nota nel *Garialis gangeticus* [2] dal quale poi si allontanano grandemente per la minore espansione della estremità del rostro, che è pure meno affilato, e pei nasali. Nel *Tomistoma Schlegelii* i nasali si spingono molto più avanti fino all'incontro dei premascellari e nei tre esemplari fossili si avanzano ancora tra queste ossa: fino a 8 cent. circa dal margine posteriore delle narici esterne nel *T. champsoides*, a circa 10 centimetri nell'esemplare di Eggenburg e a soli 5 centimetri in quello di Cagliari.

Accennate queste particolarità della porzione anteriore del rostro, riservandomi a far parola di altre differenze che si notano nella porzione mandibolare corrispondente del *T. champsoides* confrontato col nostro fossile, passerò senz'altro in rivista le diverse ossa seguendo l'ordine adottato da Toula per rendere più facili i confronti tra il Coccodrilliano di Eggenburg e quello di Cagliari.

Parietale. — Del parietale sussiste un frammento di appena quattro centimetri in larghezza e due in lunghezza; però ho potuto modellare approssimativamente ciò che

(1) Lydekker R. — *On the Occurence of the Crocodilian Genus Tomistoma in the Miocene of the Maltese Islands.* Quarterly Journal of the Geological Society. Vol. XLII, pag. 20. London 1886.

(2) *Garrhialis, Garialis, Gavialis.* Il coccodrilliano del Gange, con rostro molto allungato, essendo indicato nel paese col nome di *Garrhial*, allorchè se ne ebbe notizia in Europa si scambiarono le due *rr* in *v* e fu trascritto *Gavhial*, d'onde il nome latinizzato *Gavialis* che fu universalmente adottato dai naturalisti. Owen, tra i primi, da antica data rilevò l'errore ma pensò che vi fossero inconvenienti per correggerlo; quasi tutti coloro che si occuparono di questi rettili avvertirono l'errore, ma adottarono il nome *Gavialis* (Gaviale). Lydekker pensa si debba cambiare il *v* in *r* e correggere una volta l'antico errore, scrivendo *Garialis* invece di *Gavialis* e così si dovrebbe, con maggiore esattezza, scrivere Gariale, e non Gaviale, (Vedi Nikolson e Lydekker, *Manual of Palaeontology* ecc. Vol. II pag. 1192-94. London MDCCCLXXXIX).

mancava, giovandomi delle impronte della roccia le quali mi permisero di ben delimitare le ossa contigue. Quest'osso unico ha la forma generale di un X e, ad eccezione delle proporzioni che resultano notevolmente diverse, potrei rilevare le caratteristiche già notate da Toula e Kail per il C. eggenburgese; ma poichè ho ricordato che nell'esemplare sardo la parte principale dell'osso è andata perduta, non credo di dover fare troppi calcoli al riguardo e mi limiterò a dire che la sua lunghezza mi resulta di m. 0,045 mentre quella dell'esemplare austriaco è di 0,072. La porzione che fortunatamente sussiste ancora di quest'osso è quella che sta in rapporto con la porzione mediana dell'Occipitale superiore, come si può rilevare anche dalla fig. 2 tav. II.

Frontale principale. — Del Frontale principale ho trovato soltanto due frammenti che ho potuto collocare e collegare, modellando quanto mancava, giovandomi della impronta perfetta rimasta nel calcare che copriva il cranio. Le più minute particolarità di forma e scultura dell'osso si possono perfettamente apprezzare anche nel modello e così pure i rapporti di quest'osso con i frontali posteriori, coi frontali anteriori e coi nasali. Quest'osso, come nell'esemplare di Eggenburg, offre come carattere saliente la grande concavità o infossatura che raggiunge un massimo di millimetri 15 a 16 sulla linea mediana e a circa tre centimetri dal suo margine posteriore, essendo però assai minore che nell'esemplare austriaco. Senza la impronta bellissima sarebbe stato impossibile di indovinare la lunghezza di quest'osso, la quale in proporzione di quella dell'esemplare di Eggemburg è notevolmente maggiore, poichè nel nostro esemplare essa raggiunge m. 0,180 mentre nell'altro è indicata per m. 0,136; la sua maggiore larghezza si può ritenere eguale a m. 0,066 approssimativamente e dico approssimativamente perchè è assai difficile di fissare certe misure con la desiderata esattezza, quando si tratta di limiti determinati da suture complicate.

Dalla impronta sulla roccia ho potuto avere il modello del *frontale laterale sinistro*, del destro non ho trovato traccia nè dell'osso nè della relativa impronta.

Dei *frontali laterali* non avendo che la impronta nella roccia e questa pure imperfetta, non azzardo di fare confronti; peraltro la lunghezza loro approssimativa sembra essere circa m. 0,065 e, nell'insieme, ricordano forse meglio le ossa corrispondenti del *Garialis gangeticus*, piuttosto che quelle del *Tomistoma Schlegelii;* relativamente ai rapporti di lunghezza col frontale principale presenterebbero qualche differenza coll'esemplare di Eggenburg, se pure non mi sono ingannato sul limite valutato nelle impronte.

Nasali. — Mancano per entrambi le estremità posteriori, nel destro m. 0,070 nel sinistro m. 0,045; mancano altresì le estremità anteriori e per il destro può dirsi che vi hanno soltanto pochi frammenti. Con tutto ciò, mediante le bellissime impronte ho potuto rendermi conto esattissimo anche di quanto è andato disgraziatamente perduto. La lunghezza di queste ossa nel nostro esemplare è di m. 0,37, le loro estremità anteriori affilate terminano circa a m. 0,055 dal margine posteriore della fossa nasale che riuscii a vuotare completamente dalla roccia e che è stupendamente conservata e circoscritta dai premascellari. In generale queste ossa non differiscono da quelle del C. di Eggenburg; a metà della lunghezza, ciascuno misura m. 0,013.

Per ciò che ho detto della cattiva conservazione dei nasali, non mi fermerò ora a dire maggiormente dei rapporti dei nasali col frontale principale ed anche per i

rapporti con altre ossa mi limiterò ad accennare che nulla vi ha forse da aggiungere a quanto è stato diligentemente notato dai signori Toula e Kail per il fossile di Eggenburg. Del resto, dalla figura, 2 tav. II e dalle figure 3, 4 tav. III si potrà anche meglio apprezzare ciò che presentano di più notevole i nasali, visti per la faccia superiore ed in sezione in rapporto coi mascellari.

Mastoidei. — Del mastoideo destro ho trovato un frammento piuttosto grande corrispondente alla porzione mediana dell'osso ed ho potuto collocarlo al suo posto, malgrado la mancanza della relativa impronta nella roccia. Per tenere in posto anche questo frammento, pensai di modellare l'osso mancante, copiando dal corrispondente sinistro abbastanza ben conservato.

In quest'osso, cioè nel mastoideo del lato sinistro, è pure ben conservata la sutura che lo mette in rapporto col frontale posteriore e si può constatare ciò che fu notato per l'esemplare di Eggenburg, riguardo alla parte che esso prende nella costituzione della fossa temporale.

Nella porzione marginale del cranio il mastoideo forma una cresta molta accentuata ed è tutto scavato da profonde fossette, delle quali nella faccia superiore ve ne hanno due trasverse evanescenti verso i lati esterni anche più rimarchevoli delle altre. I rapporti col parietale sono accennati nella impronta e riprodotti nel modello, ma non sufficientemente distinti.

La sutura del mastoideo con l'osso timpanico non è abbastanza netta, però l'osso, nel lato sinistro s'intende, è ben conservato, ed è rimarchevole e con margine perfetto la fossa auricolare la quale presenta approssimativamente una forma triangolare e non diversifica da quella dell'esemplare col quale fin qui ho istituito i principali confronti.

Frontali posteriori. — Dei frontali posteriori vi ha un notevole frammento del sinistro che ho potuto completare mediante la impronta della roccia; manca interamente il destro e non ho neppure trovato la impronta nella roccia, sicchè per tenere in posto piccola porzione del mastoideo destro ho dovuto modellare il frontale posteriore destro copiando dal sinistro.

Il frammento del frontale posteriore sinistro presso la sutura con il mastoideo è largo m. 0,026. Lo stato di imperfetta conservazione dell'esemplare e il non aver potuto isolare questa parte del cranio in modo da esplorarne completamente la faccia inferiore non mi permette di accennare agli importanti rapporti di quest'osso con il timpanico.

Ossa timpaniche. — Perfettamente conservato è il timpanico del lato sinistro, mentre soltanto in parte lo è quello del lato destro; ho peraltro potuto completare l'osso da questo lato, giovandomi della forma lasciata nella roccia.

Alcune misure dell'osso timpanico sinistro varranno a farne apprezzare i rapporti di dimensione con l'osso analogo del *T. eggenburgensis.*

Lunghezza dalla estremità posteriore del tubercolo interno fino al punto di unione esterna col mastoideo: m. 0,110?

Distanza dalla estremità posteriore del tubercolo esterno fino al punto anteriore esterno della congiunzione col mastoideo: m. 0,145.

Larghezza del condilo mascellare: m. 0,067.

Distanza dal tubercolo interno del condilo mascellare fino al centro del condilo occipitale m. 0,095.

Distanza tra i tubercoli interni dei condili mascellari: m. 0,178.

Il foro auditivo e altre particolarità esterne si possono bene osservare nel timpanico del lato sinistro e sono anche abbastanza bene distinte le suture di quest'osso con il temporale e con l'occipitale laterale.

Temporali. — Benissimo conservato è il temporale sinistro (tav. II, fig. 3) e vi ha pure una porzione del temporale destro. Sul temporale sinistro ho potuto eseguire le seguenti misure le quali corrispondendo, approssimativamente, a quelle riscontrate nel cranio del *Tomistoma* di Eggenburg, provano esservi con questo una sensibile differenza, essendone diversa la dimensione complessiva dei due cranii.

Lunghezza maggiore: m. 0,117.

Lunghezza fino al margine posteriore del foro postorbitale: m. 0,103.

Distanza dalla estremità posteriore dell'osso fino alla sutura col giugale (margine esterno): m. 0,052.

Larghezza anteriore: m. 0,022.

Larghezza maggiore esterna in corrispondenza dell'incontro col giugale m. 0,032.

I rapporti di quest'osso col timpanico e col giugale e la parte che prende nella costituzione dell'arcata temporale inferiore si possono apprezzare egregiamente nella tav. II, fig. 3. Nel lato destro quest'osso manca in gran parte e nella tav. II, fig. 2 si vede ciò che di esso fu restaurato e la impronta inferiore della porzione che manca tuttavia in corrispondenza del foro postorbitale.

Giugali. — Queste ossa sono ben conservate nel *Tomistoma* cagliaritano; però il giugale sinistro è conservato anche meglio del destro, come si può rilevare dalle fig. 1-3 tav. II.

Nel giugale destro manca una piccola porzione posteriormente e resta allo scoperto la sutura del temporale; nella estremità anteriore mancano pure piccoli frammenti, ma questa porzione è assai meglio conservata che la corrispondente del giugale sinistro. Nel giugale sinistro sono ben conservati i due terzi posteriori dell'osso, ma la porzione anteriore è assai guasta e potei restaurarla perchè fortunatamente non mancava la impronta della roccia con la quale riescii a collocare al loro posto anche i piccoli frammenti.

La lunghezza di quest'osso è di m. 0,225.

La distanza dalla estremità posteriore fino al margine anteriore del gran foro vascolare, nel mezzo della base dell'apofisi frontale dell'osso: m. 0,108.

Larghezza misurata in corrispondenza della sutura col temporale: m. 0,032.

Larghezza maggiore, anteriormente all'apofisi frontale: m. 0,052.

Tutte queste misure si hanno da considerare come molto approssimative, perchè a motivo della imperfezione delle ossa non azzardo di ritenerle come esattissime.

Frontali anteriori. — Dei frontali anteriori non ho trovato alcun frammento; però mediante la impronta della roccia che copriva il cranio ho potuto averne un modello fedelissimo. Dalle misure fatte sopra un buon modello si ricava:

Lunghezza: m. 0,068.

La maggiore larghezza tra il nasale e il lagrimale: m. 0,011.

Lunghezza approssimativa di detta porzione: m. 0,027.

Lagrimali. — Il lagrimale sinistro manca completamente, del destro vi ha soltanto un frammento della estremità anteriore; però di queste ossa ho trovato le impronte conservate in guisa da permettere di poterne avere un modello col quale ho potuto apprezzarne la forma e le dimensioni, completando quanto mancava nell'originale, come si vede nella tav. II, fig. 2.

La lunghezza del lagrimale destro, dal margine anteriore dell'orbita alla sua estremità anteriore, è di m. 0,088.

La larghezza maggiore: m. 0,037 ?

La porzione dell'osso che forma il margine anteriore dell'orbita si presenta rilevata e come ingrossata senza formare però un vero cercine; si direbbe piuttosto una tumefazione la quale si raccorda con la porzione anteriore del giugale che si presenta rilevata nella porzione orbitale. Del resto, mancando quasi in totalità le ossa, non credo di dovere aggiungere altro intorno ai rapporti e al modo di sutura dell'osso stesso con il mascellare, col giugale, col frontale anteriore e col nasale; solamente credo opportuno di notare che il margine interno del lagrimale non si trova in rapporto col mascellare, ma soltanto col frontale anteriore e col nasale.

Mascellari. — Il mascellare destro è abbastanza ben conservato posteriormente per una lunghezza di circa m. 0,150; vi ha poscia un secondo frammento in corrispondenza del 3° e 4° dente, contando dall'avanti all'indietro. Il mascellare sinistro è incompleto soltanto posteriormente nella porzione alveolare esterna la quale lascia così allo scoperto parte dell'alveolo dell'ultimo dente e le radici degli altri quattro denti successivi; tutte le altre parti sono assai bene conservate e permettono di rendersi conto di ciò che manca nel mascellare destro e di controllare il restauro fatto nei modelli, mediante le impronte.

Non avendo voluto azzardare di liberare della roccia durissima tutta la faccia inferiore dal cranio, non ho potuto ricavarne tutte le misure che avrei desiderato per istituire, mediante i mascellari, ulteriori confronti con il Coccodrilliano di Eggenburg.

Ecco per altro alcune misure abbastanza interessanti.

	Cagliari	Eggenburg
Lunghezza dal margine posteriore del 14° dente fino alla estremità anteriore .	m. 0,365	m. 0,460
Larghezza complessiva (??) dei due mascellari dietro l'ottavo dente, contando dall'avanti all'indietro	» 0,094	» 0,090
Altezza del mascellare in corrispondenza della estremità posteriore dell'intermascellare	» 0,035	» 0,040
Altezza in corrispondenza del margine anteriore del lagrimale	» 0,044	» 0,042
Distanza tra i margini esterni della base della corona del penultimo dente . .	» 0,145	—

Questa misura (m. 0,145) dedotta la grossezza approssimativa dei denti corrisponderebbe alla valutazione fatta da Toula e Kail, tenendo per limiti il margine interno del penultimo dente e allineandosi in corrispondenza con la estremità anteriore dei palatini, avendo così per la metà ossia per ciascun mascellare m. 0,069. Si avrebbe infatti pel nostro fossile: m. $0,145 - 0,022 = 0,123$, ossia: m. $\frac{0,123}{2} = 0,061$.

Denti. — Nel mascellare destro si contano benissimo quattordici denti, di questi restano in posto il 1° anteriore assai ben conservato ma appena spuntato, con un diametro antero-posteriore di millimetri 9 alla base della corona e con un diametro trasversale appena più scarso. Per la mancanza dell'osso, si scorge di questo dente il modello interno e parte del dente che lo avrebbe rimpiazzato. Del 2° dente sussiste il modello della porzione che era impegnata nell'alveolo, il 3° ed il 4° mancano e poichè l'alveolo è ricolmo del calcare stesso che avvolgeva il cranio si deve ritenere che questi denti fossero esciti dall'alveolo dopo la morte dell'animale. Del 5° vi ha una porzione, il 6° è benissimo conservato, se si eccettua la esile punta, e si avrebbe potuto anche sospettare che fosse di tutti il più robusto, se si avesse dovuto giudicare da ciò che resta nel lato destro; ma l'alveolo del 5° dente sinistro ci rivela che mentre in realtà nel nostro fossile, come nel *Tomistoma Schlegelii*, il 5° dente è il più robusto, inoltre ho trovato che vi corrispondeva benissimo un dente ricevuto con le altre ossa.

Alla base della corona, il collo del 6° dente ha un diametro antero-posteriore di m. 0,013, trasversalmente poco più di m. 0,011, avanti e posteriormente nel senso della lunghezza del dente con obliquità dall'interno all'esterno sono prominenti i due spigoli caratteristici della corona i quali spiccano sulle finissime strie longitudinali; una sezione trasversale della corona riescirebbe ovale con due estremità acute corrispondenti alle estremità dell'asse principale.

Sussistono gli altri denti più o meno ben conservati fino al 13° compreso, del 14° vi ha l'alveolo, pieno di roccia, dal quale il dente era evidentemente escito; i denti 9°, 10°, 11°, 12°, 13° sono tuttavia impegnati con le loro punte nelle corrispondenti fossette della mandibola e se ne possono apprezzare i rapporti di posizione coi corrispondenti denti inferiori. Questo allogarsi della punta del dente superiore in fossetta corrispondente della mandibola comincia col 7° dente, essendo il 6° l'ultimo posteriore che si addatta in smarginatura laterale dell'osso.

Nel mascellare sinistro, mancano i denti fino al 6° compreso, del 7° vi ha un notevole frammento, quindi manca l'8° che è invece perfettamente conservato sul lato destro; restano al loro posto i quattro seguenti cioè 9°, 10°, 11°, 12°; del 13° si vede l'alveolo ripieno di roccia. Dubito assai della esistenza di un 14° dente da questo lato, anzi inclino a ritenere che non vi fosse e mi rincresce di non aver potuto togliere ogni dubbio, non volendo liberare affatto il cranio per non comprometterne troppo la solidità e la conservazione.

A completare ciò che si riferisce ai denti dei mascellari, aggiungerò qualche misura degli spazî interalveolari.

La distanza interalveolare, ossia dal margine posteriore di un alveolo al margine anteriore del seguente, per i tre primi spazî è di m. 0,015, il 4° spazio che precede il 5° dente il quale dissi doversi ritenere che fosse un poco più robusto del 6° raggiunge una lunghezza di m. 0,025, i tre spazî interalveolari seguenti, cioè fino all'8° dente, si riducono a soli m. 0,012.

Nell'esemplare di Eggenburg vi hanno 15 denti per ciascun mascellare distanti tra loro millimetri 18, 24, 26 e 29 nella prima parte, m. 0,010 nella porzione posteriore; inoltre il dente più robusto pare che fosse il 6° anzichè il 5° come nel fossile sardo e nel vivente *Tomistoma Schlegelii*. Nella faccia inferiore, in corrispondenza

dell'ottavo dente si vede appena tra i mascellari la estremità anteriore dei palatini; altri rapporti tra queste ossa sono dispiacente di non potere accennare per le ragioni esposte precedentemente.

Premascellari o *Intermascellari*. — I premascellari sono ben conservati ad eccezione di piccola porzione della estremità anteriore superiore.

A differenza del *Tomistoma Schlegelii*, nel nostro esemplare, come nel fossile di Eggenburg e nel *Tomistoma champsoides* di Malta, vi hanno cinque denti ed anche nel fossile cagliaritano il 4° dente è il più robusto; non posso dire che fosse pure egualmente robusto il 1° perchè il sinistro manca e a destra vi ha un dentino spuntato da poco in surrogazione del dente che vi si trovava prima ed ho motivo di ritenere che ciò sia avvenuto vivente ancora l'animale.

Gli alveoli hanno un diametro di circa m. 0,011 e vi è forse ragione di ritenere che il 3° dente fosse non meno robusto del 4°, se non forse appena un poco maggiore; infatti gli alveoli, disgraziatamente mancano entrambi i denti, hanno un diametro di 13 a 14 millimetri. È da notare che il 2° dente non si trova così vicino al 1° come si vede nel *Garialis gangeticus* che ha pure cinque denti per ciascun mascellare; tra il 1° e 2° dente la distanza interalveolare è di m. 0,012.

Al 3° dente corrisponde la dilatazione del rostro che da questo punto va restringendosi gradatamente fino alla congiunzione dei premascellari coi mascellari. Giova pure notare che il secondo e più ancora il terzo dente non si trovano con eguale distanza interalveolare nei due lati, cosicchè mentre tra il 2° e il 3° dente di destra la distanza interalveolare è di m. 0,010, nel lato sinistro raggiunge m. 0,020; per compensazione la distanza interalveolare tra il 3° il 4° dente dell'intermascellare destro è di m. 0,023 e nel lato sinistro la stessa distanza è di m. 0,011 circa.

Il 5° dente è notevolmente più piccolo del 4° e raggiunge le dimensioni approssimative del 2°. Del 5° dente resta il destro e nel lato sinistro mancano il 1°, il 3°, 4° e 5° e resta soltanto il 2° dente. Questa condizione di cose per la quale il 3° dente nel lato destro s'accosta al 2° e nel lato sinistro al 4° fa supporre che esso sia il dente da considerarsi come suppletorio e che manca nel *Tomistoma* vivente a Borneo.

Nella faccia inferiore i premascellari tav. III, fig. I sono longitudinalmente scavati, si direbbe che ciascuno forma una doccia la quale va restringendosi convergendo dall'avanti all'indietro e i cui margini restano delimitati internamente dalla sutura tra le due ossa, onde ne risulta come una piccola cresta a partire dalla estremità posteriore del foro incisivo; il margine esterno è evanescente ma nel lato sinistro è abbastanza distinto. La sutura tra le due ossa, nella faccia inferiore, termina posteriormente alla distanza di m. 0,166 dal margine posteriore del foro incisivo piriforme il quale alla sua volta ha un diametro longitudinale di m. 0,034, ed il maggior diametro trasversale di m. 0,014. Nella estremità posteriore mediana inferiore i due premascellari si mettono in rapporto coi mascellari mediante suture che si dirigono in avanti un poco obliquamente verso i lati alveolari. Percorso un breve tratto di circa m. 0,040 queste suture formano ciascuna un V aperto posteriormente e che arriva al margine alveolare interno del secondo dente del mascellare; quindi la sutura si porta nuovamente in avanti seguendo il margine alveolare e piegando appena all'esterno fino alla metà della distanza alveolare tra il primo dente anteriore del

mascellare e l'ultimo posteriore del premascellare, cioè per una lunghezza approssimativa di m. 0,060. Da questo punto la sutura formando un altro V aperto all'indietro e nel quale si incunea il mascellare sale obliquamente sulla faccia superiore del rostro, quindi percorso breve tratto si piega in modo da non arrivare troppo presto all'incontro della estremità posteriore dei premascellari coi nasali. Ne resulta da ciò, che come i nasali terminano affilati anteriormente alla distanza di m. 0,060 circa dal margine posteriore della apertura esterna nasale, i premascellari terminano con estremità affilate incastrate tra i nasali e i mascellari alla distanza approssimativa di m. 0,125 dallo stesso margine. Avendo dovuto conservare gran parte della roccia che collega le ossa del cranio, nella faccia inferiore dell'esemplare si vedono ben delimitate le mandibole e porzione delle ossa pterigoidee, principalmente le sinistre, non però fino all'incontro con le ossa palatine e neppure fino al margine delle grandi aperture palatine; non sono visibili neppure le ossa trasverse.

Scoperta completamente è la regione posteriore del cranio, nella quale si notano:

L'*Occipitale superiore*. — Porzione mediana con la quale ho potuto riconoscere i rapporti col parietale e la porzione destra che ben conservata si trova in rapporto con interessante frammento dell'occipitale laterale destro. Quanto manca nell'occipitale laterale destro si trova ben conservato nel corrispondente osso di sinistra, ove sussiste pure una porzione del Mastoideo mediante la quale da questo lato si è potuto completare il contorno della faccia posteriore del cranio.

Il *Condilo occipitale* e la corrispondente porzione degli occipitali laterali sono bene conservati e, tenendo conto della roccia che riempie il foro occipitale, potei bene delimitare anche questa interessante apertura, come accennerò or ora.

Il *Basilare* è alquanto sciupato, ma è però assai bene conservato il foro eustachiano. Tanto nel lato destro quanto nel sinistro sono altresì ben distinti il foro giugale e il foro carotideo in rapporto con gli occipitali laterali. Il timpanico sinistro è perfettamente conservato, mentre il destro lo è soltanto in parte e fu restaurato con la forma lasciata nella roccia; in questo si vede l'andamento del canale auditivo.

Le grandi aperture.

Foro occipitale. — Il diametro trasversale è di m. 0,024; il diametro verticale soltanto di m. 0,017. La forma di questo foro è quasi semicircolare e s'accorda con quella che fu riscontrata nel *Tomistoma* di Eggenburg, pel quale Toula e Kail ebbero a notare più stretti rapporti, sotto questo aspetto, con l'ordinario Coccodrillo (*C. vulgaris*) di quello che con il *Tomistoma Schlegelii* ed il *Garialis gangeticus*.

Per le *Fosse temporali*, non avendo avuto frammenti sufficienti per delimitarne almeno una per completarle, ho dovuto guidarmi, con una impronta rimasta sulla roccia e che si riferisce a circa tre quarti della fossa temporale sinistra. Il diametro antero-posteriore sarebbe quindi di m. 0,038, il diametro trasversale approssimativo m. 0,045; mi resta qualche dubbio se la forma generale di queste fosse corrispondesse esattamente a quella del fossile di Eggenburg o fosse un poco meno piriforme.

Le Orbite. — Delle ossa che delimitano le Orbite, essendo conservate soltanto porzione dei giugali e un frammento del frontale principale, la ricostruzione è fatta

coi modelli e le impronte della roccia. La maggior lunghezza di queste fosse, dal margine anteriore del frontale posteriore al margine posteriore libero del lagrimale, ossia il diametro antero-posteriore, sarebbe quindi m. 0,075; il diametro minore trasversalmente obliquo m. 0,057.

Fossa post-orbitale. — La fossa post-orbitale sinistra è assai ben conservata, come in parte si può rilevare anche dalla fig. 3, tav. II; la sua forma è ovato-trigona, il diametro antero-posteriore che è il maggiore, è di m. 0,058 circa ed il diametro verticale m. 0,035.

Interessante e assai ben conservata nel lato sinistro è la apertura auricolare, di forma approssimativamente triangolare con contorno alquanto irregolare. Si può valutare la base del triangolo m. 0,031, l'altezza approssimativa m. 0,020. Nella tav. II, fig. 3 si può vedere la posizione di questa fossa rispetto alla fossa post-orbitale, ma non se ne può apprezzare abbastanza la forma perchè in parte adombrata e nascosta sotto il mastoideo.

Narici esterne. — Sebbene manchi piccola parte dell'osso che delimitava anteriormente la apertura delle narici esterne, pure mediante la impronta rimasta nella roccia non mi è stato difficile di verificare che il diametro antero-posteriore, ossia il maggiore, è di m.0,048, la larghezza è invece di m. 0,042; quindi si può dire che la forma è appena ovale. Questa apertura, tav. II, fig. 2, smarginata un poco posteriormente mediante piccola depressione degli intermascellari in corrispondenza della linea suturale superiore. poichè nella metà posteriore della fossa le pareti per breve tratto sono inclinate diventa piriforme (come si nota nel *Tomistoma Schlegelii*) con l'apice rivolto posteriormente. In fondo alla fossa nasale costituita interamente dai premascellari si vede il bellissimo ed ampio foro incisivo con forma elegantissima di pera tav, III fig. I con la punta volta in avanti; la profondità della fossa nel centro, rispetto al margine superiore è di m. 0,030 circa; si vedono sulle pareti laterali e in avanti parecchi fori per passaggio di vasi e nervi.

Delle mandibole.

A differenza dell'esemplare di *Tomistoma* (*Gavialosuchus*) *eggenburgensis*, nel *T. calaritanus* essendo benissimo conservati i mascellari inferiori o mandibole, sono in grado di dire quali rapporti presenti questa parte della testa confrontata con le porzioni rostrali di *Tomistoma* provenienti dal miocene di Malta.

È noto che nei rettili la mandibola si articola con l'osso quadrato od osso timpanico (cassa auditiva) che termina posteriormente con una faccia trasversa assai più larga che lunga, con superficie ondulata e corrispondente a faccia analoga della mandibola ondulata perciò in senso inverso; trovandosi l'angolo posteriore molto addietro a questa faccia ne resulta una lunghezza alquanto maggiore della mandibola relativamente al cranio. Nei *Crocodilia*, come nel maggior numero dei rettili, ogni ramo mandibolare consta di sei ossa riunite con suture che persistono e che permettono di potere facilmente delimitare le singole parti; giova ricordare che queste ossa portano i nomi di dentario, opercolare o spleniale, angolare, soprangolare, complementare e articolare.

Nei Garialidi, il *dentario*, tav. II, fig. 1, 3; tav. III, fig. 2, nel quale come lo indica il nome sono impiantati i denti, contribuisce per gran parte alla costituzione e forma del rostro e, per lungo tratto della porzione anteriore della mandibola, si articola col suo corrispondente per formare la sinfisi mandibolare. Come già ho avuto da notare fin da principio, il genere *Tomistoma* si distingue dal genere *Gavialis* o *Garialis*, per la sinfisi mandibolare meno lunga e che in generale nel *T. Schlegelii* arriva al 15° dente; in essa sinfisi poi, per più di un terzo della lunghezza entrano anche le ossa opercolari o spleniali, come si vede nella tav. III fig. 2.

Dalla estremità posteriore dell'*articolare* fino alla estremità anteriore del *dentario*, ossia la maggiore lunghezza della mandibola, è di m. 0,826; il ramo sinistro è perfettamente conservato se si eccettua la mancanza di alcuni denti, nel ramo destro mancavano porzione dell'*angolare*, del *soprangolare* e dell'*articolare* in corrispondenza del *timpanico*, delle quali ossa trovai le estremità posteriori in un frammento di roccia e così potei completare ciò che era andato distrutto.

Il *Dentario* per la forma generale corrisponde assai bene a quello del *Tomistoma Schlegelii*, piuttosto che al frammento di mandibola del *Tomistoma champsoides* del miocene di Malta; in quel frammento, infatti, per la curva che presenta inferiormente la mandibola, sarebbe da ravvisare più stretto rapporto col Gariale a lungo rostro. La lunghezza di quest'osso misurata dalla sua estremità anteriore fino alla sutura con il soprangolare nel margine superiore del gran foro mandibolare, è di m. 0,585. L'altezza che è m. 0,025, tra il 2° e il 3° dente, cresce gradatamente a m. 0,033 tra il 6° e il 7°; tra l'11° e il 12° raggiunge m. 0,040 in corrispondenza al principio della sinfisi. La sezione trasversa di ciascun dentario, tav. III, fig. 3, 4, inferiormente corrisponde a una porzione di curva elittica che si coordina con quella dell'osso corrispondente; nella faccia superiore dalla estremità anteriore fino a metà dello spazio interalveolare, tra il 2° e il 3° dente, ciascun osso si mostra con sezione trasversa leggermente convessa ciò che da luogo a un leggero solco suturale che va diminuendo dall'avanti all'indietro. Da questo punto le due ossa presentano superficie inclinata dal margine alveolare verso la sutura sinfisiaria e la forma di doccia è bene pronunziata tra il 3° ed il 5° dente; quindi ciascun osso nella sezione trasversa riprende la forma tondeggiante che si mantiene ben pronunziata fino poco oltre alla estremità anteriore degli opercolari entrati a far parte della sinfisi, ossia poco oltre l'8° dente. Il margine alveolare è tutto ondulato e si direbbe che i denti hanno un cercine, almeno nella porzione del rostro che dirò sinfisiaria. Volendo render conto della leggera curva che presenta il margine inferiore della mandibola, ho notato che posta sopra un piano, il dentario se ne scosta in corrispondenza del gran foro e tra il 9° e il 10° dente la mandibola è già discosta dal piano orizzontale m. 0,003; sotto il 4° dente la distanza è di m. 0,010, sotto il 3° è già elevata a m. 0,016 e tra il 2° dente e la estremità anteriore del rostro ha raggiunto m. 0,022.

I denti sono 17 nel dentario destro ed altrettanti nel sinistro. Il 1° dente con corona digraziatamente spuntata dovrebbe essere lungo approssimativamente 33 millimetri, al colletto ha un diametro di m. 0,011; questo dente ed il 4° che sono circa della stessa dimensione sono anche assai più robusti degli altri due intermedii cioè il 2° ed il 3°. Subeguali sono il 5°, 6°, 7°, quindi appena più robusto l'8°, il 10°

meno lungo ha forma diversa dai precedenti, contrariamente a ciò che si riscontra nell'ordinario Gariale ed in analogia con quanto invece si nota nel Coccodrillo e nel Caimano.

Questo dente, come gli altri che seguono posteriormente, si mostra compresso in guisa che la sezione della corona darebbe una elissi con l'asse maggiore corrispondente ai margini taglienti del dente diretto obliquamente dall'interno all'esterno dall'avanti all'indietro, quindi in rapporto con la dilatazione che avviene nella mandibola per la incuneazione degli opercolari tra i dentarii nella prima parte della sinfisi. L'undecimo dente è di tutti il più robusto e nella direzione dello spazio interalveolare che passsa tra esso ed il 12° dente incomincia la sinfisi. Questo dente ha la forma e la posizione del precedente e misurato al colletto ha un asse maggiore di m. 0,014, sempre corrispondente agli spigoli taglienti, l'asse minore è di m. 0,011 e la altezza approssimativa m. 0,022. Nella tav. III, fig. 4 si possono apprezzare i rapporti delle diverse ossa del rostro in una sezione condotta posteriormente al 9° dente, e nella fig. 3 gli stessi rapporti posteriormente al 4° dente.

Sul lato destro mancano il 2° dente ed il 4°, si vedono però i piccoli denti destinati a surrogarli; manca pure il 9° dente ed è vuoto l'aveolo del 17°. In corrispondenza di questo ultimo dente, la mandibola è alta m. 0,055. Sul lato sinistro sono ben conservati il 1° ed il 2° dente, manca il 3°, sussiste il 4° e così si può constatare che questo era il più robusto, o almeno più lungo anche del 1°. Del 5° fino al 10° compreso restano dei frammenti; i denti furono rotti, in parte almeno, quando la roccia fu violentemente staccata dalle ossa per l'effetto delle mine. Manca da questo lato anche il 14° dente e restano nell'alveolo tracce del 17°.

L'*Opercolare* che copre internamente un bel tratto del dentario costituisce la faccia interna della mandibola, a cominciare dalla estremità posteriore del dentario, innestandosi in basso con l'angolare, come si vede benissimo nell'esemplare di Cagliari, e entrando a far parte della sinfisi avendo già raggiunta la lunghezza di m. 0,23, continua quindi nella sinfisi per altri dodici centimetri avendo così in totale una lunghezza di m. 0,35.

I due opercolari destro e sinistro entrando a far parte della sinfisi tav. III, fig. 2 dopo essersi ingrossati e riuniti formano insieme un triangolo isoscele la cui base valutata sulla faccia inferiore della mandibola è di m. 0,058 ossia m. 0,029 per ciascun opercolare, mentre l'altezza si può ritenere eguale a m. 0,125; l'angolo formato dalle due ossa congiunte è di 26°. Nella faccia superiore, la base misurata in rapporto con le linee suturali sarebbe soltanto m. 0,044; come si comportino queste ossa nella sinfisi relativamente alle ossa dentarie si rileva anche dalla sezione trasversale tav. III, fig. 4 condotta, come già ho accennato posteriormente al 9° dente, l'ultimo a tipo veramente garialoide.

Nulla posso dire del *Complementare* non avendo potuto esaminare le mandibole nella faccia interna in corrispondenza del margine anteriore del gran foro alla cui formazione detto osso prende parte, e finalmente accennerò che l'*Angolare* ed il *Sopra angolare* innestandosi anteriormente col dentario e lasciando tra loro l'ampia apertura ovale già più volte accenata, uniti insieme e congiuntamente all'*Articolare* concorrono a costituire il condilo della mandibola e la sua estremità posteriore come si può assai bene rile-

vare anche dalle fig. 1, 3, tav. II. La sutura dell'angolare con il soprangolare nella faccia esterna della mandibola incomincia a metà circa della altezza del margine posteriore del gran foro il quale, avendo forma ovale allungata e mostrandosi inclinato dal di dietro in avanti con un diametro maggiore approssimativo di m. 0,082, ha poi il suo asse minore di soli m. 0,035. Il soprangolare corrisponde alla apofisi coronoide delle mandibole dei mammiferi e fu perciò da taluni detto anche *coronoideo*. La faccia superiore condiloidea è costituita dall'osso che ho indicato col nome di articolare la cui forma espansa con superficie ondulata si può assai bene apprezzare nella fig. 2 tav. II.

Vertebre.

Dopo avere descritto quanto resta del cranio del *Tomistoma* di Cagliari, occorre che accenni altresì agli altri pochi avanzi scheletrici trovati tra le ossa isolate o scoperte entro la roccia che sminuzzai accuratamente per assicurarmi che nulla di importante vi restasse sepolto.

Di alcune vertebre si aveva indizio anche nel masso principale tav. I, ma qualche avanzo meno sciupato potei estrarlo da esemplari di roccia nei quali poco o nulla era stato prima scoperto.

È noto che nei Garialidi, come nei Coccodrillei, le vertebre sono proceli, meno l'atlante, l'asse, le due sacrali e la prima caudale. In generale si contano nove cervicali, undici o dodici dorsali, tre o quattro lombari; si hanno così complessivamente ventiquattro vertebre presacrali, quindi seguono due vertebre sacrali e poscia non meno di trentacinque vertebre caudali. Di tutte queste vertebre, raccogliendo e riaccozzando i frammenti isolati e mettendo allo scoperto quelli che si trovavano ancora entro la roccia insieme a placche ed altri avanzi, ho potuto ricomporne alcune quasi integralmente e di altre sono riescito ad averne quanto era indispensabile per riconoscere la regione alla quale erano da riferire.

Dell'atlante e dell'asse, cioè della 1ª e della 2ª vertebra della regione cervicale, non ho trovato tali avanzi da poterne ricomporre alcun frammento apprezzabile; della 3ª vertebra ho potuto avere soltanto la metà posteriore del corpo e anche di questa devo rinunziare a ricercarne le dimensioni approssimative.

Di una vertebra che ho riferito alla 4ª cervicale è abbastanza ben conservata la parte sinistra con le relative apofisi, mentre il lato destro è pure assai sciupato ed è incompleta l'apofisi spinosa. Il corpo di questa vertebra ha un diametro antero-posteriore di m. 0,044.

Una vertebra che ho potuto restaurare assai bene e che suppongo debba essere la 6ª cervicale, tav. IV, fig. 10, presenta le seguenti dimensioni: diametro antero-posteriore del corpo m. 0,046, diametro trasverso della faccia anteriore concava m. 0,040, diametro verticale, esclusa la apofisi spinosa inferiore, m. 0,038; queste misure corrispondono approssimativamente a quelle che si riscontrano alla base della faccia posteriore convessa. Una specie di carena del corpo della vertebra nella faccia inferiore termina in avanti a guisa di tubercolo e rappresenta una apofisi spinosa inferiore. La apofisi che corrisponde al capo della costa corrispondente è corta ma robusta e con ampia superficie articolare

e trovasi collocata assai bassa, a circa m. 0,014 sotto la sutura neurocentrale dell'arco neurico. Immediatamente sopra detta sutura vi ha l'apofisi tubercolare ossia corrispondente al tubercolo della costa cervicale e questa apofisi è corta (si può valutare circa m. 0,015) inclinata in basso; il diametro antero-posteriore o maggiore, della estremità articolare di detta apofisi è di m. 0,015 e il diametro minore m. 0,008. Le prezigapofisi sono strette e rivolte in alto, ossia con le facce articolari oblique rispetto all'orizzonte ma parallelle all'asse vertebrale come notò anche il Cuvier; la stessa disposizione si nota nelle postzigapofisi le cui facce articolari sono rivolte in basso, essendo la prezigapofisi sempre le esterne nella articolazione. La spina neurica, o apofisi spinosa superiore, è rotta ma si può arguire che fosse mediocremente lunga; alla base il suo maggior diametro antero-posteriore è di m. 0,015. Il foro neurico anteriormente di forma ovale, ha il maggior diametro trasverso di m. 0,024, il diametro verticale di m. 0,016.

In altra vertebra cervicale ben conservata e che ritengo possa essere l'8ª, tav. IV, fig. 11, si nota il ravvicinamento della apofisi capitolare alla sutura, mentre l'apofisi tubercolare diventata più lunga più robusta e assai meno inclinata se n'è allontanata alquanto; questa apofisi infatti trovasi m. 0,011 sopra la sutura neurocentrale ed è lunga m. 0,024.

L'angolo delle facce delle zigapofisi rispetto all'asse della apofisi spinosa dorsale è alquanto meno acuto e anche da questa circostanza si può argomentarne la posizione relativamente all'altra prima descritta.

Di altri avanzi di vertebre riferiti dubitativamente alla 9ª cervicale ed alle prime dorsali credo inutile di render conto, soltanto mi basterà di accennare che per la presenza della apofisi spinosa inferiore, per il prolungamento della apofisi tubercolare e per le zigapofisi che tendono sempre più a farsi orizzontali, si può ritenere che quei resti appartengano alle prime vertebre dorsali.

Nella tav. IV, fig. 12 e 13 ho rappresentato due delle costole tanto caratteristiche delle vertebre cervicali; con molta probabilità si può ritenere che la costa fig. 12 spetti alla 6ª cervicale lato destro (faccia interna) e quella rappresentata per il lato esterno nella fig. 13 sia da riferirsi a una vertebra vicina a quella, forse la 7ª.

Ad una delle prime lombari riferisco i resti di una vertebra il cui corpo discretamente ben conservato presenta le seguenti dimensioni: diametro antero-posteriore m. 0,051; diametro trasversale della faccia anteriore concava m. 0,047; diametro verticale o altezza m. 0,042; foro neurico subrotondo con un diametro di m. 0,015; zigapofisi quasi orizzontali; apofisi trasversali piatte larghe, molto allungate, la destra è incompleta, la sinistra manca.

Le vertebre lombari differiscono ben poco dalle dorsali quanto alla forma generale e queste formano un graduato passaggio alle vertebre cervicali, non essendo così sempre facile la distinzione tra le ultime cervicali e le prime dorsali, specialmente quando si hanno soltanto esemplari incompleti. L'apofisi spinosa delle vertebre cervicali è discretamente lunga e compressa, si ristringe in alto ed è leggermente inclinata all'indietro; questo ultimo carattere si riscontra anche nella 1ª dorsale, mentre le altre vertebre del dorso e le lombari hanno l'apofisi spinosa diritta e relativamente larga.

Rompendo pazientemente tutta la roccia entro il quale stava il cranio del *Tomi-*

stoma di Cagliari e sbrogliando diligentemente le ossa che vi trovai sepolte, sono riescito a ricomporre anche una vertebra caudale la quale, per quanto posso giudicarne senza avere a mia disposizione per confronti uno scheletro di *Tomistoma*, parmi si debba ritenere per una delle prime caudali. Il corpo di questa vertebra è lungo m. 0,054, la sua faccia anteriore profondamente scavata è appena subtrigona, corrispondendo questa forma alla compressione della metà inferiore del corpo della vertebra; il maggior diametro trasverso poco sotto la linea delle apofisi laterali è di m. 0,037, mentre il diametro verticale è soltanto di m. 0,034, alla grande concavità della faccia anteriore corrisponde la notevole convessità della faccia posteriore il cui centro si alza ossia sporge dal margine circa m. 0,012.

Le apofisi trasverse sono lunghe mediocremente (circa m. 0,040) e vanno restringendosi rapidamente verso la estremità, l'apofisi spinosa un poco guasta doveva esser lunga circa m. 0,060, misurando dalla volta del foro neurico fino alla sua estremità. Mancano le zigapofisi anteriori e delle posteriori sussiste la sinistra la quale ci permette di confermarci nella supposizione che questa vertebra sia una delle prime caudali, la faccetta articolare essendo quasi verticale. Alla base della faccia posteriore del corpo della vertebra sono accennate due piccole faccette per l'appoggio di un ossetto a V. Di questi piccoli archi subvertebrali che taluni considerano come apofisi spinose inferiori non ho trovato alcun avanzo.

Placche.

Mi resta ora a dire qualche cosa delle placche o scudi ossei spettanti alla corazza che proteggeva in parte la testa, il collo e il dorso del *Tomistoma* fossile.

L'importanza delle placche ossee fu messa in rilievo principalmente da Huxley con un lavoro assai importante sulla armatura cutanea dei diversi coccodrilli attuali (1).

Il professor Huxley ha notato, tra le altre cose, doversi distinguere un gruppo che comprende tutti i generi delle famiglie *Crocodilidae* e *Garialidae* (*Gavialidae*) ed il genere *Alligator* della famiglia *Alligatoridae*; in questo gruppo le placche dello scudo dorsale sono ossee, poste le une presso le altre, senza essere propriamente articolate, le scaglie ventrali sono cornee. Un altro gruppo che comprende i generi *Caiman* e *Jacare* è fornito di placche o scudi ossei tanto per la armatura dorsale quanto per la ventrale e le placche dorsali sono articolate o embricate le une sopra le altre.

Le placche che costituiscono la corazzatura della parte superiore di questi animali vanno distinte in cervicali, nucali e dorsali secondo la relativa loro posizione; differiscono tra loro per la forma, in guisa che è facile di riconoscerle e di classificarle quando si trovano isolate o in frammenti, come accade sovente per i fossili.

Le placche cervicali tav. IV, fig. 1, 2, come anche le nucali tav. IV, fig. 3,

(1) Huxley, *On the dermal Armour of Jacare and Caiman, with Notes on the specific and generic Characters of recent Crocodilia* (Procedings of the Linn. Soc. Zool., London 1859 T. IV, p. 1. — Vaillant L., *Étude zoologique sur les Crocodiliens fossiles tertiaires de Saint-Gérand Le Puy*. Annales des Sc. géologiques, T. III Paris 1872.

hanno forma irregolarmente quadrilaterale con uno dei margini dentellato corrispondentemente alla placca con la quale si mettono lateralmente in rapporto. Queste placche assottigliate nel margine sono rilevate a schiena d'asino e quasi carenate nel senso della loro lunghezza.

Le placche dorsali, tav. IV fig. 4 a 9, sono quadrate o paralellogrammiche poco allungate, sono molte più grosse, con margini laterali interni dentellati corrispondentemente alle placche vicine e sul lato anteriore vi si nota una striscia liscia che serve per la articolazione o embricatura della placca anteriore che su di essa può di tal guisa muoversi alquanto, senza che avvenga interruzione nella corazzatura. Anche queste placche sono carenate e al pari delle precedenti hanno tutte la loro faccia superiore coperta di fossette rotonde o ovoidali le quali non comunicano tra loro e sembrano irraggiare dal centro della placca; tali fossette internamente sono levigate e a fondo concavo ma non dilatato ed in complesso ricordano la ornamentazione di alcune ossa del cranio le quali per conseguenza si è sospettato che abbiano parzialmente rapporto con parti esoscheletriche, come si verifica per lo scudo dei chelonii.

È noto che il *Tomistoma Schlegelii* [1] o falso Gariale, che si trova a Borneo e alla Nuova Guinea, differisce dal *Garialis gangeticus* anche per la presenza di numerose placche nucali delle quali nel Gariale del Gange ve ne ha un solo paio; le carene delle placche dorsali sono molto sviluppate e per la striscia liscia del margine anteriore destinata alla articolazione sono pure accentuati i rapporti coi generi *Caiman* e *Jacare*.

Non avendo potuto esaminare esemplari di *Tomistoma* ho dovuto riferirmi al classico lavoro di Schlegel [2] e dalle figure ho rilevato che vi hanno una dozzina di placche nucali distribuite in due serie di tre paia disposte longitudinalmente. Sul dorso dell'animale ogni fila trasversale di placche è costituita da quattro elementi che danno luogo a quattro carene longitudinali le quali cominciano ad essere ben distinte subito dopo il collo.

Le figure 4, 5, 7, 8 tav. IV rappresentano placche delle serie mediane nella rispettiva loro posizione e le figure 6, 9 rappresentano placche della fila destra le quali si accordano rispettivamente: quella della fig. 6 con la mediana della figura 5 e quella della figura 9 con l'altra della figura 8. La larghezza delle placche maggiori delle due file mediane, 4, 5, 7, 8, varia da m. 0,078 a m. 0,083 se si misura nel lato maggiore corrispondente alla estremità anteriore; la lunghezza misurata in corrispondenza della carena può ritenersi approssimativamente di m. 0,058 a m. 0,060, ritengo perciò che queste fossero tra le maggiori delle placche dorsali del *Tomistoma* di Cagliari.

Tra gli esemplari ricomposti e i frammenti, posso dire di aver trovato avanzi di quasi una ventina di placche diverse ed è probabile che qualcuna ne sia rimasta nei frammenti della roccia dalla quale cavai tutte le altre ossa; roccia che essa

[1] Questo animale ebbe cinque nomi generici diversi: *Tomistoma, Mecitops, Rhyncosuchus, Gavialis, Crocodilus* pare che il più antico quindi da adottare sia quello di *Tomistoma* (bocca tagliente).

[2] Müller and Schlegel, *Over der Krokodilen van der Indischen Archipel.* Verhandlingen over de naturlike Gesh. der Nederl. Overzee Bezittingen 1839-44.

pure ho restituita alla università di Cagliari per desiderio espresso del signor Rettore prof. Toddu.

Avanzi di Tomistoma nelle argille di Fangario.

Il gentilissimo è infaticabile professore Lovisato, tra i molti fossili raccolti nelle argille di Fangario e che in parte ebbi in comunicazione, raccolse un dente incompleto lungo circa m. 0,035, e pel quale non mi resta dubbio alcuno sulla esistenza di resti di *Tomistoma* e probabilmente di *T. calaritanus* nelle argille di Bingia Fargeri. Questa scoperta ha grande interesse, sia per ciò che si potrà trovare in seguito con assidue ricerche, come ancora per i rapporti cronologici delle argille di Fangario con il tramezzaio e la pietra cantone di Cagliari.

E a proposito del tramezzaio o calcare tenero che non è altro fuorchè una forma litologica di calcare elveziano che fa passaggio alla pietra cantone tipica, devo pure notare che ho avuto in comunicazione anche un frammento di grosso dente di coccodrilliano proveniente dal tramezzaio della piazza d'armi di Cagliari, ma che non appartiene all'esemplare di *Tomistoma* di cui mi sono fin qui occupato e che potrebbe anche spettare ad un vero coccodrillo, essendo assai probabile che anche questo genere si trovasse, e vivesse insieme al tipo garialoide.

Non dubito punto che ulteriori scoperte faranno conoscere nuovi e importanti rapporti tra la forma della pietra leccese e quella della pietra cantone, tramezzaio e argille di Fangario e forse si troverà anche in Sardegna il *Crocodilus lyciensis*, come è sperabile che si troveranno in Terra d'Otranto avanzi di *Tomistoma.*

Brevi considerazioni sul calcare di Cagliari e suoi equivalenti cronologici.

Dopo aver riferito che i resti del *Tomistoma calaritanus* furono raccolti nel calcare di Cagliari e dopo avere accennato come dal punto di vista cronologico questo calcare che, secondo il Lovisato, sarebbe da ritenersi vero tramezzaio, non differisce dal calcare conosciuto in Sardegna col nome di Pietra forte e forse soltanto per condizioni batimetriche diversifica dalle sottoposte argille di Fangario che già tanti fossili importanti fornirono al prof. Lovisato, tra i quali anche avanzi di *Tomistoma*, occorre aggiungere in proposito poche altre considerazioni.

Quando il De La Marmora nella descrizione geologica della Sardegna scrisse della Pietra forte, non esitò a riferirla al miocene e la ritenne inferiere al calcare grossolano di Cagliari ed alle argille di Fangario [1]. Non avendo avuto fossili ben importanti e non avendo dapprima ben apprezzato i veri rapporti stratigrafici, il calcare di Cagliari e le argille di Fangario furono dall'illustre geologo riferite al pliocene.

Se non che, mentre il De La Marmora correggeva le ultime pagine del secondo volume della sua classica opera, Virlet d'Aoust e l'ing. F. Giordano lo avvisavano che il calcare Pietra forte, conosciuto col nome di Pietra forte di Bonaria, era stato osservato da essi in altre località con i medesimi caratteri litologici e paleontologici coi

[1] De La Marmora, op. cit., T. I, p. 257, Turin 1857.

quali si trova a Bonaria, *ma sovrapposto in stratificazione concordante al calcare di Cagliari* con tutte le sue varietà.

Il De La Marmora accoglieva le osservazioni dei due geologi che erano in accordo con quanto esso stesso aveva antecedentemente osservato, prima del 1851, e per rendersi conto dell'errore nel quale era caduto con le osservazioni fatte presso il forte Sant'Ignazio a Monreale suppose che ivi fosse da ricercare la esistenza di una faglia ed un rovesciamento [1].

Da quel momento il De La Marmora stesso convenne sui rapporti cronologici del calcare di Cagliari, argille di Fangario e Pietra forte di Bonaria, ma forse sarebbe stato inclinato a ringiovanire tutto se, mentre correggeva le bozze della Nota importantissima inserita dopo l'indice del II volume, non avesse ricevute altre preziose notizie dal professore Meneghini.

Il dotto paleontologo, suo collaboratore in quella grande opera, avendo avuto in Pisa la visita di Abich e con esso essendosi intrattenuto intorno alla Pietra forte di Bonaria, gli riferiva infatti che Abich lo aveva assicurato di aver bene studiato in Asia un calcare identico a quello di Bonaria sia pei caratteri litologici come per la fauna. Abich aggiungeva che un calcare identico a quello che in Sardegna è conosciuto col nome di *Pietra Cantone di Cagliari* e da esso indicato col nome di calcare *Moëllon* si trovava ora sopra ora sotto il calcare corrispondente alla Pietra forte e conteneva i medesimi fossili [2]. Abich considerava quelle rocce come mioceniche inferiori, alla arenaria salifera dell'Armenia; oggi si sa che tutto questo corrisponde al piano del calcare di Leitha e a quanto si osserva in più luoghi della penisola italiana (Monti livornesi e Terra d'Otranto) e a Malta.

Trascorsi quasi trenta anni, il prof. Lovisato in una Nota col titolo: *Il pliocene non esiste nel sistema collinesco di Cagliari* [3], con buone osservazioni rilevava la ordinaria posizione stratigrafica della pietra forte sopra la pietra cantone che alla sua volta sta sopra le argille di Fangario, confermando così e convalidando con dati stratigrafici e paleontologici che quelle rocce sono da riferirsi all'Elveziano.

Ho già fatto conoscere gli avanzi di *Metaxytherium Lovisati* dovuti alle attente ricerche dell'egregio professore fino da quando si trovava nella Università di Sassari, ed ho pure avuto occasione di illustrare avanzi di delfinorinco (*Eurhinodelphis sassariensis*) pei quali è facile di riconoscere i rapporti intimi tra la Pietra forte di Bonaria, la Pietra cantone di Cagliari e la Pietra leccese di Terra d'Otranto; gli importanti resti di balenottere delle quali il prof. Lovisato mi ha già favorito esemplari pregevolissimi mi permetteranno di convalidare le accennate correlazioni.

Spero, anzi sono certo, che, perseverando nelle ricerche e raccogliendo accuratamente, si avrà dal miocene sardo un corredo di vertebrati fossili da non temere il confronto con quelli dei più importanti giacimenti di Europa.

(1) De La Marmora, op. cit., T. II, p. 779, Turin 1857.

(2) De La Marmora, op. cit., T. II, p. 780, Turin 1857.

(3) Bollettino del R. Comitato geologico vol. XVI, p. 140 e seg. Roma 1385.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tav. I.

I resti principali del *Tòmistoma calaritanus*, come si trovavano alla fine del 1881 dopo che il rostro era stato scoperto solo in parte. Da un modello che si conserva nel museo geologico di Bologna. $^1/_4$ della grandezza naturale.

Tav. II.

Fig. 1. Il cranio del *T. calaritanus* isolato completamente dalla roccia, visto per il lato destro in cui sono abbastanza ben conservati i denti e restaurate alcune ossa incomplete; $^1/_3$ del vero (un poco abbondante).

Fig. 2. Il cranio restaurato visto per la faccia superiore; $^1/_3$ del vero — *pm.* premascellari — *m.* mascellari — *n.* nasali — *l.* lagrimali — *or.* fosse orbitarie — *ft.* fosse temporali — *fr.* frontale principale — *g.* giugale — *pa.* parietale — *ti.* timpanico — *o.* condilo occipitale.

Fig. 3. Cranio completo visto dal lato sinistro; $^1/_3$ del vero. — *pm.* premascellare — *m.* mascellare — *l.* lagrimale — *g.* giugale — *fp.* frontale posteriore — *or.* fossa orbitaria — *ms.* mastoideo — *ti.* timpanico. — Mandibola: *d.* dentario — *a.* angolare — *sa.* sopra angolare — *ar.* articolare.

Tav. III.

Fig. 1. Premascellari e parte dei mascellari veduti per la faccia interna; $^1/_2$ della grandezza naturale.

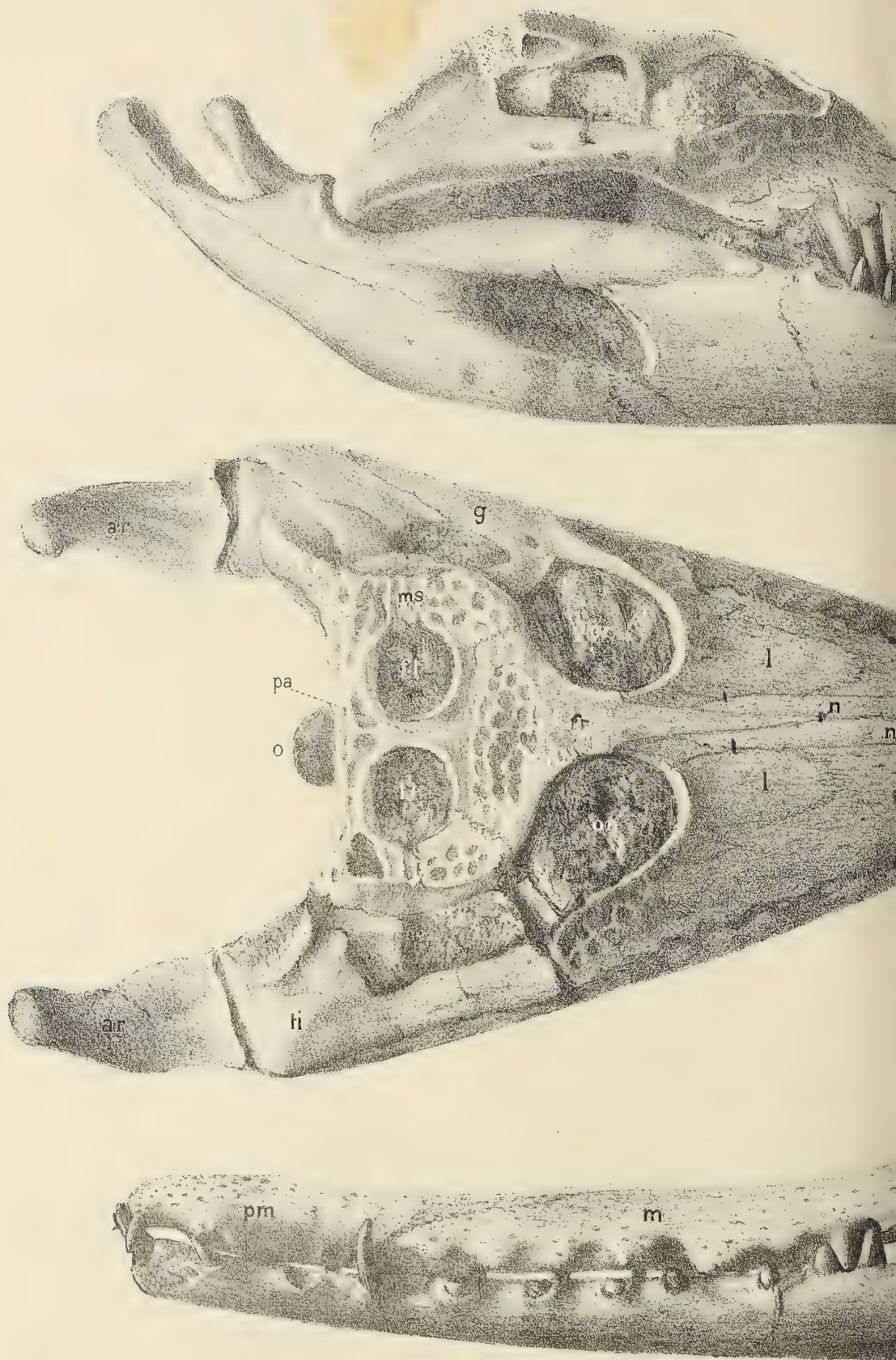
Fig. 2. Mandibole e parte delle ossa opercolari viste per la faccia inferiore per poterne apprezzare la parte che entra nella sinfisi; $^1/_2$ del vero.

Fig. 3. Sezione trasversale del rostro condotta posteriormente al 4° dente che sussiste nel lato sinistro. — *m.* mascellare — *d.* dentario; $^1/_2$ del vero.

Fig. 4. Sezione condotta a cinque centimetri anteriormente alla estremità dei palatini; $^1/_2$ del vero. *m* mascellari — *n* nasali — *d* dentario — *o* opercolare.

Tav. IV.

Fig. 1, 2. Placche cervicali; $^2/_3$ del vero. Viste per la faccia esterna o superiore.
Fig. 3. Placca nucale.
Fig. 4, 5, 7, 8. Placche dorsali delle serie mediane, viste per la faccia superiore; $^2/_3$ del vero.
Fig. 6, 9. Placche dorsali della serie laterale destra, viste in rapporto con le precedenti.
Fig. 10. VI vertebra cervicale, vista per il lato destro; $^2/_3$ del vero.
Fig. 11. VIII vertebra cervicale, vista per la faccia posteriore.
Fig. 12, 13. Coste cervicali.

TOMISTOMA CALARITANUS. CAP.

E. Contoli, dis. dal vero ed in pietra.

TOMISTOMA

Fig. 1. ⅓

Fig. 2. ⅓

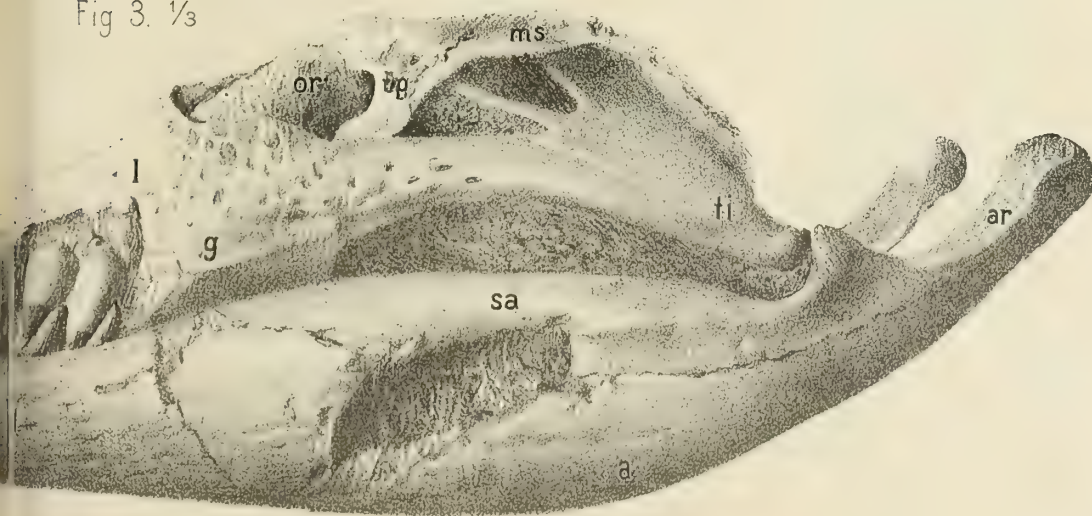



Fig 3. ⅓

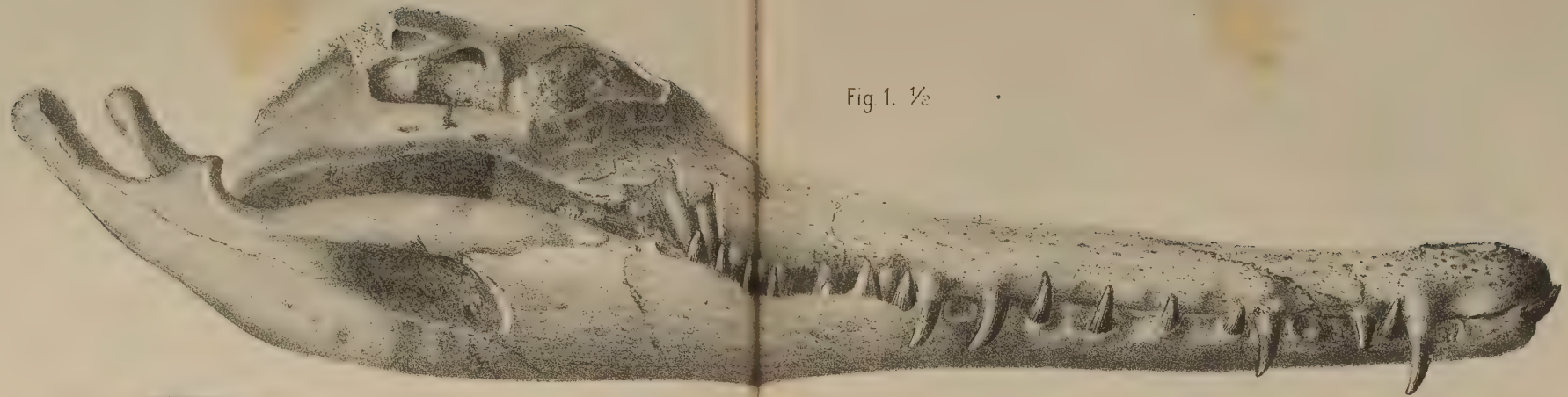
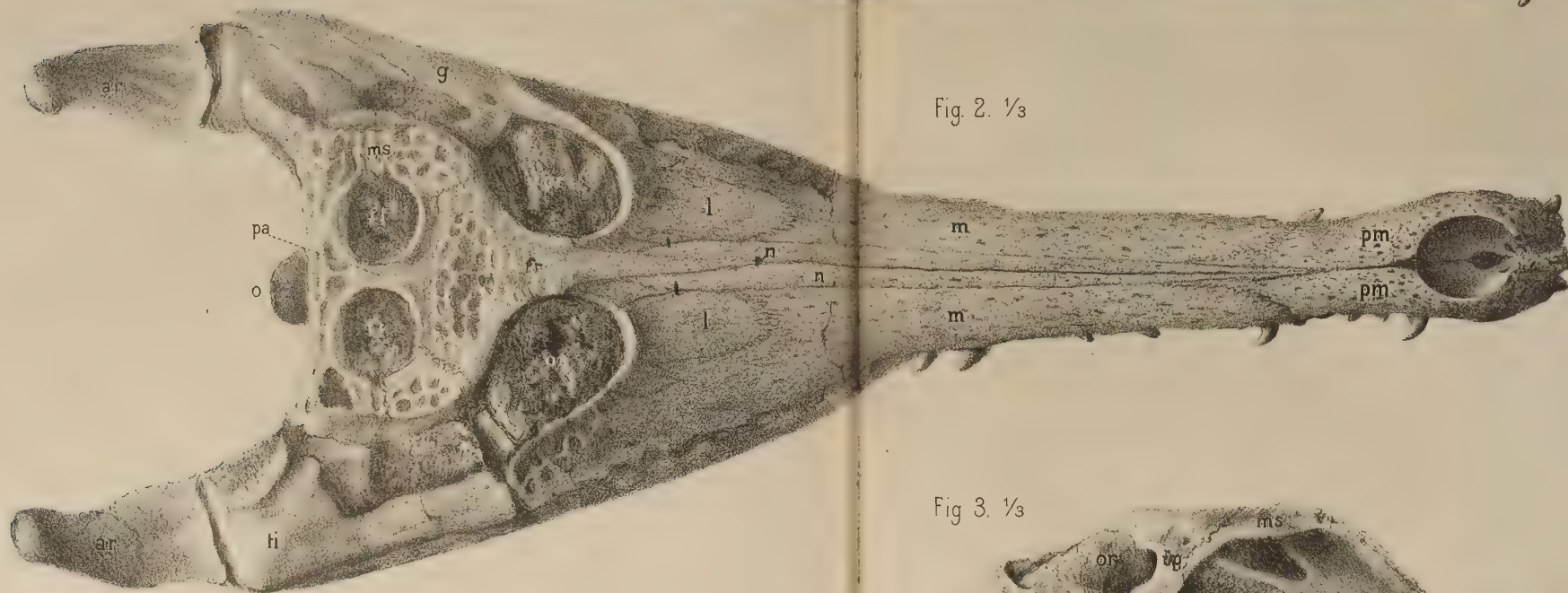
Lit. G. Wenk e figli – Bologna.

RITANUS, Cap.

Fig. 1. 1/2

Fig. 2. 1/3

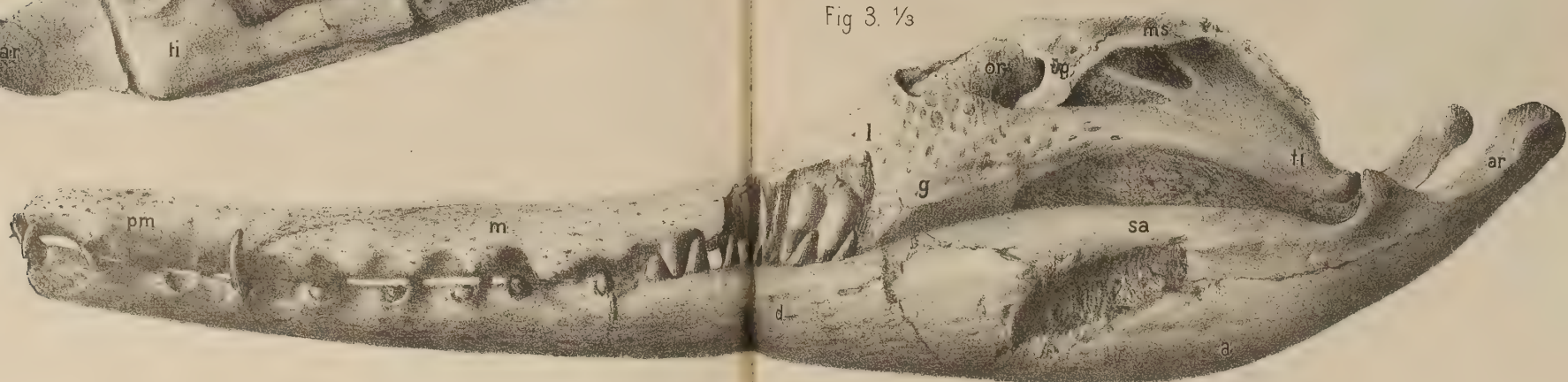
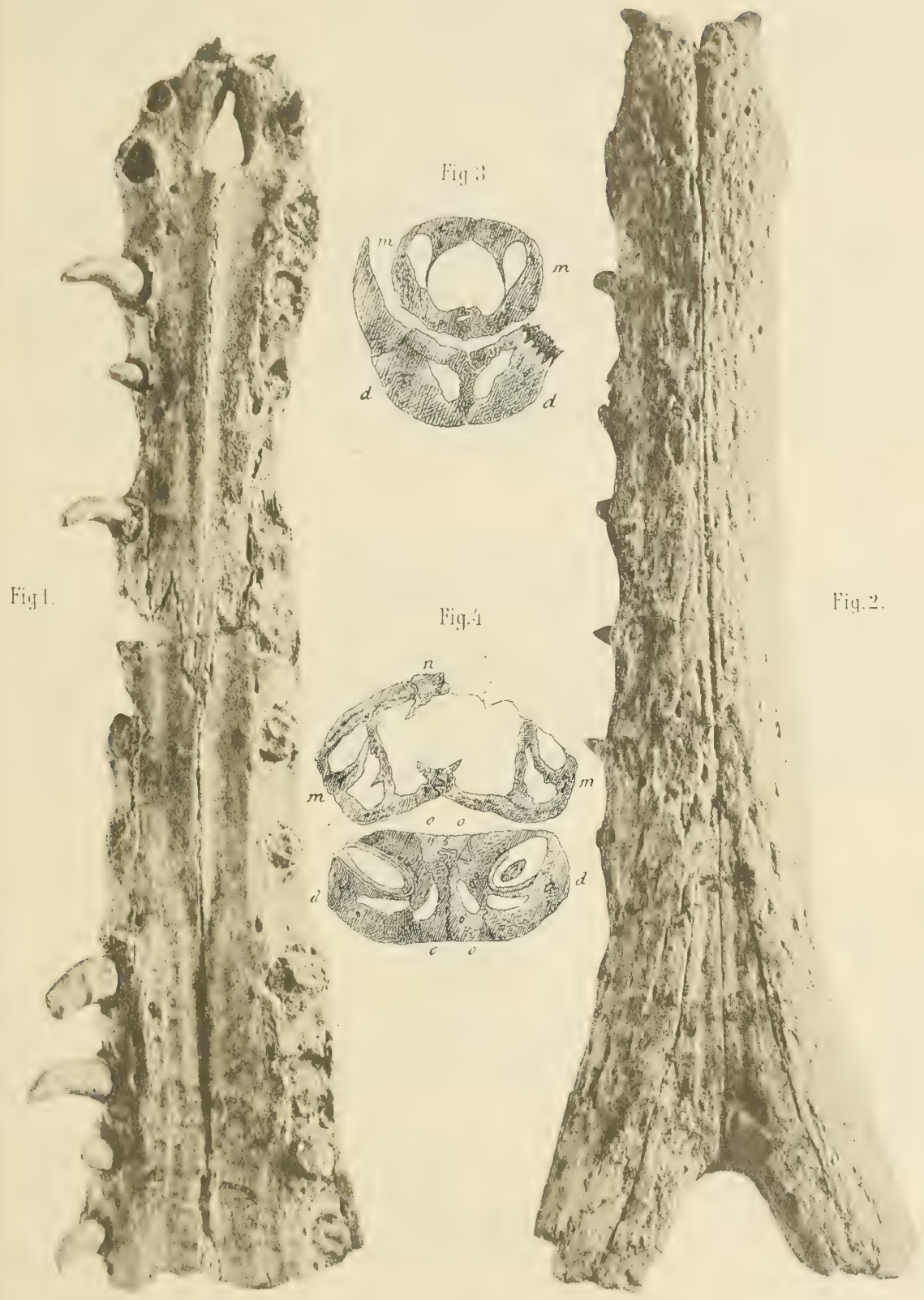
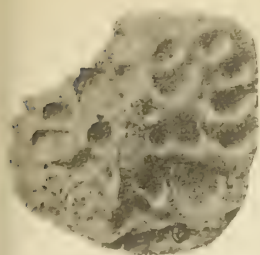
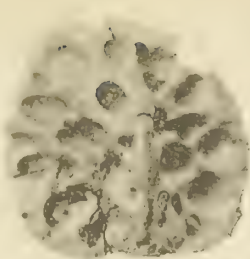
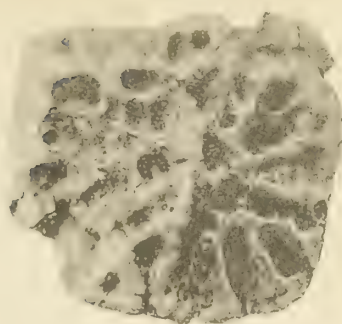
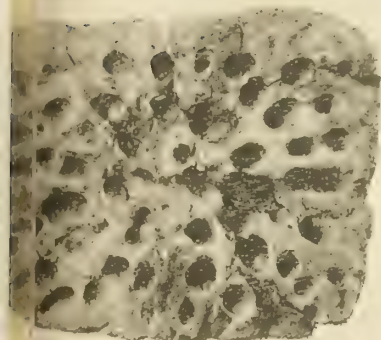
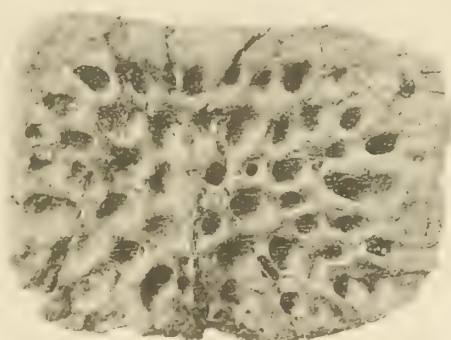
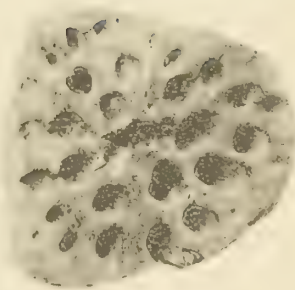
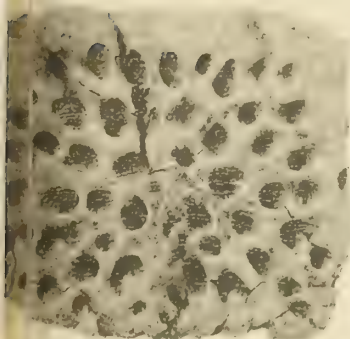
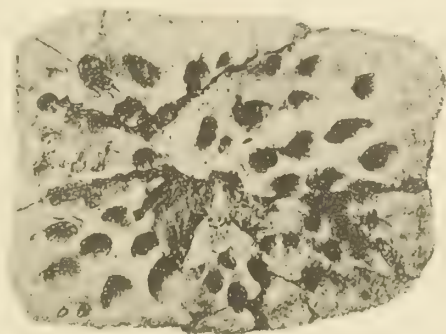
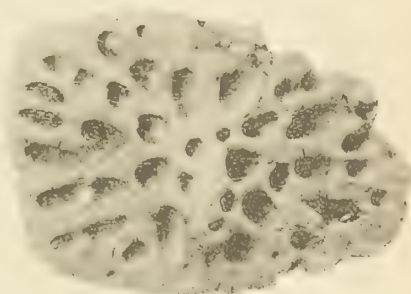
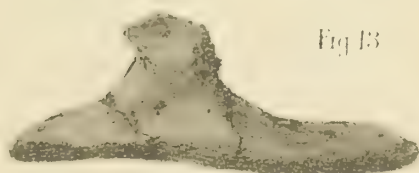
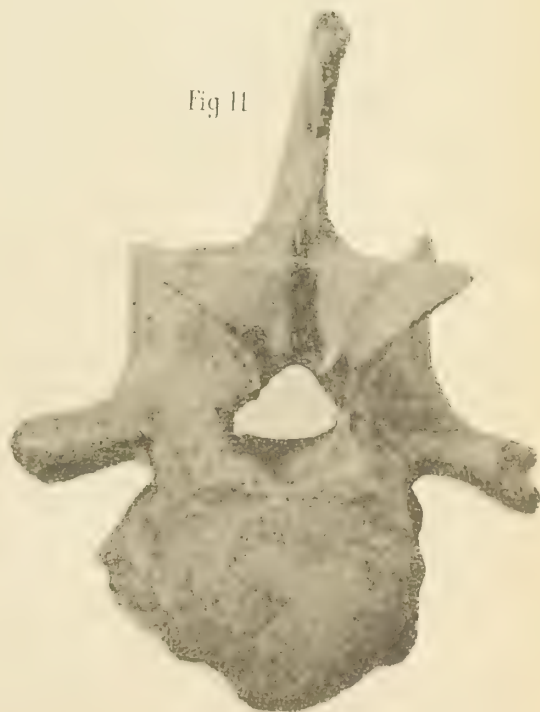



Fig. 3. 1/3

E. Contoli, dis. dal vero ed in pietra.

Lit. G. Wenk e figli – Bologna.

TOMISTOMA CALARITANUS, Cap.

TOMISTOMA CALARITANUS. CAP.

TOMISTOMA CALARITANUS CAP

RELAZIONE

letta dal Socio F. Todaro, relatore, a nome anche del Socio R. Moriggia nella seduta del 5 gennaio 1890 sopra la Memoria presentata dal dott. A. Coggi, intitolata: *I sacchetti calcari ganglionari e l'acquedotto del vestibolo nelle rane.*

« Dopo una esatta recensione della letteratura in proposito, l'autore descrive accuratamente la costituzione dei sacchetti calcari ganglionari, e l'acquedotto del vestibolo nelle rane, in seguito ad osservazioni fatte sulla rana *agilis*, sul *Hyla arborea*, e sul *Bufo vulgaris*.

« Da questi studi dell'autore risulta: che in alcuni vertebrati il sacco endolinfatico si estende preferibilmente in regioni il cui significato di spazî linfatici non può essere messo in dubbio; e che, nelle tre suddette specie di batraci, i due sacchi endolinfatici si fondono in un sacco impari, formando un cingolo che avvolge il cervello e si estende posteriormente lungo la colonna vertebrale.

« L'autore richiama l'attenzione sul fatto che il cingolo formato dal sacco endolinfatico, impari, traversa i forami intervertebrali, formando così quegli organi conosciuti sotto il nome di sacchetti calcari che avvolgono i gangli intervertebrali.

« L'autore inoltre dimostra che la struttura istologica del sacco si mantiene, in tutte le sue porzioni e nei sacchetti calcari, essenzialmente la stessa: cioè formata di una esile trama di fibre elastiche e di tessuto connettivo, rivestita da epitelio, identica alla struttura istologica del sacco endolinfatico degli altri vertebrati; e contenente cristalli di carbonato di calce prismatici quadrangolari, rotondati agli estremi od anche affilati, i quali, benchè di diversa dimensione, sono simili ai cristalli del sacco otolitico. Per conseguenza, secondo l'autore, tutte le volte che in una regione qualunque del corpo di un vertebrato si osservano dei cristalli di carbonato di calce racchiusi in un organo epiteliale, questo rappresenta un appendice del sacco endolinfatico, e si potrà ascriverlo all'organo dell'udito.

« La Memoria è accompagnata da una tavola dimostrativa e la Commissione ne propone l'inserzione negli Atti dell'Accademia ».

I sacchetti calcari ganglionari e l'acquedotto del vestibolo nelle rane.

Memoria del dott. ALESSANDRO COGGI

(Con una tavola).

Col nome di sacchetti calcari son chiamati quei piccoli organi, di color bianco latteo, che si trovano negli spazî intervertebrali e ricoprono, in tutto o in parte, a mo' di cappuccio, i gangli spinali delle rane. A non contare il piccolo nervo coccigeo, i nove gangli spinali ne sono tutti forniti. Le dimensioni loro non istanno in alcuna relazione con quelle dei nervi che circondano. Il forte nervo brachiale è abbracciato da un sacchetto che non è più esteso di quello del nervo ipoglosso.

La presenza di questi organi fu notata solamente nelle specie del genere *Rana*. Nell'*Anatomie des Frosches* di Ecker si legge: « Die Oberfläche der Säckchen er- « scheint uneben, wie in Läppchen getheilt, und es scheint dies dadurch bedingt, « dass die Membran, welche die Säckchen bildet, nach der Höhle dieser Fortsätze « abschickt, wodurch diese unvollkommen in Abtheilungen geschieden wird. Den « Inhalt bildet eine milchige Flüssigkeit, welche zahlreiche Krystalle enthält. »

Tre anni fa von Lenhossék ebbe occasione di studiarli più minutamente in appendice a un lavoro sui gangli spinali della rana [1]. Sopra sezioni longitudinali egli li vide situati col ganglio nella capsula fibrosa comune, divisi spesso in due segmenti posti ai due lati di quello, e costituiti da tanti otricelli caratteristici, aventi un decorso sufficientemente diritto, paralleli gli uni agli altri, come anche all'asse longitudinale del ganglio, rivestiti da un epitelio semplice molto regolare, le cui cellule sono per lo più strette a quadrati e assumono a volte una forma cilindrica, o al contrario appariscono come incastrate le une nelle altre: von Lenhossék chiama « ghiandolari » questi otricelli. Non gli è riuscito di scoprir loro una membrana propria, sebbene egli ne ritenga probabile l'esistenza. Il contenuto degli otricelli si presenta al microscopio come una massa finamente granulosa, che si colora intensamente con l'ematossilina e la safranina, e nella quale sono sparsi piccolissimi cristalli, poco numerosi, assai evidenti, di sali calcari. Questa sostanza che riempie i tubuli deriva indubbiamente da una ignota metamorfosi propria del secreto una volta prodotto dalle cellule ghiandolari. Gli otricelli sono separati da trabecole di tessuto connettivo, continuazioni della capsula fibrosa, e sono riccamente vascolarizzati. Se siano in comunicazione fra di loro o pure finiscano a fondo cieco, è una questione che non si può

[1] *Untersuchungen über die Spinalganglien des Frosches*, von Michael von Lenhossék in Budapest. Archiv f. mikr. Anat. Bd. 26. H. 3, 1886.

risolvere a bastanza. Quanto al significato e alla funzione che spettano a tali organi, von Lenhossék non vorrebbe avanzare alcuna ipotesi. Però per lui è certo ch'essi offrono molta rassomiglianza con la tiroide e forse ancor più con gli organi annessi al cervello, per es. con la ghiandola pineale, col così detto sacco vascoloso di alcuni pesci ossei, ecc. e che possono essere messi nel gruppo di quegli organi per i quali non s'è trovato sinora una denominazione migliore di « ghiandole senza condotto escretore. » In ogni caso la denominazione di « sacchetti » è affatto errata, e perciò von Lenhossék, avuto riguardo alla loro posizione e alla loro struttura, propone di chiamarli « ghiandole calcari periganglionari ».

Von Lenhossék ha osservato bene tutto quello e fin dove a lui era possibile, senza però poter trarre deduzioni fondate quanto al significato di tali organi. Il quale, anche a confessione di lui, non doveva aspettarsi che da una ricerca sulla diffusione loro nel regno animale e sul loro sviluppo. Io pertanto mi provai a imprendere questa ricerca. E qui m'è grato attestare riconoscenza viva al signor professore Carlo Emery che in questo, come in tutti i miei studî, m'è stato guida sapiente e amorevole.

Dico subito che i sacchetti calcari presentano difficoltà grandissime alla loro preparazione, le quali dipendono e dalla posizione di questi organi nei forami intervertebrali, e dall'estrema delicatezza delle loro pareti, e dal contenuto che ingombra molto facilmente la preparazione. Certo che per lo studio dell'istologia riesce più comodo trattare prima i sacchetti con un acido per disciogliere i cristalli di carbonato di calce. Ma la reazione chimica vivace che vi ha luogo, e che lacera, alle volte, le pareti degli otricelli o li deforma, toglie la possibilità di ottenere una serie di sezioni, la quale dia un giusto concetto degli organi in discorso. E questo metodo, oltre che non permette di vedere più di quello che risulti dalle accurate ricerche di von Lenhossék, rende impossibile lo studio della forma, della posizione naturale di questi organi e delle relazioni loro con le parti circostanti: studio tanto più necessario in questo caso, in quanto che non è frequente la presenza di organi epiteliali isolati, o, se vogliamo, circondati solo da organi di tutt'altra natura, nervosa connettiva cartilaginea ed ossea. Anzi sono tentato a credere che tutte queste circostanze, le quali ne rendono difficile lo studio, abbiano potuto dissuadere dall'incominciare, o impedire di proseguire coloro che di questi organi hanno per caso tentato di fare oggetto delle loro ricerche. Così almeno si spiega come fino a tre anni fa nessuno potesse dire con sicurezza della loro natura, e fino ad ora alcuno non abbia potuto spiegarne nè il significato nè la funzione.

Dei sacchetti calcari delle rane io mi servivo a scopo di prova per la scelta migliore dei mezzi di fissazione e di colorazione. Però quando isolavo i gangli con i sacchetti, mi meravigliavo di vedere a volte, stirando con le pinzette il tronco nervoso periferico, uscire dallo speco vertebrale come una serie moniliforme di piccoli rigonfiamenti, i quali avevano tutto l'aspetto dei sacchetti calcari esterni. Di questo fatto non feci gran caso, avendo osservato poi in *Hyla arborea*, nella quale i sacchetti non si mostrano all'esterno della colonna vertebrale, degli otricelli epiteliali, privi del contenuto cristallino calcare, circondare più propriamente le due radici nervose e toccare anche il ganglio senza però estendersi sulla porzione distale di esso.

Ne traevo però che i sacchetti calcari sono più diffusi di quello che avesse scorto von Lenhossék, e che dalla loro posizione normale per entro allo speco vertebrale potessero, alle volte, per sviluppo maggiore, uscirne per estendersi, come nelle rane, anche sul ganglio e coprirlo interamente. E poichè in *Bufo vulgaris* ci sono delle cavità situate press'a poco come i sacchetti calcari nelle rane, rivestite da endotelio e in relazione con vasi sanguigni, ho dubitato anche che i rospi presentassero una condizione primitiva di quegli organi, nel senso che l'epitelio ben differenziato che si osserva in quelli delle rane altro non fosse che l'endotelio di spazî linfatici trasformati, il quale avesse assunto una forma epitelioide; come un fatto analogo si verifica ad es. alla faccia posteriore della cornea, e sul legamento pettinato di alcuni Pesci.

Risultati migliori avevo ragione d'aspettarmi dallo studio dello sviluppo dei sacchetti calcari. E la primavera scorsa mi procurai una quantità di girini di rana che feci sviluppare in parte in laboratorio, per modo da avere rappresentate in buon numero le gradazioni di sviluppo fino allo stadio di rana perfetta. Sgraziatamente i girini più giovani avevano già tutti le branchie interne. Di questa mancanza degli stadî più giovanili non feci gran caso allora, perchè gli stessi esemplari di rana perfetta non mostravano ancora, nè meno alla lente, le sembianze caratteristiche dei sacchetti calcari, e speravo di trovare al loro posto delle formazioni più semplici che indicassero il modo d'origine di quelli.

Il metodo di ricerca che ho impiegato è il seguente: Indurimento nel liquido di Flemming modificato da Fol, colorazione con carminio sciolto in alcool mediante acido cloridrico e inclusione in paraffina.

Nei tagli trasversali il midollo spinale si vede circondato sempre un po' largamente, specialmente alla regione posteriore o dorsale, dall'accenno di connettivo sul quale si formano gli archi vertebrali; in quella regione, fra il midollo e lo strato connettivale che chiude il canale vertebrale, esiste un sistema di cavità separate l'una dall'altra da trabecole inviate dalle parti interne di quello strato connettivale, o pure fra di loro confluenti. D'ordinario esse sono più o meno riempite di una sostanza analoga a quella che è contenuta nei sacchetti calcari delle rane adulte; a volte invece una sostanza finamente granulosa, omogeneamente colorata dal carminio acido, vi occupa solo piccoli spazî. Questo sistema di cavità è più esteso trasversalmente in corrispondenza dell'uscita dei nervi spinali. La fig. 3 rappresenta una sezione trasversale verso il mezzo della colonna vertebrale, di un girino di rana che aveva le due paia di membri ben sviluppati. La sezione è un po' obliqua e da un lato traversa il ganglio *gl* e le due radici nervose *rnp*, *rna*, dall'altro l'arco vertebrale *av* in parte ossificato. L'ossificazione è iniziata anche intorno alla corda dorsale. Posteriormente al midollo spinale, fra questo e i fasci muscolari del dorso tagliati trasversalmente, in relazione stretta con lo strato di connettivo citato sopra, sono disegnate le cavità calcari c, c', c^2, c^3, c^4, colmate con una tinta bruna, delle quali l'ultima, formata a mo' di estroflessione dalla precedente, mostra la tendenza ad avvolgere il ganglio nervoso e estendersi con esso fuori del canale vertebrale. Il fatto che nei tagli che corrispondono al mezzo delle vertebre, questo sistema di cavità è meno esteso trasversalmente, ci invita ad ammettere ch'esse, pur avendo bisogno d'espandersi, lo fanno

solo nei punti che offrono una minore resistenza. E come tali dobbiamo considerare le parti, certamente più molli, che corrispondono ai forami intervertebrali dell'adulto.

In tutti i girini che ho sezionato ho osservato questi organi calcari entro il canale spinale, posteriormente al midollo, di rado però così ben definiti e perfettamente colmi di sostanza cristallina come sono disegnati nella fig. 3. Non sempre accade di ottenere dei tagli così netti. Ma nei casi, che ho accennato, in cui piccole porzioni di sostanza finamente granulosa occupano solo parzialmente le cavità, e non ne premono nè ingombrano le pareti, si può vedere manifestamente che quest'ultime son fatte da un'esile impalcatura di tessuto connettivo lamellare rivestita da un epitelio piatto, del quale spiccano i nuclei cellulari fortemente colorati, e che frequenti vasi sanguigni di varia grandezza e in vario senso sezionati s'insinuano tra l'una cavità e l'altra.

Ora, poichè per me non ci era più alcun dubbio che i sacchetti calcari delle rane avessero relazione con gli organi calcari che occupano parte del tubo spinale nelle larve, era necessario vedere che cosa rimane di questi ultimi nell'animale adulto. A questo scopo ho dissezionato una rana indurita in alcool forte: messa a nudo la colonna vertebrale dalla faccia ventrale, ho tagliato trasversalmente la cartilagine articolare che unisce l'ultima vertebra con l'osso coccigeo, ho levato quest'ultimo, e, penetrando con una lama delle forbici fra il midollo spinale e i corpi vertebrali, li ho staccati tutti d'ambedue i lati dagli archi vertebrali. Sezionando poi trasversalmente l'ultima porzione del midollo spinale e sollevandone delicatamente il moncone anteriore, l'ho rovesciato allo innanzi, con una parte delle sue tuniche, mano mano che tagliavo le connessioni sue con i nervi spinali. E poichè ho osservato anche qui gli organi calcari entro lo speco vertebrale, ho proseguito a sezionare fino ad asportare parte della base del cranio e tutto il midollo allungato con parte del cervello, nello scopo di circonscrivere tutta questa formazione calcare. Ho ottenuto così la preparazione che ho procurato di riprodurre il più esattamente possibile con la fig. 1. La quale dunque rappresenta la colonna vertebrale e una porzione del capo di *Rana esculenta* con le parti che le circondano, da cui si sono però asportati i corpi vertebrali con la base del cranio e il sistema nervoso centrale.

Questa formazione calcare è, come si vede, un organo impari che occupa longitudinalmente tutta la parte centrale del canale vertebrale e si estende di preferenza lateralmente e anteriormente, adattandosi alla forma cilindrica del canale, al livello dell'uscita di tutti i nervi spinali. Ogni processo pari inviato da quest'organo si trova in relazione con le radici nervose, le accompagna traverso al forame intervertebrale per toccare il ganglio e avvolgerlo con varia figura, dando luogo così alla formazione di un sacchetto calcare. Non ho creduto necessario figurare questa connessione. Per convincersene bastano pochi tratti di bisturì. Ma una preparazione che si possa figurare si ottiene difficilmente, per l'estrema delicatezza delle pareti dell'organo calcare centrale e dei sacchetti esterni, e pel carattere affatto opposto delle parti circostanti. Del resto organo centrale e sacchetti offrono ad occhio nudo e alla lente gli stessi caratteri: una superficie globulosa, mammillonare, prodotta da insenature che la percorrono e nelle quali sono situati dei vasi sanguigni quasi capillari, e il solito contenuto liquido bianco lattescente.

I processi laterali si fondono talvolta insieme, oppure si frazionano o circoscrivono dei vani nel loro mezzo. Inoltre essi non si limitano ad accompagnare le radici nervose e il ganglio fuori della colonna vertebrale, ma possono anche estendersi in vario modo sulla parte anteriore del canale spinale, o sia interna dei corpi vertebrali; così che quando questi vengono asportati con le forbici, si finisce per sezionare anche dei tratti dell'organo calcare (fig. 1 *x*). Posteriormente quest'organo arriva sin dove comincia l'osso coccigeo, e a livello della settima vertebra si biforca, s'avvicina ai lati del canale vertebrale, forma i sacchetti calcari dell'ottavo e del nono ganglio spinale, e lascia nel mezzo un'area a contorni irregolari occupata ancora da tratti dell'organo isolati, oppure in connessione con esso, a forme irregolari frastagliate, così da presentare le sembianze di un arcipelago in vicinanza di un continente dotato di un grande sviluppo di coste.

La meninge interna del midollo sta sopra a tutto l'organo e anche ai vani lasciati da esso, insomma a tutta la parete dorsale del canale vertebrale; è difficile ch'ella venga asportata insieme col midollo, trattenuta com'è dalle connessioni sue con le radici nervose. Essa contiene del pigmento disposto in tante chiazze piccolissime, non disegnate sull'organo calcare per non ingombrare troppo la figura, ma che danno ad esso un aspetto punteggiato, e contribuiscono a rendere bruno il fondo del canale vertebrale.

Nella linea mediana dell'organo spicca sul bianco di esso un seno venoso (*s v*), che comincia nella porzione destra della biforcazione posteriore e lo percorre nel mezzo, accogliendo a destra e a sinistra rami di calibro assai svariato, a decorso molto irregolare, semplici o fatti dall'unione successiva di parecchi rami più piccoli. Tutto l'assieme si presenta d'un aspetto molto grazioso. La superficie dell'organo ha tendenza a sporgere fra le maglie che risultano dalle anastomosi dei vasi più fini, per modo che questi ne occupano, come ho osservato più su, gli infossamenti o ne limitano i contorni. A volte queste sporgenze asssomigliano a vere estroflessioni, specialmente nella porzione posteriore dell'organo (fig. 1 *y*).

Anteriormente, a livello della seconda vertebra, il seno venoso si biforca e i due rami che ne risultano divergono leggermente per accogliere fra di loro il plesso coroideo (*p l c*). L'organo calcare che in questo tratto forma i sacchetti dei nervi brachiale e ipoglosso, ripete in certo modo questa disposizione del seno venoso, e, nella preparazione che ho figurato, si biforca pur esso per mettersi in connessione dai due lati con i sacchi endolinfatici, i quali seguono press' a poco il contorno laterale e posteriore del plesso coroideo.

Questo fatto mette tutto intero l'organo che abbiamo descritto sotto nuova luce. Dagli studî di Hasse ([1]) sappiamo che nelle rane l'acquedotto del vestibolo o dotto endolinfatico è un canale lungo e sottile il quale si diparte sopra e lateralmente al sacculo, si eleva sul mezzo dell'utricolo, traversa l'apertura dell'acquedotto del vestibolo e viene a posarsi nella cavità cranica. Ivi sta in connessione con un grande sacco, a pareti sottili, il quale rappresenta i sacchi endolinfatici dei due lati fusi insieme,

([1]) C. Hasse. *Die Lymphbahnen des inneren Ohres der Wirbelthiere*. Anatomische Studien. Bd. I, Leipzig 1873.

sta fra la dura madre e la meninge interna del cervello e contiene numerosi cristalli calcari della forma dei cristalli otolitici. Cito testualmente; « Sein oberer Theil dehnt « sich wie bei allen Amphibien weit unter das Schädeldach und dessen *dura* - Beklei- « dung aus, so dass die *parietalia* sorgfaltig abgehoben werden müssen, um den Sack « nicht zu verletzen. Ich habe gefunden, dass der unter dem Schädeldache gelegene « Theil des Sackes, der der pars media von *Siredon* entspricht, an den verschiedenen « Individuen grossen Wechseln unterworfen ist. Bald ist derselbe wie bei *Salamandra* « auf einen schmalen Fortsatz beschränkt, der sich mit dem der anderen Seite ver- « binden kann, oder auch getrennt von demselben existirt, bald ist derselbe, wenn « auch nicht völlig, so ausgedehnt wie bei dem Axolotl und mit dem der anderen « Seite communicirend. Dagegen finde ich die Ausdehnung an den Seitenflächen des « Gehirnes ziemlich constant. Wie bei *Siredon* und *Salamandra* erstreckt sich der « Sack nach vorne bis zum Vordergehirne und abwärts gegen die Gehirnbasis, oberhalb « des *acusticus*, bis vor den *trigeminus*, allein damit nicht genug, so finden wir den « auch hier ein gelapptes Aussehen darbietenden *saccus endolymphaticus* bogenförmig « über die Schädelbasis, unter die Gehirnbasis, hinter die *hypophysis* wegziehen und « sich mit dem der anderen Seite verbinden. Somit greift derselbe von beiden Seiten « her, oben und unten ringförmig um das Gehirn und bildet eine ringförmige Verbin- « dung der beiden Labyrinthe ».

Possiamo dunque stabilire che nella rana il sacco endolinfatico, oltre che inviare dei processi laterali allo innanzi fino al cervello anteriore e formare anche un anello completo intorno al cervello posteriore, si estende con la sua porzione dorsale lungo tutto il canale vertebrale, entro di esso dietro al midollo spinale, fuori di esso negli spazî intercostali in corrispondenza dei gangli spinali.

Se non che, nella figura che ho data, non è troppo patente la connessione della porzione anteriore dei sacchi endolinfatici con quella che occupa il canale vertebrale. La connessione avviene per piccoli lobuli, apparentemente isolati, in parte nascosti lungo e sotto le due branche del seno venoso e il plesso coroideo; alcuni di essi si vedono trasparire da quest'ultimo (fig. 1 *m*, *m'*). Per modo che anche l'unione dei sacchi endolinfatici dei due lati è lungi dall'essere così completa come l'ha figurata Hasse nelle tavole annesse al lavoro citato. Questi però, come è riportato più sopra, ammette delle variazioni nei diversi individui. Variazioni le quali, è facile comprenderlo, devono verificarsi certamente anche nella porzione del sacco endolinfatico che io ho descritta. Il fatto di trovare dei piccoli tratti che sembrano isolati dal resto dell'organo, si spiega pensando che questo lo possiamo vedere, nelle preparazioni macroscopiche, solo grazie al colore bianco lattescente della sostanza che vi è contenuta. La quale, se c'è bisogno di dirlo, è fatta da una enorme quantità di piccolissimi cristalli calcari sospesi in un liquido; sono cristalli prismatici terminati spesso da piramidi ai due estremi. È la medesima sostanza trovata da Hasse nei sacchi endolinfatici, e da Lenhossék nei sacchetti ganglionari esterni. Ora, le soluzioni di continuità che vediamo fra l'organo e certe sue porzioni apparentemente isolate, non sono altro che tratti di esso privi di quel contenuto.

Trattando tutto l'organo con una soluzione di acido cloridrico, i cristallini calcari si sciolgono, il contenuto si versa fuori o diventa perfettamente trasparente, e

tutto l'organo si toglie alla nostra vista. Solo con l'aiuto della lente si può osservare, nei punti in cui le sue pareti non si sono lacerate, le vestigia della primitiva apparenza mammillonare esterna.

Riguardo alla struttura, esso consiste di tanti otricelli riuniti in masse le quali corrispondono alle sporgenze della superficie esterna. Ognuno di questi otricelli è fatto da uno scheletro di esile tessuto connettivo lamellare rivestito di epitelio. La descrizione istologica che von Lenhossék ha dato dei sacchetti calcari esterni s'adatta a tutta questa porzione interna dell'organo. Solo io posso aggiungere che gli otricelli stanno in comunicazione fra di loro, — questione che von Lenhossék non ha potuto risolvere. La fig. 2 rappresenta quattro di questi otricelli in sezione ottica. Al microscopio, girando la vite, i due otricelli *c* e *d* si presentano ora perfettamente divisi nel tratto segnato con *, ora del tutto confluenti. Certamente che il fatto non lo potei osservare così chiaro tutte le volte che mi ci provai, ma nè meno tanto raramente. Ciò può dipendere o dai varî trattamenti fatti subire al preparato, o dalla maggiore o minor diligenza nel distendere il pezzo che si vuol osservare, o dalla troppa pressione esercitata sul copreoggetti, o anche dal fatto della grande vascolarità di questi organi. La rete di capillari più o meno colmi di globuli sanguigni, che avvolge tutti gli otricelli e decorre fra le loro pareti, toglie infatti molta chiarezza al preparato.

Io ho constatata l'estensione del sacco endolinfatico lungo la colonna vertebrale anche in *Rana agilis*, *Hyla arborea*, *Bufo vulgaris* e *Pelobates fuscus*.

In *Rana agilis* il sacco endolinfatico, a non contare i processi che manda anteriormente e inferiormente, si diffonde specialmente subito dietro al plesso coroideo e da qui lungo tutta la colonna vertebrale fino all'osso coccigeo, press' a poco come nell'*esculenta*. C' è un seno venoso impari che si biforca a livello dell'uscita del nervo brachiale. I sacchetti calcari, ossia i processi esterni che avvolgono i gangli spinali, sono molto sviluppati.

Hyla arborea presenta delle condizioni molto analoghe a quelle delle rane. In essa si osserva il seno venoso impari, ma punto sacchetti calcarei esterni.

In *Bufo vulgaris* la cosa varia leggermente. I sacchi endolinfatici dei due lati si fondono direttamente, occupando una grande area che sta sopra al plesso coroideo e che, a guardare dal lato ventrale, si vede sporgere tutt'intorno ad esso, ed estendersi poi molto compatta lungo la colonna vertebrale. Nell'esemplare che ho dinnanzi ci sono due piccole aree irregolari non occupate dall'organo, l'una in corrispondenza della prima vertebra, l'altra a livello della terza. Non c'è un grosso seno venoso impari, ma quattro piccoli seni anteriormente in vicinanza del plesso coroideo, disposti per paia, quasi simmetricamente. In questo tratto anche i contorni dell'organo sembrano seguire questa disposizione. Nel resto, tutto è irregolare e diffuso. L'organo è molto sviluppato, ma non ha la disposizione metamerica, se così posso dire, che si osserva nelle rane. Inoltre è contenuto tutto entro lo speco vertebrale, non forma i sacchetti esterni e si estende maggiormente sulla parete interna o posteriore dei corpi delle vertebre.

Sembra che siffatta estensione del sacco endolinfatico non si verifichi in *Discoglossus pictus* e *Bombinator igneus*, almeno a giudicarne dagli esemplari alcoolici che ho potuto dissecare.

Non accade per la prima volta di osservare un grande sviluppo del sacco endolinfatico, o, se si vuole, una grande dilatazione terminale dell'acquedotto del vestibolo.

Calori [1] ha descritto nell'axolotl un' enorme massa calcare situata sopra al cervello e che si estende dai lobi ottici sui corpi quadrigemini, su quasi tutto il midollo allungato, sul quinto, sull'acustico, fino nel meato uditivo interno. Hasse [2] ha dimostrato che tutta questa massa rappresenta i sacchi endolinfatici dei due lati fusi insieme, e secondo le sue ricerche essa sta fra la dura madre e la membrana propria del cervello.

Secondo Hasse nei Clupeidi esiste una confluenza degli acquedotti dei due lati. I Batraci urodeli si contengono press'a poco come l'axolotl; però la fusione dei due sacchi calcari si verifica solo in casi eccezionali, o anche non avviene affatto. Gli Anuri presentano, come s' è detto, oltre la fusione dei due sacchi endolinfatici, l'anello perfettamente chiuso che circonda il cervello, i processi anteriori ai lati dello stesso e il grande processo posteriore lungo la colonna vertebrale.

In tutti i Vertebrati Hasse ha trovato il dotto col sacco endolinfatico. E ad eccezione dei Plagiostomi nei quali esso si conduce alla superficie del cranio, condizione questa che dobbiamo ritenere come primitiva, — in tutti gli altri si rende nella cavità cranica. Non mi occupo del fatto che in certuni il sacco possa comunicare con la cavità epicerebrale. Voglio limitarmi solo a ricordare i casi conosciuti in cui esso assume dimensioni e posizioni che non sono quelle ordinarie.

Per questo debbo anche menzionare il lavoro di Wiedersheim su *Phyllodactylus* [3], nel quale egli dimostra che le così dette ghiandole del collo appartengono all'apparato uditivo e rappresentano un enorme sviluppo del sacco endolinfatico. Traverso alla cute appaiono come due macchie gialle a destra e a sinistra della porzione cervicale della colonna vertebrale. Levando la pelle in questa regione, si vede lateralmente una grande borsa o vescica a margini irregolarmente intaccati e del colore della creta bianca. Essa non sta libera sotto la pelle, ma è avvolta in un mantello di grasso, il quale penetra ancora negli spazî sottocutanei che stanno d'intorno. La vescica è unita strettamente con i fasci sottostanti, e qua e là s'insinua profondamente, con processi a fondo cieco, fra i gruppi muscolari del collo, fin dietro la parte basilare dell'osso occipitale, per modo che si vede direttamente sulla mucosa del tetto del faringe. Gli organi dei due lati si rivoltano ancora al lato ventrale verso la gola e riescono alle volte a toccarsi nella linea mediana al di sotto della laringe. Negli animali adulti le intaccature dei margini non sono molto profonde, ciò che invece accade in alto grado nei giovani, nei quali le singole porzioni sono alle volte collegate fra di loro unicamente per peduncoli sottilissimi. Liberando l'organo dal grasso e dai muscoli circostanti, si osserva allo innanzi un condotto molto tortuoso, il quale penetra nella cavità del cranio e si dilata a fondo cieco in corrispondenza della sutura parietale tanto da

[1] L. Calori, *Sull'anatomia dell'axolotl.* Mem. dell'Accad. delle Scienze dell'Istit. di Bologna. Tom. III, fasc. 3.

[2] L. c.

[3] R. Wiedersheim, *Zur Anatomie und Physiologie des Phyllodactylus europaeus mit besonderer Berücksichtigung des Aquaeductus vestibuli der Ascalaboten im Allgemeinen.* Morphol. Jahrb. Bd I. H 3.

toccare quello dell'altro lato, senza però fondersi con esso. In vicinanza all'estremo posteriore di questo sacco cieco si diparte un esile canaletto, il quale traversa l'apertura dell'acquedotto del vestibolo e si unisce col sacco endolinfatico.

Riguardo all'estensione dell'organo, Wiedersheim soggiunge « dass uns in der « Thierreihe keine weitere Thatsache vorliegt, welche für die Projection irgend eines « und vollends so hochwichtigen Theiles des Gehörorganes in die Nackengegend bis « zum Schultergürtel hinab sprechen würde! ». L'illustre anatomico, scrivendo così, non poteva certamente pensare che negli Anfibî anuri il sacco endolinfatico si estende fino all'osso coccigeo.

La struttura istologica è identica a quella del sacco endolinfatico degli altri Vertebrati: un'esile impalcatura di fibre elastiche e di tessuto connettivo, rivestita da un epitelio piatto irregolarmente poligonale. Adoperando il liquido di Müller, Wiedersheim ha potuto osservare, oltre a una ricchissima rete capillare che avvolge le pareti, delle cellule cilindriche le quali si contrassegnano all'estremità più dilatata con una fine guarnizione di cilia. Il contenuto dell'organo è fatto di cristalli prismatici quadrangolari, rotondati ai due estremi od anche affilati, completamente simili a quelli del sacco otolitico, ma diversi per dimensioni. Essi si disciolgono con l'acido cloridrico, sono solo visibili con ingrandimenti forti ed offrono dimensioni molto svariate. I più piccoli sono superati da 40 a 50 volte in volume da quelli più grossi. Sono tutti sospesi in un liquido vischioso il quale, con la rottura del sacco, cola lentamente come una materia latteosa sul fondo del vaso in cui si lavora.

In *Ascalabotes mauritanicus* Wiedersheim è riuscito a isolare un organo analogo, ma diverso per forma e per estensione, il quale posteriormente arriva a posarsi sulla mucosa che forma il tetto della parte posteriore della cavità boccale e iniziale del faringe; nella sua parte media, sotto al tratto posteriore della sutura parietale, si fonde completameute con quello dell'altro lato (e a questo livello circa partono ai lati due fini canali che vanno alle aperture dell'acquedotto del vestibolo); e anteriormente, situato fra la dura madre e la parete cranica, s'affonda fin alla base del cranio e arriva alla cavità orbitale, dove si divide in un certo numero di grossi canali.

Condizioni molto simili egli ha osservato in diverse altre specie di *Platydactylus* e in una specie ignota di *Hemidactylus*.

Il sacco endolinfatico raggiunge dunque in certi Vertebrati uno sviluppo enorme. E dalle posizioni così disparate che può occupare, è lecito desumere ch'esso si estende specialmente nei punti dove trova minore resistenza, sia che occupi parte della cavità epicerebrale, come negli Anfibî, sia che s'insinui negli spazî sottocutanei o fra i muscoli, come negli Ascalaboti. Per quanto però riguarda alcuni Anfibî anuri, credo di potere meglio precisare la posizione del sacco endolinfatico, o almeno della porzione di esso che ha dato argomento a questo lavoro.

Secondo Hasse il sacco impari originato dalla fusione di quelli dei due lati, nella rana, sta fra la dura madre e la meninge interna del cervello, dunque nello spazio così detto subdurale. Ma sopra sezioni operate in diversi punti della porzione vertebrale del sacco endolinfatico, si vede ch'esso s'insinua precisamente entro il tessuto connettivo

lamellare di cui è fatta la dura madre, occupa dunque degli spazî intradurali, situati però molto internamente rispetto allo spessore di quella, cioè in grande vicinanza dello spazio subdurale.

È facile convincersi di questo, ponendo mente al modo come si formano gli involucri del sistema nervoso centrale e gli spazî che li separano.

È noto che nei giovani embrioni di Vertebrati, fra gli organi centrali del sistema nervoso e le parti membranose o già in parte ossificate del cranio e della colonna vertebrale, si trova uno strato omogeneo di tessuto connettivo embrionale, nel quale poi apparisce una fenditura originata, secondo ogni probabilità, dalla confluenza di spazî lacunari che si dilatano e si anastomizzano e che si formano assai per tempo in quel tessuto indifferente. La fenditura divide lo strato primitivo in due, di cui l'esterno più fibroso poggia direttamente sulle parti scheletriche e diventa la dura madre, l'interno, più lasso, fortemente vascolarizzato, poggia sul cervello e sul midollo ed è l'accenno comune della pia madre e dell'aracnoide. Mentre nei Vertebrati superiori in quest'accenno si verifica più tardi un secondo processo analogo al primo, da cui deriva il differenziamento delle due membrane, nei Pesci, secondo gli studî di Sagemehl ([1]), lo sviluppo degli involucri del sistema nervoso centrale si ferma a quel primo stadio.

Io non so se e fino a qual punto gli Anfibî presentino condizioni più differenziate di quelle dei Pesci, nè qui è opportuno occuparsene. Questo è certo che il sacco endolinfatico si estende fra il midollo spinale e le parti scheletriche membranose della colonna vertebrale in istadî larvali giovanissimi, forse già nell'epoca in cui fra di essi esiste ancora lo strato omogeneo di tessuto connettivo embrionale. Anzi è questo stesso connettivo che serve da impalcatura al rivestimento epiteliale del sacco, come avviene nella regione dell'organo uditivo, ove il connettivo offerto dal mesoblasto forma il sostegno o l'invoglio esterno alla primitiva vescicola epiteliale ectodermica. Se, in seguito, in quel connettivo indifferente si formano degli spazî i quali, dilatandosi e confluendo gli uni negli altri, finiscono per dividerlo in due strati, ciò avviene nella porzione del connettivo che sta fra il sacco endolinfatico e il midollo spinale. La fenditura che ne deriva, ossia lo spazio subdurale, lascia all'esterno la dura madre con il sacco endolinfatico; e questo si deve pertanto ritenere come intradurale. Si è indotti ad asserire questo osservando delle sezioni trasversali di girini di diverse età. Nell'unica che ho disegnato (fig. 3), il sacco endolinfatico occupa infatti la parte più dorsale del canale vertebrale membranoso e in parte ossificato; e la cavità subdurale sta più verso il midollo spinale. Lo stesso von Lenhossék ammette implicitamente che anche i sacchetti calcari esterni stanno nella capsula fibrosa che con essi avvolge il ganglio nervoso e che è continuazione della dura madre spinale. Egli dice che gli otricelli che li compongono sono separati l'uno dall'altro per mezzo di trabecole di tessuto connettivo, le quali sono tante continuazioni della capsula, e che gli accadde spesso di osservare degli otricelli separati dalla massa degli altri, collegati con essi solo in un punto e posti isolatamente nel tessuto connettivo circostante.

([1]) M. Sagemehl, *Beiträge zur vergleichende Anatomie der Fische.* Morphol. Jahrb. Bd. IX. H. 4.

Se non che non ho abbastanza elementi per ritenere questa cosa come del tutto dimostrata. Ed essa formerà argomento, insieme al modo come si sviluppa il sacco endolinfatico, di un'altra mia comunicazione, se riescirò a procurarmi più completo il materiale embriologico. Perchè, come ebbi già occasione di dire, in quello di cui posso disporre ora, mi mancano gli stadî più giovanili.

La fig. 4 rappresenta un tratto di sezione frontale di un girino di rana, fra i più giovani che avevo, in corrispondenza dell'ultima porzione del canale vertebrale. Questo è quasi completamente occupato dal sacco endolinfatico diviso in tante cavità (*end*). Queste cavità hanno contorni ben definiti e gli spazî (*sv*) ch'esse lasciano fra di loro sono ripieni di sangue. Certamente sono le ramificazioni del seno venoso che fu descritto nell'adulto. Ho disegnato il contenuto delle cavità come si presenta sotto il piccolo ingrandimento adoperato per la figura. Non so se le piccole chiazze più chiare o più brune (*m*) che appariscono in esso rispondano veramente alla natura sua, sieno delle goccioline di grasso o di altra sostanza, o pure possano dipendere dal trattamento fatto subire al pezzo prima di sezionarlo, per esempio, dal tenerlo dopo colorato, per alcuni minuti in alcool acidulato. Sotto forti ingrandimenti, il contenuto si vede fatto dei soliti cristallini di varie dimensioni, i quali sono molto più rari in corrispondenza delle bollicine ed anche vi mancano affatto.

Una particolarità che va notata è questa che nei girini di rana le varie cavità che formano il sacco endolinfatico sono molto meno numerose e meno suddivise che non accada nelle rane adulte, ove la suddivisione va tant'oltre fino a formare gli otricelli microscopici che ho descritto. Sarebbe il contrario di quello che avviene negli Ascalaboti nei quali il sacco endolinfatico, secondo Wiedersheim, presenta i margini maggiormente intaccati, quindi una maggiore suddivisione in cavità, almeno nell'aspetto esterno, negli esemplari giovani che non negli adulti; nei quali c'è la tendenza alla riunione dei varî processi che invia il sacco. Tuttavia la tendenza delle pareti del sacco a formare delle estroflessioni e delle cavità secondarie sembra provata anche dalle ricerche di Boettcher sui Mammiferi, le quali trovo riassunte nel « Lehrbuch der Anatomie der Sinnesorgane » di Schwalbe, al paragrafo che riguarda il dotto endolinfatico. « Im letzten Drittel, in welchem sich die trichterförmige Erweiterung be-
« reits deutlich bemerkbar macht, fand Boettcher bei der Katze und beim Kind
« blindgeschlossene seitliche Abzweigungen des epithelialen Rohrs, weiterhin beim Ue-
« bergang in den Saccus papilläre Erhebungen der inneren Oberfläche des Kanales,
« welche aus einer bindegewebigen Grundlage, die eine Capillarschlinge birgt, und
« einem epithelialen Ueberzuge bestehen. Zuweilen wird an dieser Stelle auch das
« Lumen des Kanals von Bindegewebsbrücken, welche mit Epithel bekleidet sind,
« durchsetzt ».

Per quello che s'è detto finora, possiamo stabilire questi fatti principali:

1. In certi Vertebrati (Anfibî anuri, Ascalaboti) il sacco endolinfatico raggiunge uno sviluppo veramente enorme e si estende preferibilmente in regioni, il cui significato di spazî linfatici (spazî intradurali, interstiziali, intermuscolari) non può esser messo in dubbio.

2. I sacchi endolinfatici dei due lati si fondono spesse volte insieme.

3. In *Rana*, *Bufo* ed *Hyla* il sacco impari che deriva dalla fusione manda anteriormente dei processi ai lati del cervello, forma un cingolo che avvolge il cervello e si estende posteriormente lungo tutta la colonna vertebrale.

4. Nelle rane quest'ultima porzione del sacco endolinfatico traversa, insieme con le radici nervose dei nervi spinali, i forami intervertebrali, formando quei piccoli organi che avvolgono i gangli e che furono conosciuti sinora col nome di « sacchetti calcari ».

5. La struttura istologica del sacco si mantiene essenzialmente la stessa in tutte queste diverse porzioni. Esso è fatto da una trama di tessuto connettivo rivestita da un epitelio piatto. E ha tendenza a dividersi in tante piccole cavità od otricelli fra loro comunicanti e impigliati in una ricca rete capillare sanguigna.

6. Tutte le volte che in una regione qualsiasi del corpo di un Vertebrato accadrà di osservare dei cristallini di carbonato di calce racchiusi in un organo epiteliale, si potrà affermare che con tutta probabilità essi appartengono all'organo dell'udito, e la cavità che li contiene rappresenta un'estensione o una appendice del sacco endolinfatico.

Nelle rane la simiglianza dei cristallini calcari che riempiono i « sacchetti » con quelli del sacco otolitico, fu constatata già da Carlo Gustavo Carus, l'unico autore, ch'io sappia, il quale non si sia limitato ad un semplice cenno di quegli organi. Trascrivo qui per intero una nota che trovo a pag. 454-55 del suo Trattato di anatomia comparata (trad. francese): « Si l'on ouvre de bas en haut le labyrinthe d'une « Grenouille, on est surpris de trouver le petit sac plein d'une masse crétacée, presque « entièrement de même nature que les singuliers corps laiteux ou crayeux qui garnis- « sent les trous intervertébraux destinés au passage des nerfs rachidiens. Les deux « masses, quand on les examine au microscope, paraissent consister en plusieurs mil- « lions de cristaux de carbonate calcaire, arrondis et ovalaires, dont les plus gros ont « environ un centième de ligne de long, et dont la forme est celle d'un prisme à six « pans terminé par des sommets à six faces. Ehrenberg (Poggendorff's Annalen, « tom. XXVIII, 3) a découvert des cristallisations analogues dans le crâne et le « canal vertébral des Reptiles et même des Mammifères. Leur dépôt dans l'interver- « tèbre auditive du crâne correspond d'une manière admirable à ceux qu'ils forment « dans les trous intervertébraux du rachis » [1].

[1] C. G. Carus, *Traité élémentaire d'anatomie comparée*, trad. par A. J. L. Jourdan. Paris 1835. In una Nota pubblicata dopo la presentazione di questa Memoria (*Die sog. Kalksäckchen an den Spinalganglien des Frosches und ihre Beziehungen zum Saccus endolymphaticus*. Anat. Anzeiger 5 Jahrg. N. 6. 15 März 1890) ho citato anche un passo dell'Anatomia comparata dello Stannius, che riguarda la presenza di cristallini calcari in relazione con la pia madre midollare.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Colonna vertebrale e parte del capo di *Rana esculenta* dalla faccia ventrale. Si suppongono asportati i corpi delle vertebre, la base del cranio e il midollo spinale col cervello. Ingrand. 6:1.

I, II, III, IV, ... IX, nervi spinali,
co costola,
s sua superficie di sezione dal corpo della vertebra,
gl ganglio nervoso,
n tronco nervoso comune,
sa sacchetto calcare,
sv seno venoso,
sv^1, sv^2 branche che decivano dalla sua biforcazione,
plc plesso coroideo,
cai condotto auditivo interno,
end sacco endolinfatico,
a, *a* suoi processi laterali anteriori,
v vaso sanguigno,
m, m^1, *x*, *y* spiegazione nel testo.

Fig. 2. Quattro otricelli della porzione vertebrale del sacco endolinfatico di *Rana esculenta* veduti in sezione ottica. Preparazione con acido osmico osmico e glicerina. Ingrand. 145:1.

a, *b*, *c*, *d* otricelli epiteliali,
v capillari sanguigni,
gl globuli sanguigni,
* tratto di comunicazione fra due otricelli.

Fig. 3. Tratto di sezione trasversale di un girino di rana con le membra già sviluppate. Ingrand. 28:1.

cd corda dorsale,
av arco vertebrale in parte cartilagineo, in parte ossificato,
os punti d'ossificazione,
fm fasci muscolari,
m midollo spinale,
rnp, *rna* radici nervose posteriore e anteriore,
gl ganglio,
c, c^1, c^2, c^3, c^4 cavità del sacco endolinfatico,
sd cavità subdurale.

Fig. 4. Tratto di sezione frontale di un girino di rana con gli arti posteriori a pena accennati. Porzione posteriore del tronco. Ingrand. 30:1.

end cavità in cui è divisa la porzione vertebrale del sacco endolinfalico,
r strozzamenti parziali o totali prodotti dalle pareti delle cavità,
sv seni venosi,
m bollicine che si osservano nel contenuto delle cavità,
av archi vertebrali cartilaginei sezionati,
fm fasci muscolari intervertebrali,
pg macchie di pigmento.

Coggi dis. Lit. Bruno e Salomone

RELAZIONE

letta dal Socio Pietro Blaserna, relatore, a nome anche del Socio S. Cannizzaro nella seduta del 6 gennaio 1889 sulla Memoria del dott. Guglielmo Mengarini intitolata: *Elettrolisi colle correnti alternanti.*

« Il dott. Guglielmo Mengarini nella sua Memoria: *Elettrolisi colle correnti alternanti* esamina una questione, che negli ultimi anni anche per le sue applicazioni ha assunto una vera e grande importanza. Dopo aver esaminato i fatti generali, quali risultano dalle antiche esperienze di De la Rive e di Kohlrausch e dalle recentissime di Manœuvrier et Chappuis, di Ayrton e Perry e dalle sue, egli discute le teorie e le spiegazioni emesse da questi autori, per dar conto dei fatti singolari osservati.

« Egli fa vedere la non necessità di ricorrere per ciò a nuove ipotesi e cerca di dare una teoria molto più semplice e fondata su fatti già conosciuti, con cui tutto si spiega. Egli dimostra che gli stessi fenomeni ottenuti colle correnti alternanti, si possono pure avere da correnti dirette rovesciate in modo da soddisfare alle condizioni richieste dalla sua teoria per le correnti alternanti. Questa teoria spiega pure il fatto che l'energia realmente consumata nell'elettrolisi ottenuta da correnti alternanti è minore di quella che risulta moltiplicando l'intensità della corrente che attraversa il voltametro, per la differenza di potenziale ai poli di esso. Dalle sue esperienze risulta pure che quando gli elettrodi non abbiano ugual superficie, avviene una polarizzazione stabile anche con correnti alternanti, in modo che il voltametro può perfino raddrizzare la corrente.

« Il lavoro è condotto con cura e contiene non solamente una serie di fatti nuovi o meglio studiati in un campo ancora assai controverso, ma dà anche una spiegazione di essi, fondandosi unicamente su concetti già esistenti in scienza, per cui tutti questi fatti rientrano nell'ordine. I vostri Commissarî propongono quindi che la Memoria del dott. Mengarini venga integralmente inserita negli Atti dell'Accademia ».

Elettrolisi colle correnti alternanti.

Memoria del dott. GUGLIELMO MENGARINI.

(Con una tavola).

Nel marzo del 1885 intrapresi nell'Istituto fisico della R. Università di Roma delle esperienze sull'elettrolisi prodotta da correnti alternanti.

Non avendo a mia disposizione una dinamo a correnti alternanti, invertiva la corrente di una batteria di pile per mezzo di un piccolo motore che ruotava rapidamente, animato da accumulatori elettrici. Con un reostata intercalato nel circuito faceva variare la velocità di rotazione del motore, ossia il numero delle alternazioni della corrente, che potevo misurare col metodo acustico applicando all'asse del piccolo motore un disco forato.

Come risultato di queste esperienze ottenni l'elettrolisi non solo dell'acqua ma di varî sali, e dell'acido cloridrico. Durante il passaggio della corrente alternante attraverso al voltametro, talora si aveva una evidente apparizione degli ioni, talora non si otteneva alcuna decomposizione a seconda della densità della corrente sugli elettrodi e del numero di alternazioni.

Trovai così le leggi fondamentali che regolano l'elettrolisi con le correnti alternanti, e che sono le seguenti:

I. La quantità di elettrolite decomposto dalle correnti alternanti è sempre minore di quella decomposta da correnti dirette di pari intensità e dipende dalla densità della corrente sopra ciascuno degli elettrodi; quanto maggiore è la densità della corrente, tanto maggiore è la quantità di elettrolite decomposto.

II. Vi esiste una densità di corrente limite al disotto della quale non vedesi apparire la decomposizione elettrolitica. Questa densità limite è diversa per i diversi elettroliti e per i diversi corpi che costituiscono gli eletttrodi.

III. La quantità di elettrolite decomposto diminuisce col crescere del numero delle alternazioni della corrente.

IV. Vi è un numero di alternazioni limite al di là del quale non si ottiene più decomposizione.

I depositi dei diversi metalli sopranominati e queste leggi fondamentali furono da me fatte conoscere al Direttore dell'Istituto, prof. Blaserna, ma mi astenni

dal pubblicarle perchè non risultavano da esperienze fatte con delle vere correnti alternanti, ma con correnti dirette rapidamente interrotte e cambiate di segno.

Nel 1887 potei ripetere le stesse esperienze impiegando una corrente derivata da un trasformatore Zipernowsky, Déri, Blàthy, animato da una dinamo Ganz a correnti alternanti che dava un numero di alternazioni quasi costante, cioè da 84 ad 86 alternazioni per secondo. Con ciò avendo qualche possibilità di fare delle ricerche, ripetei tutte le esperienze che avevo fatto colla corrente diretta resa alternante ed ottenni oltre alla conferma dei principî esposti, qualche nuovo risultato del quale dirò in appresso.

Finalmente in questi ultimi tempi possedendo l'Istituto fisico una piccola dinamo a correnti alternanti, espressamente costruita dalla Casa Ganz di Budapest per ottenere un numero assai variabile di alternazioni, ebbi modo di verificare che le ultime due leggi sopra esposte, e che riguardano le variazioni nel numero delle alternazioni, si possono ritenere esatte tanto per la corrente proveniente dalle dinamo a corrente alternante come per la corrente diretta resa alternante.

Voglio pertanto render noti alcuni fatti da me trovati e le deduzioni che io ne traggo, fatti e deduzioni non ancora conosciute e che io spero possano tornare utili agli elettricisti che ora con grande interesse si occupano di così importante questione.

Storia.

De la Rive esaminò per il primo nel 1837 l'elettrolisi prodotta da correnti provenienti da una macchina magneto elettrica (1). Egli vide che facendo passare una corrente elettrica nell'acqua acidula per mezzo di elettrodi di platino, nessuno sviluppo di gas si mostrava quando la corrente era alternante.

Kohlrausch (2) nel 1873 studiava la polarizzazione prodotta da sottilissimi strati di gas deposti sugli elettrodi, strati che egli otteneva mediante un induttore elettromagnetico. Le sue esperienze però si limitavano ad intensità assai piccole e colle quali nessuna bollicina di gas appariva sugli elettrodi.

Gli elettricisti inglesi Sebastian Ferranti ed Alfred Thompson prendevano nel 1882 un brevetto per un contatore elettrico a correnti alternanti basato sull'elettrolisi dell'acqua (3). In questo si asserisce che la quantità di gas tonante ottenuto decomponendo l'acqua con correnti alternanti e con elettrodi di platino, è proporzionale all'intensità della corrente. Quindi il contatore brevettato non consiste in altro che in un mezzo, atto a contare piccole quantità di gas sviluppato.

Questo contatore, giova notarlo, non è mai stato di pratica applicazione, ed io ritengo che ciò sia dovuto principalmente alla rapida distruzione degli elettrodi prodotta dalle correnti alternanti.

Drechsel nel 1886 elettrolizzava colle correnti alternanti alcuni composti organici (4) e per spiegare i prodottti di decomposizione che otteneva, dava una teoria

(1) Archives de l'électricité I, 1841, pag. 188. — Compt. Rend. IV 1837, pag. 835.

(2) Pogg. Ann. V — v. CXLVIII, pag. 143.

(3) Commissioners of Patents' sale department, n. 4596, 27 sett. 1882.

(4) *Ueber d. Elektrolyse d. norm. Capronsäure m. Wechselströmen.* Ber. d. k. Sächs. Ges. d. Wissensch. 1886.

della quale mi occuperò in appresso. Egli constatò altresì che gli elettrodi di platino vengono ad essere attaccati ([1]) e scoprì dei composti speciali di platinammonio che si erano formati durante l'elettrolisi.

Manœuvrier e Chappuis pubblicarono nel giugno 1888 tre Note sull'elettrolisi prodotta da correnti alternanti.

Nella prima ([2]) esaminano il caso dell'elettrolisi dell'acqua in un voltametro a fili di platino attraversato dalla corrente avuta da una dinamo, della quale non indicano il numero delle alternazioni. Essi con correnti di 4 a 5 ampère non ottengono l'elettrolisi. I fili di platino del voltametro erano di un millimetro di diametro e della lunghezza di 4 a 5 centimetri. Trovano con altre esperienze che per ogni intensità di corrente vi esiste una tal superficie dell'elettrodo che fa cessare la scomposizione dell'acqua. Trovano altresì che il gas che si può raccogliere in un eudiometro non è gas tonante, ma che vi è mancanza di $^1/_3$ di ossigeno, e che il volume totale del gas svolto è sempre inferiore a quello che darebbe una corrente diretta di eguale intensità.

Notano una grande formazione di ozono e credono che vi siano decomposizioni che possano effettuarsi nella stessa quantità, per ogni coulomb di elettricità passato nel voltametro, sia con correnti dirette che con correnti alternanti.

Nella seconda Nota ([3]) esaminano l'effetto della variazione nel numero di alternanazioni sull'elettrolisi e trovano che la stessa corrente che con 133 alternazioni fa sparire la produzione di gas, la fa riapparire con 99,7 alternazioni. Essi citano alcuni esempî di questo genere e conchiudono che l'aumentare del numero di alternazioni produce l'effetto inverso dell'aumentare la densità della corrente.

Nella terza nota ([4]) esaminano un caso speciale nel quale l'eudiometro essendosi tutto riempito di gas tonante, si produce spontaneamente una detonazione non appena l'elettrodo di platino si trovi fuori del liquido a contatto col gas racchiuso nell'eudiometro.

Neyreneuf ([5]) sottomette all'azione delle scariche di un rocchetto di Ruhmkorff un voltametro ad acqua distillata con elettrodi di alluminio e mercurio. Egli dice che delle due scariche del rocchetto non ne passa che una sola e questa va nel liquido dal mercurio all'alluminio, cioè in un senso contrario alla corrente che darebbe la coppia mercurio-alluminio.

Ayrton e Perry pubblicano una Nota ([6]) in seguito all'esperienze di Manœuvrier e Chappuis nella quale espongono ricerche fatte dal loro assistente Raine antecedentemente a quelle dei detti autori. In questa osservano che mentre nelle citate esperienze Manœuvrier e Chappuis non ottennero che raramente l'elettrolisi, essi la ottennero sempre. Quale voltametro adopravano un ordinario voltametro Hoffmann dove due lamine di platino di 350 mm. quadrati erano saldate al fondo del tubo ad U mediante fili di platino. Essi vedevano sgorgare il gas sempre dai fili e mai dalle lamine, e

([1]) Journal für prakt. Chemie 1884, serie 2ª, vol. XXIX, pag. 229-234.
([2]) Compt. Rend. 1888, v. CVI, p. 1719.
([3]) Comp. Rend. 1888, v. CVII, p. 31.
([4]) Compt. Rend. 1888, v. CVII, p. 92.
([5]) Journal de physique 1888, série 2ᵉ, vol. VII, pag. 250.
([6]) La Lumière Électrique 1888, vol. XXIX, pag. 101.

notano questo fatto come singolare perchè contrario a ciò che avviene colle correnti dirette. Vogliono da ciò inferire che le cifre date da Manœuvrier e Chappuis sono, per rispetto alla densità occorrente per produrre l'elettrolisi, troppo alte, essendo ad essi stato sufficiente una densità di corrente inferiore ad un ampère per centimetro quadrato per ottenere una decomposizione visibile. Verificano altresì il fatto che la quantità del gas prodotto diminuisce coll'aumentare del numero delle alternazioni. Finalmente veggono i gas svilupparsi soltanto ad uno degli elettrodi e non all'altro, nonostante che tutti due abbiano la stessa superficie.

Mandando allora una corrente diretta ben intensa nel voltametro, sia in un senso che nell'altro, sempre lo stesso elettrodo continuava a dare decomposizione. Ritengono poter conchiudere da ciò l'esistenza di un'azione elettiva sopra un elettrodo piuttosto che sull'altro (1).

Questa anomalia vidi anch'io verificarsi spesso facendo simili esperienze, ma ne attribuii la causa allo strato di polvere di platino che dopo poco tempo ricopre gli elettrodi, sicchè lo sviluppo gassoso viene perciò a cessare. Ed è pur evidente che la corrente diretta inviata sia in un senso che nell'altro non riusciva, nelle esperienze di Ayrton e Perry, a distruggere questo deposito; se essi avessero avuto a loro disposizione un voltametro facilmente smontabile ed avessero puliti i fili di platino con cura, l'elettrolisi sarebbe riapparsa senza fallo, come sempre avvenne nelle mie esperienze. Essi non si avveggono poi che per applicare la legge della densità di corrente sugli elettrodi è necessario che per ogni unità superficiale dell'elettrodo il flusso di forza che lo attraversa sia costante, ciò che non è certo il caso degli elettrodi di un voltametro di Hoffmann.

Kennelly (2), esamina l'influenza della densità di corrente sopra gli elettrodi. Fa uso di correnti alternanti aventi un numero di alternazioni costante, di circa 196 per secondo, e le conduce attraverso ad un voltametro dove di sei paia di fili di platino fra loro isolati, ne introduceva nel circuito un certo numero per avere una diversa superficie, variabile da 0,165 a 8,415 mm. quadrati.

La corrente, della quale disponeva, variava da 0,115 sino a 1,24 ampère. Trovò così che la quantità di gas ottenuto è inferiore sempre a quella che sarebbe data da una corrente diretta di uguale intensità, salvo in due esperienze dove la densità di corrente era di 50,1 e 50,2 ampère per mm. quadrato e dove la quantità di gas raccolta sarebbe stata dal 6 al 9 per mille superiore a quella che avrebbe sviluppato una corrente diretta di uguale intensità. In tutti gli altri casi, per minore densità di corrente, ottenne sempre minore quantità di gas, sino ad avere, quando la densità di corrente era di 1,12 ampère per centimetro quadrato, il 6 % di quello che si sarebbe avuto da una corrente diretta di pari intensità.

Le esperienze dalle quali egli ebbe quantità di gas uguali, od anzi superiori a quelle che si sarebbero ottenute da correnti dirette di uguale intensità non durarono che 180 secondi, e non viene notata dall'autore la formazione di polvere bruna sui fili di platino.

(1) Loc. cit. p. 103.
(2) The electrician vol. XXI, pag. 724.

Perrine [1] lavorando sotto la direzione di Kelley, ottiene un curioso risultato collegando i fili provenienti da un trasformatore che agiva con circa 100 alternazioni per secondo, con un arco voltaico formato da rame e mercurio ed inserendo in serie nello stesso circuito un ordinario galvanometro ad ago magnetico ed una resistenza. Sinchè la bacchetta di rame toccava il mercurio il galvanometro stava a zero, non avvertendo il passaggio della corrente alternante. Ma non appena l'arco voltaico si era formato, il galvanometro accusava una deviazione permanente. Egli non dice in qual direzione fosse questa corrente, ma aggiunge che ponendo un voltametro a solfato di rame in derivazione ai poli della resistenza, si osservava in questo un precipitato di rame sopra il catodo.

Egli non sa se attribuire questo fatto ad un effetto termoelettrico o ad una specie di elettrolisi che abbia sede nell'arco voltaico.

Recentemente Lynd [2] ottiene colle correnti alternanti la decomposizione dello ioduro di potassio, scrivendo sopra di una carta impregnata di questo sale con una punta collegata ad un polo di un trasformatore animato da una corrente alternante che avea oltre 100 alternazioni al secondo.

Ipotesi fatte sull'elettrolisi colle correnti alternanti.

Non fu mai tentato di dare una teoria completa che abbracci e spieghi tutti i fenomeni prodotti dall'elettrolisi colle correnti alternanti; solo alcuni fisici, dopo essersi accertati che le correnti alternanti possono dare decomposizioni elettrolitiche, vedendo che i prodotti dell'elettrolisi sono in quantità minore di quelli che si avrebbero da una corrente diretta di pari intensità, ammisero che una parte dei prodotti stessi si ricombinasse sull'elettrodo per effetto della sovrapposizione degli ioni dovuta al continuo cangiamento di segno della corrente.

Già de la Rive nel 1841 [3] osservando con un mezzo galvanoscopico atto ugualmente alla misura delle correnti alternanti che delle correnti dirette, cioè con una specie di termometro elettrico ove un filo di platino era portato all'incandescenza, si accorse che facendo passare per il medesimo voltametro prima una corrente diretta, poi una alternante, la polarizzazione prodotta da quest'ultima era minore di quella prodotta dalla prima, sicchè l'intensità della corrente nel circuito era maggiore facendo uso di correnti alternanti che di correnti dirette, come lo dimostrava il filo di platino più incandescente nel secondo caso che nel primo.

Tale diminuzione della polarizzazione prodotta dalle correnti alternanti fu attribuita al sovrapporsi di due polarizzazioni di segno contrario, sicchè esse verrebbero in parte a distruggersi.

Sir W. Thomson nel 1853 [4] esaminando la decomposizione dell'acqua ottenuta con scariche di una ordinaria macchina elettrica e di condensatori, scoprì teoricamente

[1] The electrician 1888, vol. XXI, p. 510.
[2] Electrical Review 1888, vol. XXIII, p. 420.
[3] Archives de l'électricité vol. I, pag. 228.
[4] Phil. Mag. IV, vol. V, pag. 402.

la legge della densità di corrente, ed ammise che « Se gli elettrodi sono troppo « grandi, le quantità equivalenti dei due gas portate sullo stesso elettrodo si ricombine- « ranno ed alla fine della scarica si troverà solo ossigeno su di un elettrodo e solo « idrogeno sull'altro ».

Lo stesso concetto sostiene G. Wiedemann (1). Considerando che la quantità di gas tonante svolta in un dato tempo per effetto di correnti alternanti non è proporzionale all' intensità della corrente, egli ammette che la sparizione di parte del gaz sia dovuta alle ricombinazioni che debbono avvenire sugli elettrodi, ricombinazioni che sono tanto più grandi quanto maggiore è la superficie dell'elettrodo.

E siccome aumentando il numero delle alternazioni vedesi l' intensità totale della corrente aumentare, ciò fa dire a Wiedemann (2) « che allora la polarizzazione tra ogni « coppia di alternazioni sparisce meno ». Ciò sarebbe dimostrato anche da un'esperienza di Saweliew nella quale inviando nel voltametro una corrente di egual direzione ad una corrente di brevissima durata che l'ha preceduta, essa risulta d'intensità minore che se si mandi in direzione opposta.

Drechsel (3) considerando i composti originati dalla elettrolizzazione dell'acido caproico colle correnti alternanti, pure ammettendo che una corrente galvanica agisca sempre nel medesimo modo qualunque sia la sua direzione, è d'altra parte obbligato ad ammettere che i prodotti ottenuti coll'elettrolisi delle correnti alternanti, non stanno in nessuna relazione con quelli avuti dall'ordinaria elettrolisi colle correnti dirette.

Riconosce adunque che debbono esservi dei processi speciali, e questi li formula nelle seguenti ipotesi:

1° Che dopo una scomposizione iniziale; l'ulteriore scomposizione degli ioni non avvenga istantaneamente, ma dopo un certo tempo.

2° Che gli ioni posseggano una polarità e che vengano perciò diretti dalla corrente in modo simile ad un magnete.

3° Che questa orientazione, effettuata dalla corrente ogni volta che essa cambia di direzione, non accada istantaneamente ma richieda un certo tempo, piccolo sì, ma apprezzabile, per effettuarsi.

Con l'aiuto di tali ipotesi riesce a spiegare la formazione dei molteplici composti da lui ritrovati nell'elettrolisi dell'acido caproico con correnti alternanti.

Manœuvrier e Chappuis (4), spiegano nel modo seguente tutti i fatti ritrovati nelle loro esperienze.

La presenza di ozono e di idrogeno nascente vicino agli elettrodi spiega la ricomposizione di parte dell'acqua decomposta dalla corrente. Se si fa uso di elettrodi di platino, la superficie condensante del platino è quella che opera la ricomposizione. E ciò è confermato dal fatto che con elettrodi di rame nella stessa condizione di

(1) *Die Lehre v. d. Elektricität.* vol. II, pag. 557.

(2) Loc. cit. II, pag. 755.

(3) *Ueber d. Elektrolyse d. normalen Capronsäure m. Wechselströmen.* Berichte d. Sächs. Gesellschaft d. Wissensch. 1886, pag. 170.

(4) Compt. Rend. 1888, vol. CVI, pag. 1719.

elettrodi di platino l'acqua non è decomposta, mentre che elettrodi di mercurio danno piccolo sviluppo di gaz e questo è quasi totalmente idrogeno.

Accennando poi alla elettrolizzazione di sali di rame per mezzo di correnti alternanti ([1]), dicono che quei processi che tendono ad accelerare le decomposizioni faranno apparire i prodotti dell'elettrolisi; quei processi che tendono ad aumentare la velocità delle ricomposizioni li faranno sparire. E cause acceleratrici della decomposizione sono: 1° la densità di corrente; 2° il numero delle alternazioni.

Con ciò essi danno ragione dell'influenza della densità di corrente sulla quantità di elettrolite decomposto, mentrechè l'influenza del variabile numero delle alternazioni sarebbe spiegata col tempo più o meno grande nel quale il gas generato può diffondersi in seno al liquido o svilupparsi liberamente alla superficie. Infatti avendo essi regolata l' intensità della corrente avuta da una dinamo a corrente alternante che aveva 133 alternazioni al secondo, in modo da far sparire l'elettrolisi in un voltametro a fili di platino e ad acqua acidula, con 99 alternazioni il gas riapparve.

E se a 133 alternazioni fu regolata l'intensità della corrente in modo d'avere un abbondante sviluppo gassoso, a 172 alternazioni lo sviluppo cessò.

Perciò, essi conchiudono, l'aumento di densità della corrente e l'aumento nel numero di alternazioni agiscono in senso contrario e si può sempre, facendo variare uno di questi due fattori, compensare l'effetto prodotto dall'altro.

Queste spiegazioni non mi sembra per altro che rendano ragione di tutti i fatti che si osservano nell'elettrolisi colle correnti alternanti.

Secondo questo modo di vedere, l'ettrolisi colle correnti alternanti dovrebbe avvenire nel modo seguente:

Durante una prima alternazione della corrente uno degli elettrodi si copre dell'anione, l'altro del catione; supponiamo che ambedue gli ioni non si diffondano nè abbandonino la superficie dell'elettrodo, nè che si combinino con esso; al sopraggiungere della alternazione seguente, che è di segno contrario, verrà depositandosi l'anione su quell'elettrodo ove era il catione ed il catione su quello ove era l'anione. Avverranno allora due ricomposizioni di quantità equivalenti degli ioni ed uguali di elettrolite e queste ricomposizioni avranno sede sui due elettrodi, sicchè alla fine della seconda alternazione non resterà più nessun residuo dell'elettrolisi. Al principiare della terza alternazione si ripeteranno i medesimi fenomeni avvenuti nella prima, ed al principiare della quarta quelli avvenuti nella seconda, sicchè alla fine di un numero pari d'alternazioni nessuna traccia di decomposizione si troverebbe sugli elettrodi.

Se invece durante la prima alternazione, una parte degli ioni può abbandonare gli elettrodi o può occludersi in essi in modo da non permettere nella successiva alternazione che una parziale ricombinazione, resterà al fine della seconda alternazione una parte del prodotto di decomposizione che non potrà più ricombinarsi, sicchè dopo un certo tempo si troverà un deposito elettrolitico su ambedue gli elettrodi. Le cause che faciliterebbero l'abbandono della superficie degli elettrodi da parte degli ioni, sarebbero appunto la minor superficie degli elettrodi, perchè per una medesima intensità di corrente gli ioni debbono formare uno strato tanto più spesso quanto minore è la

([1]) Compt. Rend. 1888, vol. CVII, pag. 31.

superficie su cui debbono depositarsi, ed anche il piccolo numero di alternazioni della corrente, perchè essendo più lunghi gli intervalli di tempo nei quali la corrente ha il medesimo segno, gli ioni avrebbbero maggior tempo per diffondersi.

Applichiamo questo ragionamento al caso dell'elettrolisi del solfato di rame, elettrolisi che si ottiene facilmente con correnti alternanti e con un voltametro a fili di platino. Durante una prima alternazione quell'elettrodo che sarà il catione si coprirà di rame, e sull'anione si raccoglierà una quantità equivalente di ossigeno. Nella successiva alternazione sul polo che era prima il catione verrà a formarsi una quantità equivalente di SO_4 che ridiscioglierà tutto il rame che ivi prima si era deposto, mentre sull'altro elettrodo la medesima quantità di rame si depositerà, ossidandosi più o meno a seconda della quantità d'ossigeno che troverà ancora sull'elettrodo. Questa quantità di rame in parte ossidato verrà poi ridisciolta e trasformata in solfato di rame nella successiva alternazione. In questo modo, per qualunque densità di corrente e per qualunque numero di alternazioni, non si dovrebbe ottenere la decomposizione del solfato di rame, nè di ogni altro sale che dia un prodotto di decomposizione solido ed insolubile, o tutt'al più si potrebbe trovare sopra uno degli elettrodi quella quantità di ione che può esser deposto durante un'alternazione la quale ha sempre la durata di una piccola frazione di secondo. Invece l'esperienza dimostra che si possono avere colle correnti alternanti dei depositi metallici di rame, d'argento, di zinco ecc. e che questi depositi crescono di peso col tempo.

Esaminiamo l'azione della corrente alternante sopra di un elettrolite che dia per prodotto di decomposizione due ioni solidi, uno dei quali solubile in modo che si possa facilmente vedere l'istante nel quale la soluzione incomincia.

Preparando una soluzione concentrata di ioduro ferroso ed elettrolizzandola con correnti che abbiano 85 alternazioni al secondo ed una densità di 0,085 amp. per centimetro quadrato e con elettrodi uguali di platino, non si ottiene alcun segno di decomposizione. Il liquido rimane limpido e del suo ordinario colore verdognolo, gli elettrodi conservano lo splendore del platino.

Portando la densità di corrente a 0,15 amp. per cmq. si veggono due depositi di materia rossa formarsi sugli elettrodi, nel mentre che il liquido in vicinanza di essi si colora in rosso cupo. Il deposito si trova essere composto di ferro. Si vede dunque che lo iodio si è disciolto, ad una determinata densità di corrente, colorando in rosso il liquido, permettendo così che si iniziasse la scomposizione elettrolitica e dando un deposito di ferro sui due elettrodi.

Questo fatto si spiega perfettamente colla teoria sinora ammessa, dell'esser cioè necessario che uno degli ioni si disciolga nel liquido contenuto nel voltametro, affinchè l'altro possa deporsi sugli elettrodi. Ma se si impiegano elettrodi di ferro invece di elettrodi di platino, la cosa cambia.

Con correnti di densità sino a 0,18 amp. per cmq. non si ha decomposizione elettrolitica, mentre con correnti di 0,26 amp. per cmq. si ha un deposito di materia violacea sui due elettrodi, nel mentre che il liquido rimane sempre limpido e di colore verdognolo. Con correnti di molto maggiore densità, ed io ho sperimentato sino a 3 amp. per cmq., il fenomeno non cambia. Si ha sempre il deposito di materia vio-

lacea sugli elettrodi, il quale aumenta col crescere del tempo senza che vedasi mai iodio disciogliersi nel liquido.

La materia deposta sugli elettrodi è solubile nell'acqua ed è ioduro ferroso.

Non vi è più in questo caso discioglimento di uno degli ioni, e purtuttavia ad una determinata densità di corrente incomincia nettamente a formarsi un deposito solido sugli elettrodi e le quantità deposte aumentano coll'aumentare del tempo.

Esaminiamo ancora un caso particolare dell'elettrolisi dell'acqua con correnti alternanti. In un voltametro ad acqua acidula, con elettrodi di platino, lasciando costante l'intensità della corrente e diminuendo grado per grado la superficie di uno degli elettrodi, lo sviluppo dei gas dell'acqua prima diviene appariscente, poi aumenta regolarmente sino a divenire abbondantissimo; quando la superficie dell'elettrodo è ridotta molto piccola, uguale a circa 25 millimetri quadrati in totale, le bolle di gas che sgorgano da esso sono molto grandi, ed allora, ogniqualvolta una bolla nel formarsi riesce ad isolare momentaneamente dal liquido una piccola porzione dell'elettrodo, si produce una piccola esplosione con bagliori di luce violacea in seno al liquido. Diminuendo ancora di poco la superficie dell'elettrodo, si ottiene un crepitio continuato con guizzi di luce e lampi or qua or là nei varî punti della sua superficie. Se nel diminuire successivamente la superficie dell'elettrodo si sia opportunamente manovrato un reostata intercalato nel circuito, in modo che l'intensità della corrente nel voltametro sia rimasta costantemente, supponiamo, di 10 ampère, si vedrà che al momento in cui incomincia il crepitio coi bagliori di luce intorno all'elettrodo, la corrente cade bruscamente oscillando da 2 a 5 ampère con saltuarie e continue variazioni, mentre lo sviluppo di gas continua sempre a crescere.

Aumentando dunque per gradi la densità di corrente sulla superficie di un elettrodo, si giunge ad un punto ove una evidente ricombinazione del gas tonante si manifesta, e questo punto è caratterizzato da un grande aumento di resistenza del voltametro.

Si può anche far sì, procedendo con una certa cura, che il medesimo elettrodo decomponga prima regolarmente l'acqua per un tempo qualunque, anche assai lungo, poi divenga incandescente su tutta la sua superficie, immerso ben inteso sempre nel liquido, dando luogo ad un brillantissimo fenomeno luminoso accompagnato da continue esplosioni. Misurando la quantità di gas ottenuto nei due casi, cioè con un elettrodo che decompone l'acqua nel modo ordinario, e con 10 ampère di corrente, poi col medesimo elettrodo incandescente in seno al liquido ma con corrente di 2 ampère circa, trovo nel primo il 49,5 °/₀ di quello che si avrebbe da una corrente diretta di pari intensità, nel secondo il 68 °/₀.

Abbiamo dunque una contraddizione manifesta coi principî sinora ammessi; una corrente di 10 ampère dà un totale di gas decomposto uguale alla metà circa di quello che darebbe una corrente diretta di pari intensità, mentre una corrente di 2 ampère, con pari numero di alternazioni e sul medesimo elettrodo, dà uno sviluppo di gas tanto maggiore, non ostante che continue detonazioni e brillanti fenomeni luminosi accusino una ricomposizione di gran parte del gas tonante alla superficie dell'elettrodo.

Nel primo caso la densità di corrente era di 22,06 ampère per centimetro quadrato, e nel secondo di 4,41; ciò non ostante, e contrariamente a quanto è generalmente ammesso, la quantità di gas raccolto era maggiore nel secondo caso che nel primo. Dunque la visibile ricomposizione dei gas alla superficie dell'elettrodo, ricomposizione, manifestata da una guaina di gas incandescente intorno all'elettrodo, avea per effetto la ricombinazione di 0,000656 centimetri cubi di gas tonante per ogni due alternazioni ($^2/_{85}$ di secondo) mentre la ricomposizione di 0,00517 centimetri cubi di gas tonante, cioè di 8 volte maggior quantità, lasciava il medesimo elettrodo allo stato ordinario e l'elettrolisi si compiva in modo affatto tranquillo.

Di questo caso singolare che si riscontra nell'elettrolisi dell'acqua darò in appresso la spiegazione. Ho voluto qui citarlo insieme agli altri fatti per dimostrare che non si possono spiegare tutti i fenomeni che si verificano nell'elettrolisi colle correnti alternanti, colle sole considerazioni della maggiore o minore facilità con cui gli ioni si possono diffondere e delle cause atte a facilitare o ad impedire le ricombinazioni. Si è condotti invece a ricercare se altre forze, quali la polarizzazione, le forze elettromotrici dovute alle ricombinazioni, la differente temperatura degli elettrodi, intervengano e siano i fattori di primaria importanza che determinano la quantità di elettrolite decomposto dalle correnti alternanti.

Teoria dell'elettrolisi colle correnti alternanti.

Supponiamo di avere un circuito percorso da una corrente alternante nel quale la variazione dell'intensità col tempo segua un andamento perfettamente sinusoidale. Detta i l'intensità della corrente in ogni tempo t ed I l'intensità massima che essa può raggiungere, sarà:

$$i = \mathrm{I} \operatorname{sen} \frac{\pi t}{\mathrm{T}} \tag{1}$$

dove T dinota la durata di un periodo contata fra due passaggi della corrente per lo zero.

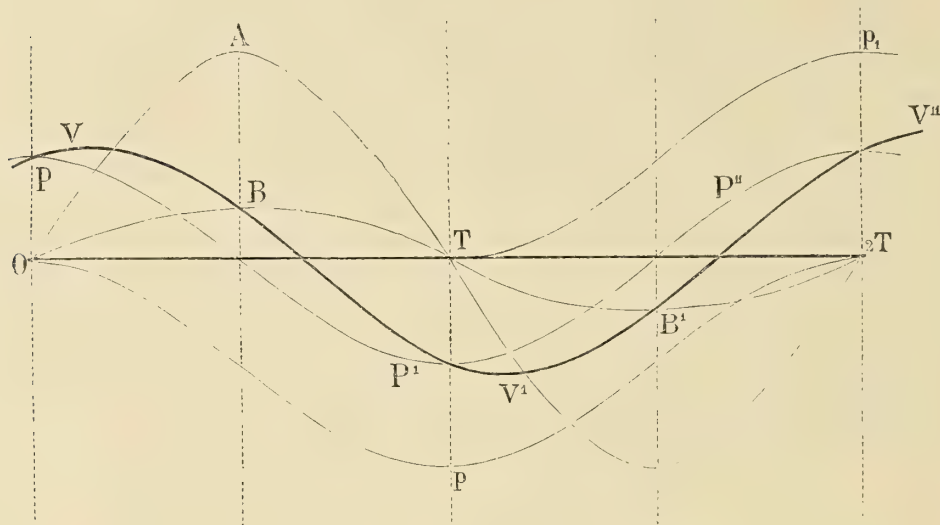
Inseriamo in questo circuito un voltametro, facendo sì che la sua resistenza e quella del circuito esterno possano variare a piacere, cosicchè lasciando sempre costante l'intensità della corrente, del che potremo persuaderci intercalando nel circuito un adatto istrumento, potremo disporre di una variabile differenza di potenziale ai poli del voltametro.

Immaginiamo di aver disposto al principio dell'esperienza una grandissima resistenza nel circuito esterno (come appunto sempre si fa in queste ricerche) per modo che l'influenza del voltametro sul circuito totale sia molto piccola. Si potrà così ridurre la differenza di potenziale ai poli del voltametro, quanto più si vuole vicina a quella che si avrebbe se il voltametro fosse rimpiazzato da una egual resistenza, esente da induzioni e da condensatori. Il valore di questa differenza di potenziale in ogni tempo sarà quindi molto prossimamente rappresentata dall'espressione.

$$e = \mathrm{IR} \operatorname{sen} \frac{\pi t}{\mathrm{T}}$$

dove R rappresenta la resistenza del voltametro.

Supponiamo che per le unità elettriche che noi adottiamo, R riesca numericamente minore dell'unità, allora l'ordinata massima I R della nuova sinusoide sarà minore di quella data dalla (1). Così descriverò nella fig. 1 le due curve sinuisoi-

Fig. 1

dali O A T , O B T aventi la medesima fase e rappresentanti la prima l'andamento dell'intensità, la seconda quello della differenza di potenziale ai poli del voltametro.

Sia che noi ammettiamo che le decomposizioni elettrolitiche possano avvenire con qualsiasi forza elettromotrice, sia che riteniamo che al di sotto di una certa forza elettromotrice, gli elettroliti non si scompongano, è certo che noi dovremo considerare in ogni istante la polarizzazione come una forza elettromotrice sempre di segno contrario ad e, la quale incomincerà a manifestarsi o al principio della fase dell'intensità o più tardi. Ma nei ragionamenti che seguono, qualora si volesse ammettere che la scomposizione degli elettroliti non possa avvenire al di sotto di una determinata forza elettromotrice, nulla si avrebbe di variato; i medesimi ragionamenti restano validi, soltanto, come è facile vedere, si avranno per rappresentare la polarizzazione non più delle sinusoidi ma delle curve deformate.

Per quel che riguarda la polarizzazione, è noto che essa si stabilisce in voltametri percorsi da correnti di brevissima durata ([1]), od anche da scariche di condensatori ([2]), e con intensità di corrente così piccola, che niuna bolla di gas appare sugli elettrodi ([3]).

Per piccole durate di corrente si può ritenere infine che la polarizzazione cresce proporzionalmente all'intensità della corrente polarizzante ed al tempo ([4]), cosicchè

([1]) Edlund. Pogg. Ann. Vol. LXXXV, pag. 209.
([2]) Becquerel. Compt. Rend. Vol. XXII, pag. 381.
([3]) Kohlrausch, Pogg. Ann. V, vol. CXLVIII, pag. 143.
([4]) Oberbeck, Wied. Ann. 1884 Vol. XXI, pag. 139.

potremo rappresentare la forza elettromotrice dovuta alla polarizzazione coll'espressione

$$-\mathrm{P}\int i\,dt$$

dove P dinota la forza elettromotrice generata dalla quantità 1 di elettricità passata attraverso al voltametro considerato, di cui gli elettrodi posseggono l'unità di superficie [1].

Detta quindi p la polarizzazione che esisterà in ogni istante, si avrà per la (1) eseguendo l'integrazione:

$$p = -2\,\mathrm{P\,I}\,\frac{\mathrm{T}}{\pi}\,\mathrm{sen}^2\,\frac{\pi t}{2\mathrm{T}} \tag{2}$$

ciò che dimostra esser l'andamento della polarizzazione nel voltametro rappresentato da una sinusoide quadrata di doppia durata di periodo, che indicheremo nella fig. 1 colla curva O p 2T. Lo stesso può ripetersi considerando il secondo periodo della corrente alternante, ed otterremo allora la nuova sinusoide quadrata T p_1. Come risultante delle due polarizzazioni avremo la curva continua sinusoidale P P′ P″, che dinoterà l'andamento della polarizzazione per un tempo qualunque.

Per avere ora l'andamento della differenza di potenziale ai poli del voltametro, quando in esso abbia luogo una polarizzazione, non avremo che a cercare la risultante delle due curve O B T B′ 2T, e P P′ P″, così otterremo la curva V V′ V″ che sarà una nuova sinusoide di ugual periodo T giacchè risultante da due altre sinusoidi aventi lo stesso periodo.

Si vede adunque che la polarizzazione, come l'induzione, produce uno spostamento di fase; i due andamenti dell'intensità i, e della differenza di potenziale v ai poli di un voltametro percorso da correnti alternanti, possono essere rappresentati dalle equazioni

$$i = \mathrm{I}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{\mathrm{P}} \qquad v = \frac{\mathrm{I\,R}}{\cos\alpha}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi t}{\mathrm{T}} + \alpha\right)$$

dove α rappresenta un valore angolare definito dall'espressione

$$\mathrm{tang}\,\alpha = \frac{\mathrm{P\,T}}{\pi\,\mathrm{R}}\,.$$

L'espressione trovata per v dimostra che la fase della differenza di potenziale ai poli di un voltametro percorso da correnti alternanti, trovasi spostata in avanti rispetto a quella dell'intensità, quale è appunto l'effetto prodotto dall'induzione; cosicchè potremo dire che l'effetto prodotto da un voltametro inserito in un circuito percorso da correnti alternanti, è affatto simile a quello che produrrebbe l'inserzione di un conduttore avente induzione.

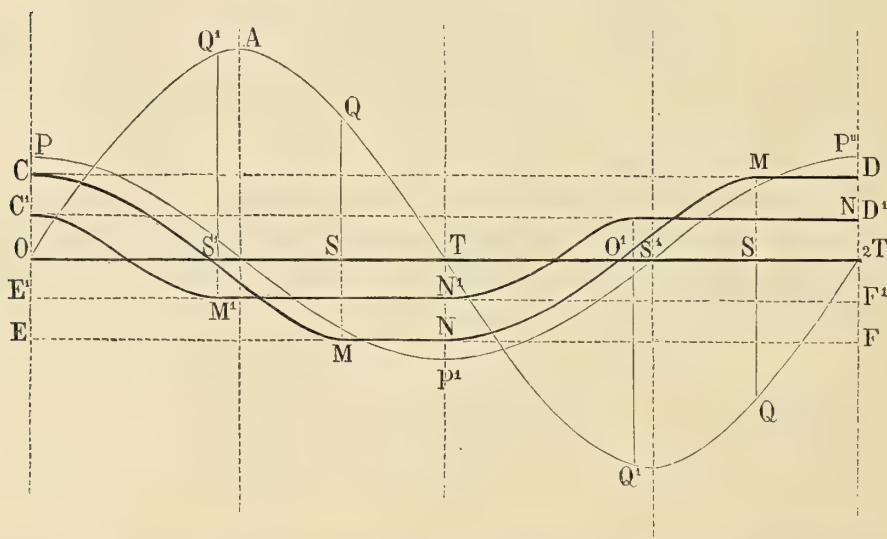
In questi ragionamenti non v'è nulla d'ipotetico; solo debbo far osservare che sebbene si sia parlato sinora di polarizzazione senza scomposizione apparente degli ioni, pure abbiamo implicitamente ammesso il fatto che la polarizzazione cresca proporzionalmente alla corrente polarizzante anche per correnti intense, come appunto si hanno vicino al tempo $t = \frac{\mathrm{T}}{2}$ in ogni singola alternazione. Così non essendo, le curve

[1] Kohlrausch, l. c. pag. 147.

P P′ P″ e V V′ V″ non sarebbero più sinusoidali, almeno per ordinate abbastanza grandi, ma il ragionamento reggerebbe ugualmente.

Per ciascun elettrodo e per ogni dato elettrolite, man mano che si faccia aumentare la polarizzazione, si giungerà ad un limite al di là del quale i prodotti della decomposizione cominceranno ad apparire.

Consideriamo l'elettrolisi dell'acqua ottenuta con due elettrodi di platino perfettamente uguali e posti in identiche condizioni per rispetto al flusso di forza che li attraversa e per ogni altra influenza. Ammettiamo pure, per semplicità, che la polarizzazione dovuta all'idrogeno e quella dovuta all'ossigeno siano fra loro uguali, ed invero non è ben certo se lo siano, i valori trovati dai vari sperimentatori per l'una e per l'altra polarizzazione essendo poco fra loro differenti; potremo allora indicare colle due rette C D, E F (fig. 2) parallele ed equidistanti dall'asse delle ascisse, il limite che deve

Fig. 2

raggiungere la polarizzazione in quel dato voltametro, prima che incominci lo sviluppo sensibile dei gas dell'acqua.

Se la densità di corrente sugli elettrodi sia tale che la polarizzazione raggiunga o superi questo limite, non si potrà aver più, per la curva che dinota la polarizzazione, l'andamento sinusoidale P P′ P″ descritto nella fig. 1 giacchè non potranno più esservi ordinate maggiori di O C e di O E (fig. 2). Sicchè nell' istante in cui la polarizzazione ha raggiunto in M il valore OE incomincierà lo sviluppo gassoso che continuerà sino alla fine del periodo in N. Nell' intervallo di tempo M N la polarizzazione non potendo aumentare, il suo andamento sarà rappresentato da una linea retta parallela all'asse delle ascisse ed alla distanza O E da esso. Poi la polarizzazione diminuirà, seguendo un andamento sinusoidale, sino a raggiungere il valore zero in O′; poi cambiando segno raggiungerà di nuovo in M il valore limite O C dello strato polarizzante e lo sviluppo gassoso rincomincierà per cessare di nuovo in N, cioè al tempo 2T.

Avremo così per ogni alternazione una frazione di tempo nella quale l'elettrolisi si compierà regolarmente, come se si avessero delle correnti dirette, mentre nel restante tempo non avrà luogo decomposizione elettrolitica.

La quantità di elettrolite decomposto in ogni alternazione sarà proporzionale all'area Q S T; confrontando quest'area coll'area totale della sinusoide O A T, la quale ci rappresenta la quantità di elettricità passata attraverso al voltametro nel tempo T, si vedrà come la quantità di elettrolite decomposto da una corrente alternante debba essere, tranne nel caso limite che la retta C D coincida coll'asse delle ascisse, sempre minore di quella data da una corrente diretta di pari intensità.

Posti questi principî, esaminiamo le leggi fondamentali dell'elettrolisi colle correnti alternanti esposte al principio di questa Memoria.

I. Influenza della densità di corrente sugli elettrodi.

Aumentando la densità di corrente sugli elettrodi, si viene ad accrescerne la polarizzazione, sicchè si raggiungerà in un tempo minore quel limite della polarizzazione necessario per far apparire i prodotti della decomposizione elettrolitica. Ciò equivale, nella rappresentazione schematica indicata nella fig. 2, a dare un valore minore all'ordinata comune alle rette C D, E F. Si riduca quest'ordinata per esempio alla metà, condurrò allora dalla metà delle rette O C, O E, le due rette C′ D′, E′ F′ parallele anch'esse all'asse delle ascisse. Supponiamo che per aumentare la densità di corrente sugli elettrodi si sia diminuita la loro superficie, lasciando costante l'intensità di corrente ed il numero di alternazioni, l'ordinata massima $2\,P\,I\,\frac{T}{\pi}$ della sinusoide quadrata che rappresenta l'andamento della polarizzazione nell'interno del voltametro avrà il medesimo valore che avea nel primo caso, così mentre la curva di polarizzazione P P′ P″ sarà identica a quella già descritta prima, non potendosi avere ordinate maggiori di O C′, troverò che in M′ incomincierà l'apparizione del prodotto di decomposizione per cessare in N′, e la quantità di elettrolite decomposto in ogni alternazione sarà proporzionale all'area Q′ S′ T, la quale non solo è più grande della prima Q S T, ma è maggiore del doppio di essa.

Lo stesso risultato si otterrebbe se si supponesse costante la superficie dell'elettrodo e si facesse variare invece l'intensità della corrente che attraversa il voltamentro. L'ordinata massima della sinusoide quadrata che rappresenta l'andamento della polarizzazione crescerebbe coll'intensità di corrente, e le quantità di elettrolite decomposto crescerebbero in proporzione ancora più rapida rapporto alla densità di corrente, che nel caso sopra considerato.

Si deve dunque ritenere che in generale le quantità d'elettrolite decomposto dalle correnti alternanti, quando a pari superficie degli elettrodi vari l'intensità della corrente, non sono proporzionali all'intensità della corrente che attraversa il voltametro, come fu asserito da Ferranti e Thompson.

Se l'andamento dell'intensità della corrente è perfettamente sinusoidale e si mantiene l'intensità della corrente costante, facendo variare la densità di corrente sugli elettrodi, le quantità di elettrolite decomposto con diversa densità di corrente,

staranno fra loro come l'area della porzione di sinusoide compresa fra il tempo qualunque t_0 ed il tempo T, sta all'area totale della sinusoide compresa in un'alternazione, le quali aree stanno nel rapporto:

$$\cos^2 \frac{\pi t_0}{2T} : 1$$

questo rapporto nel caso di $t_0 = \frac{1}{2}$ T prende il valore $\frac{1}{2}:1$, ciò vuol dire che la quantità di elettricità che può produrre decomposizione elettrolitica è in questo caso la metà della quantità totale di elettricità passata attraverso al voltametro durante un'alternazione, cioè che si avrebbe dalla corrente alternante la metà della quantità di elettrolite decomposto da una corrente diretta di pari intensità.

Se si dia all'ordinata comune alle rette C D, E F il valore O P (fig. 2) non vi potrà più essere decomposizione elettrolitica. Vi esiste dunque una densità di corrente limite al disotto della quale ogni decomposizione elettrolitica deve cessare, sicchè il voltametro non farà che riscaldarsi pel passaggio della corrente, come un conduttore metallico.

Da queste considerazioni risulta inoltre che mentre esiste una polarizzazione totale del voltametro, puossi considerare la densità di corrente separatamente per i due elettrodi. L'ordinata cui corrispondono le rette C D, E F della fig. 2 può essere diversa per i due elettrodi, quando essi si trovino in condizioni diverse, sicchè potrà avvenire che mentre l'uno decompone notevoli quantità di elettrolite, l'altro non ne decomponga punto. Lo stesso dicasi quando, per la speciale forma degli elettrodi o del voltametro, la densità di corrente sopra ciascun elettrodo non sia uniforme. L'apparizione degli ioni avverrà allora su quelle parti degli elettrodi ove maggiore è la densità di corrente. Così si spiegano le anomalie ritrovate da Ayrton e Perry nell'esaminare, mediante un ordinario voltametro di Hoffmann, la decomposizione dell'acqua prodotta da correnti alternanti.

Da quanto ho qui esposto risulta pure chiaramente come sia molto facile di ottenere con una corrente alternante di data densità, la decomposizione dell'acqua o di un elettrolite che dia ioni gassosi anzichè di un elettrolite di cui uno degli ioni sia solido. Ed è per questa maggiore difficoltà che presenta la decomposizione dei sali che molti ritennero, sino a questi ultimi tempi, che la decomposizione elettrolitica delle soluzioni saline colle correnti alternanti non fosse possibile.

II. Influenza del numero d'alternazioni della corrente.

Data una certa densità di corrente sugli elettrodi per la quale ha luogo l'elettrolisi, aumentando il numero d'alternazioni della corrente la decomposizione elettrolitica cessa, diminuendo il numero d'alternazioni l'elettrolisi rincomincia.

Esiste un numero d'alternazioni limite, per ogni densità di corrente, al di là del quale l'elettrolisi più non si compie.

Dinotiamo con K l'ordinata O C = O E comune alle rette C D, E F (fig. 2). Il tempo t_0 rappresenti il tempo trascorso da O sino al punto S, tempo durante il quale non si ha elettrolisi; il rapporto $\frac{T - t_0}{T}$ dinoterà il rapporto fra il tempo nel quale

l'elettrolisi si è potuta compiere e la durata dell'alternazione, cioè, per correnti perfettamente sinusoidali, il rapporto fra la quantità di elettrolite decomposto dalla corrente alternante e la quantità di elettrolite che si avrebbe da una corrente diretta che facesse passare uguale quantità di elettricità attraverso al voltametro. Osserviamo che per la sinusoide C M all'ascissa t_0 corrisponde l'ordinata O E $= -$ K e che per la sinusoide quadrata O p 2 T (fig. 1) alla medesima ascissa corrisponde l'ordinata $-$ 2 K l'equazione della quale è data dalla (2).

Da questa avremo perciò:

$$\frac{t_o}{T} = \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sen} \sqrt{\frac{K\pi}{PIT}} \qquad (3)$$

che si può anche scrivere:

$$\frac{T - t_o}{T} = 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sen} \sqrt{\frac{K\pi}{PIT}}$$

Questa ci dice che in un dato voltametro, con constante densità di corrente, il rapporto fra la quantità di elettrolite ottenuto da una corrente alternante e quello che si avrebbe da una corrente diretta di pari intensità, diminuisce quando diminuisce la durata di un'alternazione, ossia quando aumenta il numero delle alternazioni.

L'equazione (3) ci dice pure che vi deve essere un numero d'alternazioni limite, al di là del quale cessa la decomposizione elettrolitica. Questo limite è raggiunto quando la sinusoide C M non ha mai un'ordinata uguale a K, od in altri termini quando t_o=T, ciò che si raggiunge colla condizione

$$T = \frac{K\pi}{PI}$$

Il numero d'alternazioni limite al di là del quale cessa ogni decomposizione elettrolitica, dipende dunque in un dato voltametro da $\frac{K}{P}$ ed inversamente da I, cioè dalla polarizzazione del voltametro ed inversamente dalla densità di corrente.

Si può dunque, con un conveniente aumento della densità di corrente sugli elettrodi, compensare gli effetti prodotti coll'aumento del numero di alternazioni.

Se si faccia variare il numero delle alternazioni, ma contemporaneamente si modifichino le condizioni del voltametro in modo che il limite K cui incomincia a prodursi la decomposizione elettrolitica vari proporzionalmente all'ordinata massima della curva di polarizzazione; in tal caso la quantità di elettrolite decomposto da una corrente alternante resterà costante al variare del numero d'alternazioni.

Infatti la (2) ci mostra che l'ordinata massima della curva di polarizzazione è $2\,P\,I\,\frac{T}{\pi}$; ponendo questo valore eguale ad nK, essendo n un numero qualunque, sostituendo nella (3) ottengo

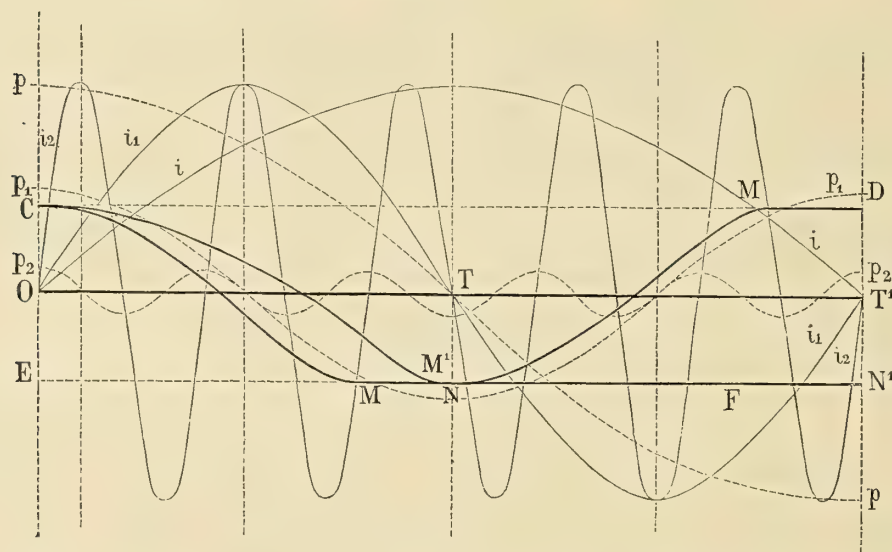
$$\frac{t_o}{T} = \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sen} \sqrt{\frac{2}{n}} = \text{cost.}$$

Questa pel caso particolare di $n = 4$, cioè quando l'ordinata massima della curva di polarizzazione è 4 volte più grande del limite di polarizzazione a cui l'elettro-

lisi diviene sensibile, dà $t_0 = \frac{T}{2}$, vale a dire che in questo caso particolare si avrebbe con una corrente alternante, per qualunque numero d'alternazioni, la metà della quantità di elettrolite che si avrebbe da una corrente diretta di pari intensità.

Abbiamo così dimostrato le leggi III e IV date in principio di questa Memoria, ed ecco spiegati perfettamente e senza bisogno di fare alcuna ipotesi i risultati ottenuti nelle esperienze di Manoeuvrier e Chappuis nelle quali dopo aver fatto sparire la decomposizione elettrolitica coll'aumentare il numero delle alternazioni la facevano riapparire aumentando la densità di corrente sugli elettrodi.

Riferendomi all' illustrazione geometrica già data per spiegare l' influenza delle variazioni di densità di corrente, voglio esaminare col medesimo metodo l' influenza della variazione nel numero d'alternazioni della corrente.

Fig. 3

Disegno le tre sinusoidi i, i_1, i_2, (fig. 3) le quali corrispondono al numero d'alternazioni, minimo, medio, massimo, che si può avere dalle dinamo a corrente alternante comunemente adoperate, numero che varia da 50 a 500 alternazioni per secondo; l'ascissa O T' rappresenti appunto $^1/_{50}$ di secondo in tempo. Queste sinusoidi aventi uguale ordinata massima, rappresentano alla fine di un tempo qualunque la medesima quantità d'elettricità passata attraverso al voltametro e corrispondono alle tre equazioni:

$$i = 1 \text{ sen } \frac{\pi t}{20000} \qquad i_1 = 1 \text{ sen } \frac{\pi t}{10000} \qquad i_2 = 1 \text{ sen } \frac{\pi t}{2000} \qquad (4)$$

esprimendo i tempi in milionesimi di secondo e supponendo un'intensità di corrente massima nel voltametro eguale ad 1 ampère.

Per disegnare le curve di polarizzazione, come risultano dalla funzione (2), è necessario di ricercare quale sia il valore della costante P che figura nell'equazione (2). Ammettendo con Kohlrausch che quando la corrente 1, in unità assolute elet-

tromagnetiche, abbia decomposto mediante elettrodi di platino di 1 millimetro quadrato di superficie, per la durata di 0,000 000 124 di secondo, la polarizzazione abbia raggiunto il valore 1 siemens × weber [1], se ne deduce che la corrente di 1 ampère d'intensità, decomponendo l'acqua mediante elettrodi di platino di 1 centimetro quadrato di superficie, genererà una polarizzazione uguale a 0,0763 volt in 10^{-6} secondi.

Per tal modo, esprimendo i tempi in milionesimi di secondo, le ordinate massime delle tre sinusoidi quadrate rappresentanti la polarizzazione e corrispondenti alle equazioni (4), assumeranno prossimamente i valori di 1000, 500, 100, sicchè potrò descrivere nella fig. 3 le tre curve p, p_1, p_2, avvertendo che per facilitare il disegno presi per le ordinate delle curve di polarizzazione una scala 500 volte più piccola che per le curve dell'intensità, e che non disegnai che le curve risultanti dalle due polarizzazioni.

Come ben si vede dalla figura, le ordinate delle curve di polarizzazione crescono rapidissimamente quando cresce la durata dell'alternazione, ossia quando diminuisce il numero delle alternazioni. Se CD, EF rappresentino i limiti cui può giungere la polarizzazione nel voltametro considerato, senza che appaiano i prodotti di decomposizione, vediamo che la sinusoide p_2 non raggiunge mai questo limite, mentre che la p_1 e la p lo raggiungono. Così per T=10000 milionesimi di secondo si ha decomposizione apparente dal punto M sino al punto N, ed il rapporto $\frac{MN}{OT}$ che chiamammo già $\frac{T-t_0}{T}$ è circa $=0,21$. Per $T=20000$ milionesimi di secondo si ha decomposizione elettrolitica per tutto il tempo corrispondente all'intervallo fra il punto M′ ed il punto N′, sicchè il rapporto $\frac{M'N'}{OT'}=\frac{T'-t'_0}{T'}$, è circa $=0,53$

Apparisce dunque chiaramente anche da questa illustrazione geometrica che col crescer del numero d'alternazioni della corrente la quantità di elettrolite decomposto va sempre diminuendo, in confronto di quello che si potrebbe avere da una corrente diretta di pari intensità, e che per ogni determinata densità di corrente esiste sempre un tal numero di alternazioni al di là del quale non è più possibile vedere l'apparizione dei prodotti di decomposizione.

L'elettrolisi dell'acqua colle correnti alternanti dimostra, conformemente alla teoria qui svolta, che aumentando convenientemente il numero d'alternazioni della corrente, lasciando la densità della corrente costante, si giunge sempre a trovare che per un dato numero d'alternazioni l'elettrolisi cessa. Naturalmente questo punto deve variare per i diversi metalli che compongono gli elettrodi, essendo ben noto che la polarizzazione acquista valori diversi per i diversi metalli. Una sola eccezione trovai a questa legge. Fra i metalli da me esaminati e che sono Pt, Au, Ag, Cu, Pd, Pb, Fe, Ni, Al, il solo alluminio continua a dare una debolissima decomposizione dell'acqua, anche quando il numero d'alternazioni sia spinto molto al di là dei limiti che si possono ottenere dalle ordinarie dinamo.

Voglio qui citare i limiti cui sono potuto giungere nel numero d'alternazioni con

[1] Pogg. Ann. vol. CXLVIII, pag. 147.

densità di corrente fra 0,089 e 0,22 ampère per centimetro quadrato, senza poter veder cessare del tutto lo sviluppo dei gas dell'acqua sugli elettrodi d'alluminio.

Numero d'alternazioni per secondo	Densità di corrente in ampère per c. m. q.
318,2	0,204
425,7	0,216
544,7	0,227
722,1	0,140
813,8	0,135
320,0	0,089
722,1	0,095

Si vede dunque che con elettrodi d'alluminio, anche con 813 alternazioni per secondo, numero veramente molto elevato, e con densità di corrente di poco più di 1 decimo d'ampère per centimetro quadro, non sono riuscito a far cessare la decomposizione sensibile dell'acqua.

Questa anomalia dell'alluminio sembra collegata al fatto che la polarizzazione di questo metallo cresce grandemente col crescere dell' intensità della corrente. Anche nell'elettrolisi dell'acqua mediante correnti dirette, se si fa uso di elettrodi di alluminio, si verificano dei fatti speciali non comuni agli altri metalli che si possono impiegare come elettrodi in un voltametro (1).

III. — Effetto prodotto da una grande densità di corrente sopra uno degli elettrodi.

Nel determinare la quantità di elettrolite decomposto da una data corrente alternante, non si calcolò dai vari sperimentatori che la densità di corrente sull'elettrodo considerato, esprimendo così il concetto che le azioni di decomposizione e di ricomposizione sui singoli elettrodi dovessero ritenersi come affatto indipendenti.

Il medesimo concetto è espresso nelle ricerche teoriche di sir W. Thomson (2) sulle decomposizioni prodotte da scariche elettriche di segno alternante.

Questo modo di vedere concorda anche colla teoria da me esposta, essendo evidente che in luogo di considerare la polarizzazione complessiva del voltametro, i medesimi ragionamenti valgono se applicati alla polarizzazione di ciascun elettrodo.

Ciò è pure confermato dall'esperienza; esiste però un caso singolare nel quale la legge della densità di corrente non sembra esser la sola a determinare l'apparizione degli ioni, ma vedesi invece sopra i due elettrodi un'azione diversa ed una vera separazione dell'anione dal catione, come se la corrente alternante si fosse trasformata nel

(1) Wiedemann, *Elektricität* II, p. 707.
(2) Phil. Mag. IV, vol. V, p. 402.

voltametro in una corrente diretta. Di questo caso importantissimo occorre fare particolare menzione.

Se un voltametro ad elettrodi di platino e ad acqua acidula si faccia attraversare da una corrente alternante, che mediante apposito reostata si possa mantenere sempre della medesima intensità quando si lasci ad uno degli elettrodi una superficie costante e si faccia invece gradatamente diminuire quella dell'altro, si arriva ad un punto ove la densità di corrente sul secondo elettrodo diviene tale, che grosse bolle di gas si svolgono ed isolano per qualche istante dalla massa liquida una porzione dell'elettrodo. La superficie metallica è capace allora di infiammare le bollicine di gas tonante che le vengono a contatto, producendo delle piccole esplosioni e dei guizzi di luce in seno al liquido. Con qualche cura si può riescire a rendere l'elettrodo incandescente in tutta la sua lunghezza, ed allora lo si vede ricoperto come da una guaina di fuoco da cui partono guizzi di luce bluastra ed esplosioni continue. In queste circostanze sul primo elettrodo, cioè su quello che ha conservato la stessa densità di corrente, appare uno sviluppo abbondantissimo di gas, senza confronto maggiore di quello che si aveva prima, quando l'altro elettrodo non dava luogo a questi evidenti fenomeni di ricombinazione. Questo gas si trova essere un miscuglio assai ricco d'idrogeno. Se si tratta di decomposizione di sali, si ottiene tale abbondante deposito metallico sull'altro elettrodo, che alla semplice osservazione, senza bisogno di alcuna pesata, si riconosce enormemente maggiore di quello che si sarebbe ottenuto nelle condizioni ordinarie. Se sull'elettrodo che si mantiene a superficie costante, la densità di corrente è così piccola che su di esso non appare alcuna traccia di decomposizione, non appena il primo elettrodo incomincia ad essere incandescente, sul secondo elettrodo appaiono immediatamente i prodotti di decomposizione, e nel caso di ioni solidi vedesi il secondo elettrodo coprirsi immediatamente di deposito metallico, come se esso fosse il polo negativo di un voltametro percorso da una corrente diretta.

In queste esperienze oltre al mantenere la corrente costante, ciò che obbliga ad impiego di potenziali elevati, giacchè il voltametro assume in questi casi una resistenza grandissima, devesi aver ben cura che il secondo elettrodo conservi esattamente la medesima superficie. E siccome il liquido viene a riscaldarsi grandemente, non si può far uso, per limitare la superficie dell'elettrodo, di mastici o delle ordinarie materie isolanti, ma è conveniente di rinchiudere la lamina che si vuole adoperare fra due lastre di vetro, una delle quali presenti un foro che abbia la superficie voluta. Fra una esperienza e l'altra devesi ben pulire e brunire la lamina dell'elettrodo che si considera, perchè essa viene a coprirsi di polvere metallica la quale potrebbe aumentare la superficie effettiva dell'elettrodo.

Con correnti dirette a potenziale elevato si può vedere nell'elettrolisi dell'acqua uno degli elettrodi circondato da una guaina di gas incandescente ([1]), ma il fenomeno si compie senza esplosioni e con una minima quantità di gas decomposto.

Colle correnti alternanti lo stesso risultato detto sopra si può anche ottenere se uno degli elettrodi, senza esser coperto da una guaina di gas incandescente da dove parte una continua serie di detonazioni, sia circondato dal liquido in forte ebullizione

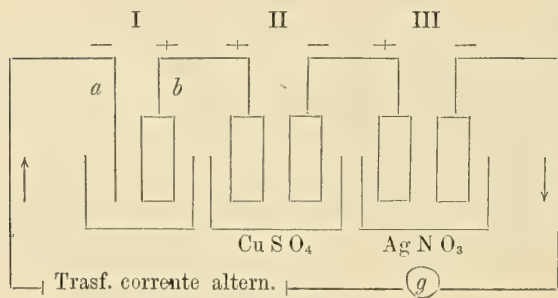
([1]) Planté, l. c., pag. 131.

in modo che si abbiano punto o pochi fenomeni luminosi e l'elettrodo dia un suono debole, cupo e continuo simile al ronzio di un insetto.

Per realizzare questa esperienza basta racchiudere quello degli elettrodi che deve sopportare una grande densità di corrente dentro un vaso poroso, lasciando l'altro al di fuori, immerso nel liquido circostante. Dopo poco tempo dacchè la corrente attraversa il liquido, se essa ha una opportuna densità sull' elettrodo che è nel vaso poroso, il liquido entra in rapida ebullizione e vi si mantiene per tutta la durata dell'esperienza. Facendo uso di quantità di liquido molto grandi si può anche fare a meno del vaso poroso; l'intiera massa si riscalda, ma il liquido non bolle che nella vicinanza dell'elettrodo che ha maggiore densità di corrente. Anche in questi casi, benchè la quantità di gas svolto o di ione deposto sull'altro elettrodo sia minore di quella che si aveva quando uno degli elettrodi era circondato dal gas incandescente, pure si ha una tale decomposizione elettrolitica, che senza obbligo di alcuna misura, si riconosce senza confronto superiore a quella che si avea quando il primo elettrodo era in condizioni ordinarie.

Se si disponga nello stesso bagno ove sono immersi i due elettrodi percorsi dalla corrente alternante e posti nelle condizioni sopradette, un terzo elettrodo di platino il quale comunichi col filo di un galvanometro, l'altro estremo del quale possa esser collegato coll'uno o coll'altro dei due primitivi elettrodi mediante un interruttore a bilancia (Wippe), si trova che interrompendo bruscamento il passaggio della corrente alternante e stabilendo il contatto col galvanometro, mentre l'elettrodo che diveniva incandescente o non è affatto polarizzato o lo è molto debolmente, quello a grande superficie mostrasi fortemente polarizzato ed il senso della corrente di polarizzazione è identico a quello che sarebbe dato dal polo rame di una pila di Volta.

Inserendo altri voltametri a solfato di rame, a nitrato d'argento, ecc. in serie col primo ed avendo disposto in questi elettrodi di tal superficie che non si abbia alcuna decomposizione pel passaggio della corrente alternante, non appena nel primo voltametro, per un aumento di densità di corrente sopra uno degli elettrodi, (mantenendo come ho detto sempre l' intensità della corrente alternante costante) incomincia a prodursi il fenomeno sopradetto, in tutti gli altri voltametri vedesi incominciare un'attiva decomposizione elettrolitica con deposizione del catione, cioè rame, argento ecc. sopra uno degli elettrodi e sviluppo di ossigeno quasi puro all'altro.

Esplorando con un indicatore di poli a liquido, di Berghausen, il quale non dà alcuna indicazione colle correnti alternanti, la distribuzione dei segni ai poli dei vari voltametri, si trova la disposizione indicata qui a fianco.

Nel voltametro I l'elettrodo *a* che sopporta tal densità di corrente da dar luogo ad una ricomposizione apparente del gas tonante, è negativo. L'elettrodo *b*, a grande superficie, è positivo. Se nel voltametro I v'è acqua acidula per acido solforico, al polo positivo *b* si raccoglie un mi-

scuglio assai ricco d'idrogeno; se v'è solfato di rame vi si deposita rame, se nitrato d'argento vi si deposita argento e così di seguito. Nei voltametri II, III, ecc. la polarità è rovesciata per rispetto al voltametro I. Al polo positivo si ha sviluppo d'ossigeno, al negativo un bellissimo ed abbondante deposito metallico punto ossidato, come sarebbe certamente se fosse stato deposto per effetto della corrente alternante.

Da queste osservazioni si deduce che il voltametro I si comporta come una pila voltaica di cui il polo zinco è l'elettrodo sul quale hanno sede i fenomeni di apparente ricomposizione del gas tonante, il polo rame è l'elettrodo a grande superficie. Questo poi trovasi polarizzato, come ho già fatto notare, in modo uguale al polo positivo di una pila voltaica, cioè nel senso voluto dall'idrogeno depostovi.

I voltametri II, III, ecc. sono percorsi, oltrechè dalla corrente alternante, da una corrente diretta generata da questa specie di elettromotore. Tale corrente diretta sovrapposta all'alternante ne modifica il carattere, dando luogo ad una corrente d'intensità variabile secondo la forma della corrente alternante, ma dove l'asse dello zero è spostato, sicchè le aree positive non sono più uguali a quelle negative.

Se si inserisce nel circuito un galvanometro g tale che non dia alcuna deviazione per effetto della corrente alternante, mentre lo si vedrà rimanere a 0 sino a che il voltametro I è nelle condizioni ordinarie, non appena nello stesso voltametro l'elettrodo a piccola superficie diviene sede della apparente ricombinazione del gas tonante, si vedrà il galvanometro deviare fortemente accusando una corrente di grande intensità e nella direzione segnata dalle freccie.

Dunque l'azione chimica che ha sede sopra uno degli elettrodi di un voltametro, azione che è provocata dal passaggio di una corrente alternante di grande densità, distrugge la polarizzazione su di esso, per modo che i fenomeni propri dell'elettrolisi colle correnti alternanti non possono più aver luogo; nel medesimo tempo questa azione chimica genera una differenza di potenziale fra l'elettrodo ed il liquido, la quale stabilisce una corrente diretta che si sovrappone all'alternante.

Così si spiega l'esperienza di Neyreneuf [1] fatta con voltametri ad elettrodi di alluminio e mercurio, ed il risultato ottenuto da Perrine [2] inserendo un arco voltaico formato da rame e mercurio in un circuito a corrente alternante. Non è esatto il dire che delle due direzioni della corrente alternante *ne passa una sola;* si ha invece a che fare con una vera corrente diretta sovrapposta all'alternante, sicchè le leggi dell'elettrolisi colle correnti alternanti non sono più applicabili a questo caso.

Il senso della corrente diretta ottenuta in questo modo, mediante delle correnti alternanti che abbiano grande densità sopra uno degli elettrodi di un voltametro, non è sempre quello indicato dal diagramma della pagina precedente. L'elettrodo a che sopporta la grande densità di corrente, non figura sempre come il polo zinco di una pila voltaica, ma può talvolta figurare come un polo rame.

Ciò dipende dalla temperatura che esso elettrodo acquista per effetto della guaina di gas incandescente che lo circonda in seno al liquido. Se la densità di corrente sull'elettrodo a si faccia tale che esso prenda una temperatura assai elevata, sino al color

[1] Journal de Physique, 1888, vol. VIII.
[2] The Electrician, 1888, vol. XXI, p. 510.

rosso ed al rosso chiaro, il fenomeno cambia completamente d'aspetto. In luogo dello svolgimento di grosse bolle di gas e delle forti e continue detonazioni, si ha una minore quantità di gas sviluppato e non si ode che un rumore continuato, simile ad un sibilo. In queste condizioni la polarità del voltametro I e di tutti gli altri voltametri II, III ecc. in serie con esso, è inversa rispetto a quella segnata nello schema della pagina 24 sicchè su quell'elettrodo che prima era il catodo si deporrà l'anione e su quello che era l'anodo si deporrà il catione. Esplorando il segno della polarizzazione della lamina *b* col mezzo di un terzo elettrodo, collegato ad un commutatore e ad un galvanometro come sopra abbiamo detto, si trova che l'elettrodo *b*, a grande superficie, ha la polarizzazione che spetta al polo zinco di una pila voltaica. Abbiamo dunque per effetto dell'elevata temperatura dell'elettrodo *a* un completo rovesciamento della corrente diretta. Devesi però osservare che questa corrente è molto più debole di quella prima considerata e che il voltametro assume in questo secondo caso una resistenza senza confronto più grande che nel primo caso.

Per una data differenza di potenziale di segno alternante, mantenuta costante ai poli dei voltametri, si trova sempre una determinata superficie che si può dare all'elettrodo *a* e che divide nettamente le due direzioni di corrente che si possono avere.

Per superfici dell'elettrodo *a* maggiori di questa o non si ha corrente diretta o si ha molto intensa nel senso indicato nel diagramma a pag. 570.

Per superfici minori, l'elettrodo diviene incandescente, cessano le detonazioni violenti e la corrente ha segno cambiato assumendo un' intensità di molto inferiore a quella che si avea nel primo caso.

Questo metodo si presta assai bene per ottenere mediante correnti alternanti la decomposizione elettrolitica di molti sali.

Disponendo nel voltametro I acqua acidula per acido solforico e nei voltametri II III ecc. solfato di rame, nitrato d'argento, solfato di nikel ecc. si ottengono dei bellissimi depositi metallici simili in tutto a quelli dati dalla corrente diretta. Il solfato di nikel dà ordinariamente un deposito nero, polverulento. Ma se si pone nel voltametro una delle soluzioni generalmente usate per la nikelatura e si adopra l'elettrodo positivo di nikel, si può al negativo fare una vera nikelatura colle correnti alternanti, che riesce bianca ed aderente sia sopra elettrodi di platino, che di ottone o di rame.

Energia reale ed energia apparente spesa nei voltametri percorsi da correnti alternanti.

Se in un circuito percorso da una corrente alternante, si sostituisce ad un voltametro ad acqua acidula un filo metallico di resistenza uguale a quella del voltametro, si ottiene un aumento nell' intensità totale della corrente, e se si costruiscono più voltametri tutti di ugual resistenza elettrica, ma aventi elettrodi di superficie diversa e si inseriscono successivamente nel circuito, si vedrà che quello che presenta minor superficie darà il maggior aumento di intensità.

Questa esperienza fu fatta da Kohlrausch nel 1873 ([1]), ed egli ne deduceva che non puossi applicare la legge di Ohm a conduttori liquidi, ma che invece devesi ammettere che « così piccole quantità di gas — quante avute da un'alternazione — sviluppino ancora notevoli forze elettromotrici ».

Coi ragionamenti fatti nel capitolo precedente io ho dimostrato che la fase della differenza di potenziale ai poli del voltametro, viene ad essere spostata rispetto a quella dell'intensità, (come è indicato nella fig. 1, ove la fase della curva V V′ V″ è anticipata rispetto alla fase dell'intensità, data dalla curva OAT, per circa $\frac{1}{3}$ T) e che la polarizzazione, come l'autoinduzione, non turba l'andamento sinusoidale della corrente alternante, ma per contrario la nuova sinusoide ottenuta per effetto dell'una come dell'altra di queste azioni è spostata e rimpicciolita rispetto a quella che si avrebbe senza polarizzazione e senza extra-correnti.

Per tal modo l'energia realmente spesa in ogni istante in un voltametro, per elettrolizzare un sale con una corrente alternante, non può esser misurata dal prodotto dell' intensità che esiste in quell'istante nel circuito, dedotta dalle indicazioni di un elettrodinamometro, per la differenza di potenziale che esiste ai poli del voltametro, dedotta dalle indicazioni di un elettrometro o di un voltmetro di Cardew, giacchè le fasi dell' intensità e della forza elettromotrice non sono sincrone ([2]).

([1]) Pogg. Ann. V, CXLVIII, pag. 146.

([2]) È noto che le letture fatte coll'elettrodinamometro, adoprato per la misura dell'intensità di correnti alternanti, rappresentano la radice della media dei quadrati di i, e che i valori dedotti da un elettrometro adoprato alla maniera di Joubert, o da un voltmetro di Cardew, rappresentano la radice della media dei quadrati di e. Il prodotto di questi due valori, ossia la radice del prodotto delle medie dei quadrati di e e di i, rappresenta appunto l'energia spesa nel conduttore percorso in ogni istante dalla corrente di intensità i ed ai cui poli esiste in ogni istante la differenza di potenziale e, purchè nel conduttore considerato non esistano induzioni, condensatori, ed ora posso aggiungere anche voltametri.

Essendo le funzioni

$$e = \mathrm{E}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}} \qquad i = \mathrm{I}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}}$$

la media dei valori di e e di i può assumere infiniti valori sempre oscillanti fra zero ed un valore massimo che è:

$$e_m = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{E}$$

$$i_m = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt = \frac{2}{\pi}\,\mathrm{I}$$

questi valori di e e di i non possono aversi direttamente dagli istrumenti per la misura delle correnti alternanti ed il prodotto $e_m i_m = \frac{4}{\pi^2}\,\mathrm{E\,I}$ non rappresenta punto l'energia spesa nel conduttore.

Se invece calcolo dalle stesse funzioni le medie dei quadrati di e e di i, e ne prendo le radici ottengo:

$$\sqrt{\overline{e^2}} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{T}}\left[\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{sen}^2\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\mathrm{E}}{\sqrt{2}} \qquad \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{T}}\left[\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{sen}^2\,\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{\mathrm{I}}{\sqrt{2}}$$

Ma se si voglia conoscere l'energia spesa nei voltametri percorsi da correnti alternanti, altro mezzo non resterà che l'impiego di un wattmetro, che come pei circuiti che posseggono induzione, è il solo istrumento che ci possa dare il preciso valore dell'energia totale spesa comunque siano le fasi di e e di i.

Per tale scopo feci costrurre dalla casa Ganz un wattmetro a specchio sensibilissimo e capace di fornirmi con precisione molto grande la misura del lavoro speso in conduttori di piccola resistenza, percorsi da correnti di poca intensità. Le cause di errore cui si può andare incontro nell'uso di questo istrumento, per effetto del non perfetto sincronismo della corrente nei due circuiti, per l'autoinduzione nel telaio mobile [1], erano nel mio caso assolutamente trascurabili.

Disposi pertanto l'esperienza nel modo seguente:

Fra i punti A B di un circuito percorso da corrente alternante (fig. 1, tav. I) erano inseriti dei voltametri ad acqua acidula con elettrodi di platino. I voltametri erano otto in una delle serie di esperienze qui appresso riferita e quattro nella seconda. Fra i punti B e B′ del medesimo circuito era inserita la spirale fissa del wattmetro a specchio. La spirale mobile di esso riunita in serie con una resistenza R priva di autoinduzione, era collegata fra B′ ed A. Fra B′ e D si trovava un voltmetro di Cardew C in derivazione su di una resistenza ϱ, e finalmente fra B′ ed A era posto in derivazione un voltmetro a specchio da me costruito e contenente pochi giri di filo avvolti sopra un telaio di avorio, in modo da avere un coefficiente di autoinduzione assai piccolo. Naturalmente una resistenza R′ assai grande, anch'essa esente di autoinduzione, era inserita in tensione con questo voltmetro. Il circuito fra A e D si chiudeva sul circuito secondario di un trasformatore T, percorrendo una resistenza variabile formata da lampade ad incandescenza in serie R″. Ai poli del medesimo trasformatore T erano disposte in derivazione altre lampade ad incandescenza, non segnate nella figura; si veniva così ad avere il circuito secondario del trasformatore chiuso sopra una piccola resistenza esterna.

---

e quindi:

$$\sqrt{\overline{e^2}} \times \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{EI}{2}$$

espressione che rappresenta la vera energia spesa nel conduttore considerato, giacchè è identica alla espressione generale dell'energia spesa in un conduttore, cioè a:

$$\frac{1}{T}\int_0^T ei\,dt = \frac{EI}{T}\int_0^T \operatorname{sen}^2 \frac{\pi t}{T} = \frac{EI}{2} \qquad (5)$$

Ma per eseguire questa integrazione abbiamo dovuto ammettere che le fasi di e e di i siano sincrone, sicchè solo in conduttori privi d'induzione, di condensatori e di voltametri il prodotto dell'intensità, misurata con un elettrodinamometro, per la differenza di potenziale ai poli del conduttore considerato, misurata con un elettrometro o con un Cardew, rappresenterà l'energia realmente spesa nel conduttore.

[1] The electrician vol. XX, pag. 612.

Anzitutto studiai l'andamento della resistenza del Cardew quando le sue indicazioni variavano da 25 a 110 volt, quindi lo graduai in doppio modo cioè come voltmetro e come amperometro, mediante un elemento campione di Latimer Clarke ed un campione di resistenza fornito dalla Casa Siemens. Prendendo poi il Cardew per campione, graduai con esso il voltmetro V ed il wattmetro W. Il wattmetro a specchio essendo a lettura diretta, non godendo quindi del vantaggio degli istrumenti del tipo degli elettrodinamometri a lettura indiretta ed a torsione, cioè di non possedere induzione mutua, dovea esser confrontato col Cardew. Adoprai perciò quest'ultimo come amperometro per misurare l'intensità della corrente che percorreva una resistenza nota formata da un filo di pakfong di 2 mm. di diametro disposto con cura in un bagno d'olio. In serie colla stessa resistenza era disposta la spirale fissa del wattmetro a specchio, mentre agli estremi di essa era derivata la spirale mobile. Questa graduazione si eseguiva prima di ogni serie di misura. Dò qui (tav. I, fig. 2) graficamente la graduazione fatta prima della seconda serie di misure, e da essa rilevasi come, entro i limiti delle esperienze, la curva di graduazione possa senz'altro esser ritenuta per una retta; ciò dimostra che per i piccoli angoli di spostamento del telaio mobile del wattmetro a specchio, l'induzione mutua e l'autoinduzione potevano considerarsi come assolutamente trascurabili.

Pel voltmetro a specchio in derivazione ai poli dei voltametri e della spirale fissa del wattmetro, dovea verificare per lo stesso motivo se le sue indicazioni fossero state concordi con quelle date da un Cardew posto in derivazione fra i medesimi punti. Per fare una misura di confronto, non dando il Cardew indicazioni precise che da 25 volt in poi, dovetti disporre di un'adeguata differenza di potenziale fra B' ed A, e per conseguenza aumentare convenientemente la resistenza R' ed adoprare maggior numero di voltametri. Nella fig. 3 tav. I è riprodotto graficamente il risultato di questo confronto [1] dal quale si deduce che le indicazioni del voltmetro V, in grazia del suo piccolo coefficiente di autoinduzione, erano assolutamente comparabili con quelle di un Cardew, posto in derivazione fra i medesimi punti, anche quando la differenza di potenziale fra questi punti si faceva oltre tre volte maggiore di quella che normalmente vi dovea essere.

Eseguii pertanto nel modo indicato e coll'uso di questi istrumenti varie serie di misure di cui riproduco qui due, come più conchiudenti.

Una serie di 13 esperienze fatte con otto voltametri uguali, formati da fili di platino della superficie ciascuno di 0,785 cent. quadrati, offre un bell' esempio del come diminuisce l'energia realmente spesa nei voltametri, rispetto a quella apparentemente spesa quando si faccia più e più piccola la densità di corrente sugli elettrodi, e quindi minore divenga la quantità di gas svolto.

Stabilita perciò una corrente iniziale di circa 1.9 ampère colla quale ottenevo abbondante sviluppo di gas nei voltametri, ne venivo man mano diminuendo l'intensità,

[1] Nella tavola fig. 3 le ordinate rappresentano i millimetri di deviazione letti sulla scala da 54,4 mm. a 166,6 mm. la cifra zero delle diecine essendo stata posta per errore d'incisione sull'asse delle ordinate.

osservando di pari passo le indicazioni del wattmetro a specchio, del Cardew e del voltmetro a specchio.

Nella tabella seguente sono riuniti i dati relativi a queste misure.

Chiamo:

= I l'intensità della corrente che percorre il conduttore $D\varrho B'$ ed il Cardew C;

= I′ l'intensità della corrente che percorre il conduttore B′ W B A e che è uguale all'intensità totale I, meno quella che attraversa le due derivazioni B′R′A e B′B″ RA;

= E la differenza di potenziale fra B′ e A misurata dal voltmetro a specchio V, espressa in volt.

= EI′ il prodotto dei valori di E per i valori di I′, espresso in watt.

= W l'energia spesa nel conduttore B′WBA misurata dal wattmetro ed espressa in watt.

= W′ l'energia spesa nei voltametri compresi fra B ed A. Essa è uguale a W meno l'energia spesa nella spirale fissa del wattmetro.

= V × A il valore dei volt×ampère cioè EI′, meno l'energia spesa nella spirale fissa del wattmetro.

Nelle ultime due colonne comprendo il quoziente dei volt×ampère per i watt e la differenza fra l'energia apparente e la reale, riferita all'energia apparente posta uguale a 100.

Numero	I	I′	E	EI′	W	W′	V×A	$\frac{V\times A}{W'}$	$100\frac{V\times A - W'}{V\times A}$	Osservazioni
1	1,899	1,798	26,254	47,205	41,538	40,322	45,989	1,14	12,3	decomposizione abbondante
2	1,909	1,810	25,838	46,767	39,603	38,371	45,535	1,19	15,7	id.
3	1,505	1,406	25,838	36,328	32,433	31,690	35,585	1,12	10,9	id.
4	1,151	1,058	24,171	25,573	21,167	20,746	25,152	1,21	17,5	id.
5	1,272	1,184	22,921	27,138	20,940	20,413	26,611	1,30	23,3	id.
6	0,923	0,837	22,504	18,836	13,770	13,507	18,573	1,37	27,3	diminuisce la decomposizione
7	0,834	0,756	20,295	15,343	10,925	10,710	15,128	1,41	29,1	debole decomposizione
8	0,862	0,788	19,170	15,106	10,242	10,009	14,873	1,49	32,7	id.
9	0,767	0,693	19,254	13,343	9,218	9,038	13,163	1,46	31,3	id.
10	0,870	0,803	17,503	14,055	8,990	8,804	13,869	1,57	36,5	debolissima decomposizione
11	0,689	0,621	17,711	10,998	6,828	6,683	10,853	1,62	38,4	id.
12	0,567	0,503	16,670	8,385	4,723	4,628	8,290	1,79	44,2	decomposizione appena percettibile.
13	0,551	0,489	16,253	7,948	4,609	4,519	7,858	1,74	42,5	id.
Numero d'alternazioni medio 86 per 1″										

Questa tabella mostra in modo evidente che il prodotto volt×ampère è sempre superiore al valore dei watt come sono dati dal wattmetro.

In tutte le esperienze dove ebbi abbondante e regolare sviluppo di gas agli elettrodi, i volt×ampère sono di poco superiori ai watt. Le differenze oscillano però sempre dal 12,3 al 23,3 %. Ma non appena la decomposizione gassosa diminuisce per valori decrescenti di I, la differenza fra i volt×ampère ed i watt cresce in larga misura sino a divenire del 44,2 % per una decomposizione appena percettibile.

Dall'esame dei valori qui riferiti risulta pure come l'esperienza fosse disposta in modo da importare correzioni assai piccole sulle diverse grandezze necessarie per il calcolo dell'energia spesa nei voltametri, diffalcandone quella spesa negli altri conduttori.

Se gli estremi delle derivazioni si fossero portati in B anzichè in B', le correzioni sarebbero divenute assai più grandi nonostante che dall'esame della figura parrebbe risultare il contrario.

In questa serie di esperienze tutti i voltametri avendo ugual superficie ed essendo disposti in serie, davano il medesimo sviluppo di gas. Voglio citare per confronto i risultati di un'altra serie di esperienze, nella quale i voltametri esaminati presentavano diversa densità di corrente e quindi, benchè percorsi da uguale intensità, sviluppavano diversa quantità di gas.

Disposi quattro voltametri in serie ed in ogni voltametro, uno dei due elettrodi di platino avea tal superficie che con correnti sino a 2 ampère non dava alcuna decomposizione apparente. Gli altri elettrodi avevano le superficie qui indicate:

Voltametro	I	= 0,5110	centimetri	quadrati
"	II	= 0,7386	"	"
"	III	= 1,5606	"	"
"	IV	= 3,0156	"	"

Come ho già fatto notare, questi elettrodi erano formati da lamine di platino strette fra due lastre di vetro, una delle quali portava un foro conico bene arrotato, avente l'area voluta. In tal modo non si avevano a temere variazioni nella superficie attiva dell'elettrodo quando il liquido del voltametro si riscaldava notevolmente, come avviene durante l'elettrolisi colle correnti alternanti.

Incominciai l'esperienza con una intensità di 1.6 ampère circa, in modo che tutti i voltametri non davano sviluppo di gas che sull'elettrodo misurato; all'altro elettrodo dei voltametri I e II si notava sviluppo abbondante di gas, nel voltametro III si avea mediocre sviluppo, nel IV debole sviluppo. Dopo circa 17 minuti la lamina attiva del voltametro IV era coperta da uno strato di polvere grigia e su essa cessava la decomposizione elettrolitica: notavo allora la differenza di potenziale ai poli dei voltametri e l'intensità della corrente, nonchè l'indicazione del voltmetro a specchio.

Dopo circa 23 minuti anche il voltametro III cessava di dare sviluppo di gas. Io osservava di nuovo l'intensità della corrente e la differenza di potenziale ai poli dei voltametri. Ed intanto l'osservazione contemporanea del wattmetro mi dava una differenza del 38,9 % fra i volt×ampère ed i watt.

Diminuendo allora l'intensità totale anche al terzo voltametro scompare l'elettrolisi ed il rapporto fra l'energia apparente consumata e quella realmente spesa va aumentando giungendo sino al 49.3 %.

Nella seguente tabella ho riuniti tutti i dati relativi a questa serie di esperienze. I simboli in testa alle colonne hanno il medesimo significato che nella tabella precedente.

Numero	I	I′	E	EI′	W	W′	V×A	$\frac{V\times A}{W'}$	$100\,\frac{V\times A - W'}{V\times A}$	Superficie totale attiva in cm. q.	Numero dei voltametri che sviluppavano
1	1,588	1,477	28,216	41,675	29,731	28,911	40,855	1,41	29,2	5,826	4 abbondante decomposizione
2	1,592	1,481	28,164	41,711	29,531	28,706	40,886	1,42	29,8	"	4 id.
3	1,603	1,494	27,730	41,429	29,241	28,402	40,590	1,43	30,0	"	4 id.
4	1,619	1,510	27,585	41,653	29,149	28,292	40,796	1,43	30,7	"	4 id.
5	1,619	1,510	27,730	41,872	29,104	28,247	41,015	1,45	31,1	"	4 id.
6	1,617	1,508	27,730	41,817	29,104	28,249	40,962	1,45	31,0	"	4 id.
7	1,648	1,547	25,558	39,538	27,358	26,458	38,638	1,46	31,5	"	4 minore decomposizione
8	1,609	1,514	24,032	36,384	24,849	23,987	35,522	1,48	32,5	"	4 poco "
9	1,693	1,610	21,175	34,092	21,430	20,455	33,117	1,62	38,2	2,810	3 debole "
10	1,707	1,620	22,057	35,632	22,225	21,238	34,745	1,64	38,9	1,250	2 poco "
11	0,519	0,482	9,423	4,542	2,346	2,259	4,455	1,97	49,3	0,511	1 appena "
12	0,524	0,487	9,391	4,573	2,392	2,303	4,484	1,95	48,6	0,511	1 id.
Numero d'alternazioni medio 85,5 per 1″											

Si vede adunque che con una corrente di 1.58 ampère circa, quando in ogni voltametro uno degli elettrodi dà una decomposizione elettrolitica apparente vi è una differenza fra l'energia reale e l'energia apparentemente spesa nei voltametri che riferita al totale dell'energia apparente dà circa il 29 $^0/_0$, man mano che gli elettrodi si coprono di platino pulverulento, e che lo sviluppo dei gas dell'acqua diminuisce, questa differenza aumenta sino a giungere al 38.9 $^0/_0$ (esperienza 10). Riducendo l'intensità della corrente a circa 0.5 ampère, variando la resistenza del circuito esterno ai voltametri, per modo che solo in uno di essi avesse luogo una decomposizione gassosa appena percettibile, la percentuale si eleva ancora raggiungendo le cifre di 49.3 e 48.6 $^0/_0$.

Ho citato questa seconda serie di esperienze per dimostrare, a differenza della prima serie, che se anche si lasci sensibilmente costante, o si faccia variare fra limiti molto ristretti, l' intensità della corrente che attraversa i voltametri, ma si diminuisca in più larga misura la differenza di potenziale ai loro poli, si ottiene un aumento sempre crescente nel rapporto percentuale fra l'energia apparente e quella realmente spesa nei voltametri.

Nel corso di queste esperienze feci anche delle misure eudiometriche sulle quantità di gas svolto nelle varie fasi dell'elettrolisi. Non credo utile di riferire qui queste misure, essendo sufficienti per illustrare i ragionamenti fatti nel capitolo precedente, le indicazioni date nella colonna delle osservazioni, ed il semplice esame dei fenomeni osservati. Inoltre il modo di calcolare le quantità di gas svolto nell'elettrolisi dell'acqua colle correnti alternanti, come fu fatto da Kelley e da altri, non è

esatto, non raccogliendosi nell'eudiometro i gas dell'acqua, ma un miscuglio molto più ricco d'idrogeno. L'esame di questa nuova e molto complessa questione, esame che mi riservo di fare più tardi, sarebbe ora fuor di luogo e mi trarrebbe troppo lungi dal tema che ho voluto trattare.

Le esperienze qui riferite dimostrano l'esistenza di una differenza di fase molto notevole fra le due funzioni che rappresentano l'andamento dell'intensità della corrente e della differenza di potenziale ai poli dei voltametri percorsi da correnti alternanti.

La differenza fra il prodotto volt×ampère e le indicazioni del wattmetro è la conseguenza di questo spostamento di fase. Cosicchè per effetto della polarizzazione che ha luogo nei voltametri, si vengono a produrre nei circuiti percorsi da correnti alternanti gli stessi effetti che sono dovuti all'induzione, ciò che aveamo già messo in evidenza coi ragionamenti fatti nel capitolo precedente.

L'aumento dell'energia apparente sulla reale, quando viene a diminuire la quantità di elettrolite decomposto, si spiega facilmente ed è una conseguenza dei principii esposti.

Per facilitare il ragionamento riterremo sempre che la funzione data a pag. 15, e che dinota l'andamento della polarizzazione, sia valida anche per polarizzazioni elevate. Così non essendo è facile però di vedere che i ragionamenti che stiamo per fare sarebbero sempre esatti, basta sostituire alla funzione sinusoidale la funzione qualsiasi seguita dalla polarizzazione.

Abbiamo già stabilito che la differenza di potenziale esistente in ogni istante ai poli di un voltametro percorso da correnti alternanti, risulta dalla differenza di potenziale che si avrebbe agli estremi di una resistenza uguale a quella del voltametro priva d'induzioni, di condensatori, e di conduttori della seconda classe, sommata col valore che assume in ogni istante la forza elettromotrice di polarizzazione. Ora l'andamento della prima funzione è sinusoidale e sincrono coll'andamento dell'intensità; l'andamento della seconda non è sinusoidale che quando nel voltametro non v'è decomposizione; è composto invece di porzioni di sinusoidi raccordate a linee rette parallele all'asse delle ascisse nel caso in cui si abbiano decomposizioni elettrolitiche.

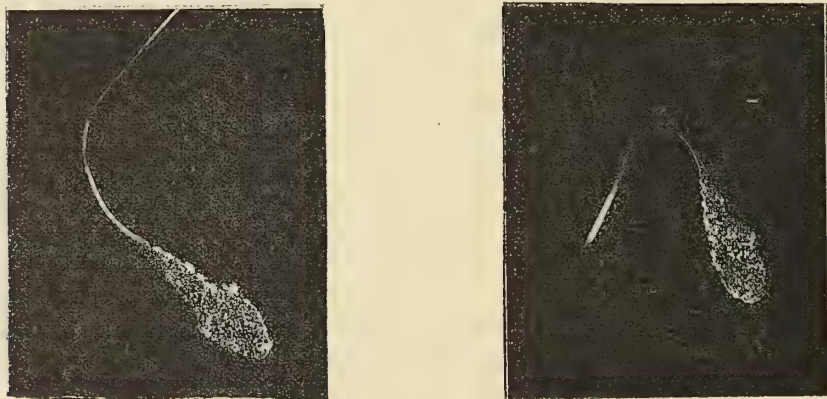
La risultante dei due andamenti, della differenza di potenziale e della polarizzazione sarà, nel caso in cui non si abbiano decomposizioni elettrolitiche, una nuova sinusoide come la V V′ V″, (fig. 1) la quale è la risultante delle due sinusoidi O B T, P P′ P″, ed in questo caso la fase della V V′ V″ si troverà ad avere il massimo spostamento rispetto alla fase dell'intensità che è rappresentata dalla O A T. Se per aumento di densità di corrente sugli elettrodi, o per diminuito numero d'alternazioni, si incomincia ad avere una decomposizione elettrolitica e questa venga poi man mano a crescere, la sinusoide, O B T, sincrona colla O A T (fig. 1), dovrà essere combinata colla C M N (fig. 2), poi colla C′ M′ N′, e così di seguito, sicchè la risultante non sarà più una sinusoide, ma una curva deformata la cui fase sarà tanto più vicina alla fase dell'intensità quanto maggiori sono i tratti rettilinei MN, M′ N′ ecc., cioè quanto maggiore è la quantità di elettrolite decomposto.

Nel caso limite, cioè quando l'elettrolisi con correnti alternanti desse egual quantità di elettrolite decomposto che una corrente diretta di uguale intensità, le curve simili alla C M N si confonderebbero coll'asse delle ascisse O T e la fase della V V′ V″

risulterebbe sincrona colla fase dell'intensità. In tal caso limite l'energia apparente spesa nel voltametro sarebbe uguale all'energia realmente in esso consumata.

Man mano che diminuisce la quantità di elettrolite decomposto per effetto di variazione della densità di corrente o del numero d'alternazioni, la fase della curva dinotante la differenza di potenziale totale ai poli del voltametro va sempre più e più allontanandosi dalla fase dell'intensità, e questa differenza fra le due fasi raggiunge il suo massimo quando è cessata ogni decomposizione elettrolitica nel voltametro, quando cioè la polarizzazione segue un andamento perfettamente sinusoidale, come la P P′ P″.

Esiste una grande analogia fra un trasformatore elettrico a correnti alternanti ed un voltametro percorso da correnti alternanti. Sulla corrente che attraversa questi due apparecchi esercita la medesima influenza, nel primo la resistenza del circuito secondario del trasformatore, nel secondo la quantità di elettrolite decomposto nel voltametro. Quando la resistenza esterna nel circuito secondario di un trasformatore è zero, quando la differenza fra la quantità di elettrolite decomposto da una corrente alternante e da una corrente diretta di pari intensità è nulla, le fasi della differenza di potenziale e dell'intensità sono sincrone o vicinissime al sincronismo. Quando la resistenza esterna del circuito secondario di un trasformatore è infinita, quando la decomposizione elettrolitica non può più aver luogo nel voltametro la differenza fra le due fasi raggiunge il massimo.

Lo stesso può dirsi per la differenza fra l' energia apparente e l' energia realmente consumata nei due apparecchi, come è dimostrato per i trasformatori dalle misure del Ferraris (¹) e per i voltametri da quelle che ho sopra riferite.

Decomposizione dei sali fusi.

Per avere decomposizione elettrolitica colle correnti alternanti non è necessario che gli elettroliti siano sciolti nell'acqua od in altro solvente. I sali fusi si decompongono facilmente colle correnti alternanti e l'elettrolisi così ottenuta segue la legge della densità di corrente.

È questo il miglior modo per produrre la decomposizione dei sali colle correnti

(¹) Mem. R. Acc. Scienze Torino. II vol. XXXVII.

alternanti, perchè quando si decompongono i sali disciolti nell'acqua, il deposito metallico riesce sempre ossidato per l'ossigeno proveniente dalla decomposizione dell'acqua. Io sperimentai sopra il cloruro di argento, sul nitrato d'argento, sul ioduro di potassio e sul cromato di piombo e non potei ottenere che la decomposizione dei due primi sali. Posto il sale in un crogiuolino di porcellana, dopo averlo fuso v'introducevo per elettrodi un filo di platino della superficie di 0,69 centimetri quadrati, ed una lamina pure di platino della superficie di 8.44 centimetri quadrati, e facevo attraversare il voltametro da una corrente alternante, con 85-86 alternazioni per secondo con intensità crescente sino a 25 ampère.

Il cloruro d'argento, una volta fuso mediante un fornello, resta fuso per azione della corrente ma non accenna a decomporsi. Aumentando gradatamente l'intensità della corrente, si giunge ad un punto in cui dall'elettrodo di minor superficie parte una miriade di particelle incandescenti accompagnate da sprazzi di viva luce bianca. Dopo raffreddata la massa, sciogliendo tutto il cloruro d'argento nel cianuro potassico, si trova al fondo del crogiolo un bel deposito d'argento metallico di struttura cristallina.

Il nitrato d'argento invece con correnti anche di piccola intensità incomincia a decomporsi dando sviluppo di ipoazotide. Con due laminelle di platino di ugual superficie si vede il precipitato d'argento metallico e lo sviluppo di ipoazotide formarsi su ambedue gli elettrodi; con elettrodi di diverse superficie il precipitato non si forma che su quello di minor superficie. Si possono così ottenere dei bellissimi alberi di argento, come si vede dalla riproduzione che qui unisco. In questo caso si ottiene un deposito di argento cristallino e splendente come quando si ottiene per elettrolisi colle correnti dirette.

L'intervento del solvente non è adunque necessario per avere la decomposizione elettrolitica colla corrente alternante, anzi questa riesce assai più facilmente, almeno per il nitrato e pel cloruro d'argento, se il sale è fuso.

Esperienze con correnti dirette interrotte.

È noto che il platino è il solo metallo che resta inattaccato quando sia impiegato quale elettrodo per elettrolizzare l'acqua mediante correnti dirette, mentre facendo uso di elettrodi di altri metalli vedesi l'elettrodo positivo coprirsi di uno strato nero o bruno, il quale dopo aver raggiunto un certo spessore finisce per arrestare lo sviluppo dell'idrogeno intorno all'elettrodo negativo, dopo di che si vede disciogliersi lo strato di polvere bruna formatosi intorno all'elettrodo positivo ed infine l'elettrodo stesso essere fortemente attaccato [1]. Si può così arrivare sino al completo discioglimento dell'elettrodo positivo, ma tale operazione richiede sempre un tempo abbastanza lungo. L'oro pure segue questa legge, ricoprendosi di polvere rosso scuro al polo positivo. Il solo platino resta brillante e splendente ai due poli, anche per correnti di durata assai lunga.

Invece nell'elettrolisi colle correnti alternanti, lo strato di polvere bruna non tarda a mostrarsi, su ambedue gli elettrodi di platino, anche impiegando correnti deboli. Vi è dunque nel platino un modo diverso e caratteristico di comportarsi colle correnti dirette e colle alternanti. Questa diversità sparisce quando si adoprano invece di cor-

[1] Planté, l. c., pag. 10 e seg.

renti dirette continue, delle correnti dirette rese alternanti mediante un adatto commutatore, od ancora, e ciò è più importante, quando si hanno correnti dirette di breve durata e si faccia sì che il voltametro resti chiuso in corto circuito ogniqualvolta che è cessata una corrente, e sino a che incomincia la successiva.

Per studiare questo fatto disposi l'apparecchio seguente. Un interruttore a bilancia (Wippe) composto di sei pozzetti di mercurio disposti su due file, avea per parte mobile una lastra di ebonite con sopra tre pezzi di filo di rame fra loro indipendenti, terminati da sei punte A A′ B B′ O O′; facendo oscillare la lastra di ebonite sulle due punte OO′ (fig. 4) si potea ottenere sia l'immersione delle punte AA′, sia l'immersione delle punte BB′ nei rispettivi pozzetti di mercurio. I fili di platino di un voltametro ad acqua acidula facevano capo ai pozzetti posti sotto le punte AA′, una derivazione presa dai poli di una dinamo a corrente diretta Δ giungeva dopo di aver attraversato una resistenza R ai pozzetti sotto OO′ sicchè per una semi oscillazione dell'interruttore la corrente passava pel voltametro, per l'altra semi oscillazione questo era chiuso in corto circuito mediante il filo BB′ corto e grosso potendo la corrente percorrere due fili fissi, segnati con linea tratteggiata nella figura e che riunivano il pozzetto A con B, il pozzetto A′ con B′. Quest'interruttore a bilancia veniva mosso da un piccolo motore elettrico, cui era applicato un contagiri per poter conoscere dopo un certo tempo il numero di correnti che aveano attraversato il voltametro ed il numero delle successive chiusure in corto circuito. Il motore produceva circa 70 interruzioni in un minuto. Con questo apparecchio ottenni i seguenti risultati.

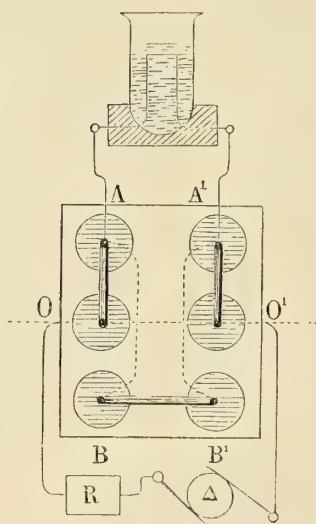



Fig. 4

Voltametro a fili di platino:

Polo positivo 125 mm. quad. di superficie totale;

Polo negativo 12,5 mm. quad. di superficie totale.

Intensità della corrente continua 0,171 ampère.

Dopo 18 060 oscillazioni trovo l'elettrodo negativo ricoperto di una patina color sepia, perfettamente uguale a quella che si ottiene colle correnti alternanti. L'elettrodo positivo è lucido e bello.

Rovescio i poli per vedere se la densità diversa di corrente possa avere avuto influenza su questo risultato.

Voltametro a fili di platino:

Polo positivo 12,5 mm. quad. di superficie totale;

Polo negativo 125 mm. quad. di superficie totale.

Intensità della corrente continua 0,164 ampère.

Dopo 20 296 oscillazioni trovo l'elettrodo negativo coperto dello strato color sepia ed il positivo brillante e lucido. Dunque l'annerimento ha sempre luogo al polo negativo, ossia è dovuto all'azione dell'idrogeno, e la diversa densità di corrente sui due elettrodi non ha alcuna influenza su questo annerimento.

Gli stessi fenomeni si ottengono adoprando elettrodi di ugual superficie, elettrodi di superficie piccolissima, od anche di superficie molto grande, ove la densità di corrente sia inferiore a 0,01 di ampère per centimetro quadrato.

Con elettrodi d'oro si ottiene al polo positivo la formazione di polvere rossa come si ha colle correnti dirette continue, ma oltre a ciò impiegando queste correnti continue interrotte seguite dalla chiusura in corto circuito del voltametro, si vede apparire al polo negativo un deposito di materia spugnosa nera che colle corrrenti continue non si ottiene.

Infatti un voltametro con due elettrodi d'oro percorso da un'intensità di corrente di 0,291 ampère, l'elettrodo positivo del peso di 191 milligrammi è completamente distrutto dopo 17 640 interruzioni. L'elettrodo negativo si trova coperto di una materia nera spugnosa, tolta la quale veggo che l'elettrodo ha perduto millig. 5,1 del suo peso.

Invece con due elettrodi di platino trovo che mentre è sempre l'elettrodo negativo quello che annerisce, la perdita di peso è invece sopportata dal positivo. Infatti dopo 65 172 interruzioni, mentre il positivo ha perduto 4,2 millig., il negativo non accusa alcuna diminuzione di peso. L'intensità di corrente era di circa 0,163 ampère.

Queste esperienze duravano uno o più giorni e la misura dell'intensità della corrente io non poteva farla che due volte ogni 24 ore, sicchè le intensità che ho notato sono la media di queste osservazioni.

In queste esperienze non si ottiene alcun risultato, come abbiamo già detto, se non alla condizione che dopo avere interrotto la corrente diretta, si chiuda il voltametro in corto circuito. Impiegando il medesimo apparecchio riprodotto schematicamente nella fig. 4, ma avendo tolto il filo fra B e B', dopo 60 720 interruzioni con corrente di 0,161 ampère, ritrovai i fili di platino ambedue splendenti alla superficie. Collocato di nuovo a posto il filo B B', dopo 4 420 oscillazioni della lastra d'ebonite appare già l'annerimento dell'elettrodo negativo.

Il voltametro deve avere i fili di platino saldati nel vetro e chiusi nella parte esterna in un blocco di paraffina, poichè basta il più piccolo velo di acqua acidula sulla superficie esterna del voltametro, per far apparire l'annerimento sull'elettrodo negativo, annerimento dovuto alla scarica del voltametro che in questo caso ha luogo attraverso al velo liquido che riunisce i due elettrodi.

Quest'esperimento ci fa vedere che per riprodurre quello stato caratteristico che presentano gli elettrodi di platino nell'elettrolisi dell'acqua con correnti alternanti, non è necessario di avere delle correnti dirette rese alternanti mediante un commutatore, ma che invece è sufficiente di avere sopra l'elettrodo negativo una polarizzazione, che pur mantenendo sempre il medesimo segno, sia periodicamente e rapidamente crescente e decrescente.

Polarizzazione prodotta dalle correnti alternanti.

Come conseguenza di questi ragionamenti deve dedursi il fatto che le correnti alternanti debbono dar luogo alla polarizzazione di ogni singolo elettrodo di un voltametro, sia nel caso che la corrente abbia densità e numero d'alternazioni tale da fare

apparire i prodotti dell'elettrolisi, sia anche nel caso contrario, sicchè dovrà pure aversi una polarizzazione complessiva dei due elettrodi, che varierà d'intensità e di segno secondo che varia la densità della corrente su ciascun elettrodo.

E questo, almeno per quanto riguarda l'elettrolisi dell'acqua ed elettrodi d'oro e di platino, ho veduto pienamente confermato dalle mie esperienze.

Un ordinario voltametro con acqua acidula al 31 % era disposto in modo che si potessero agevolmente cambiar le due lamine che ne compongono gli elettrodi, mentre un commutatore a bilancia (Wippe) permetteva di porli in comunicazione, sia con un trasformatore a correnti alternanti, sia con un galvanometro di Thomson di grande sensibilità munito del suo *shunt*. Nel circuito si trovavano altresì un elettrodinamometro e delle resistenze prive d' induzione, che io poteva variare a piacere. Chiudendo il voltametro sulla corrente alternante potevo ottenere un' elettrolisi ben visibile se davo una sufficiente densità alla corrente, oppure, per densità più piccole, gli elettrodi non mostravano bolle di gas alla loro superficie. Il numero di alternazioni della dinamo poteva ritenersi come costante, variando da 83 ad 85 alternazioni al secondo.

Il modo di sperimentare era il seguente. Faceva prima passare per il voltametro una corrente alternante di nota intensità e per un certo tempo, chiudeva poi il voltametro sul galvanometro ed osservava sempre una forte deviazione dopo la quale l'ago non tornava a zero che lentamente.

Riferirò qui alcune delle esperienze fatte.

Chiamando A e B i due elettrodi del voltametro, prendiamo per deviazione + quella che si otterrebbe quando, nel caso di una pila a gas di Grove, l'elettrodo A fosse quello coperto d'idrogeno, e per deviazione — quella che si otterrebbe quando invece l'elettrodo B fosse coperto d'idrogeno.

1 = Elettrodi di platino di 0,2 mm. dì spessore: elettrodo A = 900 mm. quadrati (contati sopra una sola faccia).

Elettrodo B = 150 mm. quadrati.

Durata della carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi	Durata della scarica	Osservazioni
30″	2,10	+ 0,60	discreto sviluppo	torna lentamente a zero	
15	2,10	+ 0,57	id.	id.	
15	2,10	+ 0,45	id.	id.	
15	2,10	0	poco sviluppo	—— ——	Gli elettrodi cominciano ad annerirsi
10	2,10	+ 0,30	discreto sviluppo	torna lentamente a zero	id.
30	3,5	+ 1,50	id.	id.	id.

Il voltametro si dimostra dunque polarizzato, come se uno strato d'idrogeno fosse sulla lamina A, cioè su quella di maggiore superficie e dove la corrente ha una densità sei volte minore che sull'altra.

Le lamine di platino dopo un certo tempo cominciano ad annerirsi: per impedire la formazione di questo strato nero sul platino, ripulisco e brunisco ogni volta, con una pelle, gli elettrodi.

Cambio posto agli elettrodi.

2 = Elettrodo A = 150 mm. quadrati.
Elettrodo B = 900 mm. quadrati.

Durata della carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi	Durata della scarica	Osservazioni
15″	3,5	— 1,20	discreto sviluppo	torna lentamente a zero	Ripulisco gli elettrodi
15	3,5	— 0,93	id.	id.	Ripulisco
15	3,5	— 0,90	id.	id.	Ripulisco
15	3,5	— 0,90	id.	id.	

3 = Cambio ancora posto agli elettrodi.
Elettrodo A = 900 mm. quadrati.
Elettrodo B = 150 „

Durata della carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi	Durata della scarica	Osservazioni
15″	3,5	+ 1,5	discreto sviluppo	torna lentamente a zero	Ripulisco gli elettrodi
15	3,5	+ 1,5	id.	id.	

Dunque cambiando posto all'elettrodo di minor superficie, la deviazione cambia segno ed è sempre quella che si avrebbe se l'elettrodo di maggiore superficie fosse coperto da uno strato d'idrogeno. Inoltre se gli elettrodi vengono ogni volta ben bruniti, la corrente di scarica resta sensibilmente costante.

4 = Dispongo nel voltametro lamine di platino uguali.
Elettrodo A = 900 mm. quadrati.
Elettrodo B = 900 „

Durata della carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi	Durata della scarica	Osservazioni
15″	3,75	— 0,12	poco sviluppo	galvanometro turbato	Elettrodi ben bruniti
15	3,75	+ 0,18	id.	si muove a sbalzi	Gli elettrodi visibilmente anneriti
15	3,75	0	id.	id.	id.
20	3,75	+ 0,33	id.	id.	id.
20	3,75	— 0,24	id.	id.	id.
20	3,75	— 0,90	id.	id.	id.

Da elettrodi di ugual superficie ottenni dunque correnti ora in un senso ora nell'altro. Questa incostanza deve essere attribuita allo strato di polvere nera da cui erano ricoperti.

L'esperienza seguente dimostra appunto che se vi è un forte strato di polvere nera alla superficie degli elettrodi, l'elettrodo di maggior superficie si comporta ora come elettrodo + ora come elettrodo —.

5 = Elettrodo A = 900 mm. quadrati.

Elettrodo B = 150. „

Faccio prima passare a lungo la corrente alternante nel voltametro, sino a che gli elettrodi siano coperti di uno strato abbondante di polvere nera, poi lascio in riposo per qualche ora, prima di fare l'esperienza.

Durata della carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi	Durata della scarica	Osservazioni
15″	3,50	+ 0,6	galvanometro inquieto	elettrodi coperti da un fitto strato di polvere bruna	
15	3,50	+ 0,30	procede a sbalzi		Lo strato di polvere nera aumenta
15	3,50	— 0,45	id.		id.
14	3,50	+ 0,60	id.		id.
15	3,50	0	id.		id.
15	3,50	+ 0,30	id.		id.
15	3,50	— 1,50	id.		id.
15	3,50	+ 1.50	id.		id.

Vedesi che le deviazioni positive, cioè nel senso avutosi nelle esperienze precedenti, sono in maggior numero, ma due deviazioni risultano negative ed una volta non si ebbe affatto corrente di scarica, nonostante la grande differenza nella densità della corrente su i due elettrodi.

Queste esperienze dimostrano adunque che gli elettrodi dei voltametri percorsi da corrente alternante sono polarizzati, e che la corrente di polarizzazione, quando gli elettrodi hanno superficie diversa e vengono mantenuti ben bruniti, ha direzione costante come quella che si otterrebbe se la lamina di maggior superficie fosse coperta di idrogeno.

Debbo far osservare che se si fa uso di un galvanometro perfettamente aperiodico per misurare l'intensità della corrente di polarizzazione, si trova che in generale nel primo istante della chiusura del voltametro sul galvanometro si ha una corrente di polarizzazione di segno contrario a quella definitiva, la quale, come è dimostrato dall'esperienza seguente, ha talvolta una durata molto apprezzabile. Ciò vuol dire che sull'elettrodo di minor superficie, sul quale la densità di corrente è maggiore che sull'altro, la polarizzazione è più intensa ma di molto minor durata che quella che si trova sull'elettrodo di superficie maggiore.

Esame della durata della corrente di scarica.

6 = Elettrodo A = 150 mm. quadrati.

Elettrodo B = 900 "

Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Durata della scarica dopo la chiusura del voltametro sul galvanometro	Stato degli elettrodi
15″	3,0	— 2,10	0″	Si forma polvere nera
		0,90	15	
		0,30	30	
		0,15	45	
		0,06	60	
15″	3,0	— 1,80	0″	Lo strato nero è aumentato
		0	15	
		0	30	
		0	45	
		0	60	Ripulisco gli elettrodi
15″	3,0	— 2,10	0″	Si forma nuovo velo nero
		1,80	15	
		0,60	30	
		0,15	45	
		0	60	
15″	3,0	0	0″	Lo strato nero è aumentato
15″	3,0	+ 2,40	0″	Lo strato nero è molto spesso, non si ha più sviluppo ai due elettrodi
		0	15	
		0	30	
15″	0,5	+ 1,50	0″	
		0	15	
		0	30	
15′,	0,5	+ 1,80	0″	
		0	15	
		0	30	
20″	0,5	+ 1,50	0″	
		0	15	
		0	30	
15″	1,0	+ 1,20	0″	Ripulito l'elettrodo A e lasciato B coperto di polvere nera
		0	15	
		0	30	
10″	3,0	— 1,80	0″	Ripulisco ambedue gli elettrodi
		0,90	15	
		0,90	30	

Questa esperienza dimostra che con elettrodi ben ripuliti la polarizzazione dura a lungo decrescendo abbastanza lentamente, mentre il segno della corrente di scarica è quello già trovato nelle altre esperienze.

Ma non appena gli elettrodi cominciano a ricoprirsi di uno strato polverulento, la corrente di scarica ha segno variabile.

Con due elettrodi d'oro si ottengono analoghi risultati.

7 = Elettrodo d'oro A = 200 mm. quadrati.
Elettrodo d'oro B = 600. „

Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Durata della scarica dopo la chiusura del voltametro sul galvanometro	Stato degli elettrodi
15″	1,0	— 2,40	0″	Copronsi di polvere bruna
		0,30	15	
		0,06	30	
		0,03	45	
15″	1,0	— 0,09	0″	Non si vede più sviluppo che all'elettrodo A
		0	15	
		0	30	
15″	1,1	— 1,50	0″	Non sviluppa più nè A nè B
		0	15	
		0	30	
15″	0,55	— 2,40	0″	Lo strato di polvere bruna aumenta
		0	15	
		0	30	
15″	0,53	— 1,70	0″	
		0	15	id.
		0	30	
15″	0,53	— 0,60	0″	
		0	15	id.
		0	30	
15″	0,50	+ 1,20	0″	
		0	15	id.
		0	30	
15″	0,50	— 0,60	0″	
		0	15	id.
		0	30	
15″	0,52	— 1,80	0″	
		0	15	id.
		0	30	
15″	0,55	— 1,60	0″	
		0	15	id.
		0	30	

Si vede da queste cifre che l'oro si comporta in modo affatto identico al platino. Sinchè gli eletrodi sono ben tersi, la polarizzazione ha il medesimo segno che nelle altre esperienze e dura abbastanza a lungo. Non appena si forma uno strato di polvere bruna sugli elettrodi, la corrente di scarica è di brevissima durata e talvolta cambia anche di segno.

Con elettrodi d'oro di ugual superficie non si ha, in generale, deviazione al galvanometro, ma se essi sono coperti di polvere bruna si vede una deviazione ora in un senso ora nell'altro.

Esaminando un voltametro avente per elettrodi una lamina d'oro ed una di platino si hanno i risultati seguenti:

8 = Elettrodo d'oro A = 600 mm. quadrati.
Elettrodo di platino B = 600 „

Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi
10″	3,50	— 2,10	Sono ambedue coperti di polvere nera
10	3,47	+ 1,50	
10	3,50	+ 0,90	
10	3,52	0	Lo strato aumenta
10	3,52	+ 0,30	
10	3,50	2,10	
10″	3,50	+ 1,50	Ripulisco gli elettrodi
10	3,50	+ 1,80	
10	3,50	+ 0,30	id.
10	3,47	+ 1,20	id.
15	3,50	+ 0,20	id.
30″	3,50	— 1,20	Cambio posto agli elettrodi
60	3,50	— 0,6	Ripulisco

Si noti che il cambiamento di segno nella terza serie di cifre, corrisponde al cambiamento di posto degli elettrodi. Nelle due prime serie si aveva una scarica di circa un minuto di durata, nella terza serie invece, la corrente di scarica era molto più breve. Vedesi altresì che, con lamine ben terse, l'oro funziona da elettrodo ricoperto d'idrogeno.

Due elettrodi d'argento non danno alcuna polarizzazione sia a superficie uguale, che a superficie disuguale. Si coprono di polvere grigia e lo sviluppo dei gas elettrolitici incomincia molto tardi, cioè quando la densità di corrente è di 1,60 ampère per cm. quadrato, con 85 alternazioni al secondo.

Due elettrodi di stagno non danno polarizzazione in nessun caso.

Un elettrodo d'argento ed uno di stagno danno una polarizzazione ma di breve durata.

9 = Elettrodo di stagno A = 1025 mm. quadrati.

Elettrodo d'argento B = 1029. "

Il galvanometro per effetto della copia Ag — Sn accusa una corrente permanente di + 0,60 milliampère.

Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Durata della scarica dopo la chiusura del voltametro sul galvanometro	Stato degli elettrodi
10″	7,05	+ 1,80		Non v'è sviluppo. Ag si copre di polvere grigia, Sn di polvere nera
10″	7,05	+ 2,55	0″	
		0,60	30	
		0,60	50	
10″	7,05	+ 2,40	0″	Ripulisco gli elettrodi
		1,35	30	
		1,20	60	
		0,90	90	
		0,84	120	
		0,75	150	
		0,69	180	Il galvanometro si arresta a 0,69
		0,69	210	
30″	7,05	+ 2,40	0″	Elettrodi non ripuliti
		1,33	30	
		0,90	60	
		0,70	90	Il galvanometro si arresta a 0,70
15″	8,50	+ 0,90	0″	Si vede leggero sviluppo di gas
		0,70	30	
		0,70	66	Il galvanometro si arresta a 0,70

Questa tabella dimostra che per elettrodi di stagno e di argento la deviazione non cambia segno anche se le lastre sono coperte di uno strato pulverulento. Lo stagno figura sempre, rispetto all'argento, come elettrodo ricoperto d'idrogeno.

Due elettrodi di rame non danno alcuna polarizzazione con densità di corrente sino a 1,10 ampère per cm. quadrato, nè a superficie disuguale nè a superficie uguale. Si coprono di polvere rossa.

Un elettrodo di rame ed uno di alluminio non danno alcuna polarizzazione con densità di corrente sino a 0,55 ampère per cm. quadrato.

Due elettrodi di zinco danno una debole polarizzazione:

10 = Elettrodo di zinco A = 900 mm. quadrati.

Elettrodo di zinco B = 150 "

Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi
10″	0,5	+ 0,30	Si coprono di polvere bianca
10	3,5	+ 0,30	

Due elettrodi di piombo uguali non danno alcuna polarizzazione con densità di corrente sino a 0,85 ampère per centimetro quadrato e per una carica della durata di 15 secondi.

Elettrodi disuguali di piombo non danno alcuna polarizzazione anche se s'impieghino correnti di grande densità. Credo opportuno di dare alcune cifre per dimostrare, a differenza di quanto avviene colle correnti dirette, che con elettrodi di piombo sia che non si abbia decomposizione, sia che si abbia abbondante sviluppo di gas, non si ritrova alcuna polarizzazione.

11 = Elettrodo di piombo A = 900 mm. quadrati.

Elettrodo di piombo B = 150 "

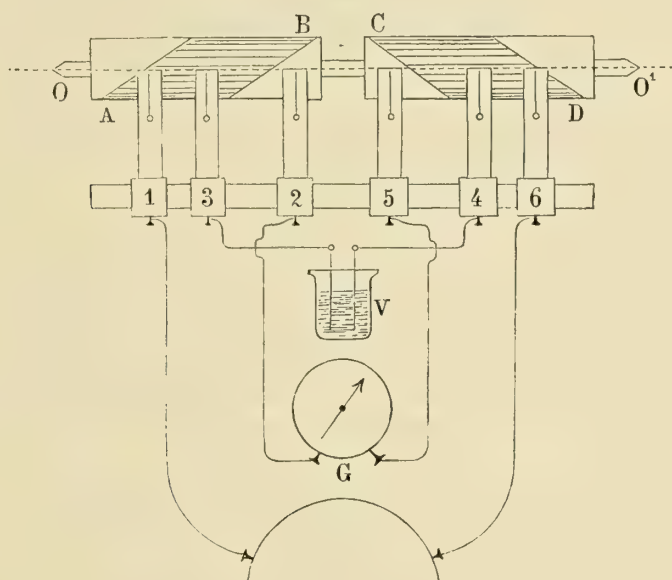
Carica	Intensità della carica in ampère	Corrente di scarica in milliampère	Stato degli elettrodi
15″	3,5	0	Sviluppo abbondante e regolare
15	3,5	0	
15	3,6	0	
5	0,5	0	Non v'è sviluppo
5	7,7	0	Sviluppo abbondantissimo
10	7,7	0	id.

Da tutte queste esperienze risulta che, facendo uso di elettrodi di platino o d'oro, l'esistenza di una polarizzazione per effetto delle correnti alternanti si trova pienamente confermata. Facendo uso di elettrodi di altri metalli o si ottengono risultati conformi

a quelli dati dai metalli nobili, o non si ottiene alcuna polarizzazione, ciò evidentemente per l'effetto delle azioni secondarie che questi metalli sono capaci di fare.

Per misurare la resistenza dei liquidi si consiglia di far uso di correnti alternanti [1], e Kohlrausch ideò per questo scopo un apposito ponte di Wheatstone. Ora può dirsi invece che, almeno nei limiti delle mie esperienze, una polarizzazione può anche aver luogo e può raggiungere un valore considerevole.

Ciò era stato notato anche da Bouty e Foussereau [2] i quali, misurando la resistenza di liquidi servendosi di elettrodi di rame e facendo uso di una corrente alternante che aveva 100 alternazioni al secondo, trovarono una polarizzazione degli elettrodi, sicchè ricorsero a lastre di platino di un decimetro quadrato di superficie ed a correnti molto deboli.

Fig. 5

Raddrizzamento delle correnti alternanti mediante l'elettrolisi.

Dai fatti esposti nel precedente capitolo è facile dedurre che si può costruire mediante un voltametro contenente lamine di platino o d'oro di superficie disuguale, una specie di pila secondaria o di accumulatore a correnti alternanti. Siccome la scarica dopo pochi istanti è notevolmente diminuita, conviene caricare e ricaricare spesso il voltametro, ed allora si ottengono una serie di scariche tutte dirette nel medesimo senso; si ha così un vero e proprio raddrizzamento della corrente alternante.

Per dimostrare tal fatto feci uso di un interruttore ruotante così costruito: due cilindri di legno A, D (fig. 5) montati su di un medesimo asse OO′ erano rivestiti cia-

[1] Maxwell, Elect. and mag. I § 363 pag. 458.
[2] Journal de Physique vol. IV, p. 419.

scuno di un tubo d'ottone AB, CD tagliato alle due estremità obliquamente all'asse. L'asse O O′ poteva esser messo in rapida rotazione mediante una serie di rocchetti e di ruote dentate mosse da una manovella.

Sei spazzole di filo di rame, scorrevoli sopra una striscia di legno, venivano ad appoggiarsi sulle superfici dei cilindri. Durante la rotazione le spazzole 1, 2, 5, 6 potevano toccare le superfici metalliche per un tempo più o meno lungo, a seconda della posizione che loro davasi sulla striscia di legno; le spazzole 3 e 4 erano in permanente contatto colle superfici metalliche. A queste tre paia di spazzole facevano capo tre circuiti distinti; un voltametro ad acqua acidula veniva collegato alle spazzole 3 e 4, un galvanometro a specchio G, munito dal suo shunt, alle spazzole 2 e 5, una derivazione presa ai poli di un trasformatore a corrente alternante alle spazzole 1 e 6. Con questa disposizione, facendo ruotare l'asse OO′ inviava prima nel voltametro una corrente alternante di breve durata, poi scaricava la corrente di polarizzazione prodotta attraverso al galvanometro. La corrente di scarica dava un impulso all'ago del galvanometro, e questo sarebbe presto ritornato a zero, ma se la rotazione era abbastanza rapida si riusciva a trovare una velocità alla quale l'ago rimaneva stabilmente deviato.

Esaminate diverse coppie di metalli, quella che mi diede un miglior rendimento fu la coppia oro-platino delle dimensioni seguenti:

Elettrodo d'oro A = 300 mm. quadrati.
Elettrodo di platino B = 900 "

Facendo ruotare l'interruttore con una velocità da 5 a 10 giri al secondo e collocando il primo ed il secondo paio di spazzole in modo che il voltametro fosse chiuso sul galvanometro per $^3/_4$ di giro, e per poco meno di $^1/_4$ di giro sul trasformatore, ottenni delle correnti dirette che variavano da 14,10 milliampère sino a 47,00 milliampère. La corrente di carica poteva variare da 0,5 a 3 ampère senza dare un miglior risultato.

Per conoscere il valore della forza elettromotrice che produceva la corrente diretta che io misuravo col galvanometro G adoprato nel modo suddetto, soppressi la corrente alternante e facendo ruotare colla stessa velocità l'interruttore, sostituii in luogo della lamina d'oro, lamine di diversi metalli sino ad avere la medesima deviazione galvanometrica. Trovai così che una coppia formata di zinco non amalgamato e di platino dava molto prossimamente la stessa deviazione quando la soluzione di acido solforico nell'acqua avea il titolo del 12 $^0/_0$.

In questa esperienza un elemento zinco-platino era chiuso per 10 volte al secondo sul galvanometro; nell'intervallo fra due successive chiusure l'elemento rimaneva $^1/_4$ del tempo a circuito aperto.

La trasformazione della corrente alternante in una successione di correnti dirette come io la ho ottenuta, non dà certamente un buon rendimento, nè può dirsi un metodo pratico per raddrizzare le correnti alternanti, ma essa giova per provare l'esattezza dei principî esposti.

Non possedendo lamine di maggior superficie, non potei sperimentare se con superficie molto più grandi il rendimento di questa trasformazione divenisse migliore.

Distruzione degli elettrodi.

Il metallo di cui sono composti gli elettrodi subisce per l'azione elettrolitica una distruzione abbastanza rapida, sia nel caso in cui i prodotti dell'elettrolisi si svolgano liberamente, sia anche quando l'elettrolisi non è appariscente e niuna bolla di gas o niun deposito metallico si mostra alla superficie degli elettrodi. Tale fatto fu già notato da Schuller [1] che ne attribuisce la causa ad un composto che viene a formarsi col platino degli elettrodi.

La stessa cosa fu trovata da Drechsel [2], che decomponendo il carbaminato ammonico per via elettrolitica con elettrodi di platino e correnti alternanti, vide gli elettrodi fortemente attaccati con formazione di sali di platinammonio in parte solubili ed in parte insolubili.

Ciò fu pure osservato da Manoeuvrier e Chappuis [3] per fili di rame impiegati quali elettrodi nella decomposizione dell'acqua con correnti alternanti.

Disponendo molti voltametri ad acqua acidula e con elettrodi di diversi metalli in serie, facendoli così attraversare dalla stessa corrente alternante, si osserverà che dopo un tempo più o meno lungo tutti gli elettrodi sono ricoperti da uno strato di polvere che talvolta è polvere del metallo di cui l'elettrodo è composto, talvolta è un composto nuovo. Contemporaneamente lo sviluppo di gas diminuisce in quei voltametri che hanno un maggior strato di polvere sugli elettrodi, e finisce in alcuni per cessare del tutto. L'azione distruttiva però continua nonostante che lo sviluppo di gas sia cessato, sicchè dopo un certo tempo l'elettrodo è del tutto distrutto e si possono raccogliere sul fondo del voltametro sia la polvere del metallo che componeva gli elettrodi, sia quei composti insolubili che si sono formati.

Procuratomi una bella bacchetta d'iridio, trovai che, nonostante la sua estrema durezza, anche questo metallo viene distrutto dando copia di una polvere bruna.

Il carbone naturalmente segue la stessa sorte, dando luogo a curiosissime variazioni di colore e di aspetto del liquido elettrolizzato.

Costruendo dei voltametri ad acqua acidula aventi per elettrodi fili metallici di 0,5 mm. diametro e della lunghezza di tre centimetri, si ottiene la serie seguente ove primi figurano i metalli più facilmente distrutti. L'esperienza fu fatta con densità di corrente di 34 ampère per centimetro quadrato e con 85 alternazioni per secondo.

1°. Hg — Precipitato bianco abbondante.
2°. Pb — Polvere nera che si distacca e cade facilmente.
3°. Au — Polvere rossa: si distacca facilmente.
4°. Cd — Polvere nera aderente.
5°. Pd — Polvere bruna aderente,
6°. Ni — Id. id.
7°. Fe — Id. id.

(1) Wiedemann's Beiblätter 1887, vol. XI, pag. 55.

(2) Vedi Gerdes, *Ueber die bei der elektrolyse des carbaminsauren und kohlensauren ammons mit wechselströmen und platinelektroden entstehenden platinbasen.* Leipzig, 1882.

(3) Compt. rend. vol. CVII, p. 31.

8°. Sn — Polvere bruna aderente,

9°. Pt — Polvere color sepia poco aderente. La polvere si forma presto, ma il filo resiste molto ad essere distrutto.

10°. Al — Polvere bianca di mediocre aderenza.

11°. Ir — Polvere bruna poco aderente.

La distruzione degli elettrodi prodotta dalle correnti alternanti, qualunque sia la causa meccanica che la determina, fisicamente parlando, non è che l'effetto delle cariche e scariche rapide e ripetute cui sono sottoposti gli elettrodi.

È noto infatti che per avere nelle pile secondarie Planté una formazione di perossido di piombo e di piombo ridotto molto aderente e cristallino, occorre, dopo le prime cariche, lasciar la pila secondaria in riposo per ore e giorni a circuito aperto (1); se non si procede con queste cure, il deposito diviene polverulento e cade al fondo del vaso.

Così nel pratico maneggio degli accumulatori è noto che, se essi vengono sottoposti a cariche e scariche che superano una certa densità di corrente, le placche negative vengono ad essere rapidamente distrutte.

Lo stesso avviene nell'elettrolisi colle correnti alternanti. Infatti, supponendo di avere elettrodi di metalli che possono fissare i gas dell'acqua come il piombo, lo zinco, il rame ecc., questi vengono durante l'elettrolisi colle correnti alternanti ad esser caricati e scaricati un numero grandissimo di volte per secondo, e quindi il metallo ossidato e disossidato rapidamente dà, come nelle pile secondarie non lasciate in riposo, un deposito polverulento e caduco.

Ma se per i metali che possono fissare l'idrogeno e l'ossigeno, l'esempio delle pile secondarie di Planté può bastare a spiegare questo fatto in modo evidente, non si potrebbe accettare la stessa spiegazione per il platino il quale nell' elettrolisi colle correnti dirette non mostra cambiamenti alla superficie degli elettrodi nè al polo negativo nè al positivo. Orbene le esperienze che ho sopra descritte, fatte con correnti dirette interrotte, seguite poi dalla chiusura in corto circuito del voltametro, mostrano che anche il platino rientra in tal caso nella lègge comune. Per effetto di rapide ossidazioni e riduzioni il platino si ricopre, precisamente al polo negativo, di un bello strato di polvere color sepia, non molto aderente, e l'oro oltre al discioglimento dell'elettrodo positivo, che si ottiene anche nelle correnti dirette, mostra un annerimento dell'elettrodo negativo.

Discioglimento degli elettrodi nelle soluzioni saline.

Se si adoperano elettrodi di varî metalli in soluzione di diversi sali, gli elettrodi si disciolgono nel liquido durante l'elettrolisi colle correnti alternanti, come accade per l'elettrodo positivo nell'elettrolisi colle correnti dirette.

Nell' elettrolisi colle correnti alternanti se il liquido da elettrolizzare è una soluzione del medesimo metallo che forma l'elettrodo, il suo discioglimento può compensare la quantità di metallo che vi si precipita, ma in generale si avrà a fare con una differenza di azione, sia nel caso che il precipitato appaia, sia che non appaia.

(1) Planté, *Recherches sur l'électricité*, Paris 1883, pag. 80

Per illustrare questo fatto voglio citare alcuni dati.

Le esperienze seguenti furono fatte disponendo tre voltametri in serie, con elettrodi di zinco in soluzione di solfato di zinco. Dopo 30 minuti dacchè essi erano percorsi da una corrente di 0,2 ampère circa, ottenni i risultati seguenti:

Voltametro	Superficie degli elettrodi	Intensità della corrente	Variazione di peso in gr.	Durata della esperienza
I	0,787 c. m. q.	0,202 ampère	— 0,003	30′
	0,753 id.	—	— 0,003	
II	6,81 id.	0,202 id.	— 0,014	30′
	6,93 id.	—	— 0,005	
III	21,08 id.	0,202 id.	— 0,013	30′
	21,93 id.	—	0	
Numero d'alternazioni 23,00 per 1″				

I medesimi voltametri sottoposti ad una corrente più debole ma per un tempo maggiore, diedero il seguente risultato.

Voltametro	Superficie degli elettrodi	Intensità della corrente	Variazione di peso in gr.	Durata della esperienza
I	0,787 c. m. q.	0,175 ampère	— 0,004	60′
	0,753 id.	—	— 0,007	
II	6,81 id.	0,175 id.	— 0,002	60′
	6,93 id.	—	— 0,004	
III	21,08 id.	0,175 id.	+ 0,005	60′
	21,93 id.	—	0	
Numero d'alternazioni 22,16 per 1″				

Sostituendo elettrodi di platino a quei di zinco, lasciando costante la superficie e l'intensità della corrente, si vedeva formarsi sugli elettrodi un deposito di zinco poco aderente e che ben presto si depositava al fondo del vaso, rendendo impossibile il pesarlo. Se il metallo adunque di cui sono composti gli elettrodi non può venire facilmente disciolto, vedesi formare un precipitato; se invece gli elettrodi possono essere attaccati, vedesi che quelli che presentavano superficie maggiore hanno perduto più degli altri. Fa eccezione uno degli elettrodi del voltametro III, che nelle due esperienze non ha perduto nulla, mentre che l'altro elettrodo del medesimo voltametro nella seconda esperienza ha invece aumentato di peso.

Facendo uso di tre voltametri in serie con elettrodi di zinco in soluzione di solfato ferroso e con corrente molto debole, ottenni per altro un risultato affatto differente, come lo dimostra la tabella seguente.

Volta-metro	Superficie degli elettrodi	Intensità della corrente	Variazione di peso in gr.	Durata della esperienza
I	0,787 c. m. q.	0,027 ampère	— 0,018	30′
	0,753 id.	—	— 0,018	
II	6,81 id.	0,027 id.	— 0,010	30′
	6,93 id.	—	— 0,010	
III	21,08 id.	0,027 id.	— 0,005	30′
	21,93 id.	—	— 0,005	
Numero d'alternazioni 22,17 per 1′				

Questa esperienza, notevole per la concordanza delle perdite di peso ottenute sugli elettrodi dello stesso voltametro, dimostra che avendo nella soluzione metallo diverso da quello degli elettrodi, quelli di minor superficie perdono assai più che quelli di superficie più grande, ciò che è contrario al risultato prima ottenuto col medesimo metallo degli elettrodi nella soluzione.

Impiegando cinque voltametri in serie con elettrodi di rame in soluzione di solfato di nichelio, ottengo invece una perdita di peso che cresce col crescere della superficie, salvo al quinto voltametro dove si nota invece un aumento di peso molto considerevole.

Volta-metro	Superficie degli elettrodi	Intensità della corrente	Variazione di peso in gr.	Durata della esperienza
I	1,728 c. m. q.	0,137 ampère	— 0,002	30′
	1,727 id.	—	— 0,0015	
II	0,790 id.	0,137 id.	— 0,000	30′
	27,409 id.	—	— 0,0045	
III	20,160 id.	0,137 id.	— 0,004	30′
	20,186 id.	—	— 0,002	
IV	20,188 id.	0,137 id.	— 0,0035	30′
	20,172 id.	—	— 0,004	
V	67,320 id.	0,137 id.	— 0,013	30′
	67,424 id.	—	+ 0,039	
Numero d'alternazioni 22,27 per 1′				

Non sembra dunque molto facile il fare in questo modo la nichelatura colle correnti alternanti.

Finalmente se gli elettrodi sono debolmente attaccati dal liquido nel quale sono immersi, la corrente alternante facilita grandemente l'azione chimica e si ottengono diminuzioni di peso in ragione diretta della superficie degli elettrodi.

Presi per questo scopo elettrodi di rame in una soluzione di cloruro ferrico. Senza passaggio di corrente, in un'ora di tempo, il liquido si colora leggermente, verso il fondo, in verde. Ma non appena comincia il passaggio della corrente alternante, la colorazione cresce e diviene presto intensissima nei voltametri con elettrodi a grande superficie. Ecco le perdite di peso ottenute

Voltametro	Superficie degli elettrodi	Intensità della corrente	Variazione di peso in gr.	Durata della esperienza
I	1,728 c. m. q. 1,727 id.	0,175 ampère —	— 0,021 — 0,027	60′
II	0,790 id. 37,409 id.	0,175 id. —	— 0,064 — 0,290	60′
III	20,160 id. 20,186 id.	0,175 id. —	— 0,180 — 0,178	60′
IV	20,188 id. 20,172 id.	0,175 id. —	— 0,186 — 0,177	60′
V	57,320 id. 57,424 id.	0,175 id. —	— 0,442 — 0,416	60′
Numero d'alternazioni 22,16 per 1″				

Queste esperienze mostrano quanta difficoltà si incontri nel fare la determinazione delle costanti elettrolitiche colle correnti alternanti. Già nell'elettrolisi con correnti dirette, i valori che si ottengono quando si eseguiscono le pesate sull'elettrodo positivo del voltametro sono sì incerti e talvolta sì inesplicabili che non può prestarsi loro alcuna fede. Si comprende quindi, e le tabelle precedenti lo dimostrano chiaramente, come colle correnti alternanti simili misure presentino delle difficoltà assai grandi, si può dire quasi insormontabili.

Dalle precedenti tabelle risulta anche che i valori ottenuti sono tanto più irregolari e saltuarî, quanto più debole è la densità di corrente. Ciò ha pure riscontro nell'elettrolisi colle correnti dirette, per le quali è noto [1] che le azioni secondarie che hanno luogo sugli elettrodi sono tanto più importanti, quanto più piccola è la densità della corrente adoperata.

[1] Wiedemann, Electricität vol. II, p. 515.

CONCLUSIONE

1. In un voltametro percorso da correnti alternanti si stabilisce una polarizzazione periodicamente variabile d'intensità e di segno, per effettto della quale la fase dell'intensità si trova spostata ed in ritardo rispetto a quella della differenza di potenziale ai poli del voltametro.

2. Le decomposizioni elettrolitiche prodotte da correnti alternanti non possono manifestarsi se non quando il valore massimo che può raggiungere la polarizzazione durante una alternazione, uguagli o superi un determinato valore limite dipendente dalla natura dell'elettrolite e degli elettrodi e dalla densità di corrente sopra ogni singolo elettrodo.

In questo caso in ogni alternazione, dall'istante in cui la polarizzazione raggiungerà questo valore limite, si avrà decomposizione elettrolitica e questa continuerà sino alla fine dell'alternazione, cioè sino all'istante in cui la fase dell'intensità passerà per lo zero. Per tal modo in ogni singola alternazione vi saranno due periodi distinti: nel primo, che durerà dal principio della fase dell'intensità sino all'istante in cui la polarizzazione raggiungerà questo valore limite, non si avrà decomposizione; nel secondo che occuperà la restante parte dell'alternazione, l'elettrolisi si compierà regolarmente, e la quantità di elettrolite decomposto sarà proporzionale alla quantità di elettricità passata in quest'intervallo di tempo attraverso al voltametro. Nelle successive alternazioni i medesimi fenomeni si ripeteranno, sicchè alla fine di un tempo qualunque si verificherà che solo per una frazione di questo tempo l'elettrolisi avrà potuto compiersi.

3. Se si abbiano due correnti colle quali si faccia passare la medesima quantità d'elettricità attraverso al voltametro in un determinato tempo e di esse l'una sia diretta, l'altra sia alternante seguendo un andamento sinusoidale, la quantità dell'elettrolite decomposto dalla prima starà alla quantità di elettrolite decomposto dalla seconda come la durata di una alternazione, contata fra due passaggi consecutivi della corrente per lo zero, starà all'intervallo di tempo nel quale l'elettrolisi ha potuto aver luogo.

4. Diminuendo la densità di corrente su di un elettrodo sul quale si vedono apparire i prodotti di decomposizione elettrolitica, si viene a diminuire la polarizzazione su di esso. Si può così trovare un punto ove la polarizzazione non può più raggiungere durante una alternazione il limite al quale i prodotti di decomposizione possono apparire; l'elettrolisi cessa allora di manifestarsi su quell'elettrodo.

Se sull'elettrodo di un voltametro non si vede alcuna decomposizione elettrolitica, benchè esso sia attraversato da una corrente alternante, aumentando la densità di

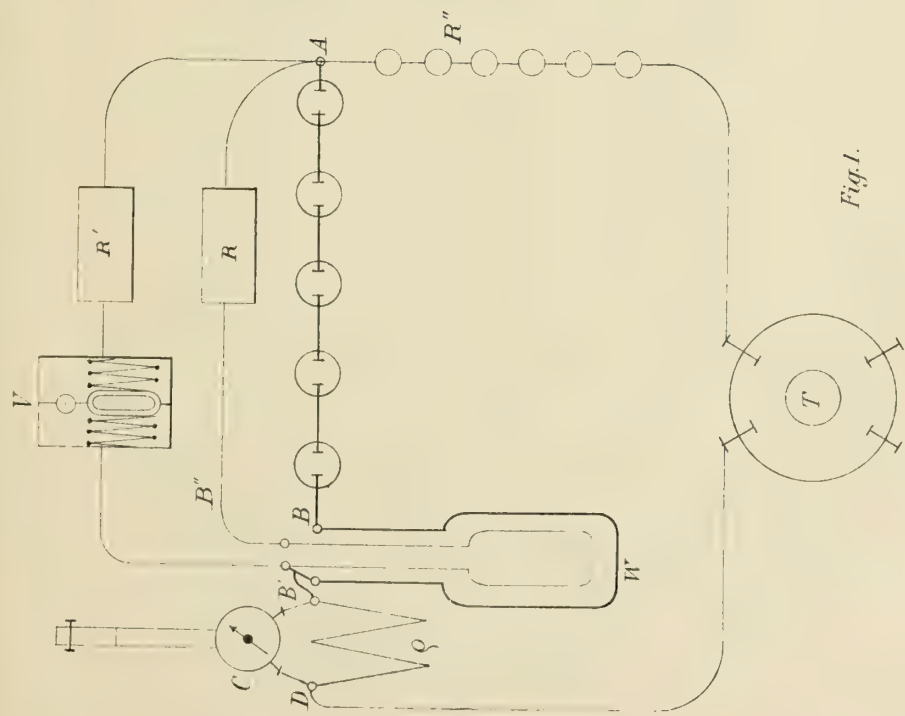



Fig. 1.

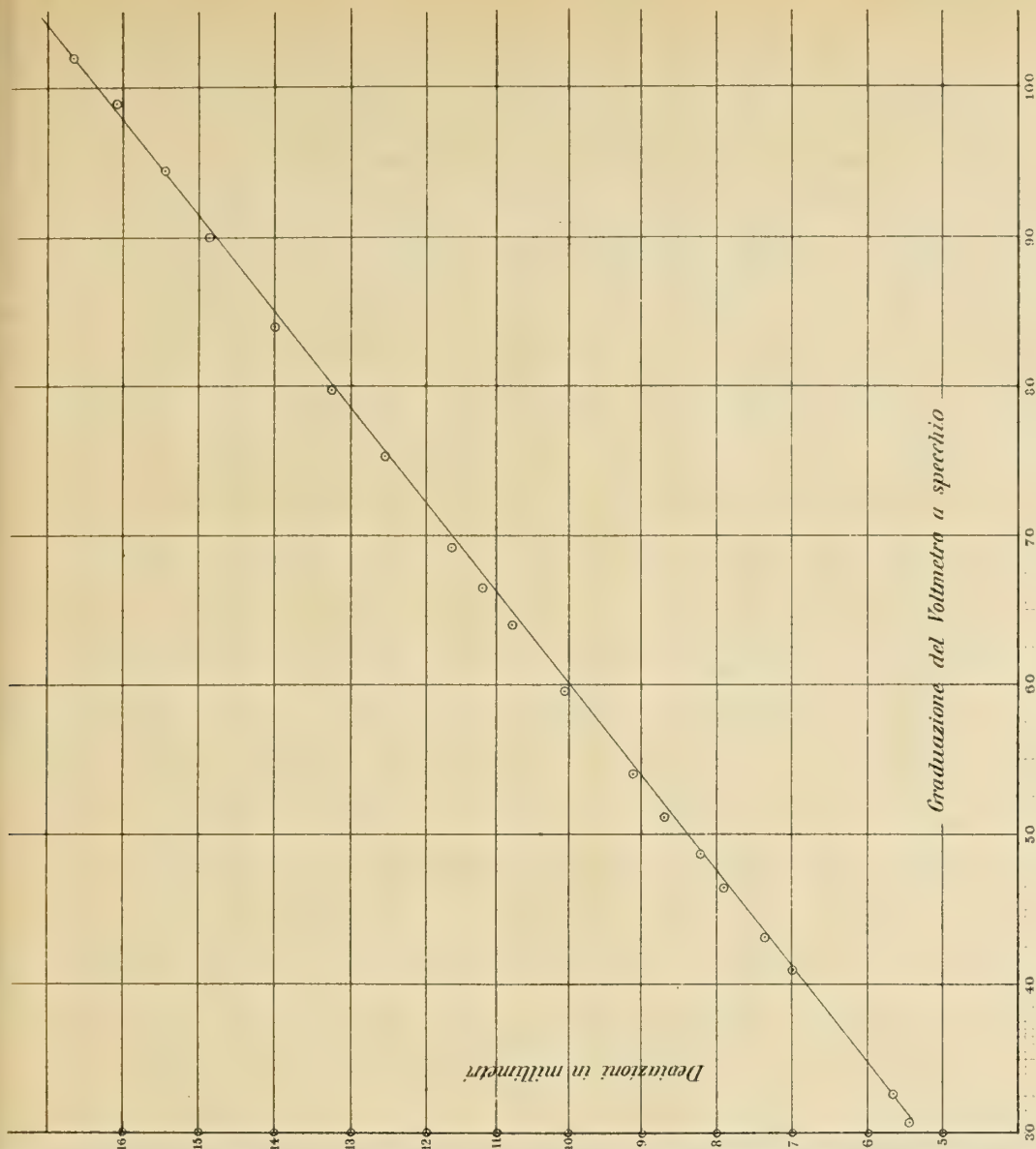



Fig. 3.

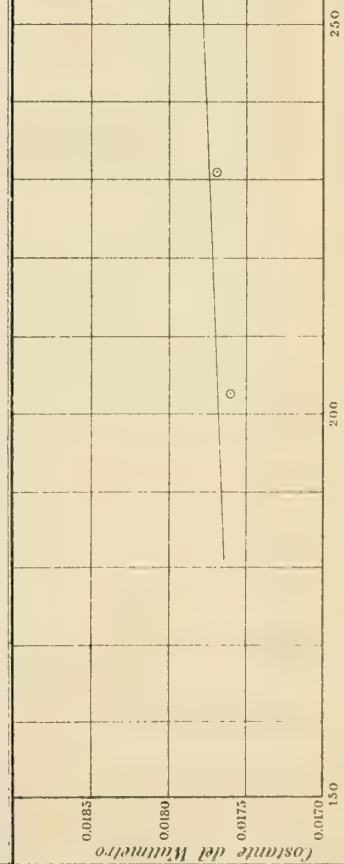



Fig. 2.

Stab. Lit. Bruno e Salomone, Roma

corrente su di esso si aumenterà la polarizzazione, sicchè sarà possibile di raggiungere il limite sopra detto ed allora l'elettrolisi diverrà sensibile su quell'elettrodo.

5. Aumentando il numero d'alternazioni di una corrente alternante, pari restandone l'intensità e la densità, la polarizzazione sopra quel medesimo elettrodo e nel medesimo voltametro diviene sempre più e più piccola, per modo che si potrà renderla minore del limite necessario affinchè i prodotti dell'elettrolisi possano apparire.

Per contrario se per un determinato numero d'alternazioni della corrente non si ottiene elettrolisi sopra un dato elettrodo, diminuendo il numero delle alternazioni della corrente si viene ad aumentare la polarizzazione, sicchè essa potrà raggiungere il limite necessario per l'apparizione dei prodotti di decomposizione elettrolitica.

6. L'energia elettrica spesa in un voltametro percorso da correnti alternanti, è minore di quella che si otterrebbe facendo il prodotto della media dei quadrati dell'intensità della corrente per la media dei quadrati della differenza di potenziale ai poli del voltamento. Un voltametro percorso da correnti alternanti si comporta come un conduttore metallico che sia sede di un'autoinduzione.

7. La differenza fra l'energia reale e quella apparente spesa in un voltametro percorso da correnti alternanti è tanto minore quanto più grande è la quantità di elettrolite decomposto a pari densità di corrente e con un determinato numero d'alternazioni.

Quando si avesse da una corrente alternante la medesima quantità d'elettrolite decomposto che si ottiene da una corrente diretta di pari intensità, cesserebbe di esservi una differenza fra l'energia apparentemente e quella realmente spesa nel voltametro. Le fasi dell'intensità e della differenza di potenziale ai poli del voltametro sarebbero allora sincrone.

8. In un voltametro ad acqua acidula o contenente soluzioni saline, la quantità d'elettrolite decomposto da un dato elettrodo per effetto di una corrente alternante, pari restando la densità di corrente sull'elettrodo ed il numero d'alternazioni della corrente, cresce se si abbia una evidente ricombinazione del gas tonante sull'altro elettrodo. Per effetto di questa ricombinazione una corrente diretta si sovrappone all'alternante, modificandone il carattere.

Si possono avere in questo modo, coll'impiego di correnti alternanti, dei depositi metallici perfettamente uguali a quelli che si ottengono dalle correnti dirette.

9. Le correnti alternanti possono produrre la decomposizione dei sali fusi, e questa decomposizione obbedisce alla legge della densità di corrente.

10. Dopochè un voltametro ad elettrodi di platino o d'oro è stato percorso da una corrente alternante, si trova esistere in esso una polarizzazione abbastanza duratura.

In generale l'elettrodo di maggior superficie si comporta come l'elettrodo ricoperto d'idrogeno in una pila a gas. L'elettrodo di minor superficie presenta spesse volte una polarizzazione più intensa ma di brevissima durata.

11. Traendo partito da questa polarizzazione, si può avere nei voltametri percorsi da correnti alternanti un mezzo per raddrizzare la corrente, trasformandola in un seguito di correnti dirette di breve durata e succedentisi a brevi intervalli.

12. Durante l'elettrolisi prodotta da correnti alternanti, gli elettrodi vengono ad essere fortemente attaccati e sono distrutti in breve tempo.

Anche elettrodi di platino, d'oro e d'iridio si ricoprono di uno stato polverulento il quale aumenta col tempo sino a distruggere completamente l'elettrodo.

Il continuo rettilineo e l'assioma V d'Archimede [1].

Memoria del Corrispondente GIUSEPPE VERONESE

letta nella seduta del 21 dicembre 1890.

Nei miei studi sui fondamenti della geometria a quante si vogliano dimensioni, che saranno presto pubblicati, ho dovuto occuparmi anche del continuo [2]. È noto che il sig. O. Stolz ha rilevato l'importanza dell'assioma V della celebre opera di Archimede « De sphaera et cylindro » [3]. Dati due segmenti rettilinei A e B, $A < B$, secondo questo assioma o meglio per l'uso che ne fece Archimede, vi è sempre un numero intero finito n tale che $A.n > B$. Il sig. Stolz ha creduto che dal principio del continuo si potesse dedurre questa proprietà [4]; ma specialmente dopo la considerazione di nuovi infiniti e infinitesimi attuali che pur soddisfano ai miei principî I-V sul continuo mi sono persuaso che non si può dedurre l'assioma suddetto dal principio della continuità se in qualche modo non è contenuto in questo principio stesso. La definizione del continuo del sig. Stolz [5] suppone implicitamente l'assioma d'Archimede, e la sua dimostrazione di questa proprietà è quindi inutile [6].

Lo scopo della presente Nota è dunque di far risaltare il posto che occupa l'assioma d'Archimede tra i principî del continuo rettilineo, e di dedurre alcune proprietà importanti che sono assunte comunemente come assiomi, senza ammetterne di nuove. Aggiungo però subito che la via qui seguita non è quella per la quale io giungo nei miei studî sopra citati a questi principî, specialmente ai due primi, poichè secondo me la matematica pura non è nei suoi fondamenti una combinazione arbitraria di segni ma è una scienza di concetti che scaturiscono direttamente dagli assiomi logici, da

[1] Per continuo rettilineo intendo quel continuo astratto le cui proprietà fondamentali sono date da quelle della retta, indipendentemente dalla sua determinazione per mezzo di una coppia di punti. Questa nota è l'estratto di uno scritto inviato nel giugno u. s. al prof. O. Stolz. Egli mi ha poi gentilmente comunicati alcuni teoremi i quali chiariscono e completano le sue ricerche in proposito, e che come egli mi scrisse saranno pubblicati nei Math. Annalen.

[2] A questi studî ho accennato anche nella mia Memoria: *Sulla superficie omaloide normale a due dimensioni del 4° ordine nello spazio a cinque dimensioni*, ecc. (Atti di questa Accad. 1884).

[3] Math. Annalen, vol. 22. *Zur Geometrie der Alten insbesondere über ein Axiom des Archimedes.*

[4] Math. Annalen. l. c., vol. 31 pag. 608 e *Vorlesungen ü. Allg. Arith.* Vol. 1. pag. 69-83.

[5] *Vorl. ü. Allg. Arith.* pag. 82-83.

[6] Così è più manifestamente della dimostrazione del sig. Killing (*Ueber die Nicht-Eucl. Raumformen*, pag. 46-47. Leipzig, 1885). Vedi le note (1) pag. 12 e 13.

operazioni mentali comuni a senso determinato ed unico e dall'esame del continuo intuitivo nella sua forma più semplice (1).

Non esamino qui se tutti i termini che adopero sono definibili o no; per lo scopo che mi propongo un tale esame sarebbe superfluo.

1. Princ. I.

(1) Se A e B sono oggetti qualunque (*grandezze*) di un sistema dato Σ, si ha una ed una sola delle relazioni:

$A = B$ (A *uguale* a B), $A > B$ (A *maggiore* di B), $A < B$ (A *minore* di B) o anche

(1′) $B = A$, $B < A$ $B > A$

e vi è almeno un oggetto nel sistema uguale ad un oggetto qualunque dato di Σ. Si ha pure:

(2) se $A = B$, $B = C$ è $A = C$

(3) " $A = B$, $B > C$ è $A > C$.

a) *Se* $A = B$, $B < C$ *è* $A < C$.

È $A >$ o $< C$ (II_2, I_1). Se essendo $A = B$ fosse $A > C$ sarebbe $B > C$ ($I_{1'}$, I_3) contro I_1.

b) *Se* A *è una grandezza qualunque di* Σ *è* $A = A$.

Vi è almeno una grandezza B di Σ uguale ad A (I_1). Se fosse $A \gtrless A$ sarebbe $B \gtrless A$ (I_3, *a*) contro I_1.

Oss. I. Relativamente ai segni $=$, $>$ e $<$ non si tien conto dunque che A e B sono in (2) e (3) oggetti distinti, se non indicano un solo oggetto, vale a dire che essi hanno, come io dico, una *posizione diversa*.

Princ. II.

(1) Se A e B sono oggetti qualunque del sistema Σ, il segno $A + B$ indica uno ed un solo oggetto del sistema, e si ha:

(2) $$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

(3) $$A + B > A, \quad A + B > B.$$

Se $A < B$, vi sono in Σ oggetti X e X′ tali che

(4) $$A + X = B$$

(5) $$X' + A = B$$ (2)

(6) Se $A = A'$, $B = B'$ si ha: $A + B = A' + B = A + B'$, e perciò $= A' + B'$.

Oss. II. Quest'ultima relazione significa che non si tien conto delle relazioni di posizione tra A e A′ insieme con B e con B′.

2. Def. I. L'operazione caratterizzata dal segno $+$ si chiama *addizione* di B ad A; il risultato di essa si dice *somma* di B ad A.

Ind. I si scrive $A = B - X$. L'operazione indicata dal segno — si chiama *sottrazione* di X da B, e A *differenza* o *resto* di X da B. Si scrive anche $X = - A + B$.

Def. II. Si chiama $A + B$ *tutto*, A, B le sue *parti*. Le parti di A e B, se ne hanno, si chiamano pure *parti* di $A + B$.

(1) Nei nostri studî suddetti ci occupiamo anche della possibilità e dell'indipendenza delle nostre ipotesi.

(2) Stolz ammette con un postulato la legge commutativa della somma; così pure ammette che la (4) e quindi anche per la legge commutativa la (5) siano soddisfatte da un solo oggetto X. (Vedi le note (2) pag. 17 e (1) pag. 21.

a) *In* $A + B + C$ *si possono sostituire* A, B, C *con grandezze uguali rispettivamente* A', B', C' (II_6, II_2 e I_2).

b) *Se* $A + B = C$ *si ha* A e $B < C$.

Difatti se fosse ad es: $A > C$ sarebbe anche $A > A + B$ (I_3, $I_{1'}$), il che è assurdo (II_3, $I_{1'}$ e I_1).

c) *Se* $B > C$ *si ha* $A + B > A + C$.

Difatti $B = C + X (II_4)$ dunque $A + (C + X) = A + B (II_6)$, oppure $= (A + C) + X (II)$, quindi $(A + C) + X > A + C$ (II_3), e per conseguenza $A + B > A + C$ (I_3).

c′) *Se* $A + B > A + C$ *si ha* $B > C$.

Se fosse $B \overline{\leqq} C$ sarebbe $A + B \overline{\leqq} A + C$ (II_6; *c* e $I_{1'}$), ciò che è assurdo (I_1).

d) *Se* $B > C$ *è* $B + A > C + A$.

Si ha $B + A = C + (X + A)$ (II_4, II_6 e II_2), e ponendo $X + A = D$ (II_1) si ha: $B + A = C + D$ (II_6). Ma $D > A$ (*b*, $I_{1'}$), dunque $C + D > C + A$ (*c*); ossia $C + (X + A) > C + A$ (II_6, I_3), $(C + X) + A > C + A$ (II_2, I_3) o ancora $B + A > C + A$ (II_6 e I_3).

d′) *Se* $B + A > C + A$ *è* $B > C$.

Dim. analoga a quella di c′).

Def. III. La somma di A ad A considerata *n* volte è ciò che si chiama *multiplo* di A secondo il numero *n*; e si indica con $A.n$, o An; A è *summultiplo* di $A.n$ secondo il numero *n*; e si scrive $A.n = B$, $A = \frac{B}{n} = B.\frac{1}{n}$.

e) *Se* $\frac{B}{n}$ *è multiplo di un'altra grandezza di* Σ *secondo il numero* n', *si ha:*

$$\frac{B}{n} \cdot \frac{1}{n'} = \frac{B}{nn'} .$$

Perchè B è multiplo della grandezza data secondo il numero nn' (def. III).

Oss. I. Noi supponiamo qui conosciute le leggi della somma dei numeri interi della classe $123...n...$, e la definizione della moltiplicazione, e quando parleremo di numeri senz'altro intenderemo numeri di questa classe. Per la proprietà e) non occorre alcun postulato poichè non si suppone che ogni grandezza del sistema Σ sia multipla di un'altra grandezza di Σ secondo un numero dato qualsiasi [1].

f) *Se* $A < B$ *vi è un solo oggetto* X *tale che* $X + A = B$.

Difatti se oltre X tale che $X + A = B$ (II_5) vi fosse $X' \gtrless X$ tale che $X' + A = B$, sarebbe $X' + A \gtrless X + A$ (*d*, $I_{1'}$), e quindi $B \gtrless B$ ($I_{1'}$, I_3 e *a*, 1), ciò che è assurdo (I_1).

Ind. II. Se $B = A$ si pone $X = 0$, e per non fare distinzioni dannose alla generalità dei teoremi e delle dimostrazioni si chiama X *grandezza nulla* o *zero*. Questa parola significa soltanto l'assenza di ciascuno degli oggetti primitivi dati.

f′) $0 + A = A$, $-0 + A = A$, $0 = A - A$ (*f*; I_2, ind. I e II).

f″) $A + (-A + B) = A - A + B = B$.

Ponendo $C = -A + B$ si ha $A + C = B$ (ind. I), dunque $A + (-A + B) = B$ (II_6).

[1] Non è escluso che siano possibili altri numeri non finiti tali che si possa definire il multiplo $A.\eta$ della grandezza A in modo da soddisfare ai nostri principî. Vedi Princ. V e oss. III, n. 7.

Ma $A - A = 0$ e $0 + B = B$ $(I_{1'}$; f), dunque $A - A + B = B$ (II_6), e perciò anche $A + (-A + B) = A - A + B$ (I_2).

g) *Se* $A < B$ *vi è in* Σ *un solo oggetto* X *tale che* $A + X = B$.

Se oltre X tale che $A + X = B$ (II_4), vi fosse $X' \gtrless X$ tale che $A + X' = B$, sarebbe $A + X' \gtrless A + X$ $(c, I_{1'})$, dunque $B \gtrless B$ (I_3 e a, 1), ciò che è assurdo (I_1).

g') $A = A + 0$, $A - 0 = A$, $0 = -A + A$.

Perchè se $A = B$ si ha anche qui $X = 0$ (g; I_2, $I_{1'}$, ind. II, ind. I).

h) *Se* $X = X', Y = Y', Y > X$ *si ha* $Y - X = Y - X' = Y' - X = Y' - X'$.

Ponendo $Y - X = C$, $Y - X' = C'$ si ha $Y = C + X$, $Y = C' + X'$ (II_5, ind. I), dunque $C + X = C' + X'$ (I_2). Ma se fosse $Y - X < Y - X'$ si avrebbe $C < C'$ ($I_{1'}$, I_3 e a, 1), dunque anche $C + X < C' + X'$ (d, $I_{1'}$, II_6 e I_3), il che è assurdo (I_1). Nello stesso modo si dimostrano le altre uguaglianze tenendo conto delle relazioni II_6 e I_2.

i) *Se* $X = X', Y = Y', Y > X$ *si ha* $-X + Y = -X + Y' = -X' + Y = -X' + Y'$.

Ponendo $-X + Y = C_1$, $-X' + Y' = C'_1$ si ha $Y = X + C_1$, $Y = X' + C'_1$ (II_4, ind. I), e con ragionamento analogo al precedente si dimostra $-X + Y = -X' + Y$. Nello stesso modo si dimostrano le altre uguaglianze tenendo conto delle relazioni II_6 e I_2.

l) *Se* $X < Y < Z$ *si ha* $Y - X < Z - X$.

Perchè se $Y - X = A$, $Z - X = B$, vale a dire $Y = A + X$, $Z = B + X$ ($I_{1'}$, II_5, ind. I) si ha $A + X < B + X$ ($I_{1'}$, a, 1, I_3), oppure $A < B$ (d' e $I_{1'}$).

l') *Se* $Y - X < Z - X$ *si ha* $Y < Z$.

Perchè se fosse $Y \overset{=}{>} Z$ sarebbe anche $Y - X \overset{=}{>} Z - X$ (h e l, $I_{1'}$), il che è assurdo (I_1).

m) *Se* $X < Y < Z$ *si ha* $-X + Y < -X + Z$.

Ponendo $-X + Y = A_1$, $-X + Z = B_1$ si ha $X + A_1 = Y$, $X + B_1 = Z$ ($I_{1'}$, II_4, ind. I), e quindi $X + A_1 < X + B_1$ (a, 1, I_3 e $I_{1'}$), ossia $A_1 < B_1$ (c' e $I_{1'}$), e perciò anche $-X + Y < -X + Z$ (a, 1, I_3, $I_{1'}$).

m') *Se* $-X + Y < -X + Z$ *si ha* $Y < Z$.

Perchè se fosse $Y \overset{=}{>} Z$ sarebbe $-X + Y \overset{=}{>} -X + Z$ (i, m, $I_{1'}$) ciò che è assurdo (I_1).

n) *Se* $X < Y < Z$ *si ha* $Z - Y < Z - X$.

Sia $Z - Y = A$, $Z - X = B$ si ha $Z = A + Y$, $Z = B + X$ ($I_{1'}$, II_5 e ind. I), dunque $A + Y = B + X$ (I_2). Ma $Y = Y' + X$ ($I_{1'}$ e II_5), dunque $(A + Y') + X = B + X = D$ (II_6, II_2 e II_1) da cui $A + Y' = B$ (f), e per conseguenza $A < B$ (b) ed anche $Z - Y < Z - X$ (a, 1, I_3, $I_{1'}$).

n') *Se* $Z - Y < Z - X$ *si ha* $Y > X$.

Se si avesse $Y \overset{=}{<} X$ si avrebbe pure $Z - Y \overset{=}{>} Z - X$ (h, n e $I_{1'}$), ciò che è assurdo (I_1).

o) *Se* $X < Y < Z$ *si ha* $-Y + Z < -X + Z$.

Ponendo $-Y + Z = A_1$, $-X + Z = B_1$ oppure $Y + A_1 = Z$, $X + B_1 = Z$ ($I_{1'}$, II_4, ind. I) si ha $Y + A_1 = X + B_1$ (I_2). Ma $Y = X + Y''$ ($I_{1'}$, II_4), dunque $X + (Y'' + A_1) = X + B_1$ (II_6, II_2), ovvero $Y'' + A_1 = B_1$ (f), e per conseguenza $A_1 < B_1$ (b), e perciò anche $-Y + Z < -X + Z$ (a, 1, I_3, $I_{1'}$).

o') *Se* $-Y+Z<-X+Z$ *si ha* $Y>X$.

Se fosse $Y \leqq X$ sarebbe $-Y+Z \geqq -X+Z$ (i e o), il che è assurdo (I_1).

p) *Se* $Y-X=Y-X'$ *o* $Y-X=Y'-X$ *si ha* $X=X'$ *o* $Y=Y'$.

Perchè se ad es: nel primo caso fosse $X \lessgtr X'$ sarebbe anche $Y-X \gtrless Y-X$ (n e $I_{1'}$) contro l'ipotesi (I_1).

q) *Se* $-X+Y=-X'+Y$ *o* $-X+Y=X+Y'$ *si ha* $X=X'$ *o* $Y=Y'$.

Perchè se ad es: nel primo caso $X \lessgtr X'$ si avrebbe $-X+Y \gtrless -X'+Y$ (o) contro l'ipotesi (I_1).

r) *Se* $A>B$, $B>C$ *è* $A>C$.

Difatti $A=B+X$, $B=C+Y$ (II_4); $A=(C+Y)+X=C+(Y+X)$ (II_2, II_6); ma $C+(Y+X)>C$ (II_3) dunque $A>C$ ($I_{1'}$ e II_3).

r') *Se* $A<B$, $B<C$ *si ha* $A<C$ (r e $I_{1'}$).

r'') *Se* $B>D$ *e* X *é una grandezza qualunque di* Σ *si ha* $X+B>D$, $B+X>D$.

Difatti $B+X>B$ (II_3) dunque $B+X>D$ (r). Così è $X+B>D$ (II_3 e r).

s) *Se* $Z>X$ *e* $<Y$; $W>X$ *e* $<Y$; $W>Z$, *si ha* $-Z+W<-X+Y$.

Difatti $-Z+Y<-X+Y$ (r', o); ma $W<Y$ dunque $-Z+W<-Z+Y$ (m), e perciò $-Z+W<-X+Y$ (r').

t) *Se* $A>C$ e $B>D$ *si ha* $A+B>C+D$.

Si ha $A=X+C$ (II_5), dunque $A+B=(X+C)+B=X+(C+B)$ (II_6 e II_2). Ma $C+B>C+D$ (c), e quindi anche $X+(C+B)>C+D$ (r''), dunque: $A+B>C+D$ (I_3).

t') *Se* $B+C=B'+C'$ *e* $B<B'$, *o* $C>C'$, *si ha* $C>C'$, *o* $B<B'$.

Se fosse nel primo caso $C \leqq C'$ sarebbe $B+C<B'+C'$ (II_6, d o t, $I_{1'}$) il che è assurdo (I_1). Così nel secondo caso.

Def. IV. Se $A<B$, $B<C$ diremo che B è *compresa fra* A e C.

u) *Se* $A \lesseqqgtr B$ *si ha* $A.n \lesseqqgtr B.n$.

Se $n=2$, si ha $A+A \lesseqqgtr A+B$ (c, II_6 e $I_{1'}$). Ma $A+B \lesseqqgtr B+B$ (d, II_6 e $I_{1'}$), dunque $A+A \lesseqqgtr B+B$ (r, r'). Ammettendo il teorema per $n-1$ lo si dimostra per n (c, d, II_6 e $I_{1'}$, r e r'); ma vale per $n=2$ dunque vale in generale (oss. III).

u') *Se* $A.n \lesseqqgtr B.n$ *si ha* $A \lesseqqgtr B$.

Se $A.n=B.n$ e fosse $A \gtrless B$ sarebbe anche $A.n \gtrless B.n$ (u), contro I_1, dunque $A=B$. Se è $A.n<B.n$ e fosse $A \geqq B$, sarebbe anche $A.n \geqq B.n$ (u) contro I_1, dunque $A<B$ (I_1). Similmente, se $A.n>B.n$ si ha $A>B$.

v) *Nel sistema* Σ *non vi è alcuna grandezza maggiore delle altre.*

Infatti se X è una grandezza data qualunque e A è un'altra grandezza di Σ si ha $X+A>X$ (II_3).

w) *Data una grandezza qualunque* X, *vi sono grandezze* Y *e* Z *tali che* $X=-Y+Z$.

Difatti vi sono sempre in Σ grandezze Z maggiori di X (v), e quindi anche grandezze Y tali che $X=-Y+Z$ (II_5, ind. I).

3. Def. I. Se si considerano le grandezze del sistema Σ come già date e disposte in serie in modo che quelle che seguono una grandezza qualunque siano maggiori di

essa, il sistema si chiama *sistema omogeneo a una dimensione*, e l'ordine della serie si chiama *verso* o *direzione* del sistema [1].

Oss. I. La prima grandezza di Σ è evidentemente 0, considerandola come appartenente al sistema, perchè è la più piccola. Si ha dunque la serie

$0 \ldots A \ldots B \ldots C \ldots X \ldots Y \ldots Z \ldots$

$0 < \ldots < A < \ldots < B < \ldots < C < \ldots < X < \ldots < Y < \ldots < Z < \ldots$

Def. II. Le grandezze del sistema Σ comprese fra due grandezze qualunque X e Y ($X < Y$) (def. IV, 2) formano un altro sistema a una dimensione (def. I) che chiamo *parte* o *intervallo* del sistema Σ, e che indico col simbolo (XY). Il verso di un intervallo è il verso del sistema [2].

Oss. II. Gli intervalli (OA), (OB), (OC) ecc., corrispondono a senso unico, reciprocamente e nel medesimo ordine alle grandezze A, B, C ecc., in modo che noi possiamo sostituire l'intervallo alla grandezza corrispondente, e reciprocamente. Così gli intervalli (XY), (XZ) ecc., corrispondono nello stesso modo alle grandezze $-X+Y$, $-X+Z$ ecc. [3].

a) *Se* $-X+Y=Z$ *si ha* $(XY)=(OZ)$.

Perchè $-X+Y=-0+Z$ (f', 2, I_2 e def. I).

Def. III. Gli oggetti X, Y si chiamano *elementi estremi* o *limiti* dell'intervallo (XY), di modo che si ottiene la serie di elementi

$$O \ldots A \ldots B \ldots C \ldots X \ldots Y \ldots Z \ldots$$

Def. IV. Gli elementi degli intervalli (OZ) che rappresentano delle grandezze Z comprese fra X e Y si dicono elementi *intermedî* o *compresi* fra gli elementi X e Y nel sistema Σ.

Oss. III. Osserviamo che due intervalli uguali come le grandezze che rappresentano possono sostituirsi uno all'altro in tutte le relazioni precedenti, ad es: se si ha $(AB) \pm (CD) = (EF)$ e $(AB) = (A'B')$, si ha pure $(A'B') \pm (CD) = (EF)$ (II_1, ind. I, 2, II_6 e def. II).

Def. V. Se $(AB) = (AC)$ significa che $-A+B=-A+C$ (def. II), e quindi $B=C\,(q, 2)$. Diremo perciò che gli elementi B e C *coincidono*.

Def. VI. Un intervallo (ZW) dicesi *contenuto* in un intervallo qualunque (XY) se gli elementi del primo (non eccettuati gli estremi) sono elementi del secondo; e dicesi *parte* di (XY) se (ZW) è contenuto in (XY) e non tutti gli elementi di (XY) sono elementi di (ZW).

b) *Una parte di un intervallo è minore dell'intervallo stesso* (def. II, def. VI; *m*, opp. *o*, opp. *s*, 2).

[1] Noi ammettiamo qui l'idea di serie e dell'ordine di essa, ma nei nostri studî sopra citati sottomettiamo questa idea fondamentale a una discussione particolareggiata. Nè in questo concetto nè nelle proprietà che ne derivano sono contenuti i teoremi che daremo nelle pagine seguenti, perchè si possono immaginare delle serie che non soddisfano a tutte le proprietà enunciate, ad es. alla proprietà II_5 e alla seconda delle II_3.

[2] Anche questa proprietà è dimostrabile (vedi nota precedente).

[3] La corrispondenza univoca e dello stesso ordine è pure un concetto fondamentale che svolgo nei suddetti studî ancora prima della teoria del numero intero. Qui suppongo conosciuto il teorema del resto semplicissimo, che se due gruppi di elementi corrispondono univocamente e nel medesimo ordine ad un terzo gruppo si corrispondono univocamente e nello stesso ordine fra loro.

c) *Se* (XY) *è contenuto in* (XZ) *si ha* $(XY) + (YZ) = (XZ)$.

Difatti è $-X + Y + (-Y + Z) = -X + Z$ (def. II e def. VI; f'', 2 e II_6).

Oss. IV. Come gli intervalli (OA), (OB) ecc., corrispondono alle grandezze A, B, ecc. (oss. II), i secondi estremi (def. III) corrispondono univocamente e nello stesso ordine alle stesse grandezze (def. I). Gli intervalli che rappresentano le grandezze comprese fra O e A e fra A e X, essendo X una grandezza qualunque di Σ maggiore di A, sono (OA) e (AX), che hanno l'elemento *comune* A. Ogni elemento che corrisponde ad una grandezza X del sistema compresa fra due grandezze Y e Z è compreso fra i due elementi che corrispondono a Y e Z, e appartiene all'intervallo (YZ) (def. II, IV).

Def. VII. Gli elementi che non appartengono ad un intervallo in Σ sono *esterni* all'intervallo, gli altri (quelli cioè che appartengono all'intervallo) tranne gli estremi, si dicono *interni*.

Oss. V. Dalla def. III e dalla def. VI e dalla serie di grandezze di Σ risultano tosto le proprietà degli elementi rispetto al loro ordine nel sistema, le quali esprimono in altre parole le proprietà già trovate per le grandezze, specialmente i teor. r e r'. In seguito citeremo nelle dimostrazioni queste proprietà anzichè quelle corrispondenti agli elementi o agli intervalli [1].

Def. VIII. Due intervalli (XY), (YZ) qualunque di Σ con un estremo comune Y si chiamano *consecutivi* nel verso del sistema (def. I), o semplicemente *consecutivi* quando si considera Σ in un solo verso (vedi def. IX e oss. VI).

Def. IX. Se consideriamo gli elementi del sistema Σ in un altro ordine in modo che quelli che precedono in Σ un dato elemento lo seguano nel nuovo ordine, si ottiene un altro sistema Σ' che si chiama *opposto* a Σ.

Oss. VI. Evidentemente Σ è opposto a Σ'. Si può considerare la coppia di due sistemi opposti Σ e Σ' come un solo sistema; in tal caso il sistema ha due versi opposti. Ad es. una retta ha due direzioni, e se la si considera in una sola direzione si ha un raggio di essa; la retta è dunque data da due raggi di direzione opposta. Ad es. il raggio limitato ad un punto O rappresenta intuitivamente il sistema Σ, senza però che le proprietà del raggio rettilineo siano necessariamente anche proprietà di Σ.

Oss. VII. Date due grandezze qualunque A e B esiste sempre in Σ la grandezza $A + B = C$ (II_1) da cui $-A + C = B$ (ind I, 2); ciò significa che nel sistema Σ, se A è l'elemento che rappresenta la grandezza A, vi è un intervallo (AC) che rappresenta la grandezza B. Dunque il principio II_1 pel sistema omogeneo si enuncia anche così:

II'_1. Nel sistema omogeneo ad una dimensione Σ, dato un elemento qualunque A di esso, vi è uno ed un solo intervallo (AC) uguale ad un intervallo dato qualunque di Σ nel verso del sistema.

Oss. VIII. Ma date due grandezze B e A qualunque di Σ tali che $A < B$, vi è sempre una sola grandezza X tale che $X + A = B$ (f, 2), e siccome $-X + B = A$

[1] Gli assiomi III, IV, V, VII e VIII dati dal sig. Pasch pei segmenti rettilinei (Vorl.. ü. neuee Geom. 1882) si deducono dalla proprietà I_1 ($I_{1'}$), e dai teor. r e r'. Il VI è conseguenza del teor. v del n. 1. Non bastano però i principî precedenti per dimostrare l'ass. II. La proprietà di questo assioma è ammessa dal nostro principio III, n. 4.

(ind. I, 2) si deduce *che nel sistema omogeneo ad una dimensione nell'intervallo* (OB) *vi è un intervallo uguale ad* (OA) *che ha per secondo estremo* B [1].

4. Princ. III. Nel sistema Σ non vi è un intervallo (grandezza) minimo se si esclude lo zero.

a) *In ogni intervallo* (AB) *vi sono elementi del sistema* Σ *oltre gli estremi.*

Perchè $-A+B$ non può essere la più piccola fra le grandezze del sistema (def. II, 3; III), dunque se è $E < -A+B$, fra A e B si ha la grandezza $A+E$ (II_3, $I_{1'}$, c, f'', 2) dunque a) (oss. IV, 3).

Def. I. La proposizione: Una serie di intervalli (grandezze) ad esempio: $(OA) < (OB) < (OC) < (OD) < \dots$ che si considerano l'uno dopo l'altro nell'ordine che si seguono, è equivalente alla prop.: *Un'intervallo (grandezza) variabile i cui stati sono successivamente questi intervalli.* Così per gli elementi.

Un intervallo che non è variabile si chiama *costante.*

Oss. I. Gli intervalli o grandezze considerati fin qui sono *costanti.*

Def. II. La prop.: Una serie d' intervalli tale che ciascuno di essi sia maggiore o minore dei precedenti che si considerano nell'ordine della serie, equivale alla prop.: Un intervallo variabile è *crescente* o *decrescente;* oppure anche alla prop.: Un intervallo *diventa maggiore* o *minore degli stati precedenti* (def. I).

Se non vi è nella serie nessun intervallo massimo o minimo si dice che la variabile è *sempre crescente* o *sempre decrescente.* In caso contrario si chiama *limitatamente* crescente o decrescente.

Def. III. La prop.: Un intervallo variabile che diventa più piccolo di ogni intervallo dato del sistema Σ, il che è possibile (III), equivale all'altra: Un intervallo variabile che diventa *indefinitamente piccolo.*

E se l' intervallo variabile diventa più grande di ogni intervallo dato di Σ, il che è pure possibile (v, 2), si dice che diventa *indefinitamente grande.*

Def. IV. La prop.: L'elemento X si *avvicina indefinitamente* a B equivale all'altra: L'intervallo (BX) (se $(OB) > (OX)$) oppure (XB) (se $(OX) > (OB)$) diventa indefinitamente piccolo (def. III). L'elemento B si chiama *limite* dell'elemento variabile X; e se A è compreso fra O e B (def. II, 2), (AB) si chiama intervallo *limite* dell'intervallo variabile (AX) [2].

b) *Se* Y e Z *sono due elementi di ogni stato d'un intervallo variabile* (XX') *che diventa indefinitamente piccolo, gli elementi* Y *e* Z *coincidono.*

[1] Parlando d'intervalli anzichè di grandezze si ha il vantaggio non piccolo di avere alcune rappresentazioni intuitive del sistema Σ, per es.: il raggio rettilineo; senza pertanto che l'intuizione debba entrare come elemento necessario nelle definizioni e nelle dimostrazioni. Ciò è poi necessario nei fondamenti della geometria poichè gli assiomi geometrici (che non bisogna confondere colle ipotesi astratte geometricamente possibili) devono esprimere proprietà semplici e intuitive, e il metodo geometrico propriamente detto, se si vuol conservare alla geometria il suo vero carattere, deve scaturire nei fondamenti dal processo costruttivo dell'intuizione spaziale, come farò vedere nel mio libro.

[2] In questa definizione introduciamo il linguaggio del movimento dei corpi, ma non il principio stesso, il quale, come dimostriamo nelle nostre ricerche sopra citate, non solo non è necessario ma è anzi dannoso nello studio dei fondamenti della geometria; mentre d'altra parte è necessario per le pratiche applicazioni di essa. Del resto si potrebbe far senza di queste espressioni se non vi fosse maggiore comodità di linguaggio.

Y e Z devono essere costanti (def. I) altrimenti vi sarebbe uno stato $(Y_1 Z_1)$ di (YZ) (def. I), e poichè (XX') deve diventare indefinitamente piccolo, in $(Y_1 Z_1)$ dovremmo avere degli elementi X e X' contro il dato.

Se Y e Z non coincidessero (XX') resterebbe maggiore dell'intervallo (YZ) o (ZY) contro la def. III.

Def. V. *Scomporre o dividere* un intervallo (AB) in n intervalli significa determinare n intervalli consecutivi (def. VIII, 3) (AA_1), $(A_1 A_2)$, ... $(A_{n-1} B)$ tali che $(AA_1) + (A_1 A_2) + \ldots + (A_{n-1} B) = (AB)$.

c) *Si può scomporre un intervallo dato qualsiasi in un numero n qualunque di intervalli.*

Difatti se si considera un intervallo $(AX_{n-1}) < (AB)$, ciò che è possibile (III), si ha: $(AX_{n-1}) + (X_{n-1}B) = (AB)$ $(c, 3)$. Ripetendo la stessa operazione per (AX_{n-1}), e così in tutto n volte, si ha (II_2 e II_6):

$$(AX_1) + (X_1X_2) + \ldots + (X_{n-1} B) = (AB).$$

d) *Essendo dato un intervallo (AB) e un numero n vi sono in Σ degli intervalli (AX) tali che $(AX)\,n < (AB)$, e intervalli (AX') tali che $(AX')\,n > (AB)$.*

Difatti se si ha $(AX_1) + (X_1 X_2) + \ldots + (X_{n-1} B) = (AB)$ (c), possiamo supporre che fra gli n intervalli in cui fu diviso (AB) ve ne sia uno più piccolo, perchè se sono tutti disuguali trascurando ogni intervallo maggiore di un altro degli n intervalli e ripetendo questa operazione al più per $n-1$ degli n intervalli, l'intervallo rimanente deve essere il più piccolo; oppure perchè se fossero tutti uguali o fossero uguali soltanto gli intervalli minori, tra i quali ad es. (AX_1), basterebbe dividere (AX_1) in due parti (AX_1') $(X_1'X_1)$ (def. V, e c) considerando come primo intervallo (AX_1') e $(X_1'X_2)$ come secondo intervallo. Se il più piccolo è dunque (AX_1) pei teor. c) e t) del n. 2 (oss. V, 3), quest'ultimo applicato $n-1$ volte, si ha $(AX_1)\,n < (AB)$.

Analogamente possiamo supporre che fra gli n intervalli nei quali è stato scomposto (AB) ve ne sia uno più grande.

Se il più grande degl' intervalli suddetti è $(X_{n-1} B)$ si dimostra applicando il teor. t) suddetto $n-1$ volte e poi il teor. d) del n. 1 che $(X_{n-1} B)\,n > (AB)$.

e) *Ogni intervallo dato (AB) di Σ è intervallo limite di due intervalli variabili l'uno sempre crescente l'altro sempre decrescente.*

Infatti scegliendo un intervallo $(AX_1) < (AB)$, il che è possibile (III); si può scegliere inoltre un elemento X compreso nell'intervallo $(X_1 B)$ distinto dagli estremi (a), e così di seguito. L'intervallo (XB) diventa più piccolo di ogni intervallo dato ε del sistema, perchè se l'intervallo $(B'B)$ in (XB) è uguale a ε (oss. VIII, 3), in $(B'B)$ possiamo scegliere un altro elemento distinto dagli estremi (a). Similmente dicasi se $(AX_1) > (AB)$, il che è possibile $(v, 2)$.

f) *Se gli elementi X e X' si avvicinano indefinitamente in verso opposto a un elemento A, l'intervallo (XX') diventa indefinitamente piccolo.*

Infatti si ha $(XX') = (XA) + (AX')$ $(c, 3)$, perchè A è per dato interno all'intervallo (XX') (def. VI e def. VII, 3). Se questo intervallo restasse maggiore di un intervallo dato ε, si potrebbero scegliere due intervalli (Y_1A), (AY_1') tali che $(Y_1A) + (AY_1') = \varepsilon$ (c; II'_1 e oss. VIII, oss. III, 3). Ma in $(Y_1 A)$ e (AY_1') vi sono

per dato degli elementi X e X' (def. III e II) ed in tal caso $(XX') < \varepsilon$; dunque è assurdo che (XX') sia sempre maggiore di ε (I_1).

g) *Se l'elemento X si avvicina indefinitamente a un elemento X', e X' nel medesimo verso a un elemento A, X si avvicina indefinitamente all'elemento A.*

Infatti X' è contenuto nell'intervallo (XA) (def. IV; def. IV, def. II, 3). Se (XA) non diventasse indefinitamente piccolo vi sarebbe un intervallo $(A'A)$ non contenente alcun elemento X' (def. III). Ma in $(A'A)$ vi è un elemento X' (def. III), e per conseguenza non vi sarebbe alcun elemento X nell'intervallo $(A'X')$, contro l'ipotesi.

h) *Se X e X' si avvicinano indefinitamente nello stesso verso all'elemento A, (XX') o (X'X) diventa indefinitamente piccolo.*

Se (XX') o $(X'X)$ restasse superiore di un intervallo dato ε, (XA) o $(X'A)$ contenendo (XX') o $(X'X)$ resterebbe pure superiore a ε, contro il dato (def. IV, def. III).

i) *Se due intervalli diventano indefinitamente piccoli, la loro somma diventa pure indefinitamente piccola.*

Possiamo ritenere che i due intervalli abbiano un estremo comune, perchè anche se non lo avessero potremmo sostituire rispetto alla loro somma l'uno di essi mediante un intervallo uguale ad esso con un estremo comune coll'altro, senza alterare la somma (oss. III, 3). Siano dunque (XY), (YZ) i due intervalli, e sia dato un intervallo ε. Dividasi ε in due intervalli ε_1 e ε_2 (c). Per dato vi deve essere uno stato di $(XY) < \varepsilon_1$, e quando è $(XY) < \varepsilon_1$ vi deve essere uno stato di $(YZ) < \varepsilon_2$, perchè anche se per un intervallo $(XY) < \varepsilon_1$ (YZ) fosse maggiore di ε_1, (YZ) deve diventare pur esso minore di ε_2 (def. II e III), e in tal caso si avrà $(XY) + (YZ) < \varepsilon$ (t, $I_{1'}$, 2).

PRINC. IV. Se l'intervallo (XX') i cui estremi sono sempre variabili in verso opposto diventa indefinitamente piccolo, esso contiene sempre un elemento Y di Σ distinto da X e X'. [1]

l) *L'intervallo (XX') i cui estremi sono variabili in verso opposto e che diventa indefinitamente piccolo, determina un solo elemento Y di Σ.*

Difatti se ve ne sono due distinti, ad es: Y e Z, si dimostra come pel teor. b) che Y e Z devono essere costanti (def. I); ma allora (XX') resterebbe maggiore dell'intervallo (YZ) o (ZY) contro l'ipotesi (def. III), dunque ve n'è uno solo (princ. IV).

DEF. VI. Questo principio si chiama il principio o l'ipotesi del *limite*.

Oss. II. È questo principio che caratterizza la continuità del sistema omogeneo ad una dimensione.

[1] A me pare che questo principio si giustifichi intuitivamente meglio degli altri, anche di quello dato dal sig. Dedekind (Stetigkeit und Irr. Zahlen; Braunschweig 1872), del che bisogna tener gran conto nei fondamenti della geometria, i cui assiomi devono derivare dall'intuizione spaziale senza per questo trascurare tutte le ipotesi astratte possibili che non contraddicono a questi assiomi. Secondo me non è la divisione degli elementi di un intervallo (AB) in due gruppi (X) e (X') tali che si abbia sempre $(AX) < (AX')$ che ci conduce al postulato del continuo, ma bensì il fatto che (XX') diventa indefinitamente piccolo. Nel continuo assoluto (vedi def. VII) vi sono di queste divisioni senza che (XX') diventi indefinitamente piccolo e quindi senza che vi siano elementi Y che le determinano, almeno elementi che godano le stesse proprietà degli altri. Coll'assioma V d'Archimede si dimostra, come vedremo, il postulato di Dedekind (a, 5); come in questo postulato è contenuto in particolare l'assioma d'Archimede.

Princ. V. Se α e β sono due intervalli del sistema ed è $\alpha < \beta$ vi è sempre un simbolo di molteplicità (numero) η determinato tale che $\alpha.\eta > \beta$.

In altri termini dato α è possibile costruire con α il sistema Σ stesso, in modo che siano soddisfatti i principî precedenti.

Oss. III. Non è detto però in qual modo si debba eseguire la costruzione (¹).

Def. VII. Il sistema Σ che soddisfa ai principî suddetti lo chiamiamo sistema omogeneo ad una dimensione *continuo assoluto*.

Def. VIII. Se il numero η è sempre della classe naturale 1 2 3...n... il principio V si chiama *assioma* V *d'Archimede*. In tal caso il sistema Σ si chiama *continuo ordinario*.

Oss. IV. *Nei numeri seguenti ci occuperemo soltanto del continuo ordinario.*

Oss. V. Il continuo ordinario Σ corrisponde al continuo intuitivo del raggio rettilineo.

m) *Se* $A < B$ *e* B *non è multiplo di* A *si ha un numero* m *tale che* $A.m < B < A(m+1)$.

Vi è sempre un numero n tale che $An > B$ (princ. V, def. VIII e oss. IV). Ora in $Am < B$ il numero m deve dunque essere almeno uguale a 1 e al più uguale a $n-1$. Essendovi dei numeri m tali che $Am < B$, ve ne deve essere uno pel quale $A(m+1) > B$, almeno quello pel quale $m+1=n$.

5. a) *Dato l'intervallo variabile* (AX) *sempre crescente* (*crescente*) *e l'intervallo variabile* (AX') *decrescente* (*sempre decrescente*) *tale che* (AX) *sia sempre minore di ogni stato di* (AX'), *ed ogni intervallo* (AX) *minore degli stati di* (AX') *appartenga alla prima variabile* (*od ogni intervallo* (AX') *maggiore degli stati di* (AX) *appartenga alla seconda variabile*), *l'intervallo* (XX') *diventa indefinitamente piccolo.*

Che siano anzitutto possibili tali variabli risulta immediatamente dal teor. c) e dalle def. I e II del n. 3 e dal teor. v) del n. 2. Inoltre si vede che non può essere uno stato di (AX) intervallo limite (AL) della variabile (AX'). Se ciò fosse, siccome la variabile (AX) è sempre crescente, nell'intervallo (LL_1) determinato da due stati successivi (AL) e (AL_1) di essa, vi sarebbero elementi X', perchè (LX') deve diventare per ipotesi più piccolo di ogni intervallo dato (LL_1) (def. IV, 3), e avremmo uno stato (AL_1) della variabile (AX) maggiore di uno stato della variabile (AX') contro il dato del teorema.

Ora supponiamo che sia sempre

$$(XX') > (BC) \qquad (1)$$

essendo (BC) un intervallo finito dato; e per meglio fissare le idee supponiamo che nell'intervallo (XX') sia contenuto sempre un intervallo dato uguale a (BC) in modo

(¹) Ciò non ha luogo pei numeri transfiniti di G. Cantor perchè per essi non ha sempre luogo la seconda delle proprietà II_3 e la proprietà II_5. (Ad es.: Acta Math. vol. II, pag. 381 e seg. Vedi anche Zeits. für Phil. v. Fichte Vol. 91 fas. 1, 1887, e Stolz: Math. Ann. vol. 31, pag. 608). I nostri numeri interi infiniti soddisfano a questa condizione, ma non è nostro scopo di far conoscere qui le proprietà di questi numeri che allargano il campo del continuo astratto. Nel nostro libro, che sta ora sotto stampa, questi numeri saranno trattati ampiamente per l'applicazione del continuo assoluto alla geometria stessa. Vedi nota pag. 5.

che sia $(XX') > (BC)$ (def. VI, 3). Da (1) si ricava che se (AX_1) è uno stato di (AX) (def. I, 4) ogni stato della variabile (AX') è maggiore di $(AX_1) + (X_1X_2)$, che è perciò uno stato di (AX) essendo $(X_1X_2) = (BC)$. Siccome la variabile (AX) non soddisfa che alla condizione di essere sempre minore di qualunque stato della variabile (AX'), ne consegue che considerato uno stato $(AX_1) + (X_1X_2) = (AX_2)$ della prima variabile, poichè la (1) ha sempre luogo per ipotesi fra due stati qualunque di (AX) e (AX'), l'intervallo $(AX_2) + (X_1\,X_2)\,n = (AX_n)$ qualunque sia n è pure uno stato della variabile (AX). Ma se (AX_1') è uno stato determinato della variabile (AX'), vi è sempre un numero n tale che $(X_1X_2)\,n > (X_1X_1')$ (V, oss. IV, 4), e perciò se fosse vera la (1) vi sarebbe uno stato di (AX) maggiore di uno stato di (AX'), il che è contrario ai dati del teorema. Dunque la (1) è assurda.

Un'analoga dimostrazione serve nel caso che (AX) sia crescente (e perciò anche limitatamente crescente, def. II, 4) e (AX') sia sempre decrescente.

b) *Un intervallo (AX_n) variabile sempre crescente (o decrescente) contenuto in un intervallo (AB) ha sempre uno ed un solo intervallo limite più grande (più piccolo) di tutti gli stati della variabile.*

Se (AB) è il primo intervallo nel verso del sistema Σ maggiore di ogni stato della variabile, (AB) è intervallo limite di (AX), perchè ciò significa che (XB) deve diventare indefinitamente piccolo (def. IV e III, 4). Difatti scelto nell'intervallo (AB) un intervallo $(B'B)$ arbitrariamente piccolo (a, 4; $II'_{1'}$ def. VI, 3), se in esso non cadessero elementi X_n, il primo intervallo maggiore di tutti gli stati della variabile (AX_n) sarebbe almeno (AB') e non (AB).

Se (AB) non è intervallo limite di (AX) vi sono in (AB) altri intervalli (AB'), (AB''), ... tali che $(AB) > (AB') > (AB'') > \ldots$ maggiori di (AX_n) qualunque sia n. Questi intervalli si possono considerare come stati di un intervallo decrescente maggiore degli stati di (AX_n) (def. I e II, 4), e quindi vi deve essere uno ed un solo intervallo (AY) limite delle due serie (a; l, def. IV, 4). In tal caso (AY) appartiene alla serie decrescente perchè questa è costituita da tutti i segmenti compresi in (AB) maggiori di tutti gli stati di (AX).

Un analogo ragionamento vale se (AX) è decrescente senza che X si avvicini indefinitamente ad A nel qual caso l'intervallo limite di (AX) sarebbe nullo (f', 2 e def. II, 3).

c) *Se l'intervallo (X_1X_1') o $(X_1'X_1)$ dato da due intervalli (AX_1), (AX_1') diventa indefinitamente piccolo, l'intervallo dato dai secondi estremi dei multipli di (AX_1) e (AX_1') secondo lo stesso numero n diventa pure indefinitamente piccolo. E inversamente.*

Sia $(AX_1') > AX_1$, si ha:

(1) $$(AX_1')\,n > (AX_1)\,n \quad (u, 2;\ \text{def. II}, 3)$$

e indicando con X_n e X_n' i secondi estremi di questi multipli si ha:

$$(AX_n') > (AX_n)$$

in modo dunque che X_n cade nell'intervallo (AX_n') (def. II, 3; m', $I_{1'}$, 2 e def. IV, 3). Dato un intervallo (AC) qualunque, il suo multiplo secondo un numero dato in Σ è determinato ed unico (def. II, 3; def. III, e u', 2). Si vien dunque così a stabilire una corrispondenza univoca e del medesimo ordine fra gli elementi X_1 e gli

elementi X_n, perchè ad ogni elemento X_1 a partire da A corrisponde un solo elemento X_n, e viceversa ad uno di questi elementi non può corrispondere che un solo elemento X_1. Se ne corrispondesse un altro X_1' si dovrebbe avere $(AX_1')\,n = (AX_1)\,n$, da cui $(AX_1') = (AX_1)$ (def. II, 3; u', 2), dunque X_1' deve coincidere con X_1 (def. V, 2). La corrispondenza è anche del medesimo ordine perchè se si ha $(AX_1')<(AX_1)<(AX_1'')$ per la (1) si ha pure $(AX_n') < (AX_n) < (AX_n'')$, vale a dire se X_1 è compreso fra X_1' e X_1'', X_n è compreso fra X_n' e X_n'' (def. II, 3; m', $I_{1'}$, 2 e def. IV, 3). Se dunque (AX_1) è uno stato della variabile (AX) e se (X_1X_1') decresce, decresce pure (X_nX_n') (b, 3) e quando (X_1X_1') diventa indefinitamente piccolo, (X_nX_n') ha un intervallo limite (X_nY), supposto che X_1, e perciò anche X_n, sia costante (b e def. I, 4).

Dimostreremo che Y coincide con X_n (def. V, 3).

Supponiamo dapprima $n = 2$, e sia $(AX_1') > (AX_1)$.

Sia:

$$(X_1'X_2'') = (AX_1) = (X_1X_2),\ (AX_1') = (X_1'X_2')\ (II'_1) \tag{2}$$

siccome
$$(AX_2) = (AX_1) + (X_1X_2),\ (AX_2'') = (AX_1') + (X_1'X_2''), \tag{3}$$
$$(AX_2') = (AX_1') + (X_1'X_2')\ (c, 3)$$

si ha
$$(AX_2) < (AX_2'') < (AX_2') \tag{4}$$

perchè
$$(AX_1') > (AX_1),\ (X_1'X_2'') = (X_1X_2) < (X_1'X_2')\ (\text{def. II, 3; } I_{1'}, I_3;\ d, \text{ e } c, 2).$$

A X₁ X₂

. . . .

X₁' L X₂'' X₂'

Così si stabilisce una corrispondenza univoca e del medesimo ordine fra gli elementi X_1' e X_2'', e quindi anche fra gli elementi X_2'' e X_2' [1]. Difatti come ad ogni elemento X_1' corrisponde un solo elemento X_2'' (II'_1), così ad ogni elemento X_2'' non può corrispondere che il solo elemento X_1', perchè vi è un solo intervallo $(X_1'X_2'')$ uguale all'intervallo (AX_1) e in modo che X_2'' sia secondo estremo (oss. VIII, 3; (4), (3) b, r, 2; II_3). Se un elemento precede X_1' l'elemento corrispondente deve precedere X_2'', essendo l'intervallo di due elementi corrispondenti qualunque uguale ad (AX_1) (b, 3), dunque la corrispondenza è anche del medesimo ordine. Ora se (X_1X_1') diventa indefinitamente piccolo tale diventa pure (X_2X_2''), perchè altrimenti (X_2X_2'') avrebbe un intervallo limite (X_2L) (b), e quindi scelto un elemento Z fra X_2 e L (a, 4) e considerando l'intervallo $(WZ) = (X_1X_2)$ (oss. VIII, 3; II_3 (3); b, r, 2) l'elemento W non potrebbe essere interno al segmento (X_1X_2) (def. VII, 2), pei punti del quale gli elementi corrispondenti X_2'' sono esterni al segmento $(X_2\,L)$. Dunque l'intervallo $(X_1\,X_2)$ sarebbe parte dell'intervallo (WZ) (def. VI, 3) il che è assurdo (b, def. II, 3; II_1); dunque L deve coincidere con X_2 (def. V, 3).

Ora si ha:

$$(AX_1) + (X_1X_1') = (AX_1'),\ (X_1'X_2'') + (X_2''X_2') = (X_1'X_2')\ (c, 3)$$

e per le (2) si ha:

$$(X_1X_1') = (X_2''X_2')\quad (II_6,\ g,\ 2).$$

Se dunque (X_1X_1') diventa indefinitamente piccolo tale diventa anche $(X_2''X_2')$

[1] Vedi 3ª nota pag. 8.

(def. III, 4; a, 1), ma come si è veduto diventa altresì indefinitamente piccolo l'intervallo $(X_2 X_2'')$, dunque anche $(X_2 X_2')$ (g, 4), ciò che era da dimostrare.

$$\begin{array}{cccccc} A & W & X_1 & & L & X_2 \\ & X_1' & & X_2' & X_2'' & Z \end{array}$$

Se fosse $(AX') < (AX_1)$ si avrebbe $(AX_2) > (AX_2') > (AX_2'')$ (u, II_6, d, 2), e se vi fosse un elemento L limite di X_2'' differente da X_2 l'intervallo $(WZ) = (X_1 X_2)$ avrebbe l'elemento W nell'intervallo (AX_1) distinto da X_1 (b, 3), mentre per ogni elemento X_1' compreso in (WX_1) l'elemento corrispondente X_2'' dovrebbe essere contro l'ipotesi in (LX_2) (b, 3). Dunque L deve coincidere con X_2 (def. V, 3). In questo caso si ha:

$$(AX_1) - (X_1' X_1) = (AX_1'), \quad (X_1' X_2'') - (X_2' X_2'') = (X_1' X_2')$$

da cui

$$(X_1' X_1) = (X_2' X_2'') \quad (\text{ind. I, II}_6, \ g\ 2);$$

e per conseguenza $(X_2' X_2'')$ diventa indefinitamente piccolo insieme con $(X_1' X_1)$, ma tale diventa anche $(X_2'' X_2)$, quindi anche $(X_2' X_2)$ (g, 4).

Il teorema per $n = 2$ è dunque dimostrato.

Ora supponiamo che se X_1' si avvicina indefinitamente ad X_1, X_{n-1} si avvicini indefinitamente ad X_{n-1} (def. IV, 4). Dimostriamo che ciò ha luogo anche per gli elementi X_n e X_n'.

$$\begin{array}{cccccc} X_{n-2} & & X_{n-1} & & X_n & \\ & X'_{n-2} & & X'_{n-1} & X_n'' & X_n' \end{array}$$

Si ha $(AX_1) = (X_{n-2} X_{n-1}) = (X_{n-1} X_n)$, $(AX_1') = (X'_{n-2} X'_{n-1}) = (X'_{n-1} X_n')$ per dato, e nel caso $(AX_1) < (AX_1')$ si ha:

$$(X_{n-2} X_{n-1}) < (X'_{n-1} X'_n) \quad (\text{I}_{1'}, a, 1) \tag{4}$$

Sia

$$(X'_{n-1} X_n'') = (X_{n-1} X_n) \tag{5}$$

per la (4) X_n'' è compreso nell'intervallo $(X'_{n-1} X'_n)$ (def. II, oss. II 3; m', $\text{I}_{1'}$, 2 e def. IV, 3), e poichè è $(AX'_{n-1}) > (AX_{n-1})$ (u, 2), X'_{n-1} è compreso per la stessa ragione fra X_{n-1} e X_n', e quindi per (5) e (4) X_n'' è compreso fra X_n e X_n'. Si dimostra come per $n=2$ che quando X'_{n-1} si avvicina indefinitamente a X_{n-1}, X_n'' si avvicina indefinitamente a X_n. Si ha inoltre:

$$(X_{n-2} X_{n-1}) + (X_{n-1} X'_{n-1}) = (X_{n-2} X'_{n-1})$$
$$(X'_{n-1} X_n'') + (X_n'' X_n') = (X'_{n-1} X_n')$$

ma essendo $(AX_{n-2}) < (AX'_{n-2})$ ((4); $\text{I}_{1'}$, u, 2; def. II, 3) e $(AX'_{n-2}) < (AX'_{n-1})$ (b, 3); si ha $(X_{n-2} X'_{n-1}) > (X'_{n-2} X'_{n-1}) = (X'_{n-1} X_n')$ (def. II, oss. II, 3; m', 2; oss. IV e b, 3) dunque $\quad (X_{n-1} X'_{n-1}) > (X_n'' X_n')$ ((5); def. II, oss. II, 3 e c', 2).

Se $(X_{n-1} X'_{n-1})$ diventa indefinitamente piccolo a maggior ragione lo diventa $(X_n'' X_n')$ (def. III, 4 e r', 2), dunque anche $(X_n X_n')$ (g, 4).

Se $(AX_1') < (AX_1)$ si ha $(AX'_{n-1}) < AX_{n-1})$ (def. II, 3, u, 2). Si può fare accostare X'_{n-1} a X_{n-1} in modo che X_n'' cada fra $X_{n-1} X_n$, basta che sia $(X'_{n-1} X_{n-1}) < (X_{n-1} X_n)$ (oss. VIII, 3); e poichè $(X'_{n-1} X_n) > (X'_{n-1} X_n'')$ (b, 3), $(X'_{n-1} X_n') < (X'_{n-1} X_n'')$ per costruzione, l'elemento X_n'' è compreso fra X_n' e X_n (def. II, oss. II, 3; m', 2°, $\text{I}_{1'}$; def. IV e oss. IV, 3); e l'elemento X'_{n-1} è compreso

fra X_{n-2} e X_{n-1} essendo $(X_{n-2}\,X_{n-1}) = (X'_{n-1}\,X_n'')$ (b, 3). E come prima si dimostra che X_n'' ha per elemento limite X_n quando X'_{n-1} ha per elemento limite X_{n-1} (def. IV, 4).

$$\begin{array}{ccc} X_{n-1} & & X_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & \\ X'_{n-1} & X_n' & X_n'' \end{array}$$

Ora si ha $(X_{n-2}\,X_{n-1}) - (X'_{n-1}\,X_{n-1}) = (X_{n-2}\,X'_{n-1})$, $(X'_{n-1}\,X_n'') - (X_n'\,X_n'') = (X'_{n-1}\,X_n'')$; ma $(X_{n-2}\,X'_{n-1}) < (X'_{n-2}\,X'_{n-1}) = (X'_{n-1}\,X_n') < (X'_{n-1}\,X''_n)$, essendo per ipotesi $(AX_{n-2}) > (AX'_{n-2})$ (u, 2; b, 3), e $(X_{n-2}X_{n-1}) = (X'_{n-1}X_n'')$; dunque $(X'_{n-1}X_{n-1}) > (X_n'X_n'')$ (def. II, oss. II, 3; ind. I e t', 2), e perciò $(X_n'X_n'')$ diventa indefinitamente piccolo con $(X'_{n-1}\,X_{n-1})$, e quindi anche $(X_n'\,X_n)$ (g, 4).

Dunque se il teorema è vero per $n-1$ è vero per n, ma vale per $n-1=2$, dunque vale per n qualunque.

Se si suppone finalmente che $X_1\,X_1'$ siano tutti e due variabili in verso opposto o nello stesso verso di modo che $(X_1\,X_1')$ (o $(X_1'X_1)$) diventa indefinitamente piccolo, (X_1X_1') (o $(X_1'\,X_1)$) determina un elemento limite Y_1 (IV, i, 4, o b). Ma quando (X_1X_1') diventa indefinitamente piccolo tale diventano anche $(X_1\,Y_1)$ e (Y_1X_1') ovvero $(X_1'\,Y_1)$ e (Y_1X_1) nel primo caso; nel secondo $(X_1'\,Y_1)$ e $(X_1\,Y_1)$, oppure (Y_1X_1') e (Y_1X_1); e inversamente (def. III o h, 3). Dunque per le dimostrazioni precedenti diventano indefinitamente piccoli $(X_n\,Y_n)$, $(Y_n\,X_n')$ o $(X_n'\,Y_n)$, (Y_nX_n) nel primo caso, e nel secondo $(X_n'\,Y_n)$, $(X_n\,Y_n)$ oppure $(Y_n\,X_n')$ e $(Y_n\,X_n)$ quando diventa tale anche (X_1X_1') o $(X_1'\,X_1)$, e perciò anche $(X_n\,X_n')$ o $(X_n'\,X_n)$ (i, h, 4).

La prima parte del teorema è dunque dimostrata.

Inversamente se $(X_n\,X_n')$ o $(X_n'\,X_n)$ ha un elemento limite Y_n, l'intervallo (AX) ha un l'intervallo limite $(A\,Y)$ (u', 2 e b); e per la prima parte del teorema si deve avere $(A\,Y)\,n = (A\,Y_n)$ [1].

d) *Ogni intervallo (AB) può essere diviso in un solo modo in un numero n qualunque di parti uguali.*

Vi sono intervalli (AX) i cui multipli secondo n sono più piccoli di (AB) (d, 4). Sia dunque:

$$(AX_1^{(1)})\,n = (AX_n^{(1)}) < (AB). \qquad (1)$$

Ora se in ogni intervallo dato $(B'B)$ contenuto nell'intervallo $(X_n^{(1)}B)$ (def. VI, oss. VIII, 3) non vi fossero altri elementi X_n, siccome vi sono elementi X_n' tali che $(AX'_n) > (AB)$ (d, 4), $(X_n^{(1)}X_n')$ non diverrebbe indefinitamente piccolo con $(X_1^{(1)}\,X'_1)$ contro il teor. precedente, essendo X compreso fra $X^{(1)}$ e B (def. III, 4). Dunque la variabile (AX_n) ha per limite (AB) (def. III, 4), e la variabile (AX_1) ha per limite l'intervallo $(A\,Y)$ (u', 2 e b) tale che $(A\,Y)\,n = (AB)$ (c e b) [2].

[1] La dimostrazione di questo teorema è lunga ma in compenso è semplice e intuitiva. Questa proprietà è fondamentale per quelle che seguono, che sono pure a loro volta proprietà fondamentali del continuo.

[2] La dimostrazione di questo teorema data dal sig. Stolz (l. c.) senza bisogno del teor. c) si appoggia sull'assioma della legge commutativa della somma di due intervalli qualunque (vedi nota pag. 2) che si può e quindi si deve dimostrare.

Dopo che avevo già scritto questa nota ricevetti la bella *Teoria dei gruppi geometrici* nello spazio a tre dimensioni del mio ch.mo amico De Paolis (Mem. della R. Acc. di Napoli 1890)

e) *Se* (AA') *è la* n^{ma} *parte e* (AA'') *la* n'^{ma} *parte di un segmento qualunque* (AB) $(n' > n)$ (AA'') *è più piccola di* (AA'), *e se* n *aumenta indefinitamente* [1] (AA') *diventa indefinitamente piccola.*

Se fosse $(AA') = (AA'')$, essendo per dato $(AA')\,n = (AA'')\,n' = (AB)$ (I_3), sarebbe $(AA')\,n' = (AB)$ (def. II, 3, u, 2 e I_2) e perciò anche $n = n'$ (u, 2, I_1; oss. V, 3). Se invece fosse $(AA') < (AA'')$ sarebbe pure $(AA')\,n < (AA'')\,n$ (u, 2, oss. V, 3), ma per dato è $(AA'')\,n' = (AA')\,n = (AB)$, dunque sarebbe $(AA'')\,n' < (AA'')\,n$ (I_3), mentre d'altra parte deve essere per dato $(AA'')\,n' > (AA'')\,n$ (u, 2); dunque è assurdo che $(AA') \leqq (AA'')$ (I_1). Quindi quando n aumenta (AA') diminuisce.

Se è dato un segmento (AE) per quanto piccolo, si ha:

$$(AE)\,m < (AA') < (AE)\,(m+1) \quad (m, 4).$$

Dividendo dunque (AA') in $m+1$ parti uguali (d) si ha $(AA')\dfrac{1}{m+1} < (AE)$ (def. III, u', 2). Ma $(AA')\dfrac{1}{m+1} = \dfrac{(AB)}{n(m+1)}$ (e, 2), dunque il teor. è dimostrato.

Oss. I. Osserviamo che questo teorema è indipendente dall'ipotesi del limite (IV), qualora si ammetta però la divisione di *ogni* intervallo o grandezza in un numero qualsiasi di parti uguali, ipotesi che come si vede è più complessa di quella del limite, poichè si ammette la divisibilità per *ogni* numero n.

e') *Se si divide un intervallo* (AB) *qualunque in* n $(n \geqq 2)$ *parti uguali e queste ancora in* n *parti uguali e così via, esse divengono indefinitamente piccole.*

Difatti si ottengono le parti $\dfrac{(AB)}{n}, \dfrac{(AB)}{n^2}, \ldots \dfrac{(AB)}{n^r}$ (e, 2); e col crescere indefinito di r, n^r diventa più grande di ogni numero intero dato m (oss. I, 2), dunque ecc. (e).

6. Oss. I. Abbiamo visto che il sistema Σ primitivo di grandezze può essere considerato come una serie di elementi con un primo elemento O, e nella quale un elemento appare una volta soltanto, come le grandezze corrispondenti (oss. IV, 2). Abbiamo anche visto che a cominciare da un elemento dato e qualunque del sistema si può immaginare nell'ordine o verso del sistema un intervallo uguale a un intervallo dato qualunque (II_1'). Cominciando la serie dall'elemento O non vi è alcun intervallo che

---

nella quale egli suppone però noti i fondamenti della geometria per lo spazio a tre dimensioni (pag. 7). De Paolis dà del teor. d) una dimostrazione (pag. 15-16) colla quale sembra si possa evitare il teor. c) ed anche l'assioma della legge commutativa della somma di due segmenti; ma quella dimostrazione non è completa, e, come mi scrisse gentilmente l'autore, essa suppone questo assioma. De Paolis nei suoi *Elementi di Geometria* dà l'assioma d'Archimede per i segmenti rettilinei verso la fine (ass. X), e nella suddetta Memoria lo dà nuovamente per la retta col postulato di Dedekind (pag. 14) e in generale per un gruppo continuo qualunque di punti nella definizione del gruppo ben concatenato (pag. 28) seguendo la definizione del gruppo continuo di G. Cantor (ad es. *Acta Math.*, vol. II, 402-406). Questi ammette però come conosciuto il continuo numerico ordinario, che soddisfa all'assioma d'Archimede, e definisce come distanza di due elementi della varietà numerica $(X_1, X_2 \ldots X_n)$, ove trovasi il gruppo, la espressione $\sqrt{(X'_1 - X_1)^2 + \ldots + (X'_n - X_n)^2}$, facendo così dipendere la definizione del gruppo continuo dalle n dimensioni della varietà, sebbene n sia un numero intero finito dato qualunque.

[1] Ciò significa che n diventa più grande di ogni numero intero finito dato (vedi def. III, 4).

abbia per secondo estremo l'elemento O. Per dare più generalità ai nostri teoremi che seguono, *supporremo che il sistema Σ non abbia un primo elemento*, come non ha un ultimo elemento (v, 2 e oss. IV, 3); o in altri termini che esista sempre un intervallo uguale a un intervallo dato qualunque di Σ, sempre nel verso di esso (def. I, 3), il cui secondo estremo sia l'elemento O. Si deduce facilmente che questa proprietà vale per ogni altro elemento del sistema (II_1' e oss. VIII, 3).

Oss. II. E sempre per dar maggiore generalità ai nostri teoremi terremo anche conto delle relazioni di posizione che sono possibili fra gli elementi del sistema, in modo che nella semplice unione di una grandezza ad un altra non si possa più sostituire una grandezza con un altra ad essa uguale, mentre relativamente ai segni $>, =, <$ si può sostituire nella somma $(AB) + (CD)$, o in ogni altra che deriva dalla somma, ad (AB) o (CD) un intervallo uguale (oss. III, 3).

Def. I. In questo caso una parte di Σ (def. II, 3) la chiameremo *segmento*.

Oss. III. Rimangono inalterate per i segmenti le relazioni del principio I e del principio II tranne la II_6 che vale in generale soltanto pei segmenti consecutivi (def. VIII, 3) (1).

La retta considerata in una delle sue direzioni (come anche ad es: il cerchio) ci dà un' immagine di questo sistema. Solamente bisogna osservare che la retta (ed anche il cerchio) ha ancora un'altra proprietà fondamentale che la caratterizza in confronto del sistema Σ, e cioè che da un suo punto A vi sono due segmenti (AB), (AC) di verso opposto (def. IX, 2) uguali fra loro; proprietà che noi daremo nel principio VI. La forma intuitiva del tempo ci dà meglio l' idea del sistema Σ.

Oss. IV. Noi vediamo che l'intervallo considerato dapprima e il segmento non sono la stessa cosa; imperocchè il segmento (AB), se lo supponiamo composto di segmenti consecutivi (AA_1), (A_1A_2)...(AB) (c, 4) *dipende dalle relazioni di posizione di questi segmenti fra loro* (oss. II), mentre l'intervallo considerato precedentemente non dipende da queste relazioni, vale a dire l'intervallo ad es: $(AC) = (AB) + (BC)$ non muta se al posto di (AB) e (BC) sostituiamo altri intervalli qualunque uguali ad essi (oss. III, 3).

Def. II. Quando non si considerano le relazioni di posizione tra le parti di un segmento, tranne s' intende l'ordine in cui si seguono poichè da questo dipende finora almeno anche l'intervallo, l'intervallo che così si ottiene si chiama *grandezza intensiva* del segmento (2).

Oss. V. La prima ipotesi (oss. I) ci dà più generalità ma non aggiunge nulla per la dimostrazione dei teoremi seguenti rispetto al primitivo sistema Σ, perchè se ne potrebbe far senza. L'altra condizione delle relazioni di posizione fra le parti di un segmento (oss. II) aggiunge piuttosto delle difficoltà che delle nuove ipotesi che

(1) Nel nostro libro partiamo da questo sistema per costruire il continuo, tenendo anche conto delle relazioni di posizione come carattere di confronto fra le forme matematiche astratte.

(2) Se si tratta di un segmento rettilineo si ha la *distanza* dei suoi estremi considerata sul segmento. È un errore confondere la distanza col segmento perchè sono enti diversi, come sarebbe un errore se si scambiasse l'area di una figura piana colla figura stessa. Questa distinzione sarà meglio e ampiamente discussa nei nostri studî più volte citati. Per lo scopo di questa nota basta questa indicazione (vedi oss. IV).

possano servire nascostamente alle dimostrazioni dei suddetti teoremi, le quali, come si vedrà, sono indipendenti da essa.

Def. III. Per *somma* di due segmenti (AB), $(B'C')$ intenderemo sempre il segmento $(AC) \equiv (AB) + (BC)$ (1) essendo $(BC) \equiv (B'C')$.

Qui, perchè nell'uguaglianza dei gruppi di segmenti abbiamo ancora da considerare le relazioni di posizione fra i segmenti di uno stesso gruppo addottiamo il segno $\equiv$ in luogo del segno $=$, che riserviamo per le grandezze intensive.

Oss. VI. E per dare ancora maggiore generalità alle nostre ricerche daremo alla parola *somma* un significato più esteso, supponendo che nel simbolo $(AB) + (BC)$ che indica la somma di (BC) ad (AB) il segmento (BC) possa essere anche di verso opposto ad (AB), o in altre parole che C sia compreso in (AB), o A sia compreso in (CB).

Da qui si deduce ad es:

$$(AB) + (BA) \equiv 0 \qquad (2)$$

ma ciò non significa che sia $(AB) \equiv (BA)$, perchè la (2) sostituisce l' altra $(AB) - (AB) \equiv 0$.

a) $$(AB) + (BC) \equiv (BC) + (AB)$$

nel senso che nel secondo membro dell'uguaglianza da C si considera un segmento uguale ad (AB).

Supponiamo dapprima che (AB) e (BC) siano dello stesso verso.

1) Se (AB) e (BC) sono multipli rispettivamente secondo i numeri m e n di uno stesso segmento (AA'), e si decompongono (AB) e (BC) nelle loro m, rispettivamente n, parti uguali ad (AA'), possiamo considerarne dapprima n e poi le rimanenti m per la legge commutativa della somma dei numeri della classe $1\,2\,3 \ldots n \ldots$ senza alterare quindi il risultato (AC) (oss. III, 2). Ma n e m segmenti consecutivi uguali ad (AA') dànno rispettivamente due segmenti uguali a (BC) e ad (AB) (def. III, u, 2 e I_3); dunque in tal caso il teorema è dimostrato.

2) Supponiamo che (AB) e (AC) non siano nella suddetta condizione:

$$Y' \;\; C \;\; C' \;\; X' \;\; B' \qquad A \qquad B \;\; X \;\; C \;\; Y$$

Consideriamo nel verso del sistema Σ i segmenti:

(1) $$(B'A) \equiv (AB)\,, \quad (C'B') \equiv (BC) \quad \text{(oss. I)}.$$

L'elemento B' è contenuto per costruzione in $(C'A) \equiv (C'B') + (B'A)$ (c, 3). Si scomponga (AB) in n parti uguali (d, 5), e una di esse sia (AA'), che per n abbastanza grande sarà minore di (BC) (e, 5). Vi è un numero $m > n$ tale che

(2) $$(AA')\,m < (AC) < (AA')\,(m+1) \quad (m, 4).$$

L'elemento C sarà compreso dunque nella parte $(m+1)^{ma}$ (def. IV e def. II, 3), che indicheremo con (XY), e X sarà compreso in (BC), essendo per costruzione $(AX) > (AB)$. Si consideri

(3) $$(Y'A) \equiv (AY) \qquad (X'A) \equiv (AX) \qquad \text{(oss. I)}.$$

L'elemento X è compreso nel segmento (AY) e quindi X' nel segmento $(Y'A)$, essendo $(AX) < (AY)$, e quindi anche $(X'A) < (Y'A)$ ($I_{1'}$, a, 1, I_3).

Si ha pure pel caso 1) e per la (1) e II_6 (oss. III) che

(4) $$(Y'B') \equiv (BY) \qquad (X'B') \equiv (BX)\,.$$

Ora (BY) è maggiore di (BC) per costruzione, e quindi anche $(Y'B')$ è maggiore

di $(C'B')$; ((1), (4) e I_3, $I_{1'}$). Così per la stessa ragione $(X'B')$ è minore di $(C'B')$; dunque l'elemento C' è compreso fra gli elementi Y' e X' (def. IV, 3). Si ha:

(5) $$(Y'X') \equiv (XY)$$

perchè pel caso 1)

$$(Y'X') + (X'A) \equiv (Y'A) \equiv (X'A) + (Y'X')$$

e $$(AX) + (XY) \equiv (AY) \quad (c, 3; (3); II_6, \text{oss. III}; g, 2).$$

Se C_1' è un elemento tale che

(6) $$(AC) \equiv (C_1'A)$$

siccome (AC) è maggiore di (AX) e minore di (AY) ((2)), $(C_1'A)$ deve essere maggiore di $(X'A)$ e minore di $(Y'A)$ ((6), (3), I_3), e quindi C_1' è pure compreso nel segmento $(Y'X')$ (def. IV, 3).

Se il numero n cresce indefinitamente (XY), e quindi anche $(Y'X')$ ((5)), diventa indefinitamente piccolo (e, 5). Siccome $(Y'X')$ diventa indefinitamente piccolo e C' e C_1' sono sempre compresi in questo segmento essi devono coincidere (b, 4). Si deve dunque avere:

$$(C'B') + (B'A) \equiv (C'A) \equiv (AC),$$

ossia

$$(BC) + (AB) \equiv (AC) \text{ nel senso suindicato ((1), oss. III).}$$

3) Supponiamo ora il caso che (AB) e (BC) siano di verso opposto, considerandoli però sempre nel risultato nel verso di Σ, che supponiamo sia dato da (AB).

Il teorema dice che se si considera prima il segmento $(B'A) \equiv (CB)$ e poi il segmento $(B'A') \equiv (AB)$, si ha: $(AA') \equiv (AC)$

$B' \quad A \quad C \quad B$

. . . .

Se $(CB) < (AB)$, $(B'A)$, (AC), (AB) sono del medesimo verso (def. I, II, 3), e per la dimostrazione precedente si ha:

$$(B'C) \equiv (AB) \equiv (B'A') \quad (II_6, \text{oss. III}).$$

Ma vi è un solo segmento uguale ad un segmento dato col primo estremo in un elemento dato qualunque del sistema (II_1'; oss. I), dunque C e A' coincidono (def. V, 3), ossia $(AA') \equiv (AC)$.

Se invece $(CB) > (AB)$, (CA) ed (AB) sono dello stesso verso (def. I e def. II, 3)

. . . .

$C \quad A \quad A' \quad B$

e quindi considerando un segmento $(CA') \equiv (AB)$ si ha pel caso 2)

$$(CA) \equiv (A'B)$$

ossia $$(AB) + (BC) \equiv (BC) + (AB).$$

Il teorema è dunque pienamente dimostrato [1].

Oss. VII. La dimostrazione di questo teorema è indipendente dall'ipotesi del limite (IV), perchè $(X'Y')$ contiene già gli elementi costanti C' e C_1'. Bisogna però ammettere la divisibilità di ogni segmento in un numero qualsiasi n di parti uguali,

[1] Euclide suppone tacitamente questa proprietà ad es: nella prop. II del libro V, ammette cioè:

$$(E + E) + (Z + Z) \equiv E + Z + E + Z$$

(Euclidis Elementa. Ed. Heiberg, 1889).

proprietà codesta che, sebbene più complessa, non include ancora il principio IV, ma che viene dimostrata per mezzo di esso (d, 5) [1].

7. Oss. I. Considerando il sistema Σ e il suo opposto Σ' (def. IX, 3) coi principî precedenti non possiamo dir nulla intorno al confronto dei segmenti o intervalli di Σ e Σ', ossia non sappiamo se ad un segmento di Σ sia uguale un segmento di Σ'. Riguardando Σ e Σ' come un solo sistema, che indicheremo ancora con Σ, e quindi anche come un solo segmento il segmento (AB) di Σ e il segmento (BA) di Σ' (oss. VI, 3), non possiamo dire se due segmenti, che nel nuovo sistema Σ sono di verso opposto, siano uguali. Si ha però:

a) *Se* $(AB) \equiv (CD)$ *si ha* $(BA) \equiv (DC)$.

Perchè è la stessa operazione a senso unico che noi eseguiamo sui due segmenti considerandoli in verso opposto (def. IX, 3); e la stessa operazione a senso unico eseguita in cose identiche dà risultati identici [2].

a') *Un sistema Σ omogeneo in un verso è omogeneo anche nel verso opposto* (oss. I; II_1', oss. I, 6 e a).

Princ. VI. Nel sistema Σ vi sono due segmenti $(B'A)$, (AB) di verso opposto uguali fra loro.

Def. I. Chiamiamo il sistema Σ che soddisfa ai principi I-VI *sistema continuo ad una dimensione identico nella posizione delle sue parti* [3].

b) Dato un elemento qualunque X di Σ vi sono due segmenti di verso opposto coll'estremo comune X uguali ad un segmento qualunque dato di Σ.

Sia (YZ) il segmento dato. Dimostriamo dapprima il teorema per l'elemento A (VI). Nel verso di Σ dato da (YZ) (def. II, 3) vi è in Σ un solo segmento (AC) uguale a (YZ) col primo estremo in A (II'_1 e a'). Se si ha $(AC) \equiv (AB)$ il teorema è il principio VI stesso.

Se $(AC) < (AB)$ per la corrispondenza d'indentità fra (AB) e (AB') [4] vi deve essere un elemento C' corrispondente a C in modo che $(AC') \equiv (AC)$. Tale proprietà vale anche per l'elemento X, perchè dato un segmento col primo estremo A in un dato verso vi è un segmento uguale al dato col primo estremo X nel verso dato (II'_1 e a').

(1) Ad es: il sistema dei numeri razionali soddisfa a questa condizione. Ciò dimostra come non sia conveniente, specialmente in geometria, di definire il continuo mediante il continuo numerico, se si tien conto oltre che di altre ragioni (vedi nota (1) pag. 670), della semplicità dei principî ammessi, e che il continuo numerico è un caso particolare di una forma più generale (vedi oss. I, 605 e III, 608).

(2) Questo è un principio di logica che deriva da quello d'identità (come si vedrà nel nostro libro) del quale bisogna però far uso in casi come questo nei quali non vi può esser dubbio sull'identità delle condizioni che determinano questi risultati, e quando non si può dare un'altra dimostrazione per mezzo dei principî ammessi, come in questo caso.

(3) Avremmo scelto volentieri una denominazione più breve, non potendo usare la parola *omogeneo*. Abbiamo scelto quindi un'espressione analoga a quella usata da Euclide nella definizione della retta. In un trattato di geometria elementare, poichè non si presentano in essa sistemi omogenei che non siano anche identici nella posizione delle loro parti, si può usare la sola parola *omogeneo*.

(4) Qui ci appoggiamo senz'altro al principio della corrispondenza d'identità fra gli elementi di due gruppi identici, che si trova discusso nel nostro citato lavoro, e col quale possiamo escludere il principio del movimento dei corpi senza deformazione dai principî della geometria teoretica. Qui l'esclusione è evidente trattandosi di forme o grandezze puramente astratte (vedi nota (2) pag. 670).

Se invece $(AC) > (AB)$ vi deve essere un numero m tale che

$$(AB)\,m < (AC) < (AB)\,(m+1) \quad (m, 4).$$

Indichiamo con B_m e B_{m+1} i secondi estremi di $(AB)\,m$, $(AB)\,(m+1)$ e con B'_m B'_{m+1} i secondi estremi di $(AB')\,m$, $(AB')\,(m+1)$ (VI; a' e II'_1). Si ha:

$$(AB)\,m \equiv (AB')\,m,\ (AB)\,(m+1) \equiv (AB')\,(m+1) \ \ (\text{VI}; u, 2).$$

Sia $(B'_m C') \equiv (B_m C)$ nel segmento $(B'_m B'_{m+1})$ considerando B_m come elemento X, il che è possibile essendo $(B_m C) < (B_m B_{m+1}) \equiv (AB)$. Ma si ha: $(AB_m) + (B_m C) \equiv (AC)$, $(AB'_m) + (B'_m C') \equiv (AC')$, da cui, essendo $(AB_m) \equiv (AB'_m)$, $(B_m C) \equiv (B'_m C')$, si ha $(AC) \equiv (AC')$ (II_6, oss. III, 6 e I_2).

Il teorema è dimostrato per l'elemento A. E con una considerazione identica alla precedente per l'elemento X, il teorema resta dimostrato per ogni elemento dato [1].

c) $(AB) \equiv (BA)$.

1. Dimostriamo dapprima che se $(AB) \equiv (AB')$ si ha:

$$(BB') \equiv (B'B)$$

. . . .

B $\quad B_1$ $\quad A$ $\quad B_1'$ $\quad B'$

I segmenti (AB) e (AB') sono diretti in verso opposto, altrimenti B coinciderebbe con B' (def. V, 3 e II'_1), quindi $(B'A)$ e (AB) sono diretti nello stesso verso (def. I, def. IX, 3), ma non si sa se (AB) sia uguale a $(B'A)$ (oss. I). Si ha però:

$$(B'A) + (AB) \equiv (B'B) \ \ (c, 2).$$

Ma $\qquad (B'A) \equiv (BA)$ perchè per dato è $(AB) \equiv (AB')$ (a) $\qquad$ (1)

Inoltre $(BA) + (AB') \equiv (BB') \equiv (B'A) + (AB)$ (II_6, oss. III, 6), dunque

$$(BB') \equiv (B'B) \tag{2}$$

2) Supponiamo ora che (BA) non sia identico ad (AB), e sia identico ad un segmento (AB_1) nello stesso verso di (AB) (b), e quindi B_1 non coincida con B. L'elemento B_1 sia inoltre contenuto nel segmento (BA) (def. IV, 3). Vi è nel verso opposto di (AB) a partire da A nel sistema Σ un segmento

$$(AB'_1) \equiv (AB_1) \ \ (b) \tag{3}$$

da cui

$$(B'_1 A) \equiv (B_1 A) \ \ (a)$$

e l'elemento B'_1 è contenuto in (AB') per l'identità dei segmenti (AB) e (AB'), (AB_1) e (AB'_1) (I_3, I_1). Inoltre da (2).

$$(B_1 B'_1) \equiv (B'_1 B_1) \tag{4}$$

e per ipotesi

$$(BA) \equiv (AB_1) \tag{5}$$

[1] Nei trattati elementari di geometria che conosciamo il principio II'_1 è ammesso con lo scorrimento della retta su sè stessa in un dato verso. Il teor. a', sostituisce lo scorrimento della retta nel verso opposto. Il principio VI è contenuto nell'assioma molto più complesso secondo il quale la retta rigida può ruotare intorno ad ogni suo punto e passare per ogni punto dello spazio. Il resto di questo assioma sulla retta viene sostituito dal teor. a). L'importante teor. c) è dato pure tacitamente o esplicitamente come assioma. Si noti inoltre che nelle nostre dimostrazioni non usciamo mai dalla retta, che è per noi la figura fondamentale della geometria, e che i nostri teoremi valgono per tutti quei sistemi continui geometrici ad una dimensione pei quali, mediante la loro costruzione, siano dimostrati i principî I-VI.

e poichè da (1) e (3) si ha

$$(B'A) \equiv (AB_1) \equiv (AB'_1) \quad (I_2) \qquad (6)$$

ne segue:

$$(AB') \equiv (B_1 A) \equiv (B'_1 A) \quad (a) \qquad (6')$$

Ora è

$$(BA) + (AB') \equiv (BB') \equiv (AB_1) + (B'_1 A) \quad ((5), (6'), II_6, \text{ oss. III, } 6)$$

considerati i segmenti dell'ultimo membro come consecutivi. Ma

$$(AB_1) + (B'_1 A) \equiv (B'_1 A) + (AB_1) \equiv (B'_1 B_1) \quad (a, 6)$$

vale a dire

$$(BB') \equiv (B'_1 B_1) \quad (I_2). \qquad (7)$$

Si ha pure:

$$(BB') \equiv (BB_1) + (B_1 B'_1) + (B'_1 B_1)$$

ossia per la (4)

$$(BB') \equiv (BB_1) + (B'_1 B_1) + (B'_1 B') \quad (\text{oss. III, } 6)$$

intendendo come abbiamo già detto che in luogo di $(B'_1 B_1)$ vi sia un segmento ad esso uguale e consecutivo di (BB_1), e così per $(B'_1 B')$ rispetto a $(B'_1 B_1)$. Vale a dire confrontando con la (7) si deve avere $(B'_1 B') \equiv 0$. Difatti se ciò non fosse sarebbe $(BB') \equiv [(BB_1) + (B'_1 B_1)] + (B'_1 B') > ((BB_1) + (B'_1 B_1)$ (II_2 e II_3), ed anche $(BB_1) + (B'_1 B_1) > (B'_1 B_1)$ (II_3), ossia $(BB') > (B'_1 B_1)$ $(r, 1)$, il che è assurdo ((7) e I_1). Dunque si ha anche $(BB_1) \equiv 0$, vale a dire B e B_1, B'_1 e B'_1 coincidono (II'_1), e perciò $(AB) \equiv (BA)$.

Se invece B è contenuto nel segmento (AB_1), per l'identità dei segmenti (AB) e (AB'), (AB_1) e (AB'_1) si cade nel caso precedente. Dunque il teorema è in ogni caso dimostrato.

Oss. II. In questo teorema come nel teor. *a*) del n. 6 non ci serviamo dell'ipotesi del limite (IV) se ammettiamo però la divisibilità di ogni segmento in un numero n qualunque di parti uguali da cui allora dipende il teor. a), 6 (vedi oss. VII, 6).

Oss. III. Si potrebbero dedurre facilmente dal teor. *a* del n. 6 e dai principî precedenti altri teoremi fondamentali pel sistema omogeneo continuo ad una dimensione. Soltanto ci limitiamo ad osservare che il continuo numerico non è necessario per chiarire la continuità, ma è dal continuo omogeneo in generale che deduciamo quello particolare dei numeri reali, sia positivi che negativi, come il numero intero naturale deriva dal gruppo ordinato naturale, come si vedrà nell'introduzione delle nostre ricerche sui fondamenti della geometria.

INDICE DEL VOL. VI — SERIE 4.ª

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Betocchi. *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1887* (Con una tavola). Pag. 3

Piccone. *Nuove alghe del viaggio di circumnavigazione della « Vettor Pisani »*. » 10

» *Manipolo di alghe del Mar Rosso* . . . . » 64

» *Alcune specie di alghe del Mar di Sargasso*. . . . . » 79

Terrigi. *Il calcare (Macco) di Palo e sua fauna microscopica* (Con dieci tavole). » 95

Strüver. *Ematite di Stromboli* (Con una tavola). . . . . » 153

Grimaldi. *Studio sulla corrente galvanomagnetica nel bismuto* (Con una tavola). » 162

Arcangeli. *Ricerche sulla fosforescenza del Pleurotus olearius DC.* . » 197

Pannelli. *Sopra le congruenze generate da due superficie di cui i punti si corrispondono univocamente*. . . . . » 216

Pezzolato. *Sul modo di determinare la nicotina in presenza dell'ammoniaca*. » 231

Costa. *Sulle correlazioni tra il potere rifrangente ed il potere dispersivo dei derivati aromatici a catene laterali sature* . . . . » 246

Salvioni. *Di una nuova costruzione dell'ohm legale* (Con una tavola) . . . » 267

Betocchi. *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1888* (Con una tavola). » 307

Pucci. *Sul modo di ricercare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche*. . . . . » 316

Schimkewitsch. *Sur les Pantopodes, recueillis par M. le lieutenant G. Chierchia pendant le voyage de la Corvette: « Vettor Pisani »* (Con una tavola) . . 329

Montemartini. *Sulla determinazione quantitativa dell'acido borico* . . . » 350

Crety. *Ricerche anatomiche ed istologiche sul genere Solenophorus (Creplin)* (Con due tavole). . . . . » 384

Favero. *Sulle radici delle equazioni algebriche*. . . . . » 415

Strüver. *Contribuzioni allo studio dei graniti della bassa Valsesia* (Con una tavola). » 426

Passerini. *Diagnosi di funghi nuovi*. . . . . » 457

Brioschi. *Sullo sviluppo in serie delle funzioni sigma iperellittiche*. . . » 471

Cantone. *Deformazione del ferro dolce per la magnetizzazione* . . . . » 487

Capellini. *Sul Coccodrilliano garialoide (Tomistoma calaritanus) scoperto nella collina di Cagliari nel MDCCCLXVIII* (Con quattro tavole) . » 507

Coggi. *I sacchetti calcari ganglionari e l'acquedotto del vestibolo nelle rane* (Con una tavola). . . . . » 536

Mengarini. *Elettrolisi colle correnti alternanti* (Con una tavola) . . . . . » 550

Veronese. *Il continuo rettilineo e l'assioma V d'Archimede*. . . . . . » 603

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I, II, III, IV, V. (1884-89).
» Vol. VI. (1890).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-VI.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-V, VII.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*